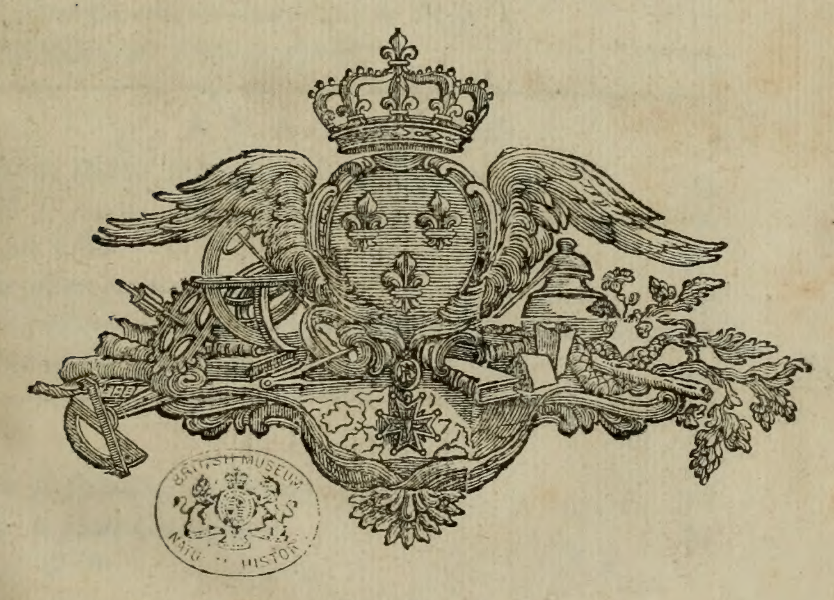


HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXX.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXIII.



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR les Solfatares des environs de Rome. Page 1

Sur la nature de l'Eau. 5

Sur la déclinaison de l'Aiguille aimantée. 7

Sur le Pétrole de Parme. 9

Sur les Barres métalliques préservatrices du Tonnerre. 14

Sur la comparaison d'un morceau de Bois fossile, trouvé à Saint-Germain-en-Laye, avec le Jayet. 17

Observations de Physique générale. 19

ANATOMIE.

Sur les Parties de la génération de la Femme. 33

Sur la structure du canal Thorachique, & sur celle du réservoir du Chyle. 37

Sur divers points d'Anatomie. 40

Sur quelques conformations monstrueuses des doigts dans l'Homme. 46

Observations Anatomiques. 49

CHIMIE.

Sur la séparation des Métaux. 59

Sur la pierre Calaminaire. 61

Sur les Mines en général & en particulier sur celles de Cornwall. 63
Observation Chimique. 67

GÉOMÉTRIE.

Sur les Équations aux différences ordinaires, finies & partielles. 69

ASTRONOMIE.

Sur la parallaxe du Soleil, déduite du passage de Vénus, du 6 Juin 1769. 74
Sur les observations faites par M. l'Abbé Chappe, en Californie. 76
Sur le diamètre du Soleil qu'on doit employer dans le calcul des passages de Vénus. 79
Sur le passage de Vénus sur le Soleil, du 3 Juin 1769. 80
Sur la théorie de la Comète qui a paru au mois d'Avril 1769. 87
Sur les Éclipses sujettes aux Parallaxes. 90

HYDROGRAPHIE. 97

DIOPTRIQUE.

Sur les Lunettes achromatiques. 103

MÉCANIQUE.

Sur la filature des Soies. 106
Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1770. 112
Éloge de M. l'Abbé Nollet. 121
Éloge de M. Rouelle. 137
Éloge de Milord Morton. 149

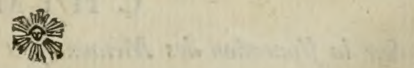


TABLE POUR LES MÉMOIRES.

Mémoire sur les Solfatares des environs de Rome. Par M. Fougeroux de Bondaroy. Page 1

Mémoire sur la parallaxe du Soleil, qui résulte du passage de Vénus, observé en 1769. Par M. de la Lande. 9

Analyse de la Pierre Calaminaire du comté de Sommerset & de celle du comté de Nottingham. Par M. Sage. 15

Observation & théorie de la Comète qui a paru au mois d'Août 1769, avec quelques Réflexions sur les théories d'une même Comète, établies dans différentes apparitions. Par M. Cassini le Fils. 24

Premier Mémoire sur le Pétrole de Parme. Par M. Fougeroux de Bondaroy. 37

Second Mémoire sur le Pétrole, & sur des vapeurs inflammables communes dans quelques parties de l'Italie. Par le même. 45

Mémoire sur les Verges ou Barres métalliques, destinées à garantir les Édifices des effets de la foudre; avec la manière dont ces barres doivent être disposées pour que leur effet soit aussi certain qu'il est possible. Par M. le Roy. 53

Procédé des Anglois pour convertir le Plomb en Minium. Par M. Jars. 68

Premier Mémoire sur la nature de l'Eau, & sur les Expériences par lesquelles on a prétendu prouver la possibilité de son changement en terre. Par M. Lavoisier. 73

Extrait des Observations du passage de Vénus sur le Soleil, faites par M. l'Abbé Chappe, en 1769. Par M. Cassini de Thury. 83

Second Mémoire sur la nature de l'Eau, & sur les Expériences par

lesquelles on a prétendu prouver la possibilité de son changement en terre. Par M. LAVOISIER. 90

Mémoire sur les Équations aux différences finies. Par M. le Marquis DE CONDORCET. 108

Recherches sur quelques conformations monstrueuses des doigts dans l'homme. Par M. MORAND. 137

Mémoire sur les Équations aux différences partielles. Par M. le Marquis DE CONDORCET. 151

Remarques sur les hauteurs de la Lune, prises au Cap-François à Saint-Domingue, pour en déduire la longitude géographique. Par M. LE MONNIER. 179

Observations sur la structure des parties de la génération de la Femme. Par M. PORTAL. 183

Mémoire sur les Équations différentielles. Par M. le Marquis DE CONDORCET. 191

Contact interne du disque de Vénus au disque du Soleil, observé à Saron par M. le Président Bochart de Saron, & communiqué à l'Académie. Par M. LE MONNIER. 232

Supplément aux observations du Printemps de l'année 1735. Par le même. 233

Observations sur divers points d'Anatomie. Par M. PORTAL. 236

Mémoire sur la nature du terrein de la montagne de Saint-Germain-en-Laye, & la comparaison d'un morceau de bois fossile qui y a été trouvé avec le jayet. Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY. 252

Élémens de l'orbite de la Comète découverte par M. Messier, le 14 Juin 1770. Par M. PINGRÉ. 255

Nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les Éclipses de Soleil, &c. Huitième Mémoire, *dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les Mémoires précédens.* Par M. DU SÉJOUR. 257

Remarques sur la structure du canal Thorachique & sur celle du réservoir du chyle. Par M. PORTAL. 393

Mémoire sur le diamètre du Soleil qu'il faut employer dans le calcul des passages de Vénus. Par M. DE LA LANDE. 403

Explication du prolongement obscur du disque de Vénus, qu'on aperçoit dans ses passages sur le Soleil. Par le même. 406

Observations sur la structure de quelques parties du Veau marin. Par M. PORTAL. 413

Observations de M. l'Abbé Chappe, faites en Californie pour le passage de Vénus, avec les conséquences qui en résultent. Par M. DE LA LANDE. 416

Observations métallurgiques sur la séparation des Métaux. Par M. JARS. 423

Second Mémoire sur la filature des Soies. Par M. DE VAUCANSON. 437

Variation de l'Aimant à Paris. Par M. LE MONNIER. 459

Détermination de la réfraction & de la dispersion des rayons dans le Crown-glass *& le* Verre de Venise, *& dans le* Flint-glass *ou* Cristal blanc d'Angleterre, *avec les dimensions des Objectifs achromatiques, composés de deux, de trois, de quatre & de cinq lentilles, calculées depuis deux pouces de foyer jusqu'à vingt pieds.* Par M. JEAURAT. 461

Précis d'un Voyage en Amérique, ou Essai géographique sur la position de plusieurs Isles, & autres lieux de l'Océan atlantique; accompagné de quelques Observations concernant la Navigation. Par M. PINGRÉ. 487

Observations métallurgiques sur la séparation des Métaux. Par M. JARS. 514

Réflexions sur les Aréomètres, particulièrement sur les Principes d'après lesquels on peut en faire de comparables; avec la description d'Aréomètres d'argent, destinés à déterminer les pesanteurs spécifiques des Esprits-de-vin & des Eaux-de-vie, & des moyens d'en faire de pareils ou de comparables. Par M. LE ROY. 526

Observations sur les Mines en général, & particulièrement sur celles de la province de Cornwall, en Angleterre. Par M. JARS. 540

Examen critique des Observations du passage de Vénus sur le disque du Soleil, le 3 Juin 1769; & des conséquences qu'on peut légitimement en tirer. Par M. PINGRÉ. 558

Observations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1769. Par M. DU HAMEL. 584

Mémoire qui explique la construction d'une Tour portative, faite pour servir d'Observatoire. Par M. DE BORY. 612

Addition aux Mémoires de M. le Marquis de Condorcet, pages 108, 151 & 191 *de ce Volume.* 615

Observation de l'Éclipse partiale de Lune, du 29 Avril 1771; faite à l'Observatoire de la Société Royale des Sciences, à Montpellier. Par M.rs DE RATTE & POITEVIN, de la Société Royale de Montpellier. 619

Mémoire sur l'effervescence & la chaleur du Vin dans la fermentation spiritueuse. Par M. POITEVIN, de la Société Royale de Montpellier. 620

ERRATA POUR L'HISTOIRE.

Page 19, ligne 27, font situées, *lisez* font situés.
Page 20, ligne 14, qu'elle produisit; *lisez* qu'elle fournit.
Page 26, ligne 1, 16 lignes, *lisez* 16 pouces.
Page 32, ligne 30, détaillés, *lisez* détachés.
Page 52, ligne 34, par-derrière, *lisez* derrière.
Page 73, ligne 12, purs, *lisez* pures.
Page 87, ligne 5, les a mis, *lisez* les a mises.
Page 125, ligne 5, Cartésienne, de la, *ôtez* la virgule.
Page 142, ligne 7, Borichius, *lisez* Borrichius.
Page 148, ligne pénultième présid, *lisez* présidé.
Ibid. dernière, incessammée, *lisez* incessamment.

ERRATA POUR LES MÉMOIRES DE 1768.

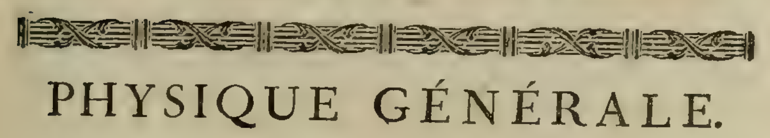
Page 287, ligne 27, 11d 39′ 42″, *lisez* 11d 38′ 30″.

HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXX.



PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LES SOLFATARES DES ENVIRONS DE ROME.

PRESQUE toute l'extrémité de l'Italie offre des phénomènes qui annoncent la présence de matières sulfureuses & inflammables. Nous avons rendu compte en 1750* des observations de M. l'abbé Nollet sur la Solfatare qui est aux environs de Naples; nous avons à parler ici de celles que M. Fougeroux a faites dans son voyage d'Italie, sur les solfatares

V. les Mém. page 1.

* Voy. Hist. 1750, p. 20.

des environs de Rome, qui n'ont presque de commun avec celle de Naples que de produire du soufre & des matières vitrioliques. On diroit presque, en empruntant le langage de la Chimie, que dans le laboratoire de Naples la Nature s'est proposé de travailler uniquement par la voie sèche, tandis que dans celui de Rome elle n'opère que par la voie humide.

Le soufre des environs de Rome est fourni par des sources qui tiennent ce minéral en dissolution, sous la forme de *foie de soufre*, qu'on ne reconnoît que trop à son odeur insupportable qu'on sent de très-loin. La principale source de ces eaux est environ à quatorze milles ou près de cinq lieues de Rome; elle forme deux petits lacs d'environ trente-cinq ou quarante toises de large dans leur plus grande étendue. Près d'un de ces bassins sont des restes d'anciens édifices construits, à ce qu'on prétend, par Agrippa pour la commodité des bains; car les Romains connoissoient les propriétés de ces eaux, & Pline * les cite comme très-favorables aux blessés.

* *Voy. Hist. Nat. de Pline, liv. XXI, ch. 2.*

Au fond de ce lac est une espèce de goufre ou une ouverture extrêmement profonde; les sondes qui y ont été faites, en donnent la profondeur au moins de 80 brasses; mais il y a grande apparence qu'au milieu où l'on n'a pu aller, elle seroit beaucoup plus grande. On voit sur le lac plusieurs petites îles flottantes, que M. Fougeroux regarde comme produites par la corrosion de l'eau, qui en détruisant la terre de ses bords, forme des végétaux qui y croissent une espèce de tourbe sur laquelle elle n'a plus de prise.

L'eau du lac offre un phénomène singulier, elle semble bouillir quand on y jette une pierre ou quelque corps qui s'y enfonce: M. Fougeroux pense que cet effet n'est dû qu'à l'air qui se dégage de la vase que la chute de ce corps vient troubler, & cette explication paroît d'autant mieux fondée, que le bouillon est d'autant plus long-temps à paroître que l'endroit du lac où l'on jette la pierre est plus profond.

L'eau de ce bassin a une couleur bleuâtre & une forte odeur de foie de soufre qui se fait sentir à plus d'une lieue, & même quelquefois jusqu'à Rome qui, comme nous venons de le dire,

en eſt diſtante de près de cinq lieues; elle va ſe jeter dans le Téverone par un canal de trois, quatre ou cinq pieds de profondeur, dans lequel elle coule aſſez rapidement; les bords de ce canal ſont remplis d'une pâte de ſoufre graſſe au toucher & très-reconnoiſſable à ſon odeur.

Cette eau miſe dans un verre y conſerve long-temps ſa limpidité, ſa couleur bleuâtre & ſon odeur de foie de ſoufre; ce qui prouve bien la parfaite diſſolution de cette ſubſtance dans l'eau.

Ces eaux contiennent encore une eſpèce de ſélénite qui paroît avoir produit les carrières de travertin dont on bâtit la plupart des édifices de Rome; ces pierres ſont d'un grain très-fin, & percées de pluſieurs trous: on pourroit ſoupçonner que la pâte ſoufrée dont nous venons de parler eſt le débris de ces pierres que l'eau ſoufrée décompoſe journellement. Cette même ſélénite recouvre les plantes & les ſubſtances étrangères baignées par cette eau, & les habitans ſavent ajouter à ce jeu de la Nature, en arroſant fréquemment avec cette eau les corps qu'ils veulent incruſter; on trouve encore ſur le chemin de ces eaux, des pierres blanches ſi ſemblables à des dragées, qu'elles en ont retenu le nom de *dragées de Tivoli*.

M. l'abbé Nollet avoit obſervé que la chaleur de ces eaux étoit de 20 degrés, tandis que celle de l'atmoſphère étoit de 18; elles n'ont donc par elles-mêmes qu'une chaleur médiocre. La vapeur qu'elles répandent eſt très-déſagréable, elle fatigue la gorge & la poitrine; elle ternit très-promptement les métaux & le galon, préciſément comme le fait la vapeur du ſoufre.

On aſſure que la vapeur de ces eaux pourroit faire périr les oiſeaux qui paſſeroient au-deſſus, & qu'ils l'évitent avec ſoin. M. Fougeroux n'avoit pas un oiſeau ſous la main pour s'en aſſurer, mais il préſume que la rapidité de leur vol les mettroit à l'abri des mauvais effets de cette vapeur, & qu'ils ne s'en éloignent que comme d'une odeur qui leur eſt déſagréable & qui pourroit leur nuire s'ils ſe trouvoient dans le cas d'y être long-temps expoſés; l'inſtinct eſt en pareil cas un guide plus ſûr que le raiſonnement.

On juge bien que M. Fougeroux n'a pas oublié de ſoumettre ces eaux à l'examen chimique; une bouteille épaiſſe & très-exac-

tement bouchée qu'il avoit apportée à Paris, fut examinée par M. Cadet, & voici le résultat de cette analyse.

Cette eau puisée depuis près d'un an, ayant été débouchée, parut avoir encore une couleur bleuâtre quoique peu foncée, & elle répandoit une odeur de foie de soufre assez vive.

Une partie de cette eau ayant été évaporée, déposa un peu de soufre & une terre calcaire blanche qui fermenta avec l'acide du vinaigre, & produisit par son union avec cet acide une terre foliée à base terreuse.

Ce qui restoit de l'eau de la bouteille fut soumis aux épreuves suivantes.

L'huile de tartre par défaillance y forma un précipité d'un brun presque noir; celui qu'occasionna le vinaigre de Saturne étoit d'un brun plus clair, la dissolution de cuivre n'en précipita rien, mais cette même dissolution avec une goutte d'alkali volatil prit une belle teinture bleue, qui mêlée avec l'eau, la rendit un peu rouge: d'où il suit que ces eaux ne contiennent presqu'aucun acide surabondant.

Elles paroissent composées uniquement d'un soufre très-volatil & d'une terre absorbante, d'où résulte un foie de soufre formé de ce soufre & de l'alkali terreux, peut-être de l'alkali marin, peut-être même de l'alkali volatil.

Il est au moins certain que le soufre sublimé par les volcans contient plusieurs matières étrangères qui se dissipent avec le temps, & qui, lorsqu'il est nouvellement tiré des crevasses du volcan, altèrent sa couleur & son odeur naturelle, qu'il ne reprend que lorsque l'évaporation les lui a enlevées.

M. Fougeroux a observé quelque chose de semblable dans une seconde bouteille de ces eaux qu'il fit venir; celle-ci étoit moins épaisse & apparemment moins bien bouchée que la première; cependant il ne s'en étoit pas échappé une goutte d'eau, mais en arrivant à Paris elle avoit absolument perdu son odeur & sa couleur, elle étoit très-claire & sans aucune odeur; le phlogistique du soufre s'étoit dissipé, & l'acide vitriolique devenu oisif y avoit formé avec la substance terreuse une espèce de sélénite que le mouvement avoit fait précipiter, & un autre sel neutre en très-petite quantité.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire & des expériences de M. l'abbé de Mazéas sur ces mêmes eaux, rapportées par M. Fougeroux, que le soufre de ces eaux est extrêmement volatil, & qu'il s'y fait en peu de temps des décompositions & des recompositions assez singulières; mais il faut avoir, s'il m'est permis de m'exprimer ainsi, le tact bien fin en Physique pour les reconnoître & pour les saisir.

SUR LA NATURE DE L'EAU.

V. les Mém. pages 73 & 90.

On peut regarder l'Eau comme une terre très-simple, qu'un très-foible degré de chaleur peut tenir en fusion, qui affecte une forme régulière, qui est dure & transparente lorsqu'elle est en masse, & qui devient une poudre blanchâtre lorsqu'on la réduit en très-petites parties. Mais cette terre est-elle absolument inaltérable, en sorte que lorsqu'elle est pure on ne puisse en rien séparer ni la faire changer de forme? c'est une question qui a jusqu'ici partagé les Chimistes, & que M. Lavoisier s'est proposé d'examiner dans les deux Mémoires qu'il a lûs à l'Académie sur ce sujet.

Pour établir nettement l'état de la question, il falloit d'abord rapporter les moyens qu'on avoit cru devoir employer jusqu'ici pour l'éclaircir, & dont le résultat avoit pu faire penser que l'eau pouvoit être changée en terre, c'est ce que M. Lavoisier a fait dans son premier Mémoire. Ces moyens sont en général de deux espèces, la distillation & la végétation; il résulte du premier, que l'eau de pluie recueillie avec toutes les précautions nécessaires pour en exclure toute matière étrangère, avoit toujours donné dans un très-grand nombre de distillations successives une petite quantité de terre, d'où on avoit cru être en droit de conclure qu'une partie de l'eau se changeoit en terre à chaque distillation. Mais étoit-il bien sûr que l'eau de pluie ne contînt pas une terre ou poussière assez fine pour être enlevée avec elle dans les vaisseaux distillatoires, sans que les distillations réitérées pussent jamais l'en séparer entièrement? Il est vrai que dans ce cas le sédiment devroit diminuer à chaque distillation, & c'est ce

qui n'arrive pas. D'autres ont attribué ce ſédiment à la pouſſière répandue dans l'air, mais en ce cas il ne devroit pas avoir lieu dans les vaiſſeaux exactement fermés, où cependant on l'obſerve. Nous verrons bientôt ce qui avoit pu leur faire illuſion dans cette recherche, & les expériences de M. Lavoiſier ne laiſſeront aucun doute ſur cette matière.

Les preuves de la tranſmutation de l'eau, tirées de l'accroiſſement des plantes dans l'eau pure, étoient plus ſpécieuſes; on avoit élevé des plantes, même des arbres, dont les racines n'avoient jamais été que dans de l'eau pure & filtrée, & les uns & les autres avoient pris de l'accroiſſement: on croyoit donc être en droit d'en conclure que cette eau avoit changé de nature & s'étoit transformée pour fournir la ſubſtance ſolide de ces végétaux. Mais la végétation eſt un phénomène trop peu connu & trop compliqué pour qu'on puiſſe l'employer ici; l'air de l'atmoſphère dans lequel les feuilles ſont plongées, ſert autant à l'accroiſſement des végétaux que l'eau qu'ils pompent par leurs racines. Cet air n'eſt rien moins que pur, & il peut entraîner avec lui, ſoit les matières qu'il tient en diſſolution, ſoit même une pouſſière très-fine qui y eſt preſque toujours ſuſpendue; il n'y a donc que des opérations chimiques qui puiſſent décider la queſtion dont il s'agit, & nous venons de voir que toutes celles qu'on avoit faites juſqu'à préſent étoient inſuffiſantes.

M. Lavoiſier s'eſt propoſé dans ſon ſecond Mémoire d'examiner de nouveau chacune de ces opinions & d'interroger la Nature par de nouvelles expériences; elles lui ont fourni une explication du phénomène, à laquelle on ne ſe ſeroit pas attendu, & que toutes les circonſtances des obſervations faites juſqu'ici contribuent à confirmer.

Si la diſtillation n'avoit fait que ſéparer de l'eau une terre étrangère qui y auroit été ſuſpendue, l'eau diſtillée auroit diminué de peſanteur ſpécifique à chaque diſtillation; or cette diminution n'exiſte pas, ou eſt beaucoup moindre qu'elle n'auroit dû l'être dans cette hypothèſe; ainſi il en faut conclure que le ſédiment eſt étranger à l'eau & eſt fourni par la cucurbite, ou bien qu'il y a une véritable tranſmutation. Pour être en droit de prononcer

avec certitude, M. Lavoiſier a renfermé de l'eau dans un pélican bien bouché; on ſait que cette eſpèce d'alembic reporte dans le corps de l'inſtrument le produit de la diſtillation, qui par ce moyen ſe répète continuellement.

Après une diſtillation de cent un jours, le poids total du vaſe & de l'eau eſt demeuré le même, mais l'eau en ayant été tirée avec ſon ſédiment, le pélican s'eſt trouvé diminué de poids ſenſiblement, & l'eau augmentée de la même quantité; enfin l'eau ſéparée de ſon ſédiment & diſtillée de nouveau à l'ordinaire, a dépoſé un nouveau ſédiment ſemblable au premier, qui y étant joint étoit un peu ſupérieur en poids à ce que le pélican avoit perdu: d'où il réſulte deux vérités également importantes; la première, que la nature de l'eau n'eſt pas altérée par la diſtillation; & la ſeconde, que le verre eſt diſſoluble dans l'eau, & que cette diſſolution qu'on ne s'étoit pas aviſé juſqu'ici de regarder comme cauſe de ce phénomène, s'opère dans nos laboratoires ſans le ſecours de ces grands moyens dont la Nature ſemble s'être réſervé le ſecret. L'alkali fixe qui entre dans la compoſition du verre eſt probablement l'intermède qui rend poſſible la diſſolution du ſable dans l'eau: mais il s'agiroit de déterminer quelle eſt la proportion du ſable & de l'alkali dans cette partie diſſoluble? ſi elle eſt la même pour la terre diſſoute dans l'eau & pour le ſédiment terreux? quels phénomènes préſenteroit la diſtillation réitérée de l'eau dans des vaiſſeaux de grès ou de métal? tous Problèmes dont la lecture des Mémoires de M. Lavoiſier fait deſirer la ſolution, & qui peuvent être le ſujet de bien des recherches & la matière de pluſieurs Mémoires. Nous devons eſpérer que M. Lavoiſier ne négligera rien pour ſatisfaire l'impatience des Phyſiciens, & pour confirmer la belle découverte que nous venons d'expoſer.

SUR LA

DÉCLINAISON DE L'AIGUILLE AIMANTÉE.

LA déclinaiſon de l'Aiguille aimantée a certainement des loix preſcrites par la Nature, mais elles nous ſont inconnues juſqu'ici, & ſi l'on peut parvenir à les connoitre, ce ne peut être V. les Mém. p. 459.

qu'en obſervant avec ſoin les différens changemens qu'on obſerve dans ce phénomène, la vîteſſe avec laquelle s'opèrent ces changemens, & toutes les circonſtances dont ils ſont accompagnés.

M. le Monnier a entrepris ce travail, qui exige une recherche exacte des plus anciennes obſervations, une critique judicieuſe de leur degré d'exactitude & une comparaiſon ſuivie de toutes celles qu'on y peut employer. Nous allons rendre compte de ſes premiers eſſais.

La première obſervation de l'aiguille aimantée que M. le Monnier emploie, eſt de 1541; elle déclinoit alors à Paris de 7 degrés vers l'Eſt: de-là juſqu'à 1600, les obſervations donnent ſa direction comme ſtationnaire; elle ſemble même avoir peut-être encore avancé vers l'Eſt avant que de ſe rapprocher du Nord. Le mouvement de l'aiguille pour ſe rapprocher de ce terme, eſt enſuite devenu plus rapide; il a été d'abord de 4 degrés en quarante ans, puis de 3 degrés en vingt-ſix ans.

L'année 1666, époque de la fondation de l'Académie, a été auſſi, pour Paris, celle de la direction de l'aiguille aimantée vers le point précis du Nord, comme ſi la Nature s'étoit empreſſée d'offrir un phénomène remarquable à une Compagnie qui naiſſoit pour l'étudier. L'aiguille a changé depuis ſa direction, en ſe tournant de plus en plus vers l'Oueſt, & ce changement s'eſt fait d'abord aſſez promptement, & enſuite avec une bien plus grande lenteur. On en jugera aiſément ſi l'on fait attention que depuis 1758 juſqu'en 1771, ſon mouvement moyen a été de 8 minutes par an, tandis que de 1666 à 1769, ce même mouvement moyen a été de 12 minutes par année, & que de 1666 à 1702 il avoit été de 15 minutes & demie, en ſorte que l'inſtant de la plus grande vîteſſe répond environ à l'année 1684. Ce ralentiſſement de mouvement donne lieu à M. le Monnier de conjecturer que l'aiguille approche du terme où elle ſera ſtationnaire, & peut-être pour devenir rétrograde.

Indépendamment de la marche de la variation de l'aiguille, obſervée dans un même lieu, il y a encore d'autres changemens de cette variation, qui dépendent du changement de lieu; mais la marche en eſt ſi irrégulière qu'on n'a pu juſqu'ici la réduire à aucune

aucune règle conſtante, & il en faut toujours revenir à ſuivre les obſervations faites dans un même lieu.

Celles que M. le Monnier rapporte dans cet Ouvrage, ſont tout ce qu'on a de plus certain ſur cette matière; & ſi elles ne ſont pas abſolument ſuffiſantes pour découvrir la loi que ſuit ce phénomène à Paris, elles mettent ſur la voie de nouvelles obſervations qu'on pourroit faire pour la découvrir, en faiſant voir, comme nous l'avons dit, que l'extrémité de l'aiguille ſemble tendre vers un point qui s'écarte un peu du Nord à l'Oueſt, comme un pendule tend au centre de la Terre, & faire autour de ſon centre, en vertu de cette tendance, de lentes oſcillations dont chacune dure environ deux ſiècles, & qui pour le temps & la grandeur ſont diviſées en deux parties à peu-près égales.

SUR LE PÉTROLE DE PARME.

LES Huiles végétales eſſentielles ou graſſes, ne ſont pas les ſeules que nous connoiſſions; il y en a de naturelles & de minérales qui ſortent d'elles-mêmes de la terre ou des rochers en quelques endroits, & qu'on nomme pour cette raiſon *Pétrole, Petroleum* ou *huile de pierre.* V. les Mém. p. 37 & 45.

L'Académie a rendu compte en 1715 * de l'analyſe que feu M. Boulduc avoit faite de cette huile minérale, d'où il réſultoit que c'étoit un bitume liquide qui ne différoit des bitumes ſolides que par ſa fluidité. L'huile de pétrole qui avoit été ſoumiſe aux expériences de M. Boulduc, venoit du bailliage de Mont-Feſtin dans le duché de Modène; mais le Mémoire de cet Académicien ne contient aucun détail ſur la manière de le recueillir & ſur les endroits où on le trouve; connoiſſance cependant néceſſaire, ſi l'on veut eſſayer de connoître comment cette huile ſe forme dans la terre, & ce qui entre dans ſa compoſition.

* Voy. Hiſt. 1715, p. 15.

C'eſt à quoi M. Fougeroux a eſſayé de remédier dans les deux Mémoires deſquels nous avons à parler. M. Ferrarini, Chimiſte de S. A. R. l'Infant Duc de Parme, l'a mis à portée de décrire avec exactitude la manière de retirer le pétrole, uſitée dans les États de ce Prince.

Le village de *Miano* d'où on le tire, n'eſt éloigné de Parme que d'environ cinq lieues; on y creuſe de certains puits qu'on ne perce pas juſqu'à l'eau, dans le fond deſquels le pétrole ſe ramaſſe & deſquels on le tire avec des eſpèces de ſeaux deſtinés à cet uſage. Il y a dans ce lieu pluſieurs de ces puits abandonnés, mais il n'y en a que cinq qui travaillent, dont trois donnent du pétrole blanc, & deux autres du pétrole roux. Tous ceux de ces puits qui fourniſſent du pétrole, ne ſont pas à plus de dix pieds de diſtance des anciens & à environ 40 pieds les uns des autres, ils ont à peu-près cent quatre-vingts pieds de profondeur. Les habitans aſſurent qu'il y a cinquante ans le pétrole ſe trouvoit à une bien moindre profondeur.

On ne connoît point d'indices certains qui puiſſent indiquer à la ſurface du terrain, s'il contient du pétrole à la profondeur que nous venons de dire; il faut en courir le haſard: ſouvent diverſes circonſtances locales obligent d'abandonner les puits plus ou moins creuſés; quelquefois étant percés à leur profondeur, on n'y trouve qu'une quantité de pétrole inſuffiſante pour indemniſer des frais.

Une longue expérience a cependant appris aux habitans de Miano quelques règles qui leur ſervent de guide dans leurs travaux; ils obſervent de ne jamais fouiller près d'un endroit où l'on ait anciennement tiré du pétrole, la veine en doit être épuiſée: ils regardent comme un ſigne avantageux de trouver près de la ſurface de la terre un lit aſſez épais d'une eſpèce d'argile d'un gris verdâtre, coupée de ſix en ſix pieds par une autre terre plus commune. Cette argile qu'ils nomment *terreno cocco*, eſt d'autant plus dure qu'elle eſt plus profonde; ils veulent que dès la profondeur de cinquante pieds on ſente une odeur de pétrole, & qu'elle s'augmente à meſure qu'on approfondit le puits, juſqu'à devenir inſupportable aux ouvriers qui, vers la fin, ont beſoin d'être relevés de quart-d'heure en quart-d'heure.

Lorſque tous ces ſignes ſe trouvent, on continue de percer juſqu'à ce qu'on voie ſuinter le pétrole des terres, ſouvent il s'en élance par jets; il eſt même arrivé qu'en perçant un puits de cette eſpèce, on trouva au fond une cavité naturelle dans laquelle il

s'étoit rassemblé environ huit cents livres de cette huile minérale.

Deux raisons font qu'on rétrécit le fond des puits; on en enlève plus aisément le pétrole, & on abrège le travail des ouvriers, que l'odeur pénétrante de cette huile rend presque impraticable. Ces puits fournissent peu en hiver, aussi sont-ils abandonnés dans cette saison, & on n'y vient puiser que depuis le printemps jusqu'à la fin de l'automne.

Des trois puits de Miano qui fournissent du pétrole blanc, deux le donnent pur & sans mélange; le troisième, fait depuis quatre ans, le fournit mêlé avec de l'eau un peu salée. Le pétrole qu'on en retire & qui surnage cette eau, n'en est pas moins bon; il sortoit pur d'abord, & l'eau n'y est venue qu'après. Le seul inconvénient qui en résulte est la nécessité de l'épuiser plus souvent; l'eau, si on la laissoit trop s'accumuler, boucheroit les sources de l'huile & l'empêcheroit de couler.

La quantité d'huile fournie par chaque puits dans le même temps n'est pas égale; il y en a qui ne donnent par jour qu'une demi-livre de pétrole, tandis que d'autres en fournissent depuis une livre jusqu'à quatre.

L'huile au sortir des puits est toujours un peu louche à cause de la terre qu'elle tient, & elle est d'autant plus colorée que cette terre est plus brune; on la lui enlève en la distillant avec de l'eau, l'huile monte la première & est alors très-claire & très-blanche. Les montagnes voisines de Miano & que côtoie le Taro, fournissent aussi une petite quantité de pétrole; & tout ce canton contient des lits de coquilles fossiles en partie détruites.

Dans les puits de *Salso maggiore*, d'où l'on tire l'eau salée qui fournit de sel tout l'État de Parme, on trouve aussi du pétrole qui surnage l'eau; la plupart des puits n'en donnent qu'une quantité trop petite pour la recueillir, mais il y en a un duquel on en tire assez pour qu'on emploie cette huile à éclairer les ouvriers pendant la nuit, parce que sa mauvaise qualité l'empêcheroit d'être marchande. M. de Montigny a aussi observé dans les salines de Franche-comté, que leurs eaux contenoient des parties grasses & bitumineuses qui avoient une assez forte odeur de pétrole.

A Velléïa qui n'est qu'à environ sept lieues de Plaisance, il y a

au pied d'une montagne une ſource qui ſemble bouillir, quoique le thermomètre n'y indique aucune chaleur ſenſible. Ce phénomène n'eſt pas rare en Italie, & l'Académie en a déjà donné l'explication dans ſon Hiſtoire*; mais ce qui s'offre de ſingulier, c'eſt que ſur cette eau s'obſerve une vapeur ſombre, qui a une odeur de pétrole, & qu'au-deſſus de cette ſource, pour peu qu'on creuſe la terre, il en ſort une vapeur ſemblable qui prend feu à l'approche d'un corps enflammé, & brûle pendant pluſieurs jours.

* Voy. Hiſt. 1750, p. 21.

Ce phénomène a fourni à M. Fougeroux l'explication très-naturelle de ces feux, ou plutôt de ces vapeurs inflammables qui s'obſervent en tant d'endroits de l'Italie; & c'eſt ce qui fait la matière de ſon ſecond Mémoire.

Il en a obſervé pluſieurs dans ſa route, mais ils ſe reſſemblent ſi fort par les circonſtances eſſentielles, que nous ne parlerons que des plus conſidérables pour venir plus promptement à l'explication très-plauſible qu'il en donne.

Ces feux ſont ceux de la montagne de *Canida* près Pietra-mala; ils ſont au nombre de quatre, & les habitans leur donnent des noms différens; la première bouche ſe nomme *di Legno,* parce que la vapeur allumée donne une flamme claire & ſemblable à celle du bois enflammé; la ſeconde s'appelle *del Piglio;* la troiſième *del Montaggiolo;* & la quatrième porte le nom général de la montagne de *Canida.*

La ſeconde bouche ou celle *del Piglio* eſt ſituée plus bas que celle *di Legno*, ſur la même montagne, à environ 70 toiſes de ſon ſommet. Dans celle-ci, d'un léger enfoncement ayant environ ſept pieds de diamètre, il ſort une vapeur très-volatile qui ne devient viſible que lorſqu'on l'allume en lui préſentant une lumière. Cette flamme n'eſt en aucune manière nuiſible, elle n'occupe pas à la fois toute la ſuperficie de ce terrain; du papier, du bois ſec jetés dans ce feu ne s'y enflamment pas comme dans un feu ordinaire, mais ils s'y conſument aſſez promptement. La vapeur ſeule eſt ſuſceptible d'inflammation, & la terre n'a aucune chaleur à quelques pouces de profondeur; elle eſt dans cet endroit couleur de cendre huileuſe, ayant une odeur très-ſenſible de pétrole, & ſi l'on fouille

un peu plus profondément, on en voit ſuinter de cette huile; on y obſerve auſſi des débris de végétaux détruits: ces végétaux entreroient-ils dans la compoſition du pétrole? ſi on jette de cette terre dans de l'eau chaude, il y ſurnage une liqueur huileuſe; cette même liqueur paroît encore s'élever ſous une forme laiteuſe, dans la diſtillation de cette terre.

On n'obſerve aux environs de ces feux aucun des phénomènes qui conſtatent la préſence d'une bouche de volcan, quoiqu'on puiſſe ſoupçonner aſſez légitimement qu'il y en ait eu autrefois & qu'il puiſſe même y en avoir, mais très-profondément. Il réſulte de cette ſtructure que ces vapeurs inflammables pourroient bien n'être qu'une évaporation de l'huile de pétrole contenue dans la terre & enlevée par l'action de ce feu profond. Si cette vapeur légère eſt aſſez abondante, elle continuera de brûler dès qu'elle aura pris feu; mais ſi elle eſt moins abondante, elle s'éteindra dès que le feu n'aura plus d'aliment, & ne pourra s'allumer de nouveau que lorſqu'elle ſera renouvelée.

On n'eſt jamais plus ſûr d'avoir deviné le ſecret de la Nature, que lorſqu'on peut parvenir à en imiter les effets; c'eſt effectivement ce qui eſt arrivé à M. Fougeroux, & voici comment il eſt parvenu à imiter en petit ce qu'il avoit vu en grand dans ſon voyage.

Il a mis dans une grande terrine de la terre glaiſe trouvée au fond des puits de Miano, dans laquelle il avoit mêlé de cette terre légère que dépoſe le pétrole dans les vaiſſeaux où on le met; il a recouvert ce mélange avec pluſieurs pouces de terre légère, en mettant le tout ſur des charbons allumés. La vapeur s'eſt élevée à une très-foible chaleur; elle s'eſt allumée dès qu'on lui a préſenté un corps enflammé, & a produit comme les feux d'Italie, une flamme bleue qui a couru ſur ce terrain factice, abandonnant ſouvent une place pour paſſer dans une autre, détruiſant les corps aiſément inflammables ſans les enflammer, & qui s'éteignoit dès qu'on ſouffloit deſſus un peu fort; en un mot cet effet en petit étoit ſi ſemblable à ceux que M. Fougeroux avoit obſervés en Italie, qu'il n'eſt preſque pas poſſible qu'il n'en ait deviné la véritable cauſe.

SUR LES BARRES MÉTALLIQUES PRÉSERVATRICES DU TONNERRE.

V. les Mém. page 53.

ON connoît depuis long-temps l'analogie qui existe entre le Tonnerre & l'Électricité; l'Académie en a rendu compte en plusieurs endroits de son Histoire *, elle a de même rapporté l'ingénieuse application faite par M. Franklin, de ce principe à un moyen de préserver du tonnerre les édifices, en élevant au-dessus de ces mêmes édifices, des verges ou pointes métalliques qui communiquassent par des conducteurs de même nature avec le terrain, & au moyen desquelles on pouvoit, selon lui, soutirer, pour ainsi dire, le feu électrique qui s'approcheroit de ces édifices, & le faire dissiper en silence & sans explosion.

* *Voy. Hist.* 1748, p. 35; 1752, p. 9; 1753, p. 78; 1755, p. 25; 1764, p. 1; 1767, p. 28.

Cette idée étoit assez intéressante pour mériter qu'on en fît de nombreuses expériences, c'est cependant ce qu'on n'a point fait; les uns ont traité ce moyen d'inutile, d'autres l'ont regardé comme plus propre à provoquer la foudre qu'à s'en défendre, & presque personne ne l'a mis en pratique.

C'est ce qui a déterminé M. le Roy à discuter de nouveau cette matière dans le Mémoire duquel nous avons à rendre compte, & à y faire voir que, malgré tout ce qu'on a pu dire, l'utilité de ces barres est fondée sur l'analogie la plus suivie & la mieux établie.

Le premier pas dans cette recherche doit être de mettre, pour ainsi dire, sous les yeux du lecteur la marche du fluide électrique, que la plus grande partie des Physiciens regardent aujourd'hui avec la plus grande probabilité, au moins comme très-analogue avec la matière du tonnerre, s'il n'est pas absolument le même. Il résulte de l'examen qu'en a fait M. le Roy, quelques principes établis par l'expérience, & qu'on ne peut en aucune façon révoquer en doute.

La matière électrique passe avec une rapidité prodigieuse d'une extrémité à l'autre des corps électrisables par communication, sur-tout s'ils sont métalliques, & cela quelque longueur qu'on leur suppose.

Si l'un de ces corps prenant l'électricité d'un conducteur par l'un de ses bouts, touche par l'autre la terre ou l'eau d'un bassin, d'un puits, &c. l'électricité du conducteur disparoît, & il n'est plus possible de l'électriser tant que cette communication subsiste.

Le fluide électrique passant librement dans un corps métallique, n'est disposé à éclater que lorsque cette route lui manque, & qu'il se trouve vis-à-vis de corps qui ne le reçoivent que difficilement; alors il ne manque pas de les briser & de les détruire.

Quelque quantité de matière électrique qu'on suppose couler dans le corps métallique, pourvu qu'il la puisse contenir, il ne communique aucune impression aux corps qui en sont les plus voisins.

Nous avons dit, pourvu qu'il la puisse contenir; car s'il étoit trop menu pour la recevoir toute, elle le fondroit & le briseroit.

Les corps métalliques fort aigus attirent de très-loin l'électricité.

Si un corps métallique est surmonté d'une partie saillante, même assez peu élevée, l'électricité se portera sur cette partie, sans toucher au reste du corps.

Tels sont les phénomènes les plus constans que présente l'électricité excitée par le frottement; examinons présentement l'analogie qui se trouve entr'eux, & les effets du tonnerre qu'on a observés.

Il est certain que toutes les fois que le tonnerre tombe sur un édifice, ce sont presque toujours les parties métalliques saillantes, comme les croix, les girouettes, les timbres d'horloge, &c. qu'il attaque de préférence; & il n'est pas moins connu que si ces corps communiquent à des barres de fer, fils d'archal, fentons de cheminées, la foudre suit constamment ces corps jusqu'à leur extrémité. M. le Roy rapporte plusieurs exemples qui prouvent cette marche du tonnerre, qu'il regarde comme si constante qu'il n'hésite pas d'assurer que si on avoit des observations suivies, on ne trouveroit pas un seul exemple du contraire.

On observe de même que toutes les fois que les fils sont trop menus pour contenir tout le feu électrique qui s'y jette, il les fond, les brise, & les détruit.

Lorsque le tonnerre a une fois enfilé un conducteur métallique, il suit cette route paisiblement tant qu'il lui est possible de la suivre;

mais où elle lui manque, il éclate & brise tous les corps qui s'opposent à son passage, à moins que ces conducteurs métalliques n'aboutissent au terrain ou à une grande masse d'eau, où il se perd. Ces propriétés de la foudre sont prouvées par un grand nombre de faits, dans lesquels elles ont constamment été observées.

Si présentement on veut prendre la peine de comparer les effets de l'électricité & ceux du tonnerre, que nous venons de rapporter, il sera difficile de se refuser à l'identité qui se trouve entre l'une & l'autre, & d'en conclure que les mêmes moyens qu'on emploie pour dissiper l'électricité artificielle, peuvent être également employés pour dissiper celle des nuées orageuses. Examinons présentement comment ces moyens peuvent être mis en usage pour préserver les édifices de la foudre; & voici la manière dont M. le Roi pense qu'on les peut employer.

On placera au plus haut de l'édifice une barre de fer de cinq à six pieds au moins de longueur, & de deux pouces de diamètre, & cette barre sera presque cylindrique, & terminée par en haut par une pointe qui ne sera pas trop aiguë, afin de ne pas attirer le feu du tonnerre de trop loin. Cette barre communiquera très-intimement avec une autre barre, qui descendra depuis le haut de l'édifice jusque dans la terre ou dans un bassin plein d'eau, où elle se plongera; & si le lieu est fort exposé à de violens orages, on établira au-dessous du comble des barres horizontales, soutenues sur des appuis ou consoles de pierre, qui communiqueront aux barres descendantes.

Ces dernières barres, qui doivent servir de conducteurs à la foudre pour la perdre dans le terrain, auront au moins huit à neuf lignes d'équarrissage : on peut assez raisonnablement présumer que cette grosseur sera suffisante pour recevoir toute l'électricité orageuse, sans que les barres soient rompues; mais la seule expérience peut fixer ces dimensions d'une manière invariable. En observant bien toutes ces circonstances, il y a tout lieu de croire que la foudre tombant sur un édifice, enfilera de préférence l'appareil métallique qu'on lui présente, & ira se perdre dans la terre sans causer aucun dommage à cet édifice.

Il ne reste plus qu'à répondre à deux objections qui pourroient

se faire contre cet usage des barres préservatrices; on pourroit les regarder comme inutiles, ou même comme dangereuses.

La première ne mérite pas qu'on s'y arrête; l'établissement de ces barres est si peu coûteux & si facile, si on le compare aux frais d'un bâtiment, & l'utilité dont elles peuvent être est si grande, qu'on ne doit certainement pas hésiter à faire cette petite dépense.

Quant au danger, l'objection est plus forte, mais il est aisé de la détruire : ces barres ne pourroient être dangereuses, qu'en ce qu'elles attireroient le tonnerre; mais si elles peuvent l'attirer elles le transmettront infailliblement au terrain, & si elles ne l'attirent pas, elles ne produiront aucun effet.

Il est donc prudent d'employer ce préservatif pour les grands édifices, & pour ceux qui contiennent des matières combustibles. Aussi le Grand-Duc de Toscane, dont le suffrage mériteroit d'être compté, quand on ne le regarderoit que comme Physicien, a-t-il fait placer de ces barres sur tous ses magasins à poudre. La République de Venise a, dit-on, pris le même parti, & le Chapitre de Saint-Paul de Londres consulta il y a deux ans la Société royale sur les moyens de préserver ce grand édifice des effets du tonnerre. Des exemples de cette espèce, prouvent au moins que cette invention est mise au rang des choses possibles & utiles.

SUR LA COMPARAISON D'UN MORCEAU DE BOIS FOSSILE Trouvé à Saint-Germain-en-Laye, AVEC LE JAYET.

Il est peu de personnes dans le royaume qui ignorent les magnifiques travaux qui ont été faits à la montagne de Saint-Germain-en-Laye, pour l'adoucissement de la grande route de Normandie qui y passe. Un des principaux inconvéniens qu'y a rencontré M. Perronet, sous les ordres duquel ces travaux ont été faits, a été une source d'eau assez abondante qui y couloit de temps immémorial, & qui ruinoit, par les éboulemens qu'elle occasionnoit, les ouvrages les plus solides.

V. les Mém. p. 252.

On n'a pu se délivrer de cette source incommode, qu'en ouvrant de profondes tranchées pour pénétrer jusqu'à son lit, & en détourner le cours. Ces tranchées ont fait voir l'intérieur de la montagne, composé de différens lits parallèles entr'eux, & ayant à peu près la pente de dix-huit à vingt pouces par toise, qui est l'inclinaison naturelle de la montagne.

Ce n'est que sur le cinquième lit, composé d'une glaise couleur d'ardoise, & placé à environ vingt-deux pieds de profondeur, qu'on a trouvé celui de la source; & vers le bas de ce lit, qui est à vingt-neuf pieds de profondeur, & où la glaise est plus noire & mêlée de craie de différentes couleurs, on a trouvé dans le fond du banc de glaise un morceau de bois fossile qui traversoit la tranchée, & dont on n'a pu par cette raison déterminer la longueur, ses extrémités étant engagées de part & d'autre bien avant dans le terrain. Ce bois, dans la partie découverte, étoit très-lourd, couleur de café brûlé, & très-noir en quelques endroits; il avoit quatre ou six pouces de grosseur, & ses nœuds & ses fentes étoient remplis de pyrites ferrugineuses & sulfureuses, qui s'y étoient moulées comme dans une lingotière.

Ces pyrites introduites dans le bois fossile, n'ont au reste rien qui doive surprendre, puisqu'immédiatement au-dessous on a trouvé un lit entier de ces mêmes pyrites, qu'on soupçonne, avec beaucoup d'apparence, de donner la qualité minérale à une source qui sort de la même colline au-dessous du château neuf.

Le morceau de bois fossile fut enlevé par ordre de M. Perronet, qui l'apporta à l'Académie, & M. Fougeroux fut chargé d'en examiner la nature.

La ressemblance de ce bois fossile avec le jayet frappa M. Fougeroux. On sait que cette substance se trouve dans des carrières plus ou moins profondes, par morceaux posés assez souvent les uns sur les autres, & presque toujours formés de lames dans lesquelles on aperçoit des fibres; tous caractères qui semblent appartenir à un bois pétrifié.

Des morceaux de jayet brut comparés à celui de Saint-Germain, offrirent la plus grande ressemblance; même couleur à l'extérieur, même poli & même noir dans les cassures, même degré de dureté,

même facilité de se polir, même brillant après l'avoir été ; en un mot, rien de ce que le coup d'œil pouvoit offrir ne parut différent : M. Fougeroux passa à d'autres épreuves. On sait que le jayet est susceptible de se brûler, & qu'en se brûlant il répand une odeur de bitume ou de pétrole ; quelques morceaux de celui de Saint-Germain mis sur les charbons ardens offrirent les mêmes phénomènes, en observant seulement de choisir ceux qui ne contenoient point de pyrites ; car dans ceux-ci l'odeur du soufre masquoit absolument celle du pétrole, & la faisoit disparoître. Enfin des morceaux du bois de Saint-Germain, bien exempts de pyrites & soumis à la distillation dans des vaisseaux clos, ont donné absolument les mêmes principes que des morceaux de jayet mis à la même épreuve.

Il résulte donc de tout ce que nous venons d'exposer, que le morceau de bois pétrifié trouvé à Saint-Germain étoit du véritable jayet, & qu'il est très-probable que ce dernier est produit par des végétaux plus ou moins pénétrés de matières inflammables. Il seroit, sans doute, curieux de savoir quelle est l'espèce de bois qui produit le jayet ; s'il est du genre des résineux, & les circonstances nécessaires pour qu'il se convertisse en jayet. Mais on sent bien que de nouvelles observations peuvent seules éclaircir ces doutes ; celles de M.rs Perronet & Fougeroux peuvent mettre sur la voie, & ouvrent une nouvelle carrière aux recherches des Naturalistes & des Physiciens.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

LA ville de Remiremont & le bourg de Plombières, célèbre par ses eaux minérales, sont situées dans des vallées qui reçoivent les écoulemens de plusieurs montagnes voisines, dont elles sont entourées. Le 25 Juillet 1770, il y eut à Remiremont un orage très-violent avant le coucher du Soleil ; les habitans se crurent quittes de tout danger par la cessation de cet orage, ils étoient

cependant bien éloignés de l'être ; & cet orage, tout violent qu'il avoit été, n'étoit que le prélude de la scène affreuse qui alloit se passer : l'air n'avoit pas même été rafraîchi. Bientôt on vit des nuées très-noires se rassembler en masses énormes, & se mouvoir d'une façon effrayante au gré du vent, qui paroissoit souffler à la fois de tous les points de l'horizon.

Bientôt il se déclara un second orage plus furieux que le premier, & que l'obscurité des nuées, jointe à celle de la nuit, rendoit encore plus terrible; cependant les ravages du vent, les éclairs redoublés & le tonnerre, qui rouloit & éclatoit presque sans interruption, ne furent que la moindre cause du dégât qu'éprouva ce malheureux canton.

L'énorme quantité de pluie que cet orage versa sur les montagnes voisines, en fut, à proprement parler, le fléau destructeur; la quantité d'eau qu'elle produisit, eut bientôt produit un nombre prodigieux de torrens, qui, roulant impétueusement par toutes les gorges des montagnes, entraînèrent tout ce qui se trouva sur leur route, & couvrirent les vallées, qui formoient auparavant des prairies riantes & des terres bien cultivées, d'un amas informe de débris, de terre, de sable, d'arbres & de rochers; en sorte que ce canton n'offre plus aujourd'hui que l'image du chaos.

Les collines, & sur-tout celles dont le terrain n'étoit pas extrêmement tenace, ont été coupées & entamées en un très-grand nombre d'endroits, & il s'y est creusé de profonds ravins qui ont l'air de précipices.

On jugera aisément que dans ce désordre général, les habitations ne furent pas épargnées; toutes celles qui se trouvèrent sur la route des torrens, furent entraînées avec tout ce qu'elles contenoient, & celles qui se trouvoient en bas, furent ensévelies sous les énormes monceaux de débris que les eaux y avoient amenés. On n'entendoit de tous côtés que les cris des malheureux habitans qui périssoient accablés sous leurs maisons ruinées, ou qui trouvoient dans leur fuite la mort qu'ils avoient voulu éviter; & ces cris, joints à l'obscurité & au fracas que faisoient les vents, les eaux & le tonnerre, imprimoient la dernière touche d'horreur à cet affreux tableau.

Dans le nombre des maisons détruites avec leurs habitans, on

a ſur-tout mentionné une huilerie, placée dans une petite plaine au pied des collines. Cette petite plaine, autrefois prairie agréable, eſt devenue un amas de rochers, de cailloux, de terre & de ſable, entourée de côteaux à moitié détruits; & ce vaſte amas de décombres ſert aujourd'hui de tombeau à l'Huilier & à toute ſa famille, dont aucun n'a pu échapper au danger.

On a regardé comme un phénomène ſingulier, ce qui eſt arrivé dans une autre plaine pareille; le torrent l'a comblée du débris d'une maſſe énorme de terrain qu'il a ſapé par le pied, & des arbres d'un bois de ſapin qui la couvroit. Ces arbres renverſés, & entraînés pêle-mêle avec les rochers & la terre, forment une maſſe confuſe dans l'endroit où étoit la plaine; un ſeul de ces arbres, au milieu de tout ce ravage, a gliſſé parallèlement à lui-même, & ſe trouve aujourd'hui planté debout au milieu de tous ces débris: il ſeroit peut-être difficile d'aſſigner le degré de probabilité d'un tel évènement. Plombières ne pouvoit manquer, par ſa ſituation, d'avoir part à ce déſaſtre; la vallée où ce bourg eſt ſitué eſt ſi étroite, qu'elle n'a pu comporter qu'un ſeul rang de maiſons, au nombre d'environ quatre-vingts. La petite rivière d'Eaugrogne qui y paſſe, y porte non-ſeulement les eaux de ſa ſource, placée ſur la montagne d'Olichamp, à une lieue & demie de Plombières, mais encore les écoulemens des eaux pluviales qu'elle reçoit dans ce trajet. Auſſi Plombières avoit-il eſſuyé déjà du dommage en 1660 par le débordement de cette rivière; & on avoit fait pour s'en garantir un large canal, revêtu de groſſes pierres de taille dans toute la longueur de ce bourg.

Malgré cette précaution, Plombières ne fut pas en cette occaſion exempt du ravage qu'eſſuya tout le canton. Dès quatre heures après midi la rivière commença à croître, vraiſemblablement par l'écoulement de la pluie du premier orage, & une demi-heure après elle étoit augmentée d'environ trois pieds, mais toujours dans ſon lit. Vers dix heures du ſoir elle commença à déborder, & mit un pied d'eau dans la rue, & en moins d'une heure elle étoit montée juſqu'à ſix pieds au-deſſus du ſol des maiſons, deſquelles il y eut pluſieurs de renverſées & quelques-unes fort entamées. Vers minuit les eaux baiſsèrent conſidérablement, mais bientôt après elles

remontèrent; parce que les foins entraînés par l'eau, & les débris des maiſons engorgèrent le canal; mais enfin elles s'écoulèrent, & la rivière rentra dans ſon lit : les petits bains, les deux étuves qui étoient vis-à-vis, & le grand bain, ont été détruits ou comblés de décombres.

Ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt que les ſources minérales n'ont pas paru donner avec plus d'abondance qu'à l'ordinaire, pendant que les ſources d'eau commune étoient conſidérablement augmentées; vraiſemblablement l'origine des premières eſt aſſez profonde & aſſez éloignée, pour qu'elles n'aient rien pu recevoir des eaux de cette eſpèce de déluge, qui a ravagé la ſuperficie du terrain.

Il eſt au reſte impoſſible de ſe former une idée du bouleverſement affreux de tout ce canton, dans une étendue de pays de plus de douze lieues carrées; il eſt tel, que ceux qui l'avoient vu la veille s'y trouvoient comme étrangers, & la quantité d'eau étoit ſi énorme, que quinze jours après l'accident les torrens couloient encore, & dans pluſieurs endroits aſſez ſenſiblement. Tout ce détail eſt tiré d'une relation très-circonſtanciée de ce funeſte phénomène, envoyée à M. Morand fils, par M. Deguerre, Docteur en Médecine, ſtipendié de la ville & de l'abbaye de Remiremont, qui paſſe ordinairement toute la ſaiſon des eaux à Plombières : on peut juger s'il a été à portée de recueillir toutes les particularités de ce fait, malheureuſement trop intéreſſant.

II.

Le 6 Juin 1770, vers les dix heures du ſoir, M. du Séjour, père de M. du Séjour, Académicien, étant à Chambourcy près Saint-Germain-en-Laye, avec M. Leblanc, connu par ſon talent pour la Poëſie, & M. de Verriere, ils aperçurent un arc-en-ciel cauſé par la Lune; cette planète étoit alors preſque au méridien, & diſtante de ſon plein ſeulement d'un jour & demi. L'arc-en-ciel paroiſſoit du côté du Nord, où il pleuvoit actuellement, & tomboit juſqu'à terre ſur la forêt de Saint-Germain. On n'y diſtinguoit point les couleurs, comme on les voit dans l'arc-en-ciel produit par le Soleil; on apercevoit ſeulement des nuances entre les différens cercles concentriques dont l'arc étoit compoſé.

Ces arcs-en-ciel lunaires ſont rares, mais ils ne ſont pas ſans exemple. Nous apprenons d'Ariſtote qu'on en obſerva deux de ſon temps, mais il ajoute qu'ils étoient blancs. Gemma, Friſius, Verdries & Senner, aſſurent en avoir obſervé dans leſquels les couleurs étoient ſenſibles. Snellius en a vu deux en deux ans de temps, & Plot en a obſervé un en 1675. En 1711 il en parut un avec de belles couleurs dans le Derbishire en Angleterre; il eſt vrai que ſelon la remarque de M. Muſſchenbroek, on pouvoit ſoupçonner que dans quelques-unes de ces obſervations on avoit pris pour des arcs-en-ciel de ces couronnes qui entourent quelquefois la Lune; & cela d'autant plus, qu'on y fait mention de cercles entiers, figure que l'arc-en-ciel ne peut jamais avoir. Le célèbre M. Weidler obſerva en 1719 un arc-en-ciel lunaire, formé par les rayons de la Lune en quartier, reçus ſur une petite pluie; auſſi n'y put-il preſque pas reconnoître les couleurs. M. Muſſchenbroek lui-même en rapporte deux dans ſes Eſſais de Phyſique *; le premier, du 1.er Octobre 1729, entre 9 heures & demie & 10 heures. Dans celui-ci, quoique la Lune répandît beaucoup de lumière, & que la pluie ſur laquelle ſe forma l'arc-en-ciel fût très-forte, il ne put diſtinguer aucune couleur; & le ſecond, obſervé à Yſſelſtein; celui-ci étoit fort grand & fort éclatant; mais il ne paroiſſoit que d'une couleur jaune, & par-tout uniforme.

* *V. Eſſ. de Phyſ. de Muſchenbroek, &c. 1613.*

I I I.

L'Académie a déjà fait mention dans ſon Hiſtoire, de pluſieurs échos ſinguliers; en voici encore un qui peut en augmenter le nombre. M. l'abbé Guynet, Eccléſiaſtique du grand Séminaire d'Autun, étant pendant les vacances de 1769 au château de la Rochepot, & ſe promenant ſur le chemin de Châlons, qui paſſe au-deſſous du village, il heurta ſans deſſein aſſez rudement une pierre contre une autre; le bruit qu'il avoit fait lui fut rendu après quelques ſecondes, & il jugea par le temps que l'écho avoit mis à répondre, qu'il répéteroit peut-être un demi-vers, & effectivement il le répéta; il fit plus, il répéta un vers Alexandrin tout entier. Le lendemain Madame la comteſſe de la Rochepot, que M. l'abbé Guynet avoit avertie, étant venue en cet endroit, l'écho

répéta quatorze syllabes bien articulées. M. l'abbé Guynet voulut voir si, à l'exemple de celui dont il est fait mention dans l'Histoire Naturelle d'Oxford, le silence & la fraîcheur de la nuit lui en feroient répéter un plus grand nombre; il y revint à 10 heures du soir avec le Curé de la paroisse, & effectivement l'écho répéta jusqu'à seize syllabes; il est vrai qu'alors le temps étoit presque calme : il rendit de même une partie d'un air joué sur le violon. Cet écho est, comme nous venons de le dire, sur la route de la Rochepot à Châlons, vis-à-vis le château de la Rochepot, qui est bâti sur un rocher très-élevé & creux en quelques endroits : c'est vraisemblablement dans ces rochers que la voix se réfléchit si parfaitement.

IV.

M. du Tour, Correspondant de l'Académie, lui a envoyé plusieurs morceaux de Tripoli tirés des carrières de ce fossile, qui sont à Ménac en Auvergne. Ces morceaux sont comme feuilletés, & portent les empreintes assez bien marquées de feuilles qui paroissent avoir appartenu à des arbres, mais sans qu'on puisse juger de l'espèce d'arbre, ou de ce pays ou étrânger qui les a produites; il a paru seulement qu'elles différoient sensiblement de celles dont on trouve les empreintes dans les premiers bancs de charbon de terre. Ce fait ajoute un nouveau degré de probabilité au sentiment de M.rs Ludwig & Gardeil, qui croient que le tripoli est formé en tout ou en partie de végétaux. M.rs Guettard & Fougeroux y avoient déjà reconnu plusieurs morceaux de matières végétales; mais l'observation de M. du Tour peut répandre un nouveau jour sur cette matière. On a cru aussi apercevoir dans les morceaux de tripoli envoyés par M. du Tour, un rapport assez marqué avec les schites, ce qui s'accorde avec le sentiment donné par M. Fougeroux dans un Mémoire lû en 1769 *, & feroit voir que la classe des schites est beaucoup plus étendue qu'on ne le pense communément.

* Voy. Hist. 1769, p. 8.

V.

Le P. Fourcault, Minime, a fait voir à l'Académie, des Oiseaux desséchés, conservés dans des bocaux de cristal, dont l'orifice n'étoit que d'une médiocre grandeur : la manière de les y faire entrer,

entrer, eſt un ſecret qu'il a déposé cacheté à l'Académie; mais à condition de n'être ouvert qu'après ſa mort. On juge bien que cette manière d'introduire des Oiſeaux dans des bocaux à goulot étroit, a ſes bornes; elle ne peut être miſe en pratique que ſur des Oiſeaux depuis la groſſeur de l'Oiſeau-mouche, juſqu'à celle d'un étourneau ou d'une pie; ceux qui ſeront plus gros, auront beſoin d'être conſervés ſous des cloches de verre, qu'on maſtiquera bien ſur la baſe de bois qui les ſoutiendra. On pourroit auſſi conſerver de même ceux que le P. Fourcault enferme dans ſes bocaux; mais ils y ſont plus aiſés à garantir des inſectes deſtructeurs, & il ne ſe cache pas même d'avoir été bien aiſe de vaincre la difficulté de les y faire entrer. Quoi qu'il en ſoit, ces oiſeaux ſont extrêmement bien conſervés dans ces bocaux, & on peut aiſément les tourner & retourner pour les conſidérer en tout ſens; avantage réel pour ceux qui s'occupent de cette partie de l'Hiſtoire Naturelle, qui ne pourroient ſans injuſtice refuſer au P. Fourcault leur reconnoiſſance.

VI.

Voici encore un fait de même eſpèce, M. Hériſſant a fait voir à l'Académie, pluſieurs animaux, & même un ſujet humain, conſervés au moyen d'une poudre dont il avoit déjà parlé, & de laquelle il a déposé la compoſition au Secrétariat de l'Académie. Il a préſenté de même à la Compagnie, quantité de poiſſons & d'inſectes conſervés dans toute leur fraîcheur, par le moyen d'une liqueur très-claire & très-limpide, incapable d'altérer ni de diſſoudre le lut dont il ſe ſert pour boucher les bocaux, & qui ne reviendra pas à plus de ſix ſous la pinte. Que d'avantages offerts aux amateurs de l'Hiſtoire Naturelle!

VII.

D. Antonio de Ulloa, Correſpondant de l'Académie, a remis à M. le Gentil, à ſon paſſage à Cadiz, deux coquilles pétrifiées, tirées en 1761, de la montagne où eſt une mine de vif-argent, dans le gouvernement de *Oüanca-Velica*, au Pérou. A l'endroit où elles ont été trouvées, le mercure ſe ſoutient à 17 pouces 1 ligne $\frac{1}{4}$, ce qui répond à 2222 toiſes $\frac{1}{3}$ au-deſſus du niveau de la mer. Au plus haut de cette montagne, qui n'eſt pas à beaucoup près la plus élevée de ce canton, le mercure ſe ſoutient à

16 lignes, ce qui répond à 2337 toises de hauteur perpendiculaire; & à la ville de *Oüanca-Velica*, le mercure se soutient à 18 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$; d'où il suit que cette ville est placée à la hauteur de 1949 toises au-dessus du niveau de la mer, plus haut qu'une grande partie des nuées que nous voyons communément passer sur nos têtes. D. Antonio de Ulloa a dit à M. le Gentil, qu'il avoit détaché ces coquilles d'un banc fort épais, dont il ignoroit encore l'étendue; & a promis de faire passer à l'Académie la suite de cette découverte.

V. les Mém. p. 526.
NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires:

L'Écrit de M. le Roy, sur les Aréomètres:

Page 524.
Et les observations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1769, par M. Duhamel.

CETTE année parurent les deuxième & troisième volumes des Mémoires sur différentes parties des Arts & des Sciences, par M. Guettard.

* *Voy. Hist. 1768, p. 38.*
Nous avons rendu compte en 1768 * du premier volume de ces Mémoires, & des raisons qui avoient déterminé M. Guettard à les publier à part.

Les Polypiers fossiles forment l'objet de la plus grande partie de ceux de ces Mémoires dont nous avons à parler. M. Guettard a cru, avec raison, qu'il ne pourroit donner de ces substances une histoire satisfaisante & instructive, s'il ne la faisoit précéder par celle des corps analogues qui se trouvent dans la mer. Ces corps sont les seules productions de la Nature qu'on ait placées successivement dans les trois règnes; & celui auquel ils appartiennent réellement, a été le dernier auquel on se soit avisé de les attribuer.

Les Anciens les ont regardés comme des plantes, & la plupart des Botanistes ont embrassé ce sentiment, poussés peut-être, sans qu'ils s'en aperçussent, par un desir secret d'étendre les objets de leur science; cette opinion même fut regardée comme absolument

démontrée, lorſque M. le Comte Marſigli eut découvêrt les prétendues fleurs du corail, & en eut donné la deſcription. En vain les produits de l'analyſe chimique des coraux ſe trouvoient les mêmes que ceux des matières animales, cette objection, toute forte qu'elle étoit, paroiſſoit très-foible; & on croyoit y répondre d'une manière ſatisfaiſante, en citant l'exemple des plantes crucifères, qui donnent auſſi ces mêmes produits.

Lorſque M. Peyſſonel oſa avancer en 1726, que les prétendues fleurs du corail étoient de véritables animaux, tous les Naturaliſtes s'élevèrent contre lui; cependant les inſectes furent obſervés par d'autres, & les ſectateurs obſtinés de l'ancien ſyſtème, furent réduits à dire que ces animaux, qu'ils ne pouvoient s'empêcher de reconnoître pour tels, étoient étrangers aux corps ſur leſquels on les trouvoit; ils tenoient cependant à leurs tuyaux, deſquels on ne pouvoit les ſéparer ſans les déchirer; il ſe trouvoit d'ailleurs une très-forte analogie entre ces animaux & les polypes d'eau douce, découverts & décrits par M. Trembley. Tout invitoit à regarder nos ſubſtances marines comme des groupes de polypes, ſuſceptibles de devenir os, ou pour parler plus juſte, coquilles; mais ce n'étoit encore qu'une opinion, lorſque M. Hériſſant fit ſur ces ſubſtances les mêmes expériences qu'il avoit faites ſur les coquilles; on vit alors qu'une membrane animale, flexible & continue, formoit le corps des coraux, & il fut bien prouvé que le tuyau de chaque petit polype s'oſſifioit précisément comme les coquilles; & comme la partie pierreuſe eſt plus épaiſſe que le tuyau d'un polype ne peut être long, il en réſulte que les plus anciens polypes ont dû ceſſer de vivre, ou plutôt ont dû être réduits à cette membrane oſſifiée, dont le tiſſu continu appartient à tous les polypes, & ne peut par conſéquent être regardée comme morte dans toutes ſes parties.

Cette hiſtoire des polypiers a conduit M. Guettard à diſcuter pluſieurs points importans & pluſieurs opinions qui ſe ſont introduites dans quelques Écrits d'Hiſtoire Naturelle, tels que l'exiſtence & le mouvement de ce que l'on nomme *molécules organiques* dans les infuſions des plantes, de la reproduction des parties coupées aux animaux, ou celles des animaux entiers par bouture; il réſulte des réflexions de M. Guettard ſur le premier objet, que s'il n'eſt

peut-être pas aussi prouvé qu'il le pense, que ce mouvement observé dans les infusions des plantes ne soit que mécanique, il ne l'est pas non plus à beaucoup près qu'il soit spontané; & que cette question ne peut être décidée que par des observations très-délicates, qui exigent des yeux exercés à ces sortes de recherches, & des esprits qui ne soient pas susceptibles d'illusion, & qui sur-tout ne soient pas prévenus de systèmes.

M. Guettard observe qu'il y a des animaux qui ne reproduisent que des parties qui ne paroissent point nécessaires à l'économie animale, & dont ils pourroient absolument se passer; que d'autres reproduisent des parties même essentielles, & qu'enfin d'autres sont tels, qu'une de leurs parties détachée du tout, produit un animal semblable à celui dont elle a été détachée; & ces différentes reproductions sont liées à des différences essentielles dans l'organisation de ces espèces. Il y a dans tous ces faits des circonstances bien singulières, & qui prouvent bien que si on veut introduire, peut-être assez inutilement, quelques vues de Métaphysique spéculative dans l'étude de la Physique, au moins doivent-elles être sévèrement soumises aux expériences; les Sciences naturelles n'étant & ne pouvant être que le résultat des observations faites sur les phénomènes de la Nature.

M. Guettard termine ce qu'il dit des polypiers marins, par une discussion d'un autre genre, en faisant voir, contre le sentiment de M. du Tour & de M. Donati, que ce ne sont ni les Anciens ni les Italiens, mais les Naturalistes françois de ce siècle qui ont découvert les polypiers marins. Il est, sans doute, avantageux de faire voir comment l'esprit humain s'est élevé par degré jusqu'aux plus grandes découvertes; mais il faut avouer aussi que souvent les disputes d'antériorité roulent sur des idées vagues, qui, si les choses avoient été tout autrement qu'elles ne sont, auroient encore pu s'y appliquer.

Dans les recherches sur les polypiers fossiles, M. Guettard examine dans quels lieux de la terre ils se trouvent, & avec quelles substances ils sont mêlés. Il les distingue, & les classe ensuite d'après leur différente forme; & ce qui est bien plus difficile & plus important, d'après la nature de leurs analogues vivans.

Les tuyaux de mer doivent, ſuivant M. Guettard, former une claſſe à part, & n'être pas confondus avec les coquillages ni avec les polypes; & il donne l'hiſtoire des tuyaux, ou marins ou foſſiles, ſur le même plan que celle des polypiers. On y trouve tout ce qui a été fait ſur cette matière, & même juſqu'à l'expoſition de tout ce qu'elle a occaſionné de ſyſtèmes ou d'opinions abſurdes.

L'ouvrage de M. Guettard contient encore des recherches phyſiques & géographiques ſur les eaux, ſur les attériſſemens qu'elles ont formés en France; & il eſt précédé d'obſervations détachées ſur différens objets d'Hiſtoire Naturelle, de Chimie, de Phyſique, de Médecine & d'Anatomie. Cette collection peut être regardée comme un ample tréſor d'obſervations utiles & curieuſes, & qui méritera toujours la plus vive reconnoiſſance de la part des Naturaliſtes & des Phyſiciens.

CETTE même année parut un Ouvrage de M. l'abbé Nollet, intitulé : *L'Art des expériences,* ou *Avis aux Amateurs de la Phyſique, ſur le choix, la conſtruction & l'uſage des inſtrumens, & ſur la préparation & l'emploi des drogues qui ſervent aux expériences.*

Dans toutes les Sciences fondées ſur l'expérience ou ſur l'obſervation, la connoiſſance des inſtrumens eſt une partie néceſſaire de la ſcience; mais dans la Phyſique expérimentale, cette partie eſt, pour ainſi dire, la plus importante. Le réſultat de chaque expérience n'eſt ſouvent qu'un fait aiſé à obſerver, mais dont on ne peut connoître les conſéquences ou les cauſes, que par l'examen des moyens qu'on emploie pour le produire, & en s'aſſurant qu'il n'a pu être le réſultat de ces moyens que d'une ſeule manière.

L'art de faire ces expériences, que donne ici M. l'abbé Nollet, ſeroit donc un ouvrage utile, & ſans lequel les Leçons de Phyſique ſeroient demeurées incomplètes, quand même il ne contiendroit qu'une théorie détaillée des inſtrumens & de leurs uſages; mais il contient de plus la manière de conſtruire ces inſtrumens, & de choiſir les matériaux qui doivent entrer dans leur conſtruction, & de préparer toutes les pièces qui y entrent; en ſorte qu'il n'y a point de Maître de Phyſique qui, à l'aide de ce livre, ne puiſſe

faire exécuter la plupart de ces machines par des ouvriers tels qu'on en trouve dans presque toutes les grandes villes. On juge bien que cette partie de l'ouvrage de M. l'abbé Nollet est remplie d'une infinité de détails minutieux, mais nécessaires; & qu'il ne pouvoit espérer d'autre récompense de ce pénible travail, que d'avoir contribué aux progrès de la Physique, qui étoit son unique passion. En effet, sans un pareil secours, l'étude de la Physique expérimentale ne pourroit faire partie de l'éducation dans les Colléges de province, & les Savans qui, dans les pays éloignés de la capitale, voudroient tenter des expériences nouvelles, ne pourroient s'y procurer les instrumens nécessaires. C'étoit dans cette vue que M. l'abbé Nollet avoit, pour ainsi dire, pris avec le public l'engagement de lui donner cet ouvrage, qu'il jugeoit lui-même nécessaire à la parfaite intelligence de ses Leçons, & sur-tout à répandre le goût de l'étude de la Physique, en facilitant les moyens de s'y livrer. C'étoit-là l'espèce de succès qui flattoit le plus M. l'abbé Nollet; sa modestie & son amour pour les Sciences & pour le bien public, lui faisoit préférer à tout autre honneur, celui d'avoir le premier fait sentir à la Nation, & à ceux qui la gouvernent, l'agrément & l'avantage que peuvent procurer les connoissances physiques.

CETTE même année parut une seconde édition *des Lettres de M. de Mairan au P. Parennin, Jésuite, Missionnaire à Pékin.*

* Voy. Hist. 1759, p. 41.

L'Académie a rendu compte en 1759 * de la première édition de cet ouvrage, qui n'étoit alors composé que des trois lettres écrites au P. Parennin; mais l'édition s'en étant épuisée, M. de Mairan s'est déterminé à en donner une seconde, de laquelle nous avons à rendre compte.

Nous ne parlerons donc pas dans cet article des trois lettres au P. Parennin, dont l'Académie a déjà rendu compte à l'endroit cité de son Histoire; mais de plusieurs morceaux séparés, la plupart déjà publiés, & que M. de Mairan a joints à cette seconde édition de son ouvrage.

De ce nombre sont ses Conjectures sur la fable de l'Olympe,

lûes à l'Académie royale des Inſcriptions & Belles-Lettres. Perſonne n'ignore qu'Homère, & preſque tous les Mythologiſtes Grecs, avoient fixé le ſéjour de leurs Dieux ſur le mont Olympe, & que les Phrygiens avoient fait de leur mont Ida celui de Jupiter, & de quelques autres Dieux tutélaires de leur pays. Un paſſage de Diodore de Sicile fit ſoupçonner à M. de Mairan, que ces fables pouvoient avoir un fondement dans la Phyſique, & que l'apparence de la lumière qui couronnoit reſpectivement ces deux montagnes pour les peuples de la Grèce ou de la Troade, & qui n'étoit que l'effet de l'Aurore boréale, toujours baſſe dans ces climats, leur avoit perſuadé que c'étoit le ſéjour ou l'aſſemblée des Dieux. D'autres monumens antiques ſont venus à l'appui de cette idée très-vraiſemblable, & ont formé un corps de preuves qui la rendent auſſi certaine que le peut être une conjecture de cette eſpèce.

Le ſecond ouvrage que M. de Mairan a joint à ſes Lettres au P. Parennin, eſt ſa Diſſertation ſur la Balance des Peintres de M. de Piles, qu'il avoit lûe en 1755 à l'Académie qui en avoit alors rendu compte dans ſon Hiſtoire *, à laquelle nous prions le lecteur de vouloir bien recourir.

* *Voy. Hiſt.* 1755, p. 79.

Le troiſième, eſt l'extrait d'un Mémoire de M. Winſlow, ſur les Monſtres, relatif à la diſpute que ce célèbre Anatomiſte avoit alors ſur ce ſujet avec M. Lémery. Cet extrait, fait alors par M. de Mairan lorſqu'il exerçoit à l'Académie la fonction de Secrétaire, eſt imprimé dans l'Hiſtoire de l'Académie pour 1743 *, & n'eſt que répété ici preſque ſans aucun changement.

* *Voy. Hiſt.* 1743, p. 53.

Le quatrième, eſt une Lettre écrite à M. le Comte de Caylus par M. de Mairan, ſur l'explication d'une pierre antique gravée, que M. de Mairan fait voir être relative à l'horoſcope d'Auguſte & à la comète qui parut après la mort de Jules Céſar. Cette lettre avoit été publiée dans le Journal des Savans, au mois de Décembre 1764, & nous en avons rendu un compte détaillé dans l'Hiſtoire de l'Académie de la même année *, à laquelle, pour éviter des redites inutiles, nous prions le lecteur de vouloir bien recourir. Nous ajouterons ſeulement ici, que dans cette ſeconde édition M. de Mairan a joint à ſa première lettre à M. de Caylus une ſeconde Lettre au même Académicien, dans laquelle il répond à quelques

* *Voy. Hiſt.* 1764, p. 41.

objections qui lui avoient été faites sur l'époque de la comète de César, ou, ce qui est la même chose, sur celle de la célébration des jeux de Vénus mère, par Auguste, & dans laquelle il discute quelques passages d'Historiens qu'on avoit allégués contre son sentiment; mais cette discussion polémique est trop étrangère aux occupations de l'Académie, pour trouver place dans son Histoire; & nous ne pouvons qu'exhorter le lecteur à la voir dans l'original.

Le dernier article ajouté par M. de Mairan à cette seconde édition de ses lettres au P. Parennin, est une courte histoire de ce qui s'étoit passé lorsque M. de Mairan, n'étant pas encore Membre de l'Académie, envoya en 1715, à cette Compagnie, sa Dissertation sur *la roue d'Aristote.* On y verra dans un avertissement l'état de la question, on y trouvera la Lettre de M. de Mairan à M. de Fontenelle, alors Secrétaire, en lui envoyant la solution de ce singulier problème, pour être communiquée à l'Académie; la réponse qu'il en reçut, & enfin l'extrait que M. de Fontenelle lui-même fit de cette Dissertation dans l'Histoire de l'Académie *. Et comme cet extrait contient tout ce qui peut être dit sur cette question dans le plus grand abrégé, & de la manière la plus claire, nous ne pouvons qu'engager le lecteur à y recourir.

* *Voy. Hist.* 1715, p. 30.

Ces ouvrages, dont on peut regarder quelques-uns comme les délassemens de M. de Mairan, ont mérité l'attention des Juges les plus éclairés en cette matière, & ont obtenu leur approbation & leurs suffrages. Nous pouvons mettre dans ce nombre celui de l'Académie royale des Inscriptions & Belles-Lettres, qui a bien voulu adopter la Dissertation sur l'Olympe. Ils peuvent servir de preuve, que l'esprit propre aux hautes Sciences, n'exclut pas toujours celui qui est propre aux discussions littéraires & le goût pour les Arts de pur agrément; & il y a tout lieu d'espérer que le public verra avec plaisir ces morceaux détaillés réunis en un même corps.



ANATOMIE.

ANATOMIE.

SUR LES
PARTIES DE LA GÉNÉRATION DE LA FEMME.

V. les Mém. p. 183.

Les parties de la génération ſont un des principaux objets de l'Anatomie. Indépendamment de leur importante fonction dans l'accompliſſement des vues générales de l'Auteur de la Nature pour la perpétuité des eſpèces, elles ſont encore, & ſur-tout dans la femme, le ſiége de pluſieurs maladies cruelles & dangereuſes qu'on ne peut eſpérer de guérir qu'autant que la ſtructure de ces parties & leurs différens rapports à toutes celles qui compoſent le corps animal, ſeront parfaitement connues.

C'eſt ce qui a déterminé M. Portal à en faire le ſujet de ſes recherches; il commence dans le Mémoire dont nous avons à rendre compte, par l'examen de la matrice & des liens qui ſervent à la fixer dans ſa poſition; les parties internes de ce viſcère, & enſuite les externes doivent devenir le ſujet de pluſieurs autres Diſſertations.

On auroit peine à croire combien ſont différentes les unes des autres les deſcriptions qu'ont données les Anatomiſtes, de cet important organe; ils n'étoient d'accord ni ſur ſa figure, ni ſur ſa poſition, ni même ſur ſa nature. Les uns le regardoient comme une eſpèce d'animal fixé par des liens au ſein d'un autre animal; d'autres voyoient dans ce viſcère un vaiſſeau avec des voiles & des rames: on juge bien que toutes ces idées ne tendoient pas à faire connoître la ſtructure de la matrice & à faciliter la guériſon des maladies dont elle peut être le ſiége.

Il a donc été néceſſaire à M. Portal de porter ſur cette matière, encore ſi obſcure, le flambeau de l'Anatomie; & voici le fruit de ſes recherches.

La matrice dans le fœtus eſt placée entièrement au-deſſus du baſſin, dans l'enfant qui vient de naître elle commence à y deſcendre, mais elle excède encore ſenſiblement le niveau du haut

des os pubis; dans la fille de quinze ans elle eſt au-deſſous de ces os, & enfin elle eſt très-enfoncée dans une vieille femme.

Sa ſituation ne varie pas moins que le lieu qu'elle occupe; elle eſt preſque verticale dans le fœtus, & preſque horizontale dans un âge avancé.

La matrice change auſſi de figure avec l'âge; dans le fœtus elle eſt preſque priſmatique, dans l'adulte elle reſſemble à certains flacons de criſtal, qui approchent de la forme triangulaire; & enfin dans un âge plus avancé elle eſt irrégulièrement arrondie. La différence d'âge en apporte même dans ſa couleur; elle eſt blanche dans le fœtus, rouge dans la fille nubile, & pâle dans la vieilleſſe.

La matrice eſt recouverte preſqu'entièrement par une lame du péritoine; cette lame ſe replie vers l'orifice de la matrice, & forme les deux ligamens ronds, composés de la duplicature de cette lame & d'un cordon de vaiſſeaux qui vont à la matrice, & qu'elle enferme; en s'étendant ſur les côtés de la matrice, elle forme la lame antérieure des ligamens larges qui s'attachent aux muſcles iliaques; la lame poſtérieure forme, par deux replis, deux ligamens circulaires qui embraſſent le rectum. Lorſque la matrice ſe développe dans la groſſeſſe, la hauteur des ligamens larges diminue; & il paroît qu'en général la matrice n'eſt ſuſpendue par tant de ligamens flexibles, que pour pouvoir s'enfler librement & ſe prêter au développement du fœtus.

La matrice ſuſpendue dans le bas-ventre par ſes ligamens, & enveloppée de la lame du péritoine, qui la recouvre, préſente une eſpèce de reſſemblance avec une chauve-ſouris qui étend ſes ailes. Auſſi cette reſſemblance lui en a-t-elle fait donner le nom par quelques Anatomiſtes.

Cette même lame du péritoine partage, par ſa poſition, le baſſin en deux eſpèces de chambres, l'une antérieure, & l'autre poſtérieure. Dans l'adulte la chambre antérieure eſt plus petite que la poſtérieure, parce que l'os ſacrum ſe penchant en arrière, augmente la capacité de cette dernière; mais dans l'enfance, où cet os eſt preſqu'à plomb, la capacité des deux chambres eſt à peu près égale.

Les deux portions de cette lame qui enveloppent la matrice, peuvent s'en séparer, mais cependant en déchirant toujours quelques productions cellulaires qui s'enfoncent entre les fibres, pour y former aux vaisseaux des gaines ou capsules assez semblables à celle qui, dans le foie, revêt la veine-porte, & qu'on connoît communément sous le nom de *capsule de Glisson*, quoique, selon M. Portal, la découverte en soit dûe à *Walæus*, qui l'a décrit le premier.

Ces gaines cellulaires des vaisseaux se trouvent dans quelques sujets surchargées de graisse; dans d'autres elles deviennent le siége d'une hydropisie singulière, contenue entre la paroi externe de cette gaîne & le vaisseau. M. Portal l'a quelquefois observée; il a même observé une hydropisie de l'aorte à peu près semblable, qu'il a décrite dans l'*Historia Anatomico Medica* de M. Lieutaud, dont il a donné une nouvelle édition en 1767.

Il résulte de ce que nous avons dit de la position de la matrice, qu'elle est suspendue & comme fixée par huit ligamens. De ces huit, les quatre supérieurs ont été connus & décrits par tous les Anatomistes; mais très-peu ont observé les quatre inférieurs. On en avoit successivement attribué la découverte à plusieurs illustres Anatomistes, nos contemporains; mais M. Portal trouve qu'elle appartient à Hermondaville, qui professoit l'Anatomie en France vers le milieu du treizième siècle, & dont la Chirurgie est conservée manuscrite dans la Bibliothèque du Roi & dans celle de Sorbonne; & M. Portal les trouve depuis décrits dans les Ouvrages postérieurs, & sur-tout dans ceux de Sanctorini & de Gunzius, dans lesquels il est impossible de les méconnoître.

La cavité de la matrice varie comme sa grosseur & sa position dans les différens âges. Dans l'enfance elle est formée de quatre plans, qui lui donnent assez la figure d'une pyramide triangulaire tronquée par sa pointe, & dont la base seroit en haut. Elle est alors bien plus épaisse vers son col que vers son fond; ce qui est absolument différent dans l'adulte, où elle est bien plus épaisse à son fond qu'à son col : observation absolument dûe à M. Suë, Chirurgien de Paris, & célèbre Anatomiste.

Ce qu'on observe de plus singulier dans l'intérieur de la matrice,

eſt une ramification de pluſieurs lignes ſaillantes, qui, dans une jeune perſonne, forment la reſſemblance d'un palmier. Cette ramification ſe voit dans les planches de Graaff, quoiqu'il n'en diſe rien dans ſon Ouvrage : le Deſſinateur avoit apparemment les yeux meilleurs que l'Anatomiſte.

Entre les branches, & principalement auprès du tronc de cet arbre, on obſerve les orifices des canaux excréteurs de pluſieurs corps *ganglioformes*, deſquels ſort une matière viſqueuſe quand on comprime la paroi de la matrice ; on les aperçoit encore plus aiſément en faiſant rôtir une matrice à grand feu.

Dans l'adulte l'arbre & ſes branches s'effacent, & la cavité devient liſſe & ſe rétrécit avec le temps.

Dans les matrices de tous les âges, les parois latérales ſont toujours plus épaiſſes que les antérieures & poſtérieures, parce que c'eſt-là que ſe trouvent les troncs des artères & des veines qui fourniſſent le ſang à cet organe & l'en remportent ; & comme ils ne pénètrent la matrice qu'à une certaine diſtance de ſon col, il doit néceſſairement arriver que le fond en ſoit plus épais que le col, toutes les fois que ces vaiſſeaux ſeront gorgés de ſang, comme il arrive dans la groſſeſſe.

M. Portal a obſervé fréquemment des excroiſſances ſur la paroi interne de la matrice des vieilles femmes, même dans celles qui n'avoient pas eu d'enfans ; ces excroiſſances étoient connues, mais on ne les croyoit pas ſi communes.

La ſurface interne de la matrice eſt très-irritable ; quelques gouttes de vinaigre jetées dans celle d'une chienne vivante, qu'on avoit ouverte, y ont produit à l'inſtant des mouvemens très-marqués. Harvée avoit obſervé à peu près la même choſe ; mais la ſurface extérieure ne paroît pas jouir de la même ſenſibilité. M.rs Senac & Haller avoient auſſi trouvé que la ſurface externe du cœur n'étoit preſque pas irritable, quoique la ſurface interne des ventricules le fût beaucoup.

Les obſervations de M. Portal ſur la matrice, dont nous venons de rendre compte, jettent un très-grand jour ſur la ſtructure de cet organe, & ſont bien propres à faire deſirer la ſuite de ce travail, qu'il promet de donner.

SUR LA

STRUCTURE DU CANAL THORACHIQUE,

ET SUR CELLE DU RÉSERVOIR DU CHYLE.

SI l'organe qui a fait le ſujet de l'article précédent, eſt un des plus eſſentiels à la conſervation des eſpèces, celui duquel nous avons à traiter dans celui-ci ne l'eſt pas moins à celle de chaque individu. V. les Mém. p. 393.

Les anciens Anatomiſtes n'ont eu aucune connoiſſance du canal Thorachique, qui cependant fait la communication entre les organes de la digeſtion & ceux de la ſanguification. Euſtache l'aperçut le premier dans le cheval; mais la découverte de cet organe dans l'homme eſt entièrement dûe au célèbre Pecquet, autrefois Membre de cette Académie. Vanhorne, ſon condiſciple & ſon ami, en donne une deſcription plus détaillée; & enfin du Verney enchérit encore ſur leurs travaux.

Pour mieux comprendre le but des recherches de M. Portal ſur cette matière, il ne ſera peut-être pas inutile de remettre ſous les yeux du lecteur la poſition, la ſtructure & l'uſage du canal thorachique, tel qu'il avoit été décrit par les Anatomiſtes qui l'ont précédé.

Les alimens une fois digérés dans l'eſtomac, paſſent dans les inteſtins grêles; là s'ouvrent les orifices d'un grand nombre de canaux très-déliés, qui, en ſe réuniſſant, forment ce qu'on nomme les *veines lactées*, qui, après avoir rampé quelque temps ſur le méſentère, vont ſe rendre à un tuyau, nommé le *canal thorachique*, placé verticalement le long de l'épine du dos, & qui va s'inſérer dans la veine ſouclavière, à quelques doigts de ſon embouchure dans l'oreillette gauche. Ces vaiſſeaux ſéparent des alimens digérés, qui paſſent dans les inteſtins grêles, la partie deſtinée à la nourriture de l'animal, qui, dans cet état, eſt ſous la forme d'une liqueur blanche un peu épaiſſe, qu'on nomme *chyle*, & la vont verſer dans la ſouclavière, & de-là dans le cœur, où elle ſe mêle avec le ſang.

Pecquet, qui n'avoit d'abord obſervé cet organe que dans le chien, avoit aperçu que l'inſertion des veines lactées dans le canal thorachique, ſe faiſoit dans une eſpèce de veſſie, ou que le bas de ce canal ſe renfloit & formoit un réſervoir, auquel les Anatomiſtes avoient même donné ſon nom; il crut pouvoir en inférer que le même réſervoir ſe trouvoit auſſi dans l'homme. Cette concluſion étoit précipitée; mais Pecquet étoit d'autant plus excuſable, que quoique ce réſervoir ne s'y trouve pas, l'extrémité inférieure du canal où ſe fait l'inſertion des veines lactées, eſt enveloppée d'un tiſſu cellulaire, qui lui en donne l'apparence. C'eſt ce point anatomique dont M. Portal a voulu s'aſſurer; & voici le réſultat de ſes obſervations.

Le réſervoir prétendu du chyle n'exiſte point dans l'homme; dans plus de trente ſujets que M. Portal a diſſéqués, il a trouvé les vaiſſeaux lactés communiquant immédiatement avec l'extrémité inférieure du canal, qui forme en cet endroit une eſpèce de ſac ou d'anneau vaſculaire, recouvert d'une lame de tiſſu cellulaire. On peut même avec de l'adreſſe dégager les veines lactées du tiſſu cellulaire qui les enveloppe; & il y a apparence que les Anatomiſtes ont été trompés par l'apparence de membrane que prend ce tiſſu cellulaire avec l'âge.

Ce réſervoir du chyle, qui n'exiſte pas dans l'homme, exiſte dans pluſieurs animaux. On le trouve dans le chien, où Pecquet l'avoit effectivement vu; l'écureuil & le ſinge ont pluſieurs réſervoirs & pluſieurs canaux. Dans quelques poiſſons ils ſont encore plus nombreux; M. Ferrein en a vu juſqu'à ſept dans le dauphin.

Il eſt eſſentiel d'être en garde contre une illuſion qui peut en impoſer dans cette recherche; il ſe trouve quelquefois des ramifications d'artères ſanguines vides de ſang, & d'autres fois des vaiſſeaux lymphatiques qui rampent ſur l'extrémité inférieure du canal thorachique, ſans le pénétrer, & qu'on prendroit aiſément pour des veines lactées, ſi l'on n'étoit prévenu qu'ils n'en ſont pas, & qu'ils ne s'ouvrent pas dans le canal.

Au-deſſus de l'inſertion des veines lactées, le canal thorachique s'élève preſque perpendiculairement, en ſuivant à peu près la colonne vertébrale; mais à ſon extrémité ſupérieure il ſe détourne un peu,

pour ſe jeter dans la ſouclavière gauche; quelquefois, mais rarement, cette extrémité ſe partage en deux canaux, dont l'un va s'ouvrir dans la ſouclavière gauche, & l'autre dans la jugulaire du même côté.

Le canal thorachique va en s'élargiſſant à ſon extrémité ſupérieure. Cet élargiſſement fit ſoupçonner à M. Portal qu'il devoit y avoir en cet endroit des vaiſſeaux de communication qui y aboutiſſent, & il les chercha. Sa recherche ne fut pas vaine; il pouſſa de l'air dans les vaiſſeaux lymphatiques de Willis, qui rampent à l'extérieur du poumon, & cet air pénétra dans le canal par deux tuyaux lymphatiques qui s'y insèrent : il en a depuis trouvé juſqu'à vingt-deux de cette eſpèce. Quelques Anatomiſtes, du nombre deſquels ſont Bartholin & Albinus, paroiſſent en avoir connu quelques-uns; mais aucun n'avoit aperçu ceux qui naiſſent de la partie antérieure du canal juſqu'à M. Portal, qui y en a démontré ſix, qui paroiſſent partir de l'œſophage & de la graiſſe du médiaſtin. On ignore encore l'uſage de ces vaiſſeaux: mais c'eſt beaucoup en Anatomie que d'être certain de leur exiſtence: toutes les embouchures de ces tuyaux dans le canal ſont garnies de valvules.

La reſſemblance du chyle avec le lait, avoit fait imaginer à quelques Anatomiſtes qu'il devoit y avoir une communication immédiate entre le canal thorachique & les mamelles; mais cette communication n'exiſte pas, & M. Portal n'a pu en trouver aucun veſtige, quelques recherches qu'il ait faites ſur ce ſujet; preuve bien frappante que les conjectures les plus plauſibles, ne doivent jamais être regardées comme des faits, ni reçues ſans un ſévère examen.

Lorſque M. Portal lut à l'Académie le Mémoire dont nous venons de parler, M. Pinſon, Chirurgien, y fit voir tout ce ſyſtème vaſculaire, pour ainſi dire, réaliſé dans une pièce en cire colorée, qui en repréſentoit juſqu'aux plus petites branches, & leur poſition. L'exactitude de la reſſemblance, & la perfection de l'exécution, attirèrent à l'auteur les juſtes éloges que méritoit une pièce, qui étoit en même-temps une preuve ſubſiſtante de ſes connoiſſances en Anatomie, & de ſon adreſſe en ce genre.

SUR DIVERS POINTS D'ANATOMIE.

V. les Mém. p. 236.

LE Mémoire duquel nous avons à parler dans cet article, eſt moins une Diſſertation, qu'un recueil de pluſieurs obſervations importantes, qui n'ont entr'elles aucune liaiſon, & deſquelles nous allons eſſayer de préſenter une légère idée.

Les Anatomiſtes avoient beaucoup inſiſté ſur la dilatation contre nature de la veſſie, & ſur les mauvais effets qui en réſultoient; mais très-peu d'entr'eux avoient détaillé les inconvéniens qui naiſſent de la diminution & du racorniſſement de la veſſie, plus commun qu'on ne le penſe dans les ſujets qui ſont parvenus à un âge avancé. Les trois premières obſervations de M. Portal lui furent offertes par haſard.

La première fut faite ſur le cadavre d'une vieille femme, dans lequel il trouva la veſſie réduite à la groſſeur d'une noix, & l'ouverture de ſon col preſqu'entièrement oblitérée; auſſi paroiſſoit-il des veſtiges d'inflammation dans les reins & dans les parties voiſines, & il y a bien de l'apparence que cette femme étoit morte d'une ſuppreſſion d'urine.

Dans le ſecond & le troiſième cadavres, il obſerva le même racorniſſement de la veſſie; mais il remarqua que la membrane interne étoit la ſeule qui ſe fût épaiſſie, & que dans le premier de ces deux ſujets, il s'étoit formé un canal de communication entre l'ombilic & la veſſie.

Ces deux obſervations ayant mis, pour ainſi dire, M. Portal ſur la voie, il examina un grand nombre de cadavres de vieillards, dans leſquels il trouva très-fréquemment, non-ſeulement la même diminution de la veſſie, mais encore un pareil racorniſſement dans l'eſtomac, ſur-tout dans ceux qui ont fait un grand uſage de liqueurs ſpiritueuſes. Il réſulte de ces obſervations, que les iſchuries ou ſuppreſſions d'urine occaſionnées par cette cauſe, ne ſont pas rares chez les vieillards, quoique la plupart des Anatomiſtes n'en aient point parlé.

Les Anatomiſtes ne connoiſſent que depuis peu de temps la maladie nommée *Spina bifida,* qui n'eſt qu'une eſpèce d'hydropiſie dans

la moelle épinière; les uns ont cru que l'eau étoit infiltrée dans la membrane qui enveloppe cette moelle, & les autres qu'elle étoit amaſſée entre la pie & la dure-mère. Les obſervations que fit M. Portal ſur le cadavre d'un fœtus hydrocéphale, dans lequel il trouva une communication libre d'un bout à l'autre de cette moelle, lui fit ſoupçonner que ce canal pouvoit exiſter dans l'état naturel, & l'engagèrent à faire des recherches ſur ce ſujet. Il a trouvé effectivement ce canal décrit dans deux Auteurs; Charles Étienne en fait mention dans ſa deſcription de la moelle épinière, & ajoute qu'il ſe remplit quelquefois d'une liqueur jaunâtre; Colombus a été plus loin, il en a donné la grandeur & une deſcription exacte & très-détaillée. M. Portal croit que cette cavité, qui dans l'état naturel eſt preſque toujours vide, eſt deſtinée à faciliter les mouvemens de la moelle épinière; mais il eſt bien ſingulier que ce canal, décrit par deux Anatomiſtes très-anciens, ait été ignoré ou mal connu de la plupart des Anatomiſtes modernes.

Les anciens Anatomiſtes avoient tous regardé les deux ventricules latéraux du cerveau, comme deux cavités diſtinctes & indépendantes l'une de l'autre. Varoli a penſé le premier qu'ils communiquoient l'un avec l'autre; & ſon ſentiment a tellement été adopté par tous ceux qui l'ont ſuivi, que le célèbre M. Winſlow n'a pas héſité à décrire fort au long les ouvertures par où ſe fait cette communication. M. Portal a cependant trouvé dans pluſieurs ſujets la cloiſon qui les ſépare bien entière; & même dans une de ſes obſervations, où il trouva ces deux ventricules remplis de liqueur, il put faire écouler celle qui rempliſſoit un des deux ventricules, ſans que l'autre en perdît une ſeule goutte. Il a trouvé une obſervation ſemblable dans Tulpius, qui avoit trouvé un des ventricules rempli d'eau, tandis que l'autre étoit abſolument vide; le même fait fut encore obſervé par Baglivi à l'ouverture du corps du célèbre Malpighi. Il n'eſt pas étonnant au reſte qu'il ait pu ſe gliſſer quelque incertitude en cette partie, la cloiſon qui ſépare ces deux cavités étant ſi mince, qu'il faut une extrême adreſſe pour ne pas la déchirer en enlevant la voûte qui les recouvre. Il n'arrive que trop ſouvent aux Anatomiſtes de détruire ou d'altérer, ſans s'en apercevoir, les parties qu'ils veulent obſerver; c'eſt une

partie eſſentielle de cet Art, que de ſavoir diriger ſes coupes & ſes obſervations.

Il y a long-temps que Charles Étienne & Riolan ſe ſont élevés contre l'uſage des corps baleinés, deſtinés à redreſſer la taille ou à en cacher les défauts. Leur ſentiment a été adopté par tous les Anatomiſtes qui les ont ſuivis; M. Winſlow lui-même en a fait la matière d'un de ſes Mémoires, & M. Portal vient encore de traiter la même matière; mais malgré l'accord de tous les Anatomiſtes ſur cette matière, on a toujours continué d'en faire uſage. Voici un fait qui fait voir quelles ſuites cet uſage peut avoir.

Une femme de qualité, âgée de ſoixante-ſix ans, qui faiſoit uſage de ces corps pour cacher les défauts de ſa taille, ſe trouva attaquée d'une douleur périodique aſſez vive au pied gauche; cette douleur revenoit tous les jours quelques heures après le repas, elle augmenta avec l'âge, & elle étoit plus violente quand cette Dame avoit mangé plus qu'à l'ordinaire. Elle mourut d'une maladie qui n'avoit aucun rapport à cet accident; M. Portal l'ouvrit, & il trouva que les corps dont elle s'étoit ſervie avoient forcé les deux dernières des fauſſes côtes du côté gauche à ſe renverſer dans le bas-ventre; elles appuyoient en cet état ſur le colon, & lorſque cet inteſtin s'empliſſoit de matières, comme les côtes renverſées s'oppoſoient à ſa dilatation de ce côté, il preſſoit alors les nerfs lombaires, & cette preſſion qui affectoit auſſi les nerfs cruraux, étoit la cauſe de la douleur qu'elle ſentoit au pied gauche. Combien de faits ſinguliers tiennent à des cauſes qu'on ne s'aviſeroit pas même de ſoupçonner, & que l'obſervation ſeule peut faire connoître!

La queſtion qui roule ſur l'égalité ou l'inégalité des ventricules du cœur, a partagé juſqu'ici les plus célèbres Anatomiſtes, & chaque parti peut citer en ſa faveur des noms reſpectables : les obſervations multipliées étoient donc ſeules capables de la décider. C'eſt auſſi le moyen qu'a employé M. Portal; & il a en effet trouvé par-là la raiſon de la diverſité d'opinions qui règne ſur ce point entre les Anatomiſtes, & il l'a tirée du changement de capacité que les ventricules éprouvent dans les différens âges. Le ventricule gauche eſt plus grand que le droit dans le fœtus; dans l'enfance,

les deux ventricules ſont à peu près égaux ; & enfin le ventricule droit devient le plus grand dans l'adulte.

On ne ſera pas étonné de cette différence, pour peu qu'on faſſe réflexion que la circulation ne ſe fait pas de la même manière dans le fœtus & dans l'homme qui a reſpiré. Dans le fœtus, c'eſt le ventricule gauche qui reçoit le plus de ſang; dans l'homme, c'eſt au contraire le ventricule droit qui en reçoit davantage. Il doit donc néceſſairement arriver que chacune de ces cavités ſe diſtende & s'agrandiſſe à proportion de la quantité du ſang qu'elle reçoit, & que le développement du cœur ſe faſſe dans cette même proportion.

Il y a cependant des exceptions à cette règle générale. M. Portal a trouvé dans ſes nombreuſes diſſections quelques cadavres dans leſquels elle n'étoit pas obſervée; mais cela même ne doit pas ſurprendre. La conſtruction de tous les individus d'une même eſpèce eſt la même, ſi on ne la conſidère qu'en gros; mais il s'y trouve pourtant une foule de variétés de détail dès qu'on les examine ſéparément. L'intérieur de nos corps ne ſe reſſemble pas plus que nos viſages, qui, bien que tous compoſés des mêmes parties, ont toujours entr'eux des différences ſuffiſantes pour les faire diſtinguer.

Le dernier article du Mémoire de M. Portal, eſt un recueil de pluſieurs obſervations ſur les muſcles. Les premières roulent ſur les muſcles que M. Portal nomme *capſulaires*. Ces muſcles exiſtent dans preſque toutes les articulations; ils ſont attachés d'une part à l'os, & de l'autre à la capſule articulaire. Ils rempliſſent les plus grandes fonctions dans l'économie animale; car tandis que les muſcles les plus puiſſans élèvent l'os, ils élèvent en même-temps la capſule, & empêchent, en l'éloignant de l'os, qu'elle n'en ſoit bleſſée ou comprimée; ce qui fait dire à M. Portal, que ſans eux le mouvement des extrémités ſeroit ou douloureux, ou même impoſſible. Cependant malgré l'importance de l'uſage de ces muſcles, & leur préſence dans preſque toutes les articulations, pluſieurs d'entr'eux avoient échappé aux recherches des Anatomiſtes; & parmi ceux qui en avoient connu une partie, pluſieurs leur attribuoient des fonctions très-différentes de celles auxquelles ils ſont réellement deſtinés.

Il y a plus, il se trouve plusieurs muscles bien connus & bien décrits par les Anatomistes, qui, selon M. Portal, doivent être rangés dans cette classe. De ce nombre sont le *sus épineux*, qui sert à l'élévation de l'humérus & de sa capsule; le *petit fessier*, qui soulève la capsule de la hanche dans l'extension du fémur; le *poplité*, le *long palmaire*, le *plantaire grêle* & les *lombricaux*. Le travail de M. Portal sur ces muscles, l'a mis à portée de les décrire avec exactitude, & de donner à cette partie d'anatomie le degré de perfection qui lui manquoit.

Les muscles dentelés postérieurs, ont fait aussi le sujet des recherches de M. Portal. Ces muscles sont souvent confondus par une large aponévrose, dont les feuillets sont continus dans plusieurs sujets, mais séparés dans d'autres. Malgré une membrane qui recouvre ces muscles, & l'aponévrose du grand dorsal qui les maintient en situation, il arrive quelquefois qu'ils se déplacent; & M. Portal rapporte un exemple très-singulier de ce déplacement, qui coûta la vie au malade.

Un homme ayant fait une chute assez considérable, sentit une douleur très-vive au dos entre la huitième, la neuvième & la dixième côte, & assez près des vertèbres; on y sentoit une tumeur dure, & il ne pouvoit fléchir le tronc, quelqu'effort qu'il fît, & le plus léger étoit accompagné de douleurs très-vives : il périt dans les convulsions. A l'ouverture du cadavre, M. Portal trouva que cette tumeur étoit formée par une partie du muscle grand dorsal, qui avoit été déplacée, & s'étoit introduite entre les feuillets de l'aponévrose commune des deux dentelés, où elle étoit pincée; d'où il conclut avec raison, que pour guérir ce malade, il auroit fallu faire une incision à la peau, inciser le ligament, & débrider les parties, pour détruire l'étranglement & favoriser la réduction.

Les muscles des yeux sont le dernier objet des recherches que M. Portal a communiquées à l'Académie dans ce Mémoire. Galien avoit admis sept muscles destinés au mouvement de l'œil, & il fut suivi par Vésale. Fallope osa le contredire, & réduisit les sept muscles de Galien à six, à l'un desquels (le grand oblique) il reconnut la singulière propriété de passer par une espèce de poulie, au moyen de laquelle il fait faire à l'œil un mouvement presque

contraire à ſa première direction. Arantius travailla ſur la même matière, & vit que ces muſcles s'attachoient autour de cette eſpèce d'anneau, qu'on nomme le *trou optique*, parce qu'il donne paſſage au nerf de ce nom; excepté cependant le petit oblique, qui, ſelon lui, a ſon attache à la partie inférieure & externe de l'orbite.

Valſalva penſa dans la ſuite que les muſcles de l'œil formoient par leur réunion un anneau qui embraſſoit le nerf optique, & que par conſéquent ils étoient tous égaux, parce qu'il ſuppoſoit cet anneau concentrique à l'axe de l'œil. M. Vinſlow découvrit que le trou optique étoit plus près de l'angle interne de l'œil, que de l'angle externe; & comptant toujours que l'attache des muſcles étoit ſur l'anneau qu'on ſuppoſoit l'entourer, il en conclut que les muſcles étoient inégaux en longueur. Cette concluſion fut attaquée par M. Lieutaud, dont les recherches lui avoient fait voir que les quatre muſcles étoient égaux en longueur, & qu'ils formoient par leur réunion un cône droit, dont l'axe paſſoit par le centre de la prunelle; mais que le trou optique étoit éloigné d'environ trois lignes de cet axe.

M. Portal a été plus loin, & ſes recherches lui ont fait voir que les muſcles interne, inférieur & externe, ſe réuniſſent en un ſeul tendon grêle & court, attaché au bord inférieur & poſtérieur du trou optique; mais que dans les enfans ils paroiſſoient ſe ramifier dans l'os. Quant au muſcle droit ſupérieur & au releveur de la paupière, le tendon dans lequel ils ſe réuniſſent a ſon attache à la partie ſupérieure & antérieure du trou optique.

Les attaches de ces muſcles ne forment donc par leur réunion aucun anneau qui embraſſe le nerf optique, comme Valſalva l'avoit avancé; & il étoit d'autant plus important de détruire cette erreur, qu'elle étoit préjudiciable à l'art de guérir, puiſqu'elle entraînoit une erreur conſidérable, pluſieurs Médecins attribuant la cauſe de quelques gouttes ſereines à la contraction ſubite de cet anneau qui comprimoit le nerf optique, & traitant leurs malades en conſéquence; mais il eſt viſible que l'anneau étant un être de raiſon, ſa preſſion ſur le nerf optique, & les effets qu'on lui attribue, tombent d'eux-mêmes, & qu'il faut chercher une autre cauſe de cette maladie. Il arrive rarement que les recherches anatomiques

portées à un certain point, manquent de procurer quelque avantage à la Médecine & à l'humanité.

SUR

QUELQUES CONFORMATIONS MONSTRUEUSES DES DOIGTS DANS L'HOMME.

V. les Mém. p. 137.

IL n'eſt pas rare de voir des hommes nés avec un ou pluſieurs doigts ſuperflus; mais ces variations méritent d'être examinées & rapprochées, & peuvent par ce moyen donner lieu à des recherches intéreſſantes & utiles.

C'eſt dans cette vue que M. Morand a entrepris de recueillir tous les faits de cette eſpèce qu'il a pu trouver, & dont l'hiſtoire compoſe une partie du Mémoire duquel nous avons à rendre compte, & qu'il en a tiré des inductions qui pourront jeter quelque jour ſur cette matière.

Les doigts ſurnuméraires qu'on obſerve, ſont en général de deux eſpèces; ils peuvent être ſymétriques avec les autres, & pour lors c'eſt réellement un doigt ſurnuméraire, ou bien il part de la première phalange du cinquième doigt, ſoit par une eſpèce de bifurcation, ſoit par une articulation lâche entre deux ſurfaces plates.

Un doigt ſurnuméraire peut avoir du mouvement ou en être privé; s'il en a, & qu'il ſoit ſymétriſé comme les autres, il faut qu'il ſoit organiſé comme eux, & qu'il ait ſes os, ſes muſcles, ſes nerfs & ſes tendons; s'il n'a pas de mouvement, il eſt alors formé d'un ou de pluſieurs os revêtus de leur périoſte, & couverts en dehors de la peau; mais il n'a entre l'os & cette peau qu'une graiſſe de la conſiſtance du ſuif, qui en remplit l'intervalle : ce dernier cas eſt le plus commun.

M. Morand rapporte beaucoup d'exemples de cette eſpèce de monſtruoſité; mais dans le nombre de ces exemples il s'en trouve deux, qui font voir qu'elle peut devenir comme héréditaire dans une famille.

Le premier exemple est tiré d'une observation communiquée à l'Académie par M. le Commandeur Godeheu, son Correspondant; dans son séjour à Malte il y avoit vu un habitant nommé Gratia Kalleia, qui étoit né avec six doigts aux mains & aux pieds; celui-ci avoit eu quatre enfans, dont trois avoient hérité en tout ou en partie de cette conformation de leur père, & l'aîné qui lui étoit le plus semblable en ce point, s'étant marié, a eu quatre enfans dont trois étoient semblables plus ou moins à leur père.

Il résulte de ce court exposé, que cette espèce de monstruosité peut se communiquer par les pères & se transmettre à toute une famille, mais se peut-elle aussi transmettre par les mères? l'observation suivante, publiée par M. de Maupertuis, va répondre à cette question.

Élisabeth Horstman, de Rostoch en Allemagne, étoit née avec six doigts à chaque main & à chaque pied, elle eut une fille conformée de même, celle-ci fut mariée & eut quatre enfans, qui apportèrent en naissant la même singularité, & quatre autres qui n'avoient rien d'extraordinaire; un des premiers s'étant marié à une fille bien conformée, en eut six enfans, dont deux garçons avoient vingt-quatre doigts; cette conformation monstrueuse se communique donc aussi par les mères, & s'altère par les alliances avec des sujets bien conformés; il y a plus, quelques Naturalistes assurent qu'il y a dans l'Inde une montagne dont les habitans ont tous huit doigts à chaque pied; il y a grande apparence que ces montagnards, séparés par leur situation des autres Indiens, ont perpétué chez eux cette monstruosité par des alliances constamment faites entr'eux.

Une circonstance singulière que le hasard a offerte à M. Morand, l'a mis à portée de voir dans le plus grand détail l'organisation d'un sujet sexdigital qui vivoit à Paris en 1754, & qu'il fit voir à l'Académie la même année; ce sujet étoit un jeune homme qui avoit six doigts à chaque main & autant à chaque pied; ce jeune homme étant mort, M. Morand trouva moyen de disposer de ses mains & de ses pieds qu'il disséqua & qu'il examina soigneusement.

L'examen anatomique lui offrit une disposition d'os, de muscles, de tendons, tel qu'on n'y pouvoit méconnoître tout l'appareil nécessaire pour rendre ces parties surnuméraires utiles, & pour leur procurer les mouvemens qui leur étoient nécessaires, il y avoit seulement une addition d'organes, mais on n'y remarquoit presque rien qui ne fût plus ou moins dans l'exacte symétrie & conforme à l'ordre naturel.

De cette observation anatomique naît presque nécessairement une question physique; nous n'avons en Physique que deux systèmes pour expliquer la formation des monstres; savoir celui des germes primitivement monstrueux & celui de la confusion accidentelle de deux ou de plusieurs germes dans le sein de la mère; le premier regarde les monstres comme l'ouvrage de la toute-puissance & de la volonté du Créateur, & le second les croit produits par l'action des causes secondes.

On peut aisément concevoir que les doigts surnuméraires sans mouvemens & sans fonctions, qui ne sont, s'il m'est permis d'user de ce terme, que des simulacres de doigts, soient les restes d'un germe détruit qui se soient collés au germe subsistant lors de son développement, mais comment imaginer que des organes travaillés avec soin, ayant tout l'appareil nécessaire pour exécuter leurs mouvemens, puissent avoir été produits sans dessein & par une rencontre fortuite; la probabilité d'un tel évènement est physiquement nulle, & que sera-ce si on fait réflexion à la suite de la même monstruosité dans la même famille; en vain allégueroit-on le dérangement des molécules organiques, ces mots aussi vides de sens que les formes plastiques d'Aristote, ne peuvent être pris pour une explication, & M. Morand pense que ces deux systèmes si débattus en 1740 & 1743 par M.rs Winslow & Lémery peuvent & doivent être adoptés tous deux, que les parties monstrueuses pourvus d'une organisation régulière, doivent être regardées comme des suites de la volonté immédiate du Créateur, & celles qui manquent de ces caractères, comme les débris de quelque germe détruit.

Les doigts surnuméraires sont un avantage quand ils sont bien organisés, & ce seroit une folie que de se priver de ce présent de

la

la Nature, mais lorſqu'ils ſont difformes & ſans mouvement, il eſt poſſible de s'en débarraſſer; la Chirurgie offre des moyens de les retrancher, M. Morand ne les a pas oubliés dans ſes recherches, il les rapporte & les ſoumet à l'examen d'une ſage critique, propre à éclairer ſur le choix de ces moyens, ceux qui ſeroient dans le cas d'en faire uſage; il a même pouſſé ſon exactitude encore plus loin; les monſtruoſités de cette eſpèce dont nous venons de parler, ſont l'ouvrage de la Nature, il a porté ſes regards juſque ſur celles qui ne ſont dûes qu'aux écarts de l'imagination des Peintres, il a trouvé des mains à ſix doigts dans un tableau de la Cène, peint par Léonard Vinci, qu'on voit dans le réfectoire des Dominicains de Milan, & dont il y a une copie à Luzarches; il a vu auſſi dans le réfectoire d'une grande Abbaye un tableau repréſentant la Pentecôte, dans lequel un des Apôtres eſt repréſenté avec ſix doigts à chaque main; on peut juger par le ſoin que M. Morand a pris de raſſembler juſqu'à cette eſpèce de ſuperflu, qu'il n'a ſûrement omis aucune recherche pour s'aſſurer du néceſſaire.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

MLLE BIHÉRON, bien connue de l'Académie par ſon talent pour l'imitation des pièces anatomiques, a fait voir cette année une pièce ou fantôme relatif à la manœuvre des accouchemens; ce fantôme repréſente le bas-ventre & la moitié des cuiſſes, il eſt formé ſur un baſſin dont le coccix eſt mobile; la matrice & ſes dépendances, la veſſie & le rectum y ſont diſpoſés comme dans l'état naturel; l'entrée du rectum, celle des grandes lèvres, l'orifice de la matrice, peuvent être reſſerrés ou dilatés à volonté; le corps de la matrice & ſon fond, ſont inclinés d'un côté ou de l'autre, ſelon qu'on le deſire; ils peuvent ſe contracter en ſe rapprochant graduellement vers l'orifice: au moyen de cette conſtruction & en plaçant un fantôme d'enfant dans la matrice avec ſon cordon & ſon délivre, on peut imiter ce qui ſe paſſe

dans l'accouchement naturel, depuis le moment où l'enfant eſt au couronnement juſqu'à celui auquel la femme eſt délivrée; on peut auſſi mettre l'enfant ou les enfans dans quelque poſition que ce ſoit, pour imiter tous les accidens qui peuvent traverſer l'accouchement ; & comme la veſſie & l'urètre ſont dans leur poſition naturelle, on peut pratiquer ſur ce fantôme l'opération de la ſonde, comme on eſt quelquefois obligé de faire pendant le travail. On peut aiſément juger de l'avantage que peut procurer cette machine, en facilitant ſans danger aux Élèves, des eſſais qui ſouvent ne ſe font pas ſans riſques ſur le vivant, & combien Mlle Bihéron mérite de reconnoiſſance en ce point.

II.

M. Morand a fait voir à l'Académie un pied de Lièvre très-ſingulier ; indépendamment du coup de fuſil qui avoit tué cet animal, il en avoit long-temps auparavant reçu un autre, qui lui avoit emporté l'extrémité de la patte qu'on nomme le pied; cette partie avoit été remplacée par une maſſe oſſeuſe qui lui en tenoit lieu, c'étoit une eſpèce de jambe de bois, dont la Nature ſeule avoit fait les frais.

III.

M. du Hamel a fait part à l'Académie de l'obſervation ſuivante; un Payſan âgé d'environ quarante ans, s'étant endormi au fort de l'été en raſe campagne, fut frappé d'un coup de ſoleil qui lui fit tomber tous les cheveux; il demeura chauve pendant près de dix ans & en avoit pris ſon parti, lorſqu'il s'aperçut à l'âge de cinquante ans que ſes cheveux repouſſoient, & ils revinrent en effet plus forts & plus drus que ceux qu'il avoit perdus: il n'eſt peut-être pas aiſé de donner une raiſon plauſible de ce phénomène.

IV.

Un Correſpondant de l'Académie, auſſi diſtingué par ſes talens dans le Génie, que par ſon exactitude à bien obſerver, communiqua à l'Académie un fait ſingulier qui lui étoit arrivé; il eſt âgé d'environ cinquante-cinq ans & a un des deux yeux aſſez foible pour qu'il le compte pour rien; il s'eſt accoutumé de bonne heure à l'uſage de verres de différens foyers, & ſes yeux ont

conſervé aſſez de flexibilité pour ſe prêter à la différente force de ces verres, depuis les lentilles de microſcopes juſqu'aux conſerves les plus foibles. Ayant voulu pendant l'hiver de 1770 tranſcrire un ouvrage aſſez long, ſous un petit volume, & par conſéquent d'un caractère beaucoup plus fin qu'à ſon ordinaire, il fut obligé de ſe ſervir d'un verre de 18 pouces; & ce travail dura près de deux mois: au bout de ce temps il fut ſurpris de ne pouvoir plus lire avec ſes lunettes ordinaires les livres même qu'il liſoit avant ce travail avec le plus de facilité; il conjectura avec raiſon que ſon œil fixé pendant un ſi long-temps au même point, avoit perdu une partie de ſa flexibilité; il tenta de la rappeler en employant ſucceſſivement des verres de plus longs en plus longs foyers, ſon attente ne fut pas trompée & en moins de deux jours il eut rétabli la flexibilité de ſon œil au point de lire avec ſes lunettes ordinaires de 60 pouces de foyer.

V.

Une Dame très-replète, âgée de près de ſoixante-cinq ans, ſe plaignoit depuis long-temps d'une difficulté de reſpirer qui devenoit très-incommode dès qu'elle avoit quelque chagrin ou qu'elle montoit un eſcalier; cette difficulté de reſpirer étoit accompagnée de palpitations de cœur très-vives, pendant leſquelles le pouls étoit très-irrégulier : les digeſtions n'étoient cependant pas troublées, & ce qui eſt très-particulier, c'eſt que la malade ſoutenoit beaucoup mieux les voitures rudes que les douces : on employa différens remèdes, les ſaignées ſeules apportoient quelque ſoulagement momentané, les autres remèdes faiſoient plus de mal que de bien; la maladie augmenta toujours & la malade mourut.

A l'ouverture du corps qui fut faite en préſence de M.rs Vernage, Malouin & Portal, on trouva dans le ventre un médiocre épanchement de ſéroſités, le foie étoit engorgé & très-dur; la véſicule du fiel fort rétrécie, ne contenoit aucun liquide, ſa cavité étoit abſolument remplie par quatre pierres biliaires cylindriques miſes bout à bout, & qui lui avoient fait prendre la forme d'un canal de diamètre égal dans toute ſa longueur, les autres viſcères du bas-ventre étoient dans l'état naturel.

La poitrine offrit des phénomènes plus ſinguliers, les poumons,

& particulièrement le droit, étoient très-adhérens à la plèvre dans une grande étendue, & ils étoient imbibés de ſang; le péricarde prodigieuſement diſtendu, paroiſſoit contenir un fluide; en effet il en ſortit, lorſqu'on l'ouvrit, une grande quantité de ſang; le cœur étoit énormément gros & les oreillettes monſtrueuſes; le ventricule droit étoit au moins deux fois plus ample que le gauche & leurs parois que cette diſtenſion avoit ſemblé devoir rendre plus minces, étoient au contraire plus épaiſſes, mais ce qu'il y avoit de plus ſingulier, c'eſt qu'elles étoient percées de pluſieurs déchirures ou crevaſſes par leſquelles le ſang avoit paſſé dans le péricarde; le ventricule gauche même, malgré la grande épaiſſeur de ſes parois, l'étoit en trois endroits; les valvules étoient endurcies & hériſſées de concrétions pierreuſes ou oſſeuſes, un amas de même matière placé derrière elles, ne leur permettoit de donner au ſang qu'une iſſue très-étroite, & ce paſſage étoit encore géné par des oſſifications dont l'aorte étoit incruſtée, & tous ces obſtacles n'étoient que de trop juſtes cauſes de la rupture du cœur; le ſang comprimé par ce muſcle ne pouvant couler par l'aorte en quantité ſuffiſante, a dû agir contre les parois du cœur même, les diſtendre & à la fin les déchirer.

On a pluſieurs exemples de ruptures du cœur, mais on n'avoit pas obſervé de ruptures du ventricule gauche, & encore moins en auſſi grand nombre que M. Portal l'a obſervé dans cette Dame; on juge bien que cette maladie n'étoit pas ſuſceptible de guériſon, mais on peut légitimement préſumer que ſi dès le commencement de ſon mal elle eût été fréquemment ſaignée, on auroit pu en retarder les progrès & en éloigner la fin.

V I.

M. le Vacher de la Feutrie, *Médecin de la Faculté de Paris*, a communiqué à l'Académie l'obſervation ſuivante : dans le cadavre d'une femme de ſoixante-cinq ou ſoixante-dix ans qu'il diſſéquoit, il remarqua un dérangement très-conſidérable dans les parties de la génération & dans la veſſie; l'orifice du vagin étoit oblitéré & par-derrière cette eſpèce de digue, étoit ramaſſée une grande quantité de matière noirâtre, épaiſſe & inflammable; le vagin en étoit ſoulevé & occupoit dans le baſſin le lieu qu'y

occupe ordinairement la veſſie qu'il avoit jetée de côté; il partoit de cette dernière deux conduits, l'un étoit ouvert & perçoit l'extrémité antérieure du vagin, l'autre que M. de la Feutrie reconnut pour le véritable urètre, étoit entièrement oblitéré dans ſon extrémité antérieure: le dérangement obſervé dans la ſituation de ces parties fit conjecturer à M. de la Feutrie, que le vagin ayant été fermé vraiſemblablement par la ſuite d'un accouchement laborieux, le ſang menſtruel privé de ſon iſſue, avoit formé par ſon amas & ſon ſéjour, cette groſſe maſſe qui avoit déplacé la veſſie; que dans ce déplacement l'urètre naturel ayant été plié & contourné, l'urine a ceſſé de pouvoir y couler, & que les uretères étant libres & fourniſſant toujours cette liqueur, elle a forcé la membrane interne de s'échapper par une des mailles du réſeau muſculeux & s'étoit frayé une nouvelle route: c'eſt ainſi qu'il rend raiſon du dérangement qu'il a obſervé dans ce cadavre. Quoique cette obſervation ne ſoit nouvelle preſqu'en aucun de ſes points, cependant il a paru ſingulier de voir tous ces accidens réunis dans un même ſujet, & cette ſingularité a engagé l'Académie à la publier avec toutes ces circonſtances.

V I I.

Bernier, auteur d'une hiſtoire de la Médecine & des Médecins, a avancé que les fractures & les luxations étoient incurables dans les chevaux: voici un exemple qui prouve que cette règle n'eſt pas générale, & que la Nature ſe procure quelquefois des reſſources pour faire marcher ces animaux après une luxation de la cuiſſe.

Un cheval de cinq ans fit une chute après laquelle il boita, on fut un an ſans pouvoir s'en ſervir, au bout de ce temps on lui fit reprendre le travail, qu'il ſoutint pendant treize mois, puis il mourut d'une maladie qui parut tout-à-fait étrangère à la chute.

M. Tenon, auquel l'Académie doit la relation de ce fait, l'ouvrit & il trouva toute la cavité cotyloïde droite, dont étoit ſortie la tête du fémur, remplie d'une ſubſtance oſſeuſe, mais il s'étoit formé une autre cavité articulaire, qui recevoit cette tête au-deſſus & en avant du bord ſourcilier ſur une partie de l'os

des isles, naturellement convexe & fort étroite dans le cheval; cette cavité ne paroissoit point avoir été creusée dans l'os par l'action de la tête du fémur, l'os n'étoit pas moins épais à cet endroit que l'étoit la partie correspondante gauche dans l'os sain, elle avoit été produite par le concours de plusieurs causes dignes d'attention; l'os des isles du côté malade & sur-tout dans le lieu affecté par la maladie, s'étoit considérablement élargi & sur le penchant de sa convexité où il est communément fort mince, il avoit acquis beaucoup d'épaisseur, parce qu'il s'étoit amassé & élevé sur cet endroit beaucoup de substance osseuse; c'étoit au milieu de cet amas nouvellement produit, que s'étoit formée la nouvelle cavité, la tête du fémur paroissoit considérablement usée à sa surface interne, & on ne trouva à cette nouvelle articulation aucun vestige du ligament rond ni du ligament capsulaire, qui avoient été vraisemblablement détruits.

Cet exemple incontestable & peut être unique, prouve invinciblement qu'à la suite d'une luxation arrivée à la cuisse d'un cheval il s'étoit formé une articulation nouvelle, une cavité cotyloïde différente de l'ancienne, qui n'est point l'effet de l'excavation de l'os; & qu'enfin la Nature a voulu faire voir qu'on ne devoit pas tant se défier de ses ressources, même dans le cas de la luxation en haut & en avant, qui arrive fort rarement même dans l'homme.

VIII.

M. Tenon a eu occasion d'observer un homme, qui dans son enfance avoit eu, à la suite de la petite vérole, les deux avant-bras attaqués d'une carie qui en détacha plusieurs esquilles; depuis les os n'étoient parvenus qu'au tiers de leur longueur naturelle, la carie avoit produit cet effet en détruisant une partie des vaisseaux qui servent à la nutrition & à l'accroissement; dans un adulte elle n'eût occasionné que l'amaigrissement du membre attaqué; les muscles de l'homme observé par M. Tenon, avoient pris toute leur longueur, elle n'étoit plus proportionnée avec celle des os, en sorte que l'avant-bras n'étoit plus susceptible de mouvement spontané, on lui rendoit cette faculté en empoignant les muscles de manière à les tendre & à en diminuer la longueur, les mains

n'avoient point perdu le ſentiment, elles diſtinguoient toutes les qualités ſenſibles, & la carie n'avoit ni détruit ni affoibli les organes du toucher.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires:

L'Écrit de M. Portal ſur la ſtructure de quelques parties du Veau marin. V. les Mém. p. 413.

CETTE année parut un Ouvrage de M. Lieutaud, intitulé: *Synopſis univerſæ praxeos Medicæ in binas partes diviſa,* &c. *nova editio:* deux vol. in-4°, à Paris, chez Didot.

La première édition de cet ouvrage de M. Lieutaud avoit été publiée en françois, ſous le titre de Médecine-pratique, en un ſeul volume *in-8.°* en 1759, & l'Académie en rendit compte dans ſon Hiſtoire de cette année*, ce livre a eu le ſort de tous les bons ouvrages, l'édition en a été bientôt épuiſée; il a été traduit en latin, & on en a fait pluſieurs éditions qui ſe ſont multipliées chez l'Étranger, on juge bien que ce n'a pas été ſans qu'il s'y ſoit introduit des fautes; c'eſt en grande partie cette raiſon qui a déterminé M. Lieutaud à donner une édition latine de ſon ouvrage qu'il pût avouer, & qu'il a conſidérablement augmentée; c'eſt de cette dernière que nous avons à parler dans cet article, en ſupprimant toutefois ce que cette édition peut avoir de commun avec la première, de laquelle elle eſt la traduction & dont le Lecteur trouvera l'analyſe en 1759 à l'endroit cité.

* *Voyez Hiſt. année 1759, page 91.*

L'édition de laquelle il eſt ici queſtion, eſt diviſée en deux parties, la première n'eſt à proprement parler qu'une traduction du premier ouvrage françois de M. Lieutaud, à laquelle il a joint quelques obſervations nouvelles; mais la ſeconde eſt un ouvrage abſolument neuf & tout différent du premier, c'eſt un précis de la matière médicale auquel l'Auteur a ajouté un Traité des alimens & des boiſſons; la réunion de ces trois ouvrages forme le corps le plus complet de Médecine-pratique qui ait paru juſqu'à préſent; il commence par les médicamens internes en général & en particulier, il donne la définition des médicamens les plus uſités & s'étend beaucoup ſur la manière de reconnoître

les cas qui exigent un remède plutôt qu'un autre; & comme les meilleurs remèdes deviendroient impuiſſans & ſouvent funeſtes s'ils n'étoient adminiſtrés à doſes convenables, M. Lieutaud a joint à la notice qu'il donne des remèdes, un tableau très-inſtructif & très-détaillé des doſes des médicamens & ſur-tout de celles des remèdes actifs ou violens, tant liquides que ſolides qui ſont le plus en uſage dans la pratique de la Médecine.

Les médicamens externes, c'eſt-à-dire ceux qui s'appliquent à l'extérieur, forment la ſeconde claſſe des remèdes; M. Lieutaud ſuit à leur égard le même ordre qu'il a ſuivi pour les médicamens internes, en allant toujours du général au particulier, mais dans l'une & dans l'autre partie, il préfère toujours les remèdes les plus ſimples & les plus communs dont les propriétés ſont bien reconnues, à ceux qui ſont rares ou que l'art ne procure à la Pharmacie qu'avec beaucoup de peines & de frais; comme il eſt cependant des cas qui les exigent, il donne une idée claire & préciſe des médicamens qui ſe trouvent tous préparés chez les Apoticaires, & indique la nature des drogues ou ſubſtances ſimples des trois différens règnes de la Nature qui entrent dans leur compoſition, il y ajoute une idée des opérations & des procédés chimiques néceſſaires pour les obtenir, & il n'a point oublié de parler des différentes formes ſous leſquelles ces remèdes peuvent être adminiſtrés, ſoit relativement à la maladie, ſoit pour en diminuer le dégoût, des intermèdes avec leſquels on les peut introduire, & d'avertir ſoigneuſement des précautions qui ne peuvent être négligées ſans mettre en riſque le malade qui en fait uſage.

Les alimens ſont, s'il m'eſt permis d'uſer de ce terme, les remèdes des gens ſains, ils peuvent dans pluſieurs cas, ſervir à rétablir la ſanté, mais toujours ils doivent ſervir à l'entretenir, & ſouvent notre intempérance les met dans le cas de la détruire; le choix de ces alimens eſt donc une partie eſſentielle de la Médecine, & c'eſt pour cette raiſon que M. Lieutaud a joint à ſon Ouvrage un ample traité des alimens & des boiſſons, dans lequel il examine les différentes qualités de ceux qui ſont en uſage & indique les cas dans leſquels on doit préférablement ſe ſervir des uns ou des autres.

La diſpoſition de cet Ouvrage offre à ceux qui en feront uſage, une expoſition claire & abrégée de ce qu'il y a de plus important dans la pratique de la Médecine, dans la connoiſſance de la matière médicale & dans la manière de conſerver la ſanté.

Le plan ſur lequel il eſt exécuté eſt abſolument neuf, & on peut aſſurer qu'il répond parfaitement à la haute réputation que l'Auteur s'eſt ſi juſtement acquiſe.

CETTE même année parut un Ouvrage de M. Portal, intitulé *Hiſtoire de l'Anatomie ;* ſix volumes in-12.

Tout Anatomiſte jaloux d'étendre les limites de ſa ſcience, doit avant tout être inſtruit des travaux, des recherches & des obſervations que les Anciens & les Modernes ont faits & conſignés dans leurs Écrits: il doit être en état d'analyſer & de comparer les faits, de fixer les époques des découvertes, de faire connoître la ſuite & la chaîne des connoiſſances acquiſes, de démêler & de rectifier les erreurs en remontant à leurs ſources, & dégageant ainſi le connu de l'inconnu, ſe frayer une route aſſurée à de nouvelles recherches. Au point où en eſt actuellement l'Anatomie moderne, cette voie de procéder eſt celle qui promet le plus de ſuccès pour perfectionner les connoiſſances.

C'eſt en aſſociant ainſi la partie ſcientifique de l'Anatomie aux diſſections répétées ou à la pratique de l'art que M.rs Morgagni, Haller & quelques autres ſe ſont illuſtrés, & qu'ils ont donné à leurs ouvrages un degré de mérite & d'utilité qui ſera toujours reconnu & avoué par les Anatomiſtes.

M. Portal ayant bien compris les avantages d'une étude dirigée ſur ce plan, s'y eſt entièrement livré; & pour en retirer tout le fruit poſſible il a entrepris de faire une analyſe détaillée, ſuivie & raiſonnée de tous les ouvrages qui ont été publiés ſur l'Anatomie en remontant juſqu'aux temps les plus reculés, & préſentant ſiècle par ſiècle la ſuite des faits, le fil des progrès & la chaîne des découvertes juſqu'à nos jours.

L'Ouvrage eſt terminé par une Table très-étendue, qui doit en lier toutes les parties, rapprocher tous les objets & former

par ce moyen un corps d'Anatomie des plus curieux & des plus intéreſſans.

Quelques Auteurs ont prétendu donner une eſpèce d'hiſtoire de l'Anatomie, en publiant des Liſtes nombreuſes des ouvrages anatomiques, mais le mérite, quoique réel de ce travail, n'eſt que celui des Bibliographes: il faut cependant en excepter Goëlike, car en indiquant les Ouvrages, il en donne quelquefois une courte notice aſſez bien faite, en rappelant des obſervations qui ſont propres à l'Auteur dont il parle; mais perſonne avant M. Portal, n'avoit traité cette matière avec autant d'étendue & de détail, n'avoit préſenté une ſuite auſſi nombreuſe de faits bien analyſés & ramenés à leurs véritables époques; perſonne enfin n'avoit travaillé ſur le plan que nous venons de tracer, pour compoſer une vraie Hiſtoire de l'Anatomie. On ne peut certainement que ſavoir gré à M. Portal d'avoir exécuté cet utile projet.



CHIMIE.

SUR LA SÉPARATION DES MÉTAUX.

LA Chimie & les Arts qui en dépendent, ont souvent un but très-différent. Il suffit au Chimiste que ses résultats soient exacts & qu'il voie clairement par où & comment il les a obtenus. La peine, la dépense, & quelquefois même le risque n'entrent point en ligne de compte. Dans les Arts dépendans de la Chimie, ce n'est pas assez que d'obtenir les résultats qu'on desire, il faut encore les obtenir avec profit, & par conséquent choisir entre les procédés Chimiques, qui conduisent à un même but, ceux qui y mènent avec le plus grand profit possible. Dans la réduction ou la séparation des métaux, par exemple, on n'a pas, pour but d'obtenir la plus grande quantité possible de ces métaux, ou, ce qui revient au même, de tirer de la mine tout ce qu'elle contient, on cherche seulement à rendre la différence entre le produit & la dépense, la plus grande possible. Et pour en donner un exemple, si l'on veut séparer le cuivre & l'argent mêlés ensemble, rien n'est plus aisé que d'y parvenir, en suivant le procédé usité dans les laboratoires des Chimistes, qui consiste à fondre le mélange avec du plomb qui se charge du fin, & à le passer à la coupelle pour vitrifier le cuivre & le plomb, & avoir le fin absolument séparé. Mais si l'on vouloit suivre en grand la même méthode, on consommeroit en pure perte une grande quantité de plomb, & il resteroit après l'opération une masse métallique, contenant beaucoup de cuivre & même une portion d'argent mêlée avec la litarge.

V. les Mém. p. 514.

M. Jars, dans ses Voyages, avoit examiné en Chimiste, les travaux de la plupart des mines. Il donne dans ce Mémoire, un moyen de séparer du cuivre, le plomb & l'argent, avec bien moins de frais : ce moyen est le fruit de ses observations sur les

travaux de Blakembourg, & des expériences qu'il a eu occafion de faire fur de grandes maffes de litarge mêlées de cuivre & d'argent, reftées aux affineurs, après avoir coupelé des matières de billon : en voici le procédé.

En foumettant à l'action d'un feu doux & modéré, ces matières mêlées avec de la pouffière de charbon, la litarge fe revivifie en plomb, & comme ce métal fe fond à une chaleur bien moindre que celle qu'exige le cuivre, il coule dans un baffin difpofé pour le recevoir, & entraîne avec lui l'argent qu'il a féparé du cuivre, & qui pour lors n'eft plus mêlé qu'avec le plomb, duquel on peut toujours aifément le féparer, en le coupellant dans des fourneaux difpofés pour faire cette opération en grand. Le cuivre qui refte après cette opération contient encore de l'argent, mais en très-petite quantité. On pourroit, en y ajoutant du plomb nouveau, retirer cet argent par la même méthode; mais M. Jars a trouvé par fes expériences & par le fuccès des travaux de Blakembourg, dont le célèbre M. Cramer a dirigé les opérations, qu'il valoit mieux employer, pour cet effet, un mélange de plomb & de pyrites martiales; par ce moyen, le plomb en fe fondant, entraîne l'argent & le foufre furabondant des pyrites, s'unit au cuivre avec lequel il a plus d'affinité qu'avec l'argent, & l'en fépare. Il réfulte de cette ingénieufe combinaifon que le culot de plomb qui contient l'argent, tient moins de cuivre, & que les fcories dans lequel le cuivre eft réduit, & fur lefquelles on peut, s'il eft befoin, répéter la même opération, contiennent moins d'argent.

On fond en baffe Bretagne des mines de plomb, tenant argent, en y ajoutant de la chaux éteinte à l'air, & du charbon. La chaux s'unit à l'acide vitriolique, qui fe dégage du foufre que contient la mine, & forme avec lui une efpèce de félénite, & la chaux métallique fe revivifie en plomb tenant argent, par le phlogiftique du charbon.

D'après l'examen de toutes ces méthodes, M. Jars en propofe une pour la réduction & la féparation des matières métalliques. Elle confifte à employer à la fois les moyens expofés ci-deffus, tant pour traiter les mines de plomb, que pour celles tenant argent

& cuivre, parce que les procédés dans l'un & dans l'autre cas, tendent également à avoir le plus d'argent qu'il eſt poſſible, en employant le moins de plomb; en effet, il eſt aiſé de voir que l'argent & le plomb ayant moins d'affinité avec le ſoufre & avec l'acide vitriolique, que le fer & le cuivre; & ces derniers métaux ayant plus d'affinité avec le ſoufre qu'avec l'argent & le plomb, l'addition des pyrites martiales, du charbon de terre & de la chaux, facilite la revivification du plomb, qui ſe ſaiſit de l'argent, & la ſéparation de ces deux métaux d'avec le cuivre.

Les mêmes principes qui ont donné à M. Jars ſa méthode de ſéparer l'argent qui ſe trouve dans les mines de plomb & de cuivre, lui ont auſſi fourni un moyen de ſéparer l'or qui ſe trouve dans les mines d'argent ou de cuivre. Si l'or eſt mêlé avec l'argent, on l'en ſéparera en grande partie, en mêlant dans le fourneau des pyrites martiales, avec les morceaux de mine. Ces pyrites ſont très-abondantes en ſoufre, & comme l'argent a plus d'affinité avec le ſoufre qu'avec l'or, la plus grande partie reſtera dans les ſcories, & le culot qui tombera au fond du creuſet ſera très-riche en or. Si au contraire l'or étoit mêlé avec le cuivre & l'argent, on tirera ſûrement le fin, en employant à la fois des pyrites ſulfureuſes & de la litarge. Car alors, quoique le cuivre ait plus d'affinité que le plomb avec l'or; cependant, comme il en a moins avec l'or qu'avec le ſoufre, il abandonne l'or que la litarge entraîne à meſure qu'elle ſe revivifie en plomb, par le phlogiſtique du charbon. C'eſt dans la plus profonde théorie Chimique, & par le plus ſavant uſage de la table des affinités, que M. Jars a trouvé les moyens que nous venons de décrire, de diminuer les frais & la durée des opérations qu'on eſt obligé de faire en grand pour la ſéparation des métaux.

SUR LA PIERRE CALAMINAIRE.

L'INTÉRIEUR de la terre peut être regardé comme un vaſte laboratoire, où la Nature exécute en grand, & dans l'eſpace de pluſieurs ſiècles, des opérations ſouvent ſupérieures aux V. les Mém. p. 15.

ſorces des hommes : l'analyſe des corps qui en réſultent, peut, ſi elle eſt bien faite, nous aider à deviner les loix qui dirigent ces combinaiſons : nous diſons, ſi elle eſt bien faite, car les Chimiſtes ne pouvant le plus ſouvent produire, par la compoſition, des matières ſemblables, il ne leur reſte en ce cas, aucun moyen direct de vérifier les erreurs dans leſquelles une mauvaiſe méthode d'analyſer auroit pu les faire tomber. Il n'y a d'ailleurs preſque point de bonne analyſe d'un corps un peu compoſé, de laquelle il ne réſulte ou un fait nouveau, ou la confirmation de quelque vérité qu'on ne faiſoit encore que ſoupçonner, ou qui du moins ne faſſe naître de ces idées vagues, mais heureuſes, qui, comme une eſpèce d'inſtinct, dirigent la marche du génie.

Les voyages qu'a faits M. Sage en Angleterre, l'ont mis à portée d'examiner les pierres Calaminaires qui ſe trouvent dans les comtés de Sommerſet & de Nottingham, & lui ont fait naître l'envie de faire une exacte analyſe de l'un & de l'autre.

La pierre Calaminaire du comté de Sommerſet eſt en criſtaux imparfaits, durs, faiſant feu avec le briquet, creux dans leur intérieur, y contenant quelquefois de l'eſpèce de mine de plomb qu'on nomme *galène*, & dont la figure a beaucoup de rapport à celle d'un ſpath, qui ſe rencontre aux environs de la mine; en ſorte qu'il y a tout lieu de croire que les criſtaux de ſpath ayant été détruits, la matière de la pierre calaminaire a pris leur place & s'y eſt moulée.

Dans le comté de Nottingham, la pierre calaminaire ſe trouve en deux états différens, l'une eſt blanche, ſon intérieur paroît ſillonné comme un bois vermoulu, & ces ſillons ſont remplis d'une terre brune; l'autre eſt criſtalliſée & d'un vert tendre : ces deux eſpèces ne ſont point feu avec le briquet, & ne produiſent point d'efferveſcence avec les acides.

Ces deux pierres calaminaires ayant été diſtillées ſans intermède, & ſeulement en les mêlant avec la poudre de charbon, il s'eſt formé des criſtaux de ſel marin dans le balon que M. Sage avoit pris la précaution d'enduire d'huile de tartre par défaillance, ce qui prouve inconteſtablement qu'elles contiennent l'acide de ce ſel, comme une grande quantité de mines, dans leſquelles

la partie métallique n'eſt minéraliſée que par l'action de cet acide. La quantité même qu'elles en contiennent n'eſt pas peu conſidérable. M. Sage l'évalue à trente-quatre livres par quintal, il eſt vrai que ce réſultat lui a été conteſté, mais il a offert de convaincre les incrédules, en répétant l'opération devant eux.

Les expériences de M. Sage lui ont fait voir encore que ces pierres calaminaires contenoient du fer, que toutes les ſubſtances ſalines contenoient une matière graſſe, différente du phlogiſtique, & que lorſqu'elle s'y trouve en grande quantité, elle les rend indiſſolubles à l'eau.

Puiſque l'analyſe fait reconnoître dans ces pierres calaminaires, une matière métallique minéraliſée avec l'acide marin ; il étoit aſſez naturel de croire que le zinc mêlé avec du ſel ammoniac, qui contient cet acide, formeroit un corps à peu-près pareil. Il n'en a rien été. L'opération n'a produit qu'un beurre très-aiſé à ſublimer ; & le ſel ammoniac s'eſt décompoſé malgré l'extrême volatilité du zinc : mais ce beurre qui en eſt provenu, eſt moins cauſtique que celui d'antimoine, moins coûteux & plus aiſé à préparer, & par toutes ces raiſons il pourroit être utilement employé en Médecine : ce ſera un fruit ſurnuméraire du travail de M. Sage.

SUR LES MINES EN GÉNÉRAL,

Et en particulier ſur celles de CORNWALL.

M. JARS, dans ſes Voyages, avoit examiné en Phyſicien, la plus grande partie des mines de l'Europe. Il ſe propoſoit d'en donner une deſcription, & d'y joindre les réflexions que ſes obſervations lui avoient donné lieu de faire, & les procédés nouveaux qu'elles lui avoient fait imaginer : ſa mort a interrompu ce travail important, dont le Mémoire ſur les mines de Cornwall en Angleterre, n'eſt qu'une petite partie. V. les Mém. p. 540.

De toutes les mines, celles d'étain ſont les moins connues en France. Il y a cependant une très-grande apparence qu'il s'y en trouveroit ſi on ſavoit les chercher ; c'eſt ce qui a déterminé M. Jars à décrire l'exploitation des mines de la province de Cornwall en Angleterre, qui ſont les plus abondantes de l'Europe.

Cette province eſt une eſpèce de péninſule qui forme une langue de terre dirigée à peu-près de l'Eſt à l'Oueſt, dans la partie occidentale d'Angleterre, & dont une des extrémités forme le cap-Lézard, ſi connu des Navigateurs : elle n'eſt ſéparée de la province de Devonshire, que par de hautes montagnes, dans leſquelles on a exploité quelques mines : ces montagnes vont en s'abaiſſant vers l'Oueſt. C'eſt dans cette dernière partie que les mines ſont très-abondantes, & M. Jars fait obſerver que les mines les plus riches ne ſe trouvent preſque jamais dans les montagnes les plus élevées, mais dans ce que les mineurs nomment *demi-montagne*, c'eſt-à dire, dans celles qui ſont dominées par d'autres plus élevées.

L'étain ſe trouve dans cette province, ſous deux différentes formes. On y a autrefois travaillé beaucoup de mines d'étain, mais aujourd'hui la plus grande récolte de ce métal ſe fait en lavant les terrains du fond des vallées, pour en tirer le minéral qui s'y trouve en petites parcelles arrondies, & qui paroiſſent avoir été roulées par les eaux. La plus grande partie de ces morceaux, tient pour la groſſeur, le milieu entre le gravier & le ſable. M. Jars croit que ces morceaux de minéral, ſont des déblais d'anciennes mines, qui ont été antérieurement travaillées, & que les eaux ont entraînés dans les vallons, ce qui eſt d'autant plus vraiſemblable, que quoique les eaux aient pu détacher quelque portion du rocher qui contient la mine, il ſeroit comme impoſſible qu'elles euſſent entraîné tout ce qui ſe trouve de minéral dans les vallées ; & il vaut d'autant mieux, ſelon lui, rapporter ces débris de minéral à quelques mines anciennement travaillées, qu'on ſait qu'alors l'exploitation des mines n'étoit pas portée au point de perfection où elle eſt aujourd'hui ; & qu'il étoit preſque impoſſible qu'il ne reſtât une très-grande quantité de minéral dans les déblais qu'on jetoit, & que les eaux pouvoient entraîner très-aiſément. Il oſe même prédire d'après la manière dont il a vu travailler les mines de plomb du Northumberland, que dans un ſiècle on trouvera dans les vallées qui ſont au-deſſous, du minéral de plomb en poudre, comme on en trouve d'étain dans la province de Cornwal.

Il s'y eſt auſſi rencontré un morceau de quartz criſtalliſé qui contenoit

contenoit de l'étain en nature, & qu'on donnoit pour étain vierge ou natif: mais M. Jars ayant bien examiné les fragmens de ce morceau, est bien plus porté à croire que ce quartz très-commun dans le canton, avoit servi anciennement de sol ou de paroi à un fourneau, & que l'étain coulant avoit rempli les vides qui se trouvoient entre les cristaux; & il embrasse d'autant plus volontiers ce sentiment que malgré toutes ses recherches il n'avoit encore jamais pu voir un seul morceau d'étain vierge ou natif.

On trouve dans la même province, des mines d'étain de même nature, mais dont cependant une partie est en roche; cette roche est de la nature du granit, mais très-friable, & elle contient par-tout un peu de minéral d'étain, & il y en a qui contiennent des petites veines noires, plus riches que le reste, dont quelques-unes même contiennent quelques grains d'étain pur; ces veines sont toutes parallèles, & vont constamment de l'est à l'ouest : ce rocher se travaille en plein air, & comme il se réduit facilement en sable, on y fait passer, sur-tout en hiver & dans les temps humides, des petits courans d'eau qui l'entraînent; on remue l'eau chargée de ce sable, & le minéral d'étain, comme le plus pesant, tombe au fond de ce ruisseau d'où on le retire, le reste du rocher que l'eau n'a pu attaquer, est cassé à coups de masse & transporté au bocard pour le piler; & pour l'y conduire plus facilement, on a creusé un canal par le moyen duquel on le transporte par bateau; ce rocher devient moins friable & plus dur, à mesure que la mine s'approfondit. Tous les filons métalliques de cuivre ou d'étain de la province de Cornwall, ont leur direction de l'est à l'ouest, & presque tous leur pente au nord; il y en a cependant quelques-uns inclinés au midi, mais c'est le cas le plus rare : on y observe encore, en bien moindre nombre, quelques filons en plateau & horizontaux. Dans l'étendue de la province de Cornwal, le minéral dominant est l'étain. M. Jars y avoit cependant remarqué des mines où ce minéral est joint à du cuivre, & quelques autres où ce dernier métal est seul; mais en général l'étain domine, & il y est quelquefois engagé dans une roche de granite : on en voit de cette espèce au Mont-Saint Michel en Angleterre, qui n'est séparé comme le nôtre, du continent, que par un bras de mer, qui disparoît de basse marée; on en a

même extrait autrefois, mais le Seigneur du lieu qui a craint pour ſa montagne & pour la ſolidité du château bâti deſſus en a fait ceſſer l'exportation.

Il ſort de la province de Cornwall, environ pour 46 millions d'étain chaque année, & pour à peu-près la même ſomme de cuivre.

M. Jars a remarqué dans tous ſes voyages, que tous les filons avantageux à exploiter, étoient parallèles aux rivières principales; obſervation importante, & qui peut jeter un très-grand jour ſur la recherche & ſur la formation des veines minérales. La direction de l'eſt à l'oueſt qu'affectent les filons de Cornwall, ne permet pas d'eſpérer qu'on en trouve le prolongement en Bretagne, mais il pourroit s'y en trouver de paralèlles; on y voit pluſieurs rochers de la même nature que ceux qui contiennent l'étain; on en trouve même dans pluſieurs autres provinces du royaume.

On ne doit pas cependant être étonné qu'on ne ſe ſoit pas appliqué juſqu'ici en France, à rechercher ces mines; les filons des autres mines s'annoncent, pour ainſi dire, à la ſurface de la terre, par du quartz, du ſpath, de la pyrite; ſouvent ces dernières priſes par leur brillant pour des mines d'or, ont fait découvrir des mines avantageuſes; mais les filons d'étain ne préſentent rien à la ſurface du terrain qui ſemble annoncer une mine; ils offrent tout au plus une eſpèce de matière d'un brun rougeâtre, qui ne reſſemble en rien à du métal : cette mine d'ailleurs eſt très-difficile à eſſayer, il n'eſt donc pas étonnant qu'on n'ait pas fait beaucoup de recherches à ce ſujet, ou qu'elles n'aient pas eu de ſuccès; on doit donc exhorter ceux ſur-tout qui vivent à la campagne, à rechercher s'ils ne trouveroient pas quelques-unes de ces mines; & M. Jars preſcrit la manière de ſe conduire dans cette recherche. On ne peut que regretter la perte de cet Académicien zélé, qui prive le Public d'une infinité de matériaux précieux qu'il avoit ramaſſés avec des peines & des fatigues incroyables.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires:

V. les Mém. p. 68. L'Écrit de M. Jars, ſur la manière uſitée en Angleterre, de convertir le Plomb en *Minium*.

OBSERVATION CHIMIQUE.

M. DE LA LANDE avoit rapporté de ſon voyage d'Italie, de la terre, de l'eau & quelques matières ſalines tirées de la grotte du Chien. Il pria à ſon retour M. Cadet d'en faire l'analyſe, dont voici le réſultat.

La terre de la grotte du Chien, n'eſt ni ſulfureuſe, ni arſénicale, ni métallique ; elle paroît être un mélange de gyps, de portions de quartz différemment colorées, de ſable, de végétaux détruits, & d'un peu de terre calcaire.

L'eau de la grotte du Chien miſe en expérience, a donné du ſel marin à baſe terreuſe, & un peu de terre calcaire ; on peut évaluer cette quantité à 8 grains de ſel, & deux grains de terre calcaire par pinte de cette eau ; le ſel pris dans les fentes ou lézardes des murs des bains de vapeurs, eſt un ſel alumineux qui participe d'un peu de fer ; ce ſel, d'après les expériences auxquelles il a été ſoumis, ne peut être ſoupçonné de contenir du cuivre, ni aucune ſubſtance arſénicale.

CETTE année M. de Machy Apothicaire de Paris, lut à l'Académie, un Mémoire ſur la nature des ſels volatils, tirés des ſubſtances animales. L'occaſion de ſon travail fut le phénomène ſingulier d'une liqueur compoſée de phlegme ſaturé avec de l'alkali volatil, tiré du ſang de Bœuf qui ſe criſtalliſoit au froid, & dont la criſtalliſation ſe diſſipoit par la chaleur ; il ſoupçonna que cette liqueur contenoit un ſel neutre, ſuſceptible de criſtalliſation dans le froid, & que la chaleur décompoſoit lentement, ne laiſſant ſubſiſter que la partie acide.

Dans la vue de s'en aſſurer, il prit du ſel volatil concret de ſang de Bœuf, qu'il ſoumit à toutes les expériences néceſſaires pour s'aſſurer qu'il paſſoit dans la diſtillation du ſang, aſſez d'acide pour ſaturer l'alkali volatil qui en réſulte.

Une plus grande quantité de ce ſel montant à 3 onces, fut expoſée

à l'air ſur une fenêtre pendant un mois, & il s'en diſſipa une once, qui étoit la portion d'alkali combinée avec l'acide, qui formoit un ſel neutre & tranſparent. M. de Machy croit y avoir aperçu des petits criſtaux cubiques, ſur leſquels il a verſé de l'huile de vitriol, qui en a dégagé des vapeurs blanches, qu'il croit être de l'eſprit de ſel, qu'il conſidère par conſéquent comme un des principes conſtituans des alkalis volatils.

Les expériences de M. de Machy, prouvent très-bien la préſence de l'acide, mais elles n'ont pas paru ſuffiſantes pour déterminer ſa nature. Comme elles ouvrent la route à une recherche intéreſſante, l'Académie a cru devoir communiquer au Public cette idée de M. de Machy, dont le travail lui a paru mériter des éloges, & d'être ſuivi par ceux qui s'intéreſſent au progrès de la Chimie.



GÉOMÉTRIE.

SUR LES ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES ORDINAIRES, FINIES ET PARTIELLES.

LE Calcul intégral a été jusqu'ici l'unique objet des travaux de M. le Marquis de Condorcet, l'Académie a rendu compte dans plusieurs endroits de son Histoire, des différens Mémoires qu'il a donnés sur cette matière, en voici encore trois relatifs à ce même objet, desquels nous allons essayer de présenter l'esprit & la marche, autant qu'il sera possible de le faire sans calcul.

L'un de ces Mémoires a pour objet les différences ordinaires, l'Auteur y compare la méthode d'intégrer plusieurs équations sans avoir éliminé, avec celle d'intégrer après l'élimination l'équation qui reste entre les variables; & il montre que dans l'une & dans l'autre il ne suffit pas pour obtenir le dernier résultat, d'avoir trouvé autant d'équations qu'il en faut pour chasser les différences des variables qui doivent être éliminées; mais qu'il faut les avoir telles, que cette élimination soit possible. Ainsi, par exemple, si l'on a une équation du second ordre entre deux variables, ou deux du premier entre trois, il ne suffit pas d'avoir deux intégrales, pour que la proposée soit résolue; mais il faudra souvent en chercher de nouvelles, jusqu'à ce qu'on en ait de telles, que l'élimination de chacune des variables, ou celle de chacune des différences, soit possible. V. les Mém. p. 191.

Le facteur d'une équation rationnelle, peut ne pas être rationnel, même pour le premier ordre, & M. Euler a traité des équations rationnelles, où ce facteur contient des radicaux. M. de Condorcet détermine ici la forme irrationnelle que peut avoir le facteur pour les différens ordres, & il montre que cette forme dépend du nombre d'intégrales essentiellement différentes que peuvent avoir les équations proposées.

V. les Mém. p. 108.

La théorie des Équations aux différences finies, fait le ſujet d'un autre Mémoire, où elle eſt traitée d'une manière plus directe & plus générale qu'elle ne l'a été juſqu'ici. M. de Condorcet trouve leurs équations de conditions, & celles des *maxima* & *minima*, par la même méthode qui les donne pour les différences ordinaires, & à laquelle il n'a fallu ajouter qu'une remarque fort ſimple; quant à leur intégration, il marque le nombre & la forme des tranſcendantes & des arbitraires que l'intégrale peut contenir lorſqu'une des variables a une différence conſtante; ces arbitraires peuvent être une fonction quelconque de cette variable; mais fonction dont la différence ſoit nulle, en ſorte que ſi l'on regarde l'équation comme repréſentant une courbe, la variable dont la différence eſt conſtante comme l'abſciſſe, & qu'on ait un nombre donné de points de la courbe égal à l'ordre de l'équation, tous les points de la courbe répondans à une ſuite d'ordonnées, diſtantes entr'elles de la différence conſtante, ne ſeront pas abſolument indéterminés. Cela peut paroître paradoxal, parce que les points déterminés paroiſſent être les ſeuls qui appartiennent à la ſolution du Problème; mais il faut obſerver que les arcs de courbes décrits entre les points déterminés, doivent être tels que ſi on en ſuppoſe une ordonnée une fois connue par une abſciſſe quelconque, toutes les ordonnées diſtantes de la différence conſtante ſoient déterminées, ce qui ne peut arriver que lorſque l'équation qui détermine les portions des courbes eſt composée de fonctions déterminées de x & de fonctions arbitraires, dont la différence ſoit nulle. Toute équation poſſible aux différences finies a une intégrale de l'ordre immédiatement inférieur, mais il n'y a pas un nombre égal à l'expoſant de ſon ordre, dont la différentiation puiſſe produire la propoſée. C'eſt une différence eſſentielle entre ces équations & celles aux différences infiniment petites.

De même, la différence de x étant conſtante & finie, toute fonction de x peut être regardée comme une différentielle exacte; mais il n'eſt pas toujours poſſible de l'exprimer en termes finis, quoiqu'il ſoit toujours poſſible de l'avoir par une ſérie infinie, ce qui doit diſtinguer ces fonctions de celles qui ſeroient données par des équations abſurdes, & qu'on ne peut exprimer par aucune forme.

Les équations aux différences partielles, font l'objet d'un troisième Mémoire, elles diffèrent encore plus des équations aux différences totales, elles n'ont point nécessairement d'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur, & les fonctions arbitraires qu'elles contiennent peuvent n'avoir pas disparu successivement, mais toutes à la fois: enfin le nombre de fonctions transcendantes y est indéfini; mais l'ordre de l'équation différentielle ordinaire qui peut les faire disparoître est déterminé; ainsi pour le premier ordre l'intégrale peut contenir un nombre infini de fonctions logarithmiques simples.

V. les Mém. p. 151.

Il n'est ici question que des équations qui peuvent avoir une intégrale en termes finis, toutes n'en sont pas susceptibles, quoique d'ailleurs au nombre des équations possibles. L'auteur a fait sur cette matière également importante & épineuse, de nouvelles Recherches qui paroîtront dans les Mémoires de 1772.

M. de Condorcet termine celui-ci par des réflexions sur la méthode de résoudre les problèmes en déterminant *à priori* les formes dont leurs solutions sont susceptibles, & cherchant ensuite par la méthode des coëfficiens indéterminés, celle qui convient à chaque problème. On sent aisément de quelle utilité peuvent être les Recherches de M. de Condorcet, dans une matière si importante & qui mérite tant d'être éclaircie.

CETTE année parurent les premier & deuxième volumes *du Cours de Mathématique, à l'usage de l'Artillerie,* par M. Bézout.

Sous le nom *d'Élémens d'une science*, on peut entendre ou l'enchaînement de ses principes fondamentaux & l'analyse des opérations qu'elle emploie, ou bien seulement l'exposition des vérités les plus simples & les plus utiles pour l'usage ordinaire. Dans le premier cas, c'est la métaphysique de la Science, la génération des idées sur lesquelles elle est fondée, qui sont l'objet des élémens, & c'est sur cette science même que doivent porter les réflexions de l'Auteur. Dans l'autre cas il est question de rendre

les vérités les plus faciles à saisir qu'il est possible, sans cependant rebuter par une exposition trop longue; il faut savoir s'écarter de l'ordre naturel sans nuire à la rigueur des démonstrations, toutes les fois que l'ordre naturel exigeroit une attention trop forte, il faut entrer dans de longs détails sur les opérations fréquentes dans la pratique; enfin il faut être assez détaillé pour ne pas fatiguer les esprits médiocres, & cependant être assez court pour ne pas dégoûter des esprits plus pénétrans, & c'est alors d'après les observations sur les hommes à qui les élémens sont destinés, que l'Auteur doit établir l'ordre de son ouvrage.

M. Bézout a déjà publié des Élémens destinés aux Gardes de la Marine, & le succès en a prouvé la bonté; il y avoit ajouté des remarques importantes, & même de nouvelles méthodes d'analyse où l'avoient conduit les réflexions qui s'étoient offertes à lui pendant la composition de son ouvrage. Celui dont nous annonçons ici les deux premiers volumes, étoit destiné pour les Élèves de l'Artillerie, ils renferment l'Arithmétique, la Géométrie, la Trigonométrie rectiligne, l'Algèbre, & l'application de l'Algèbre à la Géométrie.

Dans ces Élémens, il y a des propositions sans lesquelles il seroit impossible de connoître la Théorie nécessaire aux Officiers d'Artillerie, elles sont destinées à tous les Élèves: d'autres moins utiles & plus difficiles, sont destinées seulement à ceux qui ont plus de facilité ou plus de zèle; ainsi cet ouvrage a l'avantage & de ne rien offrir aux esprits ordinaires, qui soit au-dessus de leur portée; & de donner en même-temps aux autres esprits, une occupation suffisante pour le temps de leurs études, & par-là il remédie à l'inconvénient de donner une instruction égale à des esprits inégaux.

Le zèle à remplir les devoirs d'une place importante peut seul engager un Géomètre tel que M. Bézout, à sacrifier une partie de son temps, & par conséquent de sa gloire à la composition d'un ouvrage de ce genre, le mérite de ces travaux n'est que pour très-peu de personnes; ainsi ils servent peu à la réputation d'un Auteur, mais il a le plaisir d'être utile & de l'être sans intérêt.

Cette même année, M. l'Abbé Marie, Professeur de Mathématiques au Collége Mazarin, présenta à l'Académie une nouvelle édition des *Leçons élémentaires de Mathématiques, par feu M. l'abbé de la Caille.*

Les Elémens publiés par M. l'abbé de la Caille, ont été distingués par leur précision, la rapidité de leur marche & la manière dont l'Auteur a su renfermer dans un très-petit espace la plus grande partie des Théories les plus importantes de l'Analyse; les principes de la Théorie exposés clairement, l'esprit des méthodes principales, & quelques exemples, sont tout ce qu'il a pu donner sur chaque matière. L'édition nouvelle, présentée à l'Académie, par M. l'abbé Marie, contient des élémens de Mathématiques purs, faits sur ce même plan; il y a ajouté des théories qui, lorsque M. l'abbé de la Caille a publié son ouvrage, étoient réservées aux grands Géomètres; & qui depuis, grâces aux progrès immenses qu'a faits l'Analyse, sont devenus communes. On trouve dans ces additions la même précision que dans M. l'abbé de la Caille, & il seroit difficile de distinguer ce qui appartient à l'Auteur, de ce qui appartient à l'Éditeur.



ASTRONOMIE.

SUR LA PARALLAXE DU SOLEIL, déduite du paſſage de Vénus, du 6 Juin 1769.

V. les Mém. p. 9.

* Voy. l'Hiſt. 1757, p. 97; 1761, p. 98; 1769, p. 93.

L'ACADÉMIE a fait voir dans plus d'un endroit de ſon Hiſtoire, de quelle importance étoit l'obſervation des paſſages de Vénus ſur le Soleil *, pour établir la véritable parallaxe de ce dernier aſtre & de celle qui avoit été déduite de celles des obſervations qui ont été faites des deux paſſages arrivés en 1761 & en 1769, qui ſont venus juſqu'ici à ſa connoiſſance.

Dans le nombre de ces obſervations, il s'en eſt trouvé deux dans leſquelles les deux contacts de l'entrée & de la ſortie de Vénus ſur le diſque du Soleil, avoient été obſervés, & qui étoient aſſez éloignées pour en pouvoir conclure la parallaxe, ſans même connoître avec préciſion la différence de Longitude de ces deux lieux. Avantage très-grand ſi l'on conſidère la difficulté de déterminer avec exactitude ce dernier élément.

Ces deux obſervations que M. de la Lande emploie à la recherche de la parallaxe du Soleil, ſont, celle qui a été faite au Fort du Prince de Galles, ſur la côte occidentale de la baye d'Hudſon, près de la rivière de Churchill, à $58^{d}\ 47'\ 30''$ de latitude boréale, par Mrs Dymond & Wales, envoyée par la Société royale de Londres ; & celle qui a été faite par M. Planman à Cajanebourg en Finlande. Dans l'une & dans l'autre obſervation, l'entrée & la ſortie de Vénus, ont été exactement obſervées, & par conſéquent on a eu dans chacune avec préciſion, la corde du diſque du Soleil, parcourue par Vénus ; c'eſt au moyen de ces cordes que M. de la Lande a penſé à obtenir la véritable quantité de la parallaxe horizontale du Soleil ; nous allons eſſayer de préſenter ici l'eſprit de ſa méthode.

Puiſque la diſtance de Vénus a un rapport ſenſible avec des diſtances priſes ſur le globe terreſtre, il doit néceſſairement arriver, qu'un Obſervateur placé au centre de la Terre, voie Vénus décrire une certaine corde du diſque du Soleil, tandis que d'autres, placés à différens points de la ſurface du globe, lui en voient décrire d'autres différentes, par l'effet de la parallaxe. Si donc on connoît la quantité de cette parallaxe, on pourra en calculant l'effet qu'elle a dû produire ſur chaque obſervation, les rappeler à celle qui auroit été faite par un ſpectateur, placé au centre de la Terre; & ſi la parallaxe eſt parfaitement exacte, toutes les obſervations concourront à donner la même pour celle de l'Obſervateur placé au centre de la Terre : mais ſi on prend une parallaxe trop grande ou trop petite, alors le même accord ne ſubſiſtera plus, & au lieu que dans le premier cas, toutes les obſervations donnent la même corde pour l'obſervation du centre; dans le ſecond, les obſervations en donneront chacune une différente, on ſera donc averti par cette différence, que la parallaxe employée, n'eſt pas la véritable; & on en eſſayera une autre juſqu'à ce que par cette eſpèce de règle de fauſſe poſition, on ſoit parvenu à déterminer celle qui ramène toutes les obſervations à donner la même corde pour les obſervations du centre.

C'eſt en employant cette méthode, que M. de la Lande eſt parvenu à déterminer la parallaxe du Soleil, en employant les obſervations du Fort du prince de Galles & de Cajanebourg, dans chacune deſquelles les deux contacts ont été obſervés; car il eſt aiſé de voir par ce que nous venons de dire, que cette condition eſt eſſentielle; il en réſulte qu'en employant la parallaxe de 9 ſecondes qu'il avoit autrefois adoptée, les obſervations réduites à celle du centre, ne donnoient pas la même corde; mais qu'en ſe ſervant d'une parallaxe de 7″,73, les deux obſervations donnent préciſément la même corde; d'où l'on peut conclure que la parallaxe horizontale eſt d'environ 8 ſecondes au lieu de 10 ſecondes, qu'on avoit long-temps ſuppoſées. Les obſervations faites en Californie, traitées par la même méthode, ont donné la parallaxe moyenne d'environ 8″ $\frac{1}{2}$, ce qui s'accorde avec les réſultats des obſervations de 1761. Conſéquence d'autant

plus importante que la diſtance de la Terre au Soleil, fondée ſur la connoiſſance de la parallaxe de cet aſtre, eſt un des Élémens primordiaux, ſur leſquels eſt fondée toute l'Aſtronomie.

SUR LES OBSERVATIONS faites par M. l'Abbé CHAPPE, *en Californie.*

V. les Mém. p. 83.

NOUS venons de parler dans l'article précédent, des Obſervations faites en Californie, il étoit néceſſaire avant que de les employer, de s'aſſurer du degré de leur préciſion. La mort de l'Auteur, enſéveli, pour ainſi dire, ſous ſes propres lauriers, ne lui ayant pas permis d'en rendre aucun compte détaillé; M. de Thury a bien voulu rendre ce ſervice à la mémoire de ſon ami, & ſuppléer à ce qu'il n'étoit plus en état de faire, en donnant un extrait circonſtancié de ſes opérations.

L'obſervatoire de M. l'abbé Chappe, à Saint-Joſeph de Californie, étoit une grange à maïs, du toit de laquelle on avoit détruit une partie qui n'étoit recouverte que d'une toile, qu'on pouvoit hauſſer & baiſſer à volonté. Ses inſtrumens qui conſiſtoient en une machine parallactique, un quart-de-cercle & un inſtrument des paſſages, étoient poſés ſur des maſſifs faits exprès, & compoſés de pierres & de briques, la pendule attachée à un bloc de cèdre très-dur, enfoncé & ſcellé de deux pieds & demi en terre; & la lunette de 10 pieds deſtinée à l'obſervation des contacts, étoit ſuſpendue à une potence, portée par une poutre de 8 à 9 pouces d'équarriſſage; de manière qu'elle pouvoit aiſément ſe mouvoir dans le ſens horizontal & dans le ſens vertical.

Tous ces préparatifs étoient finis dès le 28 Mai, la pendule réglée, la longitude du lieu & ſa latitude à très-peu près déterminées, & les jours qui précédèrent l'obſervation, & que M. l'abbé Chappe employa à régler exactement la marche de ſa pendule, furent ſi favorables qu'il pouvoit en répondre à quelque heure que ce fût du jour ou de la nuit.

Les jours qui s'écoulèrent juſqu'à l'obſervation, furent employés à tout préparer. M. l'abbé Chappe étoit incertain ſur le lieu du

limbe du Soleil, où Vénus devoit entrer, sur le disque de cet astre; & ce fut ce qui le détermina à n'observer le premier contact qu'avec la lunette de la machine parallactique, il l'observa à 11^h 59′ 10″, d'une façon très-précise, il estima le milieu de l'entrée de Vénus sur le disque à 12^h 5′ 17″, & le contact intérieur à 12^h 17′ 27″. M. l'abbé Chappe ne put, quoiqu'il le cherchât avec beaucoup d'attention, trouver aucune trace de ce croissant, que quelques Astronomes croient avoir vu autour de Vénus, avant sa jonction au Soleil dans l'observation de 1761; mais ce qui n'échappa pas à sa vue, & qui avoit déjà été remarqué en 1761, c'est que dans le contact interne, le bord de Vénus, parut s'alonger comme si c'eût été une matière molle, collée au bord du Soleil, & qui ne s'en détachât qu'avec peine.

Pendant toute la durée du passage, il prit continuellement la différence d'ascension droite & de déclinaison entre Vénus & les bords du Soleil, le diamètre de la Planète qu'il trouva de près de 59 secondes; & enfin, la plus petite distance des centres de Vénus & du Soleil.

Dans l'observation de la sortie de Vénus, elle parut, à l'approche du bord du Soleil, s'alonger beaucoup plus qu'elle n'avoit fait à l'entrée; le premier contact se fit à 5^h 54′ 0″; à 6^h 3′ 57″, M. l'abbé Chappe estima la sortie du centre; & enfin la sortie totale fut à 6^h 13′ 19″.

Le lendemain, & tous les jours suivans jusqu'au 11 Juin, qu'il fut attaqué de la maladie dont il mourut, furent employés à constater par des hauteurs correspondantes, la marche de la pendule; il profita d'un intervalle de son mal, pour faire le 18, l'observation de l'éclipse de Lune de ce jour; & il continua dans les intervalles qu'il eut, d'observer malgré son état fâcheux, les éclipses des satellites jusqu'au 19 Juillet, onze jours avant sa mort.

A ces observations du phénomène principal, M. de Thury en a joint plusieurs autres, comme celles d'*Arcturus*, qui ont donné la latitude de Saint-Joseph de 23^d 4′ 0″; celles du Soleil, qui la donnent de 23^d 3′ 35″; celles des éclipses des satellites

de Jupiter, qui établissent la différence de longitude, entre Paris & Saint-Joseph, de 7h 28′ 35″; il y a joint de même quelques observations faites par M. l'abbé Chappe, tant au Havre & à Cadiz, que dans sa route, pour constater la marche de la montre marine de M. Berthoud, desquelles il résulte, que cette montre avoit très-bien donné l'attérage des Canaries, & quelques tentatives faites pour l'usage du mégamètre de M. de Charnières. Enfin on trouve encore dans ce Mémoire, le détail de l'observation de l'éclipse de Lune du 18 Juin 1769. On est étonné en lisant ce Mémoire, du nombre prodigieux de matériaux que M. l'abbé Chappe avoit rassemblés dans le court espace de deux mois, & on ne peut, suivant la réflexion de M. de Thury, les examiner sans regretter de plus en plus, celui auquel on en est redevable, & auquel ils ont coûté la vie.

V. les Mém. p. 416. Ces mêmes observations ont été examinées par M. de la Lande, & il les a comparées, suivant la méthode dont nous venons de parler dans l'article précédent, aux observations faites à Cajanebourg par M. Planman, & à Wardhus par le P. Hell; il en résulte que l'observation de M. l'abbé Chappe, comparée à celle du P. Hell, avec une parallaxe de $8''\frac{1}{2}$, fait trouver une plus longue durée pour Wardhus que pour Saint-Joseph, mais seulement de 33″; il faudroit donc augmenter un peu la parallaxe, & la porter à 8″,81, pour satisfaire à ces deux observations.

La même observation comparée à celle de Cajanebourg, exige, pour les représenter toutes deux, une parallaxe de 8″,47 : si on compare celle de Cajanebourg avec celle du Fort-au-Prince, on aura la parallaxe de 8″,37; on la trouve de 8″,54 par la comparaison de celle du Fort-au-Prince & de celle de la mer du Sud; M. de la Lande croit devoir adopter celle qui se tire de la comparaison des observations de M. l'abbé Chappe & de M. Planman, qui donne pour parallaxe moyenne 8″,47.

On voit aisément, par tout ce que nous venons de dire, que toutes les observations s'accordent à donner la même parallaxe dans des limites assez étroites; on peut donc, sans craindre d'erreur sensible, la prendre, selon M. de la Lande, de $8''\frac{1}{2}$, & en partant

de cette parallaxe, il a calculé les distances respectives de toutes les Planètes, leurs diamètres, leurs masses & leurs densités; en un mot, s'il m'est permis d'user de ce terme, toute l'architecture du système solaire, dont il a composé une Table qui termine ce Mémoire.

SUR LE DIAMÈTRE DU SOLEIL
qu'on doit employer dans le calcul des passages de Vénus.

ON s'est aperçu depuis long-temps que le diamètre du Soleil paroissoit d'autant plus petit que les lunettes avec lesquelles on l'observoit étoient plus grandes, & cette apparence vient de ce que la véritable image du Soleil est augmentée par une espèce de couronne lumineuse dépendante de l'aberration des rayons; aberration que la longueur des lunettes rend nécessairement moindre, tant parce que la sphéricité du verre objectif est moindre, que parce que l'image est plus grande. V. les Mém. p. 403.

Dans les passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil, cette espèce d'augmentation optique ne peut avoir lieu, puisque la Planète, en couvrant le corps réel du Soleil, couvre en même temps, ou au moins fait disparoître en cet endroit la couronne d'aberration qui augmente le Soleil à nos yeux.

L'examen des différentes observations de Vénus sur le Soleil, dans lesquelles les contacts de l'entrée & de la sortie ont été observés, a confirmé M. de la Lande dans l'idée qu'il avoit de cet agrandissement optique du Soleil, & toutes combinées ensemble, lui ont fait voir que le diamètre du Soleil, déterminé par le micromètre, devoit être pris de 6″ plus petit, si on veut l'appliquer à ces phénomènes. M. du Séjour avoit trouvé de même, qu'indépendamment de l'inflexion, il falloit diminuer ce diamètre de quelques secondes pour le faire cadrer avec l'Éclipse de 1764.

Cette même couronne d'aberration qui augmente le diamètre apparent du Soleil, a aussi servi à M. de la Lande pour expliquer

V. les Mém. p. 406.

un phénomène observé dans les passages de Vénus sur le Soleil par un très-grand nombre d'Astronomes.

Ce phénomène observé dans les deux passages de 1761 & de 1769, est une espèce de ligament obscur qui semble joindre le bord de Vénus à celui du Soleil, lorsqu'elle en est éloignée de quelques secondes.

M. de la Lande regarde ce phénomène comme tenant à la même cause que l'augmentation de diamètre de laquelle nous venons de parler; l'augmentation du diamètre du Soleil n'est qu'une apparence qui dépend de la lumière de cet astre, & devient comme une prolongation du bord réel. Il doit donc arriver qu'au moment que Vénus touche le bord réel du Soleil, la partie correspondante de l'augmentation disparoisse, & forme cette espèce de prolongement obscur qui semble aller chercher le bord apparent du Soleil. Cette explication nette & précise rend une raison très-plausible de ce singulier phénomène.

SUR LE PASSAGE DE VÉNUS sur le Soleil, du 3 Juin 1769.

V. les Mém. p. 558.

NOUS avons rendu compte dans les articles précédens, de l'usage qu'on avoit fait des différentes observations du dernier passage de Vénus sur le Soleil. Il est évident que le degré de certitude des résultats qu'on en a tirés, dépend de l'exactitude & de la précision des observations sur lesquels ils sont fondés, & qu'il étoit de la dernière importance de les soumettre à un rigoureux examen : c'est aussi ce qu'a entrepris M. Pingré, du Mémoire duquel nous avons à parler.

Les observations qu'a examinées M. Pingré, sont au nombre de vingt-sept. La première est celle de M. Rumowski, faite à Kola en Lapponie; malheureusement le ciel ne seconda pas, autant qu'il auroit été à desirer, le zèle & l'intelligence de l'Observateur; une nuée noire & épaisse cacha précisément la partie du Soleil où Vénus devoit entrer, en sorte qu'on eut l'observation de

de l'entrée de Vénus, beaucoup plus par estime que par observation; la sortie fut observée plus exactement, le Soleil étoit cependant couvert d'un nuage clair. M. Rumowski croit néanmoins qu'on peut compter sur la précision de cette phase. M. Rumowski, & M.rs Ochtenski & Borodulin ses Associés dans cette observation, observèrent aussi la fin de l'éclipse de Soleil du 4 Juin; & cette observation calculée très-soigneusement par M. Pingré, a donné la longitude de Kola de $2^h\ 2'\ 43''$ à l'orient de Paris, sa Latitude avoit été déterminée par les observations de M. Rumowski, de $68^d\ 52'\ 56''$.

La seconde est celle de M. Planman, faite à Cajanebourg dans la Bothnie orientale; il fut aussi contrarié par le mauvais temps, cependant il obtint l'immersion totale de Vénus à son entrée sur le disque du Soleil, & l'émersion totale à sa sortie, la latitude boréale de Cajanebourg est de $64^d\ 13'\ 30''$, & sa longitude tirée de l'observation de l'éclipse du Soleil, de $1^h\ 41'\ 41''$ à l'est de Paris, la lunette dont il s'étoit servi étoit de 21 pieds.

La troisième est celle de Ponoi en Lapponie, faite par M. Jacques-André Mallet, avec une lunette achromatique de 12 pieds; les deux contacts de l'entrée, furent très-bien observés; mais les nuages qui survinrent un peu après le milieu du passage, ne lui permirent pas d'observer ceux de la fin; l'éclipse de Soleil du 4 Juin, n'éprouva pas le même inconvénient, il en eut le commencement & la fin, & cette observation lui donna la longitude de Ponoi, il en avoit déterminé la latitude de $67^d\ 4'\ 30''$.

La quatrième est celle de M. Pictet, faite à Oumba en Lapponie, par $66^d\ 45'\ 2''$ de latitude septentrionale; mais le mauvais temps qui dura toute la journée, l'empêcha d'observer le passage de Vénus sur le Soleil; il n'obtint que le commencement & la fin de l'éclipse de Soleil. M. Pingré déduit de cette observation, la longitude d'Oumba de $2^h\ 7'\ 43''$ à l'orient de Paris.

La cinquième &, selon M. Pingré, la plus complète de toutes, est celle de Wardhus, capitale de la Lapponie danoise, faite par le P. Hell Jésuite, Astronome de Leurs Majestés Impériales, accompagné du P. Sajnovis son confrère, & de M. Borgrewing,

Les deux contacts y ont été obſervés, & par conſéquent la durée du paſſage : l'éclipſe de Soleil l'a été de même avec la plus grande préciſion ; & le P. Hell a déterminé par ſon moyen, la longitude de Wardhus, de $1^h\ 55'\ 7''$ à l'orient de Paris. Le P. Hell en avoit, au moyen de plus de deux cents obſervations, déterminé la latitude boréale de $70^d\ 22'\ 36''$. On ne doit pas au reſte, être étonné que la latitude de Wardhus n'ait été déterminée que par la ſeule obſervation de l'éclipſe de Soleil : la ſaiſon où l'on étoit alors, & pendant laquelle il n'y a pas de nuit dans ces climats, ne pouvoit permettre au P. Hell d'obſerver aucune éclipſe des ſatellites de Jupiter.

Le long temps qui s'eſt écoulé entre l'obſervation du P. Hell & ſa publication, avoit donné lieu à quelques Aſtronomes de jeter quelques doutes ſur la fidélité de cette pièce. Mais M. Pingré a entrepris de diſſiper ce nuage, en faiſant voir l'accord ſingulier de l'obſervation du P. Hell, avec celles qui ont été faites dans les principaux obſervatoires de l'Europe, & par les plus habiles Aſtronomes ; nous allons les rapporter toutes.

La ſixième eſt celle de Saint-Péterſbourg, faite par M. Lexell, le P. Stalh, le P. Mayer, & le Profeſſeur Euler. Le premier contact intérieur à la ſortie de Vénus, y fut très-exactement obſervé, le bord du Soleil paroiſſoit un peu ondulant, mais celui de Vénus étoit bien tranché ; le contact extérieur fut obſervé avec la même préciſion, & l'éclipſe de Soleil fut pareillement obſervée avec toute l'exactitude poſſible ; cette dernière donne la longitude de Péterſbourg, de $1^h\ 51'\ 56''$ à l'orient de Paris, différente ſeulement de $4''$ de celle de $1^h\ 52'\ 0''$ qu'on a coutume de lui donner.

L'Impératrice de Ruſſie, ne s'étoit pas contentée de faire faire des obſervations de ce phénomène dans la capitale de ſon empire, elle avoit encore envoyé des Aſtronomes dans le Nord, le Sud & l'Eſt des vaſtes provinces qu'elle poſsède en Aſie. M. Iſſenief, fut envoyé à Jakoutzk, il n'y obſerva que les contacts de la ſortie ; mais comme on ne connoît ni la latitude, ni la longitude de ce lieu, M. Pingré n'a pu faire aucun uſage de cette obſervation.

M. Lowitz alla obſerver à Gurief, il eut le contact intérieur & l'extérieur de la ſortie de Vénus, & le commencement &

la fin de l'éclipſe de Soleil ; cette dernière donne la différence des méridiens entre Paris & Gurief, de 3^h 18′ 28″ à l'Eſt; deux obſervations de la hauteur méridienne d'α de l'Aigle & de θ d'*Antinoüs*, & de trois hauteurs méridiennes du Soleil, ont déterminé la latitude boréale de cette ville, de 47^d 7′ 8″$\frac{1}{2}$.

M. Krafft obſerva à Orenburg, il eut les deux contacts de la fin très-exactement, il obſerva de même l'éclipſe de Soleil. M. Pingré en a déduit la latitude d'Orenburg, de 3^h 3′ 1″ à l'orient de Paris, & M. Krafft en a déterminé la latitude boréale, de 51^d 46′.

M. Chriſtophe Euler avoit été envoyé à Orsk, où il a fait de nombreuſes obſervations. M. Pingré a conclu de cinquante-quatre des principales, la latitude d'Orsk de 51^d 12′ 11″, il a auſſi obſervé pluſieurs immerſions & émerſions des ſatellites de Jupiter, elles donneroient la longitude d'Orsk de 3^h 45′ 9″ à l'orient de Paris; mais le réſultat ne peut ſe ſoutenir, & M. Pingré préſume qu'il s'eſt gliſſé quelqu'erreur dans ces obſervations : il obſerva les deux derniers contacts, & dans le contact intérieur il remarqua le prolongement obſcur, dont nous avons parlé, mais il faut qu'il y ait encore ici quelque manque d'exactitude, car la durée de la ſortie devoit être ſelon le calcul, beaucoup plus courte qu'en aucun autre lieu, & elle a été obſervée beaucoup plus longue, l'éclipſe de Soleil qui fut obſervée à Orsk, ne donne pas la longitude conforme à celle qui réſulteroit de l'obſervation de Vénus, & M. Pingré n'a pas cru devoir en faire uſage.

A Stockolm, le paſſage de Vénus fut obſervé par M.rs Ferner, Wargentin & Wilk, ils trouvèrent le plus parfait accord entre les obſervations qu'ils firent avec différens inſtrumens des deux contacts de l'entrée. A Upſal M.rs Melander, Proſperin, Bergmann & Salenius obſervèrent, les deux premiers le premier contact; & tous, le ſecond contact.

A Greenwich, le phénomène fut obſervé par M.rs Maskelyne, Hitchins, Hiſt, Horſley, Dollond & Nairne, ils obſervèrent tous, les deux contacts de l'entrée; & toutes leurs obſervations ne diffèrent que d'un petit nombre de ſecondes.

Au fort du Prince de Galles, dans la baie d'Hudſon, ſitué

ſelon pluſieurs obſervations, à 50^{d} 47′ 30″ de latitude ſeptentrionale, les quatre contacts furent obſervés malgré la brume & le peu de netteté des bords, par Mrs Dymond & Wales.

Une remarque ſingulière de M. Pingré, eſt qu'en adoptant le diamètre de Vénus de 58 ſecondes, tel qu'il a été trouvé par les meſures exactement faites avec le micromètre; preſque tous les Obſervateurs l'ont trouvé plus petit, en le meſurant par le temps écoulé entre les deux contacts; M. Pingré n'en eſt pas ſurpris, il penſe que la lenteur du mouvement de Vénus, le peu de netteté de ſes bords, peut-être auſſi l'inflexion des rayons du Soleil, ſont des cauſes ſuffiſantes pour expliquer ce phénomène.

Les deux Aſtronomes anglois dont nous venons de parler, ne ſont pas les ſeuls qui aient fait en Amérique, l'obſervation de ce phénomène, M. Pingré en a reçu pluſieurs; mais l'incertitude de la longitude des lieux où elles ont été faites, lui a d'autant moins permis de s'en ſervir dans cette recherche, qu'une très-petite erreur dans la longitude du lieu, en produit une conſidérable dans la parallaxe.

Dans un Écrit publié en 1767 par M. Pingré, ſur le choix des lieux où ce phénomène pouvoit être obſervé avec le plus d'avantage; il avoit donné une Table des lieux du Soleil & de Vénus, depuis 7^{h} juſqu'à 2^{h}, cette Table ne lui a pas paru aſſez préciſe & il en a calculé une autre qui repréſente aſſez bien toutes les obſervations faites en Europe; en ſuppoſant la parallaxe du Soleil de 9″,2, le demi-diamètre de cet aſtre de 15′ 47″, & celui de Vénus de 29 ſecondes.

En employant cette parallaxe de 9″,2, M. Pingré trouve que la différence de temps auroit dû être de 8′ 6″, entre la durée totale du paſſage obſervé à Wardhus, & celle qui avoit été obſervée à la baie d'Hudſon; & que pour les réduire à donner cette différence, il falloit réduire la parallaxe du Soleil à 9″,132.

On ne trouve pas dans toutes les obſervations, celle de l'entrée & de la ſortie de Vénus, ſur le diſque du Soleil; au moyen deſquelles on peut déterminer la parallaxe, ſans connoître la longitude préciſe du lieu où l'on a obſervé; mais auſſi dans le nombre des lieux où l'on n'a pu obſerver que l'entrée ou la ſortie, il

s'en trouve plusieurs dont la longitude est très-bien connue; or en combinant dans la supposition d'une certaine parallaxe, le temps qui a dû s'écouler entre l'entrée vue dans un de ces endroits, & la sortie observée dans l'autre, on voit s'il répond exactement à celui que donnent les observations; & s'il n'y répond pas, on réduit la parallaxe à la quantité nécessaire pour l'y faire convenir.

En employant cette méthode, M. Pingré trouve que les observations de S.t Pétersbourg, comparées de cette manière avec celles de Stockolm, & celles du fort du Prince de Galles, donnent, toute réduction faite, la parallaxe du Soleil de 9″,161.

Les mêmes observations faites au fort du Prince de Galles, dans la baie d'Hudson, comparées à celles de S.t Pétersbourg & d'Upsal, donnent la parallaxe de 9″,072.

L'observation de Cajanebourg, comparée à celle de la baie d'Hudson, donne pour parallaxe 9″,242; celles de Greenwich 9″,302; & 9″,747. Enfin celles de Paris, toujours comparées avec celle de la baie d'Hudson, donnent la parallaxe de 9″,150. Tous ces résultats diffèrent si peu de celui de l'observation de Wardhus, qu'ils mettent, selon M. Pingré, l'exactitude de cette dernière, à l'abri de tout soupçon.

Puisque l'observation de l'entrée ou de la sortie étant données avec la longitude du lieu de l'observation, on peut obtenir la parallaxe supposée inconnue; il est clair que la parallaxe étant supposée connue, on peut de l'observation tirer la longitude inconnue du lieu où elle a été faite.

En employant cette méthode, M. Pingré trouve qu'en employant la parallaxe du Soleil de 9″,15, on auroit la longitude de Norriton en Pensilvanie, de 5^h 11′ 44″ à l'ouest de Paris; celle de Philadelphie de 5^h 10′ 27″, celle de Leweſtonn de 5^h 9′ 52″, celle de New-Cambridge de 4^h 54′ 1″, celle de l'Isle de Coudre près Quebec, de 4^h 50′ 20″, sur laquelle néanmoins, il pourroit y avoir quelqu'incertitude; celle du Cap-François de S.t Domingue, tirée de ses observations & de celles de M. de Fleurieu, de 4^h 58′ 43″.

Les observations de Coppenhague, donnent la longitude de cette ville de 41′ 6″ à l'orient de Paris; celles d'Ingolstat, de

36′ 18″; celles de Vienne en Autriche, de 56′ 1″; enfin celles de Cadiz, de 34′ 37″½ à l'Oueſt de Paris, & celles d'Édimbourg, ou du moins de l'endroit où s'eſt faite l'obſervation à un mille & demi au Nord-Eſt de cette ville, de 22′ 20″ auſſi à l'Oueſt de Paris.

Depuis la lecture de ce Mémoire, les obſervations de feu M. l'Abbé Chappe & celles de Don Vincent Doz, & de Don Salvador de Medina Officiers eſpagnols, qui l'avoient accompagné, ſont parvenues à l'Académie, de même que celles faites à l'iſle de Taïti ou du Roi George, ſous la latitude auſtrale de 17ᵈ 28′ 55″ & dont la longitude eſt de 149ᵈ 26′ à l'Oueſt de Greenwich, par M.rs Green, Cook & Solander. Celle faite à Mexique, du premier contact intérieur, par Don Alzate, Don Gama & Don Bartolachi; & enfin, celle de Batavia, ſous la latitude auſtrale de 6ᵈ 12′, dans laquelle on n'a eu que le ſecond contact intérieur.

On juge bien que M. Pingré n'a pas négligé de calculer ces obſervations, & en voici le réſultat. La durée totale du paſſage obſervé par M. l'Abbé Chappe, comparée à celles de Wardhus a donné la parallaxe de 8″, 75, & celles de l'iſe de Taïti, comparées à celles du fort du Roi George, dans la baie d'Hudſon, l'ont donnée de 8″,73.

En admettant donc pour parallaxe du Soleil le 3 Juin 1770, 8″,75, ce que M. Pingré penſe qu'on peut faire ſans le moindre riſque; la parallaxe du Soleil dans ſes moyennes diſtances, ſera de 8″,88, différente ſeulement de quelques dixièmes de ſeconde de celle de 9 ſecondes, qu'ont donné la plupart des autres obſervations que nous avons rapportées.

Cette même parallaxe de 8″,75 appliquée aux obſervations de Mexique & de Batavia, a donné la longitude de Mexique, de 6ʰ 50′ 1″ à l'Oueſt du méridien de Paris; & celle de Batavia, de 6ʰ 57′ 50″ à l'Eſt de ce même méridien; ceux qui ſont au fait des calculs aſtronomiques, & qui ſavent combien il eſt pénible de déduire par leur moyen, les réſultats des obſervations, ſur-tout quand il en faut diſcuter l'exactitude, ſentiront ſeuls le mérite du travail de M. Pingré & le degré de reconnoiſſance que lui doivent les Aſtronomes.

SUR LA THÉORIE DE LA COMÈTE Qui a paru au mois d'Avril 1769.

L'ASTRONOMIE des Comètes eſt, pour ainſi dire, encore au berceau, ce n'eſt que depuis que la Théorie newtonienne les a mis au nombre des Planètes, que les Aſtronomes en ont fait l'objet de leurs recherches; avant ce temps elles paſſoient à la honte de l'humanité, pour des phénomènes extraordinaires & menaçans, qui ne paroiſſoient que pour annoncer des malheurs. V. les Mém. p. 24.

On ne doit pas au reſte s'étonner qu'on n'ait pas regardé les Comètes comme des corps aſſujettis à des mouvemens uniformes & réguliers; ces planètes ne ſont viſibles pour nous que pendant une aſſez petite partie de leur cours; & ſuivant la poſition où ſe trouve la Terre pendant cette courte apparition, la même comète placée au même point de ſon orbite réelle, peut paroître parcourir dans le ciel étoilé des régions diamétralement oppoſées. La fameuſe comète de 1759 avoit paru paſſer dans ſon apparition précédente entre les conſtellations ſeptentrionales, & dans celle de 1759, quoiqu'à peu-près dans la même partie de ſon orbite, elle parut dans les conſtellations méridionales.

Il eſt donc de la dernière importance pour pouvoir reconnoître ſi une comète eſt la même qu'une qui a déjà été vue, de déterminer ou plutôt eſquiſſer la théorie de toutes celles dont on a des obſervations ſuffiſantes pour remplir cet objet.

Mais ſera-t-on toujours ſûr qu'une comète dont on aura déterminé l'orbite, par les obſervations faites pendant une de ces apparitions, ſuive aſſez exactement cette orbite qu'on lui a tracée, pour qu'on puiſſe aiſément la reconnoître à cette marque? Son mouvement pendant pluſieurs ſiècles que peut durer ſa révolution, ne ſe trouvera-t-il pas altéré au point de lui faire décrire au moins dans la portion où elle nous eſt viſible, une route aſſez différente de la première, pour qu'on la prenne pour une comète nouvelle & inconnue?

Cette altération de route, n'eſt rien moins qu'impoſſible.

M. Caſſini fils, auteur du Mémoire dont nous parlons, fait voir deux cauſes qui peuvent concourir à cet effet. La première eſt l'altération qu'éprouvent les comètes par la rencontre & l'approche plus ou moins grande des planètes, qui peut détourner conſidérablement une comète de ſa route, & opérer des changemens conſidérables dans la poſition des nœuds, l'inclinaiſon, le lieu du périhélie.

L'erreur inévitable dans ces ſortes d'obſervations, eſt la ſeconde cauſe indiquée par M. Caſſini. Ces aſtres ne ſont pas terminés comme les planètes, très-ſouvent ils ne paroiſſent que comme un nuage blanchâtre mal terminé, dont on ne peut diſtinguer les bords, & dont il eſt extrêmement difficile de déterminer le paſſage par les fils de la lunette. Les étoiles auxquelles on les compare, peuvent être mal placées dans les catalogues, & mille circonſtances peuvent ôter le moyen de les déterminer; ſouvent la comète paroît dans une partie de ſon orbite peu favorable à la détermination de ces élémens; & on n'a pas toujours toutes les obſervations néceſſaires.

Il ne ſeroit donc pas étonnant, que des cinquante-une comètes qui compoſent la liſte de celles dont on a eſſayé de déterminer les orbites, il y en eut quelqu'une qui fût réllement la même, qui eût paru pluſieurs fois, quoique ſes diverſes apparitions donnaſſent des différences ſenſibles dans pluſieurs points de ſa théorie. M. Caſſini penſe que celles de 1532 & de 1661, ſont dans ce cas, quoiqu'elles paroiſſent différer de plus de 2 degrés dans le lieu du nœud, & de plus de 5 dans celui du périhelie. M. Caſſini croit pouvoir dire la même choſe de celles de 1699 & 1742, dont la théorie ne diffère que dans le lieu du nœud. On peut donc regarder comme un principe conſtant, que toutes les fois qu'il ſera queſtion de décider de l'identité de deux Comètes, on ne doit pas exiger un ſi parfait accord entre leurs théories, ſurtout s'il eſt queſtion d'employer des obſervations anciennes, qui ont été faites avec beaucoup moins d'exactitude, que ne le ſont les obſervations modernes, & peuvent par conſéquent être ſuſpectes, non-ſeulement par les circonſtances mais par elles-mêmes.

Il eſt donc eſſentiel d'expoſer avec quelque détail, les obſervations

observations que l'on fait à présent sur chaque nouvelle Comète; & de les consigner, pour ainsi dire, à la postérité, exemptes, autant qu'il est possible, de toute équivoque & de tout soupçon; sur-tout si les Comètes ont été vues devant & après leur passage par le périhélie, puisque ce cas est le plus favorable qu'on puisse desirer pour bien établir leur théorie.

C'est dans cette vue que M. Cassini a cru devoir publier les observations de la Comète de 1769, découverte le 8 Août de la même année par M. Messier, & qui ne put, à cause du mauvais temps, être observée que le 21; cette Comète étoit précisément dans le cas dont nous venons de parler, elle alloit alors vers son périhélie, elle devoit reparoître encore après y avoir passé, & toutes les circonstances se trouvoient favorables pour en déterminer la théorie avec exactitude.

Pour faire voir cependant combien les plus petites différences dans les observations, peuvent influer sur la détermination des élémens de la théorie, M. Cassini rapporte ceux que ses observations lui ont donnés, & desquels il se croit aussi sûr qu'on puisse l'être en pareille matière, & les compare à ceux que M. Zanotti a publiés.

Il résulte de cette comparaison, qu'il se trouve une différence assez considérable entre les élémens des deux théories, on ne doit pas même en être trop surpris, la théorie de M. Zanotti n'est fondée que sur les observations faites avant le passage par le périhélie, au lieu que celle de M. Cassini, a pour base une longue suite d'observations, faites devant & après le passage par le périhélie, ce qui doit mettre la théorie de M. Cassini au rang des plus certaines.

Mais il résulte de cette différence entre la théorie de M. Zanotti & la sienne, que si on en avoit seulement conservé les résultats, la Postérité auroit sûrement jugé que les deux orbites indiquées, étoient celles de deux différentes comètes, quoiqu'elles appartiennent à une seule; il en résulte encore, que si le plus ou le moins d'observations, & les circonstances dans lesquelles elles ont été faites, peuvent jeter une si grande différence entre les observations de deux Astronomes aussi habiles que M.rs Cassini &

Zanotti, que n'a-t-on point à craindre des résultats qui proviennent d'observations faites par des mains moins exercées, & dont faute de détail, on ne peut apprécier la valeur? Il est donc bien à souhaiter que tous ceux qui font des observations de Comètes, suivent l'exemple de M. Cassini, & veuillent bien les donner dans le plus grand détail qu'il leur sera possible; c'est le seul moyen d'éviter les erreurs si préjudiciables à l'avancement de cette partie de l'Astronomie, & de ne pas ajouter volontairement à la longueur de temps déjà très-grande qu'elle exige pour être portée à sa perfection.

SUR LES

ÉCLIPSES SUJETTES AUX PARALLAXES.

V. les Mém. p. 257.

* *Voyez Hist. année 1764, page 105.*

NOUS avons rendu compte en 1764, du commencement de ce travail de M. du Séjour, nous en avons exposé fort au long les principes, & présenté les vues de l'auteur, en parlant de son premier Mémoire sur cette matière ; les six qui l'ont suivi, n'ont été que l'application de ces principes : celui duquel nous avons à parler ici, est le huitième de cette suite, & il présente un objet assez intéressant pour mériter un article à part; il s'agit dans ce Mémoire, de déterminer par les observations des Eclipses, la position des lieux de la Terre où elles ont été observées, & les élémens même qui servent à les calculer, c'est par-là que le calcul analytique de ces phénomènes devient utile aux progrès de l'Astronomie ; si en effet on a calculé d'après des élémens connus & une position donnée, le commencement d'une éclipse de Soleil, l'instant où elle devient totale ou annulaire, celui où elle cesse de l'être, & qu'ensuite l'observation ne soit point d'accord avec le calcul, cette observation montre évidemment qu'il y a de l'erreur dans le système d'élémens qu'on a choisis, & elle enseigne en même temps à en trouver un autre, qui satisfasse aux phénomènes; c'est en cela que la méthode analytique a un grand avantage, elle donne entre les élémens & les observations, des équations qui restent les mêmes, quelle

que soit la valeur de ces élémens ; en sorte, que si des observations d'un autre genre, ou des théories plus parfaites, obligent de leur donner de nouvelles valeurs, les mêmes observations d'Éclipses, & les mêmes équations peuvent toujours servir, ce qui n'a point lieu avec le calcul purement arithmétique, qui comme on sait, ne peut jamais donner que des solutions particulières.

Si on a observé une phase donnée d'une Éclipse dans un endroit de la surface de la Terre, on a une équation dont les termes expriment les élémens du calcul de l'éclipse, & la longitude du lieu où s'est faite l'observation ; si l'on a observé une autre phase de la même éclipse, on a encore une autre équation qui exprime la longitude ; & comme elle doit être exactement la même dans les deux équations, on a entre les élémens une équation de condition : dans ce cas, si les élémens sont connus d'une manière assez approchée pour qu'on puisse négliger le quarré de ce qu'il faut ajouter à cette valeur donnée pour avoir la vraie valeur ; on aura pour toutes les équations de condition des équations linéaires. Or les élémens du calcul de l'éclipse étant les mêmes pour les différens lieux de la Terre, on aura autant d'équations de condition qu'on peut avoir de lieux où l'on ait fait deux observations de deux phases de la même éclipse ; & si l'on avoit autant d'équations de condition que d'élémens, on pourroit les déterminer tous par le même moyen. Mais la méthode directe d'élimination deviendroit alors trop longue, & il vaut mieux ne déterminer par ce moyen, que ceux des élémens qui sont le moins connus, en regardant les autres comme exacts ; & si l'on vient à découvrir qu'ils ne le soient pas, & qu'on connoisse la correction qu'on doit leur appliquer, une simple substitution donnera celle qu'il faut faire alors, aux élémens déterminés par les équations de condition. M. du Séjour suppose, par exemple, que tous les élémens soient bien connus, hors la parallaxe de la Lune & le diamètre du Soleil, & il cherche à déterminer quelle correction il faudroit faire à ces quantités pour les mettre d'accord avec les observations de l'éclipse de 1764, faites à Londres & à Vienne, & il la trouve par ses équations de condition : si maintenant il vient à reconnoître qu'un autre élément, par exemple,

le rapport des axes de la Terre, doive être corrigé d'une certaine quantité, la même formule donnera dans l'instant ce qu'il faut dans ce cas ajouter à la correction du diamètre du Soleil ou de la parallaxe de la Lune ; & c'est un grand avantage que cette détermination puisse se faire immédiatement, car indépendamment de toute autre considération, la valeur des élémens étant donnée d'après les observations, & celles-ci n'étant exactes que jusqu'à un certain point, on n'a pu jusqu'ici exiger dans la valeur des élémens, qu'une précision égale à celle des observations, & si on avoit voulu en chercher une plus grande, quelque méthode qu'on eût pu employer, la correction qui en résulteroit, pourroit aussi bien éloigner qu'approcher de la vraie valeur. Il y a donc pour les valeurs des élémens, une exactitude qui tient à la bonté des instrumens, & des corrections qu'on ne peut attendre que du temps.

Nous avons déjà dit que chaque observation donnoit une équation qui déterminoit la longitude du lieu où elle avoit été faite. M. du Séjour l'exprime par une formule analytique, il suppose ensuite que chaque elément est augmenté d'une quantité dont le quarré peut être négligé, & par ce moyen il a la longitude égale à une constante, plus une somme de constantes multipliées chacune par la correction inconnue de chaque élément; ainsi à mesure que ces corrections viendront à être connues, on verra de quelle quantité la longitude en sera augmentée ou diminuée. Ses méthodes d'approximation ne sont fondées que sur deux suppositions, l'une que l'on connoît à peu près tous les élémens (tous les Astronomes en conviennent, mais M. du Séjour ne s'est pas contenté d'être sûr que son hypothèse ne seroit pas contestée, il a voulu la rendre incontestable, & c'est à quoi il a employé une partie considérable de son ouvrage) ; l'autre supposition est qu'on puisse négliger le quarré de la correction des élémens. Or il faut d'abord pour qu'on puisse négliger ce quarré légitimement, que les équations qui contiennent les élémens, n'aient pas plusieurs racines réelles à peu-près égales, & cet inconvénient ne peut être à craindre ici ; il faut de plus que les équations rigoureuses pour chaque élément, n'aient pas de racines égales

car alors la correction indiquée pourroit différer de la vraie valeur d'une quantité très-comparable à cette première correction. Ainsi dans le cas où cette égalité de racines seroit possible, il faudroit s'assurer si elle n'a pas lieu, mais heureusement telle est la nature de ces méthodes analytiques employées par M. du Séjour, que l'on ne peut en vérifier la légitimité sans trouver le moyen de corriger ce qu'elles peuvent avoir de défectueux.

M. du Séjour a déterminé d'après les observations de l'éclipse du 1.er Avril 1764, la valeur du demi-diamètre du Soleil; après avoir apporté dans cette détermination les attentions les plus scrupuleuses, sans être rebuté par toutes les longueurs de calcul qu'elles entraînent nécessairement, il a trouvé ce demi-diamètre plus petit de cinq secondes qu'il n'est marqué dans la Connoissance des Temps. M. de la Lande ne croyoit pas que la méthode employée par M. du Séjour pour les éclipses de Soleil, pût en déterminer le demi-diamètre avec assez de précision, & quelques élémens lui paroissoient trop incertains dans ce cas particulier; la théorie ne pouvoit décider cette question, & il en falloit attendre la solution du temps & de l'observation; celles des deux passages de Vénus, pouvoient servir à déterminer le demi-diamètre du Soleil, & M. de la Lande qui les a calculées depuis, est parvenu par son calcul, à la même correction proposée par M. du Séjour.

La Figure de la Terre entre nécessairement dans les calculs astronomiques, poussés au degré de précision qui fait le mérite de la méthode de M. du Séjour; mais comme cette figure est encore incertaine, il cherche ici à diminuer les inconvéniens de cette incertitude : premièrement en réduisant toutes les observations au niveau de la mer, secondement en supposant que les méridiens sont des ellipses dont les axes sont variables, & par ce moyen il a une hypothèse qui ne s'éloigne que très-peu de la vérité; & il peut employer pour la correction de cet élément, la même méthode que pour celle de tous les autres.

L'éclipse de 1764 a été pour M. du Séjour, une occasion précieuse d'appliquer sa méthode & d'examiner par son moyen, plusieurs questions importantes dans l'Astronomie; les observations

des deux paſſages de Vénus ſur le Soleil, vont être à préſent l'objet de ſon travail, & nous avons lieu d'eſpérer que rien de ce que l'Aſtronomie en peut attendre, n'échappera à une ſi bonne méthode maniée par un Analyſte qui ne voit aucune difficulté au-deſſus de ſes forces & de ſon courage.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :

V. les Mém. p. 179.
Les Remarques ſur les hauteurs de la Lune, priſes au Cap françois de Saint-Domingue, pour en déduire la longitude géographique : Par M. le Monnier.

p. 233.
Et le Supplément aux Obſervations du Printemps de 1735 : Par le même.

CETTE année M. Caſſini de Thury préſenta à l'Académie, un *Inſtrument* de ſon invention, deſtiné à prendre hauteur & à trouver l'heure vraie, ſans aucun calcul, & lut un Mémoire pour en expliquer la conſtruction & l'uſage ; ce Mémoire a depuis été imprimé à part.

Tous ceux qui ont quelque connoiſſance de ce qu'on nomme en Aſtronomie, la *doctrine ſphérique*, ſavent qu'étant donnée la latitude ou hauteur de pôle d'un lieu, il eſt poſſible d'aſſigner pour un jour donné l'heure à laquelle le Soleil ſera à une hauteur donnée, & que réciproquement la latitude & la hauteur du Soleil étant données, on parvient aiſément à déterminer l'heure; c'eſt à obtenir commodément ces hauteurs, qu'eſt deſtiné l'Inſtrument préſenté par M. de Thury, nous allons eſſayer d'en donner une idée.

Deux gnomons éloignés l'un de l'autre de 6 ou 12 pouces; ſont portés par deux montans de bois de même hauteur, attachés à une tablette mobile, deux règles d'ivoire diviſées d'un côté en pouces & lignes, & de l'autre en degrés, reçoivent l'image du Soleil, & marquent la hauteur de cet aſtre, depuis 0 juſqu'à 45 degrés ſur le montant vertical, & depuis 45 degrés juſqu'à 90 ſur la tablette mobile horizontale.

La diviſion par degrés eſt faite par le calcul, & les hauteurs ont été vérifiées avec un quart-de-cercle de 2 pieds de rayon. Vérification ſi facile que chacun la peut faire ou répéter, dans un beau jour d'été, pris aux environs du ſolſtice.

Un niveau ou un fil-à-plomb, détermine la ſituation horizontale de la tablette, & celle-ci eſt appliquée ſur une autre, de manière qu'elle peut tourner ſans ſortir de ſa poſition horizontale; qu'au ſimple mouvement du doigt elle ſuit le Soleil, & qu'on prend des hauteurs correſpondantes, ſans toucher à l'inſtrument; toute la machine eſt enfermée dans une boîte noircie en dedans, qui fait l'office d'une chambre obſcure pour mieux diſtinguer l'image du Soleil.

Quelques additions faites à cet inſtrument par M. de Thury, lui donnent encore d'autres propriétés, & le mettent à portée de ſervir utilement aux Voyageurs qui voudront contribuer au progrès de la Géographie.

Une ſimple lunette ajoutée à la tablette mobile, peut ſervir à prendre la hauteur des Étoiles pendant la nuit, pour avoir la différence des latitudes par les hauteurs méridiennes des Étoiles, & pour avoir les paſſages de la Lune & des Étoiles de même hauteur pour les longitudes; on peut même rendre cette addition beaucoup plus intéreſſante en rendant la lunette achromatique, car alors elle pourra ſervir à obſerver les éclipſes des ſatellites de Jupiter. M. de Thury donne dans ſon Mémoire, les dimenſions de celle qu'il a fait conſtruire, & les expériences qu'il a faites pour déterminer l'effet & le rapport des petites lunettes à celles dont on ſe ſert communément dans les obſervatoires, & il inſiſte beaucoup avec raiſon, ſur la néceſſité de connoître le rapport de l'effet des lunettes qu'on veut employer; cet article cependant n'eſt ici traité qu'en paſſant, M. de Thury ſe propoſant d'en faire le ſujet d'un ouvrage particulier. Ce Mémoire eſt terminé par un précis des objections qu'on peut faire contre la préciſion des inſtrumens qu'il propoſe, auxquelles il répond de la manière la plus ſatisfaiſante, il ne veut pas même qu'on s'en tienne à ſes expériences, il en appelle à celles du Public; & tout ce que l'Académie peut ajouter ici, c'eſt que le 6 Janvier 1770, l'un

des Commiſſaires nommés pour examiner cet inſtrument, vit prendre par ſon moyen, la hauteur méridienne du Soleil, avec aſſez de préciſion, pour donner la déclinaiſon de cet aſtre, à moins d'une minute près de celle que donnoit le calcul.

Juſqu'ici nous n'avons parlé que de la propriété qu'a l'inſtrument propoſé, de donner les hauteurs; pour lui donner celle d'indiquer l'heure avec préciſion, M. de Thury y a joint des Tables pour la trouver tous les jours de l'année, ſoit par le Soleil, ſoit par les Étoiles, ſans qu'on ſoit obligé de connoître les paſſages par le méridien : ces Tables ſont calculées même juſqu'aux ſecondes pour ſervir également aux grands inſtrumens, avec leſquels on pourroit prendre des hauteurs. Cet inſtrument a paru d'un uſage ſimple & commode, l'explication nette & préciſe, & on ne peut que ſavoir gré à M. de Thury d'avoir fait ce préſent au Public.



HYDROGRAPHIE.

HYDROGRAPHIE.

L'ACADÉMIE a rendu compte en 1767[a], de la relation du Voyage que M. le Marquis de Courtanvaux, avoit entrepris pour la vérification de quelques Instrumens destinés à la détermination des Longitudes en mer; elle a parlé de même en 1769[b] de celui de M. Cassini fils, pour le même objet: en voici encore un troisième, pour la même fin, par M. Pingré, sur la frégate du Roi l'*Isis*, commandée par M. de Fleurieu Enseigne des Vaisseaux du Roi, & dont l'armement n'avoit d'autre but que la vérification des méthodes proposées pour obtenir la Longitude en mer; mais quoique l'examen de ces méthodes fût en général le but du Voyage, il étoit expressément porté dans les instructions, de donner la plus grande attention à l'examen des Montres ou Horloges marines, présentées par M. Berthoud horloger de Paris, qui effectivement n'avoient pas été examinées dans les deux précédens Voyages dont nous venons de parler.

V. les Mém. p. 487.

[a] *Voyez Hist.* 1767, p. 120.

[b] *Voyez Hist.* 1769, p. 102.

La frégate n'ayant d'autre destination, que de vérifier les méthodes de trouver la Longitude en mer, le Roi avoit ordonné à l'Académie de nommer un de ses Astronomes, pour cette expédition, & le choix de l'Académie, tomba sur M. Pingré, qui fut chargé d'agir, toujours de concert avec M. de Fleurieu, dans tout ce qui pouvoit concerner l'objet de leur expédition.

Nous ne pouvons suivre M. Pingré, dans le détail intéressant de son voyage, qui veut être lû dans son Mémoire même, nous nous contenterons d'en tracer, pour ainsi dire, la route, ne nous arrêtant qu'aux endroits qui seront susceptibles de quelques remarques particulières. Les montres marines soumises par M. Berthoud à l'examen, étoient au nombre de deux, cotées *n.° 6* & *n.° 8*. L'auteur en les livrant à l'examen, avoit averti qu'il ne comptoit sur leur précision, que jusqu'au point que leur écart n'excèderoit pas quatre minutes en deux mois, & nous aurons bien-tôt

occaſion de voir qu'il avoit tenu ſa parole, & même au-delà; nous croyons même devoir prévenir le Public, que dans la dernière épreuve qui en a été faite, l'auteur avoit ſi bien corrigé les petits défauts de ces pièces, qu'elles ont atteint une bien plus grande exactitude; quoi qu'il en ſoit, l'erreur de ces montres dans les plus grandes traverſées qu'ait faites M. Pingré, n'a pas paru aller juſqu'au point d'en cauſer une de deux minutes de temps, en ſix ſemaines, ce qui ſuffit pour l'uſage de la Géographie & de la Navigation.

M. Pingré s'étoit embarqué le 8 Décembre 1768, mais les vents contraires, retinrent le navire dans la rade de l'île d'Aix, juſqu'au 12 Février, & dès le 18 ils eurent connoiſſance des côtes d'Eſpagne; le 19 on reconnut la tour de Fer qui eſt l'entrée de l'ouverture de la Corogne, & on en détermina la poſition; le 20, on aperçut le cap Finiſtère, dont le relèvement & les obſervations faites à bord, donnèrent la poſition un peu différente de celle qu'avoit déterminée M. de Bory *, auſſi M. de Fleurieu prétendoit-il que la pointe relevée, n'étoit pas le véritable cap. Le 21, on releva l'île des Barlingues, & le 22 le cap la Roque; M. Pingré s'étoit bien propoſé de reconnoître de même le cap Saint-Vincent, mais la route du navire ſe trouva trop éloignée de la côte pour l'apercevoir, & ils ne revirent plus la terre qu'à Cadiz où fut leur première relâche.

* *Voyez Hiſt. 1769, p. 109.*

La latitude de cette ville avoit été déterminée de $36^d\ 31'\ 7''$, par le P. Feuillée en 1724, & cette détermination avoit été confirmée par les obſervations de Don George Juan & de feu M. Godin; la longitude n'étoit pas à beaucoup près, connue avec la même préciſion, M. Pingré la tire de pluſieurs obſervations de l'éclipſe ſolaire du 1.er Avril 1764, & qu'il diſcute avec la plus grande attention, & la détermine de $34'\ 32''$ de temps à l'Oueſt de Paris, ou de $8^d\ 38'$ de degré. Le 15 Mars, l'*Iſis* appareilla pour ſortir de Cadiz, & le 19 elle arriva avant midi à la baie de S.te Croix, dans l'île de Ténériffe, l'une des Canaries; cette ville eſt la réſidence du Gouverneur général de ces îles, & la reconnoiſſance de l'Académie ne permet pas de taire ici l'accueil que nos Obſervateurs reçurent de Don Miguel-Lopez-

Fernandez de Heredia, qui occupoit alors ce poste; & qui non-seulement favorisa de tout son pouvoir les opérations qu'ils jugèrent à propos de faire, mais encore ne négligea rien pour leur rendre agréable le séjour de cette île. Le P. Feuillée n'avoit pas observé directement la latitude ni la longitude de S.te Croix, ses observations avoient été faites à la Laguna, ville à un peu plus d'une lieue du port, mais toute réduction faite, M. Pingré conclud que S.te Croix est par la latitude boréale de $28^d 29'$ & $36' \frac{1}{2}$ d'heure à l'Ouest du méridien de Paris, à 2 minutes près de la longitude que donnoit l'horloge marine, *n.° 8.*

M. Pingré partit de S.te Croix le 28 Mars au soir, & le 4 Avril au matin, on releva deux montagnes appelées les *mamelles du cap Vert*, & à midi on avoit presque doublé la pointe d'Almadie, on rangea la côte en passant devant le cap Vert & le cap Manoël; & à 4 heures du soir on mouilla dans la rade de Gorée, les Observateurs y trouvèrent de beaux jours, mais le ciel constamment couvert toutes les nuits; la latitude de cette île, est d'après les observations de M.rs Varin, de Glos & des Hayes, de $14^d 40'$; & les montres marines fixèrent sa longitude à $19^d 47'$ à l'Ouest du méridien de Paris.

L'*Isis* partit de Gorée le 11 Avril, on releva l'île de Mai, & la frégate mouilla dans la rade de la Praya, après avoir pris toutes les précautions recommandées par M. Daprès, auxquelles M. Pingré ajoute un nouveau point de reconnoissance.

De la Praya, la frégate fit route vers la Martinique, mais en passant on releva l'île de Feu & l'île Brava; il étoit alors question de déterminer la latitude du vaisseau, mais le Soleil presque vertical, rendoit les observations très-douteuses, & M. Pingré ne put y suppléer que par des hauteurs de Sirius & de la Chèvre, qui donnèrent cette latitude de $14^d 28'$.

Le 3 Mai vers $4^h \frac{1}{4}$ du soir, les Pilotes se croyoient encore à 40 lieues au moins de la Martinique, mais les horloges marines n'en donnoient que 21: malgré les représentations des Pilotes, M. de Fleurieu fit courir une bordée au Nord, & ensuite une au Sud, pour se tenir à même distance; vers les 4 heures du matin on reprit la route de l'Ouest, & à 5 heures on aperçut

la terre à 6 lieues, où en auroit-on été sans cette sage précaution? Le même jour on mouilla en rade du fort Saint-Pierre, les horloges marines donnèrent la longitude de ce fort, de $63^d\ 31'$ à l'Ouest de Paris, à 7 minutes de degré de celle que M. Pingré tire de plusieurs observations précédemment faites dans ce lieu.

Du fort Saint-Pierre, l'*Isis* fit voile pour Saint-Domingue, & elle mouilla dans la baie du Cap-François le 23 Mai après midi.

Ce climat est peu favorable aux observations, les matinées y sont communément assez belles, mais peu après midi, les nuages s'accumulent & il y a chaque jour un orage violent, qui dure jusque bien avant dans la nuit, le Thermomètre s'y soutint jour & nuit entre 25 & 26^d, & le mercure dans le Baromètre s'est conservé toujours entre 28 pouces $2\frac{1}{2}$ lignes & 28 pouces $3\frac{2}{3}$ lignes, la même chose avoit été observée à la Martinique; des hauteurs méridiennes d'Étoiles, donnèrent la latitude de l'endroit où l'on observa, de $19^d\ 46'\ 40''$; & les horloges marines la longitude de $11^d\ 12'$ à l'Ouest du Fort-royal de la Martinique, & par conséquent, la longitude absolue de $74^d\ 38'$ à peu près la même que celle qu'on peut tirer de quelques observations de la hauteur de la Lune. M. Pingré croit pourtant que toute comparaison faite, on peut porter cette longitude à $74^d\ 39'$.

Ce fut dans cet endroit que M.rs de Fleurieu & Pingré, observèrent à $2^h\ 44'\ 44''$ de temps vrai, le contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil.

Ils quittèrent Saint-Domingue le 16 Juin au matin, & observèrent en mer l'Éclipse de Lune, qui arriva la nuit du 18 au 19. Le 2 Juillet, le 3 & le 4, on put encore observer, mais les jours suivans il ne fut plus possible; on étoit environné continuellement d'une brume épaisse, froide & humide, il n'y a pas même lieu de s'en étonner, l'*Isis* traversoit alors le grand-banc de Terre Neuve, où l'on sait que cette température est ordinaire. Pendant qu'on traversoit le grand-banc, on fit un grand nombre de sondes, dont les moindres donnèrent 35 & 33 brasses, mais avant que d'avoir atteint ce banc & immédiatement après l'avoir quitté, on ne trouva pas fond à 200 brasses.

L'*Iſis* avoit quitté les acores de l'Eſt du grand banc le 8 au matin, le 18 étant par 39^d 36′ de latitude, & 30^d 58′ de longitude, on eut connoiſſance des îles de Flore & de Corvo, deſquelles on fit pluſieurs relèvemens; les jours ſuivans on releva de même les autres îles Açores, comme Fayal, l'île du Pic, celle de Saint-George; & le 23 Juillet, le navire mouilla dans la rade d'Angra capitale de l'île de Tercère & de toutes les Açores, ſituée vers le milieu de la partie méridionale de cette île, où, pour le dire en paſſant, le Vaiſſeau du Roi ne fut pas reçu avec les mêmes attentions qu'il l'avoit été à Sainte-Croix de Ténériffe.

Nos Voyageurs levèrent l'ancre le 1.er Août à 9 heures du matin, & dès le lendemain ils eurent connoiſſance de l'île de Saint-Michel qu'ils relevèrent; le 3 & le 4, ils relevèrent Sainte-Marie, la dernière des îles Açores qui ſe trouva ſur leur route.

Les calmes & les courans, ne permirent pas à M. de Fleurieu, d'attaquer l'île de Madère par le Nord-Oueſt, comme il ſe l'étoit propoſé, on la découvrit le 12 Août au matin, mais par la partie du Sud, & M. Pingré obſerva que le cap qui ferme à l'Oueſt l'entrée de la baie de Funchal, étoit aſſez préciſément par 19^d 21′ de longitude à l'Oueſt de Paris, & par 32^d 41′ de latitude ſeptentrionale.

Le navire étoit cependant parvenu à l'entrée de cette baie, & quoique M. de Fleurieu n'eût pas eu d'abord la penſée d'y entrer, cependant le calme qui régnoit & qui ne permettoit pas de pourſuivre la route, l'y avoit invité; il avoit même fait mettre la chaloupe & ſes canots à la mer, pour remorquer le Vaiſſeau, mais le vent qui s'éleva de terre, rendit ces préparatifs inutiles: on continua la route, on reconnut en paſſant, l'île de Salvage, ſur laquelle M. Pingré obſerva un gros piton ou montagne, dont il détermina la latitude de 29^d 57′ 30″, & la longitude de 18^d 32′ à l'Oueſt de Paris; & enfin l'*Iſis* mouilla le 15 Août à Ste Croix de Ténériffe, d'où elle ne repartit que le 24 au ſoir, & M. Pingré aperçut le 26, la belle Comète qui paroiſſoit alors, & dont la queue paroiſſoit avoir 90 ou 100^d de longueur. Dans le commencement du Voyage, l'*Iſis* n'avoit

mis que quatre jours pour aller de Cadiz à S.[te] Croix; dans le retour vingt-deux jours suffirent à peine, pour faire la même traversée de S.[te] Croix à Cadiz : on cessera au reste de s'en étonner si on fait attention, que les vents constamment à l'Est, au Nord-Est ou au Nord, dans ces parages, sont favorables à ceux qui vont de Cadiz aux Canaries, & par conséquent contraires à ceux qui en reviennent. Le séjour à Cadiz dura jusqu'au 13 Octobre, que les Observateurs reprirent la route de France, où ils mouillerent dans la rade de l'île d'Aix, le 31 Octobre 1769, après huit mois & dix-neuf jours d'une heureuse navigation.



DIOPTRIQUE.

SUR LES
LUNETTES ACHROMATIQUES.

DEPUIS que M. Euler a proposé de détruire les couleurs qui paroissent dans les Lunettes, en faisant passer les rayons dans des verres qui eussent une force dispersive différente; la perfection de ces Lunettes, a été l'objet des Géomètres, des Physiciens & des Chimistes. V. les Mém. p. 461.

M. Dollond est le premier qui ait découvert par l'expérience, que la combinaison des verres de *flint-glass*, avec des verres ordinaires, pouvoit produire l'effet que M. Euler avoit annoncé, les expériences qui le conduisirent à ce résultat, avoient été faites par Newton, ou du moins paroissoient l'avoir été, & cependant ce grand homme n'avoit pas aperçu cette différence dans la force dispersive de l'eau & du *flint-glass*. Il n'est certainement pas étonnant qu'il ait pu se tromper dans cette occasion, tout ce qu'il a fait d'ailleurs, a bien mis sa gloire à couvert. Mais un savant Anglois, saisi vraisemblablement de l'enthousiasme national, n'a pas cru qu'on pût même lui reprocher cette légère erreur; il a cherché des moyens de la sauver, & voici celui qu'il emploie, il a supposé que Newton pour augmenter la force réfractive de l'eau, y mettoit souvent des sels, & qu'ainsi il étoit vraisemblable qu'il avoit comparé avec le *flint-glass*, non de l'eau pure, mais une dissolution de sel de Saturne, & répétant ainsi l'expérience, il a trouvé le même résultat que Newton. Idée singulière, mais qui prouve bien la vénération qu'on a en Angleterre, pour la mémoire de ce grand homme; heureuse la nation où l'on sait honorer le génie, avec cette espèce de superstition, & où les hommages qu'on lui rend, même après la mort, sont inspirés par cette espèce d'enthousiasme, si différent des louanges froides,

plus ſouvent inſpirées par le deſir d'abaiſſer ſes contemporains, que par celui d'honorer ſes prédeceſſeurs !

M. Jeaurat qui s'étoit propoſé de travailler à la perfection des Lunettes achromatiques, a cru devoir, avant que de donner les Tables néceſſaires à leur conſtruction, déterminer par de nouvelles expériences, la différente force de réfrangibilité & de diſperſion du verre de Veniſe & du *flint-glaſſ*; ſes réſultats ſont très-peu différens de ceux de M.rs Dollond, Clairaut, & l'Abbé de Rochon, & il les a tirés des expériences ſemblables à celles de ce dernier.

Il y a deux ſortes d'aberrations à craindre dans les lunettes, celle de ſphéricité & celle de réfrangibilité; il eſt impoſſible de les anéantir entièrement toutes deux, ſi l'on n'emploie que des verres ſphériques, & on eſt convenu dans la pratique de n'en point employer d'autres; cette erreur, ſi c'en eſt une, avoit ſéduit Deſcartes, & peut-être s'eſt-on trop tôt rebuté des obſtacles: quoi qu'il en ſoit, puiſqu'on ne ſe ſert que de verres ſphériques, il faut du moins rendre l'aberration inévitable, la moindre poſſible. Ce problème qui eſt du genre des problèmes indéterminés, exige bien de la fineſſe, pour être réſolu d'une manière à ſatisfaire à tout ce que la Phyſique y fait entrer de conſidérations particulières, & pluſieurs célèbres Géomètres en ont fait l'objet de leurs recherches.

M. Jeaurat propoſe ici de s'en tenir à détruire totalement l'aberration de réfrangibilité, qui eſt la plus grande, parce qu'en la détruiſant, on détruit une partie de l'aberration de ſphéricité, & qu'en multipliant le nombre des verres, on la détruit entièrement ou preſque entièrement; les verres étant ainſi multipliés, il eſt évident que la quantité de lumière ſera auſſi diminuée, mais M. Jeaurat trouve par expérience, qu'elle ne l'eſt pas aſſez pour que cette diminution puiſſe nuire à la bonté de la lunette.

Quand on veut ici appliquer la théorie à la pratique, il faut introduire dans les formules analytiques, la valeur des différentes réfractions, & ces valeurs ſont données par l'expérience. M. d'Alembert a employé des réfractions telles, que ſi dans cette hypothèſe, on veut détruire en entier l'aberration de réfrangibilité, il

il faut donner aux verres une grande courbure, mais l'épaisseur des verres étant limitée, il en résulteroit que les lunettes auroient une petite ouverture, & il est essentiel qu'elles en aient une grande. Les valeurs de réfraction que M. Jeaurat a trouvées par ses expériences, donnent après leur substitution dans les formules analytiques, des dimensions plus favorables ; aussi la lunette construite d'après ses principes, & qui a cinq pouces de long, a-t-elle 18 lignes d'ouverture, tandis que les lunettes angloises de 6 pouces n'en ont que 15.

Le but de M. Jeaurat étant d'éclairer les constructeurs de lunettes, il a joint à son Mémoire, huit différentes combinaisons de verres, tendantes toutes au même but, & par les mêmes principes; & dans chaque combinaison, des Tables de la longueur des rayons pour chaque longueur de l'objectif, depuis deux pouces jusqu'à 20 pieds; & pour ne rien négliger de ce qui peut contribuer à la perfection de ce travail, il a placé à la fin, des notes sur la manière de préparer l'émeril, & de travailler les verres. Ce n'est qu'au moyen d'ouvrages pareils à celui de M. Jeaurat, que les Arts peuvent tirer parti des hautes spéculations des Savans.



MÉCANIQUE.

SUR LA FILATURE DES SOIES.

V. les Mém. p. 437.

ON eſt, depuis pluſieurs années, extrêmement éclairé ſur la théorie abſtraite & purement géométrique de la Mécanique. La Géométrie a dicté des loix à cette partie de la ſcience des Machines, & ceux qui s'y appliquent ont des règles certaines, qui ne leur laiſſent, pour ainſi dire, que le mérite de les appliquer plus ou moins facilement au Calcul. Mais pour peu qu'on y faſſe d'attention, on verra aiſément que ces machines, priſes dans l'état purement idéal, ne ſont pas celles qui peuvent ſubvenir aux beſoins de l'humanité, & qu'il doit y avoir une autre eſpèce de Mécanique qui touche de plus près aux machines uſuelles. L'immenſe variété des circonſtances phyſiques qui affectent ces dernières, la multitude & la préciſion des opérations qu'elles doivent exécuter, ſouvent ſans exiger aucune attention de la part de ceux qui s'en ſervent, n'a pas juſqu'ici permis de rappeler cette partie de la Mécanique à l'application commode des règles générales; & le Mécanicien proprement dit, eſt obligé de tirer de ſon propre fonds des reſſources dans une infinité de circonſtances. Cette eſpèce de génie de reſſources, les connoiſſances qu'il exige, & le travail preſque continuel néceſſaire pour en faire l'application, ſont autant de cauſes de la rareté des grands Mécaniciens, & autant de raiſons de leur décerner les honneurs dûs aux bienfaiteurs de l'humanité, ſur-tout quand leurs travaux influent ſur le commerce national.

L'ouvrage de M. de Vaucanſon, ſur la filature des Soies, dont nous avons à rendre compte, eſt préciſément dans ce dernier cas.

Le cocon d'un ver à ſoie n'eſt, à proprement parler, qu'un peloton de fil, filé par cet inſecte; & tirer la ſoie des cocons eſt devider ce peloton. Comme cette ſoie eſt légèrement gommée par l'animal, on met les cocons dans une baſſine remplie d'eau chaude; & après les avoir ſuffiſamment agités, pour en détacher ce qui peut

y reſter de bourre, on ramaſſe, avec quelques brins de bruyères, les bouts des fils qui flottent, pour en réunir pluſieurs enſemble, & en former des brins plus ou moins forts, ſuivant les différens uſages auxquels on la deſtine. Cette opération s'appelle *le tirage des ſoies*, & c'eſt d'elle que dépend en grande partie la beauté de la ſoie, par l'attention qu'on doit avoir à bien purger les cocons de leur bourre, & à ne tirer enſemble que ceux qui peuvent donner de la ſoie de même qualité.

Ces aſſemblages de fils de ſoie ſimples ſont paſſés, deux à deux, par les yeux des deux branches d'une même fourchette, attachée au tour qui porte le devidoir où ils ſe vont rendre. Anciennement, on ne faiſoit que les croiſer ſur deux rouleaux cylindriques mobiles, puis ils paſſoient dans les yeux de deux pièces mobiles, qui les dirigeoient & les obligeoient d'étaler l'écheveau ſur le devidoir. Les Piémontois, qui s'étoient mis en poſſeſſion de travailler mieux la ſoie qu'aucune nation, avoient ajouté à cette pratique celle de tordre enſemble les deux aſſemblages de fils, afin que par ce moyen le fil, obligé de couler dans les hélices que formoit ce tors, conſervât moins de bourre, ſe ſéchât en s'exprimant, & ſe rendit plus uni & plus brillant. Mais le nombre de tours qu'on faiſoit faire aux deux fils ne pouvoit pas trop ſe meſurer, parce qu'il n'étoit exécuté que par les tireuſes, qui rouloient les deux brins entre leurs doigts, devenus preſque inſenſibles par l'habitude de les plonger dans l'eau bouillante: & ſi les tours ſe trouvoient en trop grand nombre, il falloit caſſer les fils pour les détordre; auſſi, pour s'épargner cette peine, elles donnoient toujours moins de tours qu'il n'étoit néceſſaire. D'ailleurs, ſur les tours, même Piémontois, le mouvement du *va & vient*, cette pièce qui conduit le fil ſur différens endroits du devidoir, n'étoit pas aſſez bien exécuté; & ceux qui avoient voulu corriger en France ce défaut, y en avoient introduit de plus conſidérables. C'eſt à tous ces inconvéniens que M. de Vaucanſon a entrepris de remédier, dans le tour qu'il a fait fabriquer, & qui eſt en uſage depuis plus de douze années à la manufacture de ſoie d'Aubenas, où l'on fait, par ſon moyen, des ſoies auſſi belles & auſſi propres au moins à être miſes en organſin que celles du Piémont; il y

a même apparence qu'elles les ſurpaſſent, puiſqu'elles ſe vendent plus cher.

Pour faire diſparoître l'inconvénient qui naît de la mauvaiſe manière de faire la croiſure & le roulement des fils, il met entre les filières de la fourchette dont nous avons parlé, & les yeux des guides du *va & vient*, un cercle de cuivre aſſujetti entre quatre rouleaux, qui lui permettent de tourner ſur lui-même, au moyen d'une corde ſans fin, qui répond à une manivelle; ce cercle eſt vide en dedans, & porte aux deux extrémités d'un de ſes diamètres, deux crochets de verre dans leſquels on paſſe les fils, après les avoir fait croiſer au ſortir des yeux de la fourchette, & on les croiſe encore avant que de les faire paſſer dans ceux des guides du *va & vient* : il réſulte de cette opération, que la tireuſe en faiſant aller la manivelle qu'elle a ſous ſa main, ſera tourner le cercle de cuivre & donnera à la ſoie autant de tours qu'elle voudra, & ſi elle s'aperçoit qu'elle en ait donné plus ou moins qu'elle ne le doit, elle peut ſans interrompre le travail, & ſans caſſer le fil, en ajouter ou en ôter : il réſulte encore un avantage de cette conſtruction, c'eſt que les tours qu'on donne aux fils de ſoie, étant partagés en deux endroits différens, permettent aux fils de gliſſer bien plus aiſément que s'ils étoient réunis, & les expoſent bien moins à ſe caſſer.

Le mouvement du *va & vient*, qui diſtribue les fils ſur le devidoir, n'eſt pas moins eſſentiel à cette opération; les fils de ſoie malgré les croiſures, arrivent toujours un peu mouillés ſur le devidoir, & il eſt néceſſaire qu'ils ne ſe collent pas les uns aux autres, ce qui rendroit la ſoie difficile à devider & toute écorchée, & il en réſulteroit un déchet de 10 à 12 pour cent; il faut donc que le mouvement des guides du *va & vient*, ſoit tel que le fil de ſoie qui arrive, ne rencontre jamais celui qui vient d'arriver, mais toujours ceux qui ont eu le temps de ſe ſécher; pour cela il faut que ce mouvement ſoit relatif à celui du devidoir.

Pour établir ce rapport d'une façon conſtante, les Piémontois ſe ſervoient d'un engrénage de quatre roues dentées, dont la première étoit enarbrée ſur l'axe du devidoir, mais cet engrénage

étoit si peu solide, que le règlement Piémontois obligeoit à avoir pour chaque tour, une double garniture des pièces qui composent ce mouvement, parce qu'il étoit rare qu'elles se conservassent en état pendant toute la durée d'un tirage.

Les fileurs François n'avoient jamais voulu adopter cette mécanique, & ils regloient le mouvement des guides, par le moyen d'une corde sans fin passée sur deux poulies de différens diamètres, dont l'une tenoit à l'arbre du devidoir, cette construction étoit simple, elle évitoit les inconvéniens des engrénages, mais elle en avoit elle-même de plus considérables, l'inégale tension de la corde qui lui permettoit quelquefois de glisser, la variation du diamètre de la poulie, des guides que la vapeur de la bassine faisoit renfler pendant le jour, & qui diminuoit la nuit, jetoient une inégalité dans le mouvement des guides, qui dérangeoit absolument toute l'opération. M. de Vaucanson avoit bien paré quelques-uns de ces inconvéniens, mais l'expérience l'obligea enfin, de revenir aux engrénages; il les a perfectionnés, il les a éloignés de la vapeur de la bassine, & par ce moyen, il est parvenu à les rendre durables, & à établir cette proportion constante entre le mouvement des guides, & celui du devidoir, qui est si nécessaire à la perfection de l'écheveau; & le résultat de ce travail a été une telle diminution dans le déchet, que la soie bien tirée ne perd pas une once sur cent livres.

Les tours à double croisade, tels que nous venons de les décrire, ont été établis à Aubenas, au nombre de cent, & le succès qu'ils ont eu depuis environ douze ans qu'ils sont établis, a engagé M. de Vaucanson, à en publier la description, une sage défiance l'avoit retenu jusque-là : mais quelque perfection que les tours de M. de Vaucanson puissent donner à la soie, la netteté & l'égalité dans le fil, dépendent de trois manutentions antérieures; 1.° de tirer chaque qualité de cocon séparément; 2.° de les bien purger dans la bassine, & toujours en petite quantité à la fois; 3.° enfin, de ne jamais jeter qu'un brin à la fois pour entretenir l'égalité de grosseur dans le fil de soie.

Malheureusement ceux qui font le tirage en particulier, & pour leur compte, ont peu d'intérêt à rendre la soie parfaite;

bonne ou mauvaiſe on parvient avec de petites fineſſes à la vendre à peu-près un prix égal. On ne doit donc attendre de la ſoie propre à organſiner pour faire des chaînes d'étoffes, que des grandes manufactures où le tirage de la ſoie ſe fait avec les précautions néceſſaires, & où ceux qui tirent trouvent leur intérêt à bien tirer.

Quelques Écrivains ont regardé ce tirage fait dans les grandes manufactures, comme funeſte à l'induſtrie des campagnes; cependant en nous mettant à portée de nous paſſer de l'Étranger, les manufactures doivent augmenter cette branche de notre commerce, & par conſéquent la culture des vers & des mûriers. Si une nation exiſtoit iſolée de toutes les autres, les opérations qui exigent le plus de mains, devroient être préférées, mais lorſqu'on a des voiſins avec leſquels on peut être en concurrence, il ſemble que la perfection des travaux doive l'emporter ſur toute autre conſidération. Il faut en France, ou tirer de Piémont la ſoie des chaînes, ou établir de grandes manufactures ſemblables à celle d'Aubenas, dont les ſoies ont déjà dans le commerce, un prix ſupérieur à celui des ſoies de Piémont, ou nous paſſer de belles étoffes, quel parti prendre? Nous ne nous permettrons ſûrement pas de prendre le dernier. Tel eſt l'état de la queſtion, entre M. de Vaucanſon & les Écrivains qu'il combat, & il ne nous appartient nullement de prononcer entr'eux.

LES Arts qui ont été publiés en 1770, ſont au nombre de quatre.

Le premier eſt l'*art du facteur d'Orgues*, ſeconde & troiſième partie, par D. Bédos de Celles, Religieux Bénédictin de la Congrégation de Saint-Maur, Correſpondant de l'Académie. Il avoit donné, dans la première partie, l'immenſe détail des parties qui compoſent un grand Orgue; mais il n'avoit pas enſeigné la manière de les fabriquer, ni les différens moyens d'accélérer ce travail, & de le porter à ſa perfection : c'eſt l'objet de la ſeconde partie, où la conſtruction de chaque pièce, & ſa liaiſon avec les autres, ſont traitées dans le plus grand détail. La troiſième eſt deſtinée

à enſeigner la manière de dreſſer les devis des Orgues, plus ou moins grands, qu'on peut ſe propoſer de conſtruire; celle de veiller à l'exécution de ces projets; celle de recevoir les orgues quand ils ſont exécutés. D. Bédos y enſeigne encore le mélange des jeux de cet inſtrument, en faveur de ceux qui voudroient toucher de l'orgue & qui ne ſeroient pas au fait de cette partie; & enfin il y fournit, à ceux qui ne ſont pas à portée d'avoir aiſément des facteurs, les moyens de conſerver leur orgue, & d'y faire eux-mêmes les petites réparations auxquelles cet inſtrument eſt plus ſujet qu'aucun autre.

Le ſecond eſt l'*art du Menuiſier,* ſeconde partie, par le ſieur Ronbo fils, maître Menuiſier. L'auteur avoit donné, dans la première, le manuel de cet art, la deſcription des outils, & celle des différens aſſemblages; dans celle-ci il met en uſage ces premières connoiſſances, & en fait l'application à la menuiſerie mobile, telle que les portes, les fenêtres, les volets, &c. à quoi il joint un Traité complet de l'art du trait. Cet art eſt beaucoup plus ſavant qu'on ne ſe l'imagine, & bien des ouvriers le pratiquent ſans en connoître les principes, qui deviennent cependant d'une néceſſité abſolue dans les cas extraordinaires. Enfin il met ſon lecteur à portée de connoître tout ce qui peut être néceſſaire à la fermeture & à la décoration des appartemens, & en état de le faire exécuter lui-même, ſans pouvoir être trompé ni ſur la bonté de l'ouvrage, ni ſur la dépenſe qu'il exige.

Le troiſième eſt l'*art de l'Indigotier,* par M. de Beauvais-Raſeau. Cet art, preſque abſolument inconnu en France, ne pouvoit être décrit que par quelqu'un qui, comme l'auteur, l'eut vu pratiquer lui-même, & y eut porté des yeux accoutumés à obſerver. Il décrit les différentes eſpèces de la plante dont on tire cette matière, ſa culture, la manière de la récolter, d'en faire pourrir les feuilles, de battre la teinture qu'elles donnent, pour en ſéparer la fécule colorante; & enfin de recueillir cette fécule, & de la mettre en état d'être vendue. Toutes ces opérations y ſont détaillées avec ſoin, & on ſuivra avec plaiſir la deſcription nette & préciſe que l'Auteur en donne.

Le quatrième & dernier art eſt celui *du Brodeur*, par M. de Saint-Aubin, Deſſinateur du Roi. Ceux qui n'ont qu'une connoiſſance ſuperficielle de cet art, ſeront étonnés, en liſant cette deſcription, de voir combien il exige de connoiſſances & d'adreſſe. L'Auteur en donne une courte hiſtoire, décrit les différens genres de broderie qui ſont en uſage, les différens points, les différentes étoffes & les différentes matières qu'on y emploie; & le tout eſt accompagné de pluſieurs Deſſins exécutés par M. de Saint-Aubin, qui ne ſont pas un médiocre ornement pour cet ouvrage, déjà intéreſſant par lui-même.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCLXX.

I.

UN Thermomètre diviſé en quatre parties, préſenté par M. l'abbé Soumille, Correſpondant de l'Académie. Tout le monde phyſicien connoît les thermomètres de M. de Reaumur, & on ſait que c'eſt à la propriété qu'ils ont d'être comparables qu'on eſt redevable d'un très-grand nombre d'Obſervations intéreſſantes, mais ſi l'on veut avoir les parties de degrés avec quelque préciſion, ils doivent être extrêmement grands, & par conſéquent très-difficiles à tranſporter, & ſi on les réduit à un moindre volume, la petiteſſe de leurs degrés, empêchera de diſtinguer leurs diviſions M. l'abbé Soumille a remédié à ce défaut, en coupant, pour ainſi dire, ce grand thermomètre en quatre parties. Dans la première diviſion, le terme de la glace eſt placé tout au haut du tube; & à meſure que le froid augmente, la liqueur deſcend, & marque les degrés de condenſation juſqu'à 20 degrés, terme ſuffiſant pour ce climat, & qu'il ſeroit poſſible de porter plus loin s'il étoit néceſſaire; & lorſque le temps devient plus chaud que le terme de la glace, l'eſprit-de-vin qui monte eſt

reçu dans une boule qui termine le tuyau par en haut, & cette partie de thermomètre devient inutile; la seconde commence où celle-ci finit, c'est-à-dire, que le terme de la glace est tout près de la boule inférieure, & à mesure que la chaleur augmente, l'esprit-de-vin s'élève jusqu'à 20 degrés, après quoi il entre dans la boule supérieure, & cette seconde partie demeure inutile; la troisième commence au 20.e degré & va jusqu'au 40e; & enfin la quatrième, au 60e: on voit aisément, qu'un cinquième le porteroit jusqu'à 80, &c. C'est par cet ingénieux moyen, que M. l'abbé Soumille est parvenu à se procurer en plusieurs parties aisément transportables, un thermomètre dont les degrés ont un pouce de long, & peuvent être aisément divisés en douzièmes d'une ligne, sur lesquels il sera encore possible d'estimer de plus petites parties. Ce moyen de faire apercevoir jusqu'aux moindres changemens de la température de l'air, sans trop augmenter la grandeur du thermomètre, a paru ingénieux & fort sûr.

II.

Une *Machine propre à faire périr les Mulots dans leurs trous; par la vapeur du soufre*, présentée par M. Gasselin; elle consiste en une boîte de tôle garnie de deux tuyaux de même métal, dont l'un répond à un soufflet, & l'autre sert de buse, pour chasser l'air dans les trous des mulots; on allume dans la boîte dont nous venons de parler, quelques morceaux de vieux linge & quelques éclats de bois; dès que ceux-ci sont bien en feu, on jette dessus du soufre concassé, on ferme la boîte, & introduisant le canon de la machine dans un des trous, on fait agir le soufflet : il est évident que par ce moyen, la fumée du drapeau & du soufre, est chassée dans les trous des mulots, on la voit sortir par les ouvertures qui y communiquent & qu'on a soin de fermer, & par ce moyen on force ces animaux destructeurs, à recevoir la vapeur du soufre qui les tue infailliblement. Cette machine a très-bien réussi dans les épreuves, que le Gouvernement en a fait faire; elle a paru ingénieuse, portative & très-propre à remplir le but que l'auteur s'étoit proposé.

I I I.

Une *Canne Gnomonique, qui ſert à indiquer l'heure par les hauteurs du Soleil*, préſentée par M. de Caire de la Condamine. La méthode de M. de Caire, peut ſe réduire à ce problème, *étant donnée la longueur de l'ombre du bâton à midi, trouver ſur le bâton les hauteurs qui à toutes les heures donneroient la même longueur d'ombre ;* & en cela elle diffère des méthodes qui ont été décrites juſqu'ici, l'uſage en paroît auſſi plus commode, parce que M. de Caire n'eſt pas obligé de meſurer la longueur de l'ombre, qui ſouvent ſeroit trop longue & mal terminée lorſque le Soleil eſt peu élevé ; la ſuperficie cylindrique eſt partagée longitudinalement en huit par huit lignes qui vont d'un bout à l'autre ; l'une qui eſt la plus apparente, marque les longueurs de l'ombre à midi de cinq en cinq jours pour une latitude donnée : Des ſept autres lignes, les deux extrêmes appartiennent aux ſolſtices, & les cinq autres aux différens ſignes, & ſur ces dernières, il a marqué le nom des heures à côté des différens points qui donnent à ces heures, la longueur de ces ombres égales à celle de l'ombre de midi ; l'uſage n'en eſt pas plus difficile que la conſtruction ; ſur un plan uni & horizontal, on meſurera ſur l'ombre de la Canne, une portion égale à la longueur de l'ombre à midi, & on en marquera l'extrémité, tenant enſuite la Canne perpendiculaire, on promènera le doigt en travers ſur la ligne qui répond au ſigne où eſt le Soleil, juſqu'à ce que l'ombre de ce doigt vienne ſur l'extrémité marquée pour l'ombre méridienne ; & alors en regardant ſur la canne, le doigt indiquera ſur la ligne l'heure cherchée. Cette ingénieuſe conſtruction a paru devoir être utile & agréable à ceux qui ſeront fixés dans un même canton, & qui ne ſe ſoucieront pas d'avoir l'heure avec une très-grande exactitude.

I V.

Une *Pendule*, préſentée par M. Bieſta horloger, *qui eſt ſuſpendue dans ſa boîte, de manière qu'elle peut toujours aller, quoiqu'on l'incline même aſſez conſidérablement.* Dans les pendules ordinaires, le mouvement de la pendule eſt attaché fixément à

la boîte. Dans celle de M. Biesta, il en est, pour ainsi dire, indépendant; il tourne librement autour de deux pivots placés exactement dans le prolongement de l'axe du rochet, ces deux pivots sont portés sur les faces extérieures d'une espèce de chassis, qui ressemble à la cage d'une très-petite pendule, & roulent dans deux pièces fixées dans l'intérieur des platines du mouvement: cette petite cage porte dans son intérieur la verge avec l'ancre, & à son extérieur la suspension du pendule; d'après ce que nous venons de dire, il est aisé de voir que si on incline la cage d'un côté ou de l'autre, le mouvement de la pendule se mettra toujours dans la verticale; & comme elle-même tourne autour de ce même point, que la relation de l'ancre & des dents du rochet ne sera pas changée, & que la pendule reste en échappement, elle continuera d'aller: il faut ajouter encore que pour ramener avec plus de force, la petite cage à sa véritable position, elle porte un grand cadre de cuivre, dans lequel le mouvement peut aller & venir, & qui a par en bas une épaisseur considérable, afin d'avoir plus de poids. Cette construction de M. Biesta pour faire qu'une Pendule se trouve toujours en échappement malgré les diverses positions de la cage, a paru neuve & ingénieuse, & pouvoir être utile en bien des occasions.

V.

Un *Cadran ou Équation mobile*, présenté par le même Auteur. Ce Cadran a deux faces, sur l'une sont marqués les jours de l'année, & sur l'autre est le Cadran, garni de deux aiguilles, l'une de cuivre & l'autre d'acier, l'aiguille de cuivre est fixée à une aiguille qui est sur la face postérieure du Cadran, & qui sert à indiquer les jours de l'année, l'une ne peut pas se mouvoir sans faire mouvoir l'autre; alors si l'on met la Montre sur l'heure vraie un certain jour de l'année, il faut placer l'aiguille postérieure sur ce jour, & l'aiguille d'acier sur midi du Cadran, en faisant alors glisser l'aiguille postérieure sur les jours suivans, l'aiguille d'acier indiquera l'équation du temps, & fera par conséquent connoître combien la Montre ou la Pendule qu'on examine, a dû avancer ou retarder sur le temps vrai. Ce Cadran ne donne

donc que ce qu'on peut obtenir par le calcul aſtronomiqué & qu'on trouve même tout calculé dans la Connoiſſance des Temps; mais cette manière de trouver l'Équation, la rend ſenſible aux yeux, & l'Académie a cru qu'elle pourroit par cette raiſon, être agréable au Public.

VI.

Des *Corps de Feutre*, préſentés par le ſieur Gérard, Tailleur de corps à Reims. Ces Corps ſont faits d'un feutre préparé, très-fort & cependant ſouple, qu'on peut revêtir d'une étoffe plus ou moins épaiſſe ſuivant la ſaiſon. Le ſieur Gérard n'y ajoute point de baleine. Ce feutre comprime mollement & avec uniformité, les parties du corps qu'il recouvre : on a cru que ces corps ſeroient exempts de la plupart des inconvéniens reprochés ſi ſouvent aux corps baleinés, & qu'ils pouvoient être approuvés comme beaucoup moins dangereux que ces derniers.

VII.

Un *Dais*, exécuté uniquement en fer, par le ſieur Gérard, Serrurier de Paris, chargé de l'entrepriſe des ferrures du nouveau bâtiment de Sainte-Geneviève.

Ce *Dais*, entièrement de fer, eſt compoſé de quatre colonnes, du haut deſquelles partent des ornemens qui, en ſe réuniſſant, forment le deſſus du Dais; ce deſſus eſt ſurmonté d'une Gloire, & chaque colonne l'eſt d'un Ange à genoux, regardant la Gloire: le tout a 16 pieds de hauteur. Du piédeſtal de ces colonnes partent des ornemens en guirlandes de roſes qui s'uniſſent, & portent au milieu, ſur des nuages, le livre ſcellé de l'Apocalypſe & l'Agneau. Les colonnes ſont compoſées de palmes, autour deſquelles s'entrelacent des pampres chargés de raiſins. Tout cet aſſemblage eſt compoſé de pièces travaillées ſéparément au marteau, polies & aſſujetties par des vis entre elles, & à un bâtis de fer qu'elles recouvrent; & le tout eſt ſi léger que le Dais tout monté pèſe à peine quatre cents livres. L'Académie a regardé cet ouvrage comme un chef-d'œuvre dans l'art de la Serrurerie, & comme une preuve de la poſſibilité d'employer le fer en ornemens, &

de lui faire imiter parfaitement les plus légers feuillages. C'eſt, ſi l'on peut s'exprimer ainſi, une eſpèce d'extenſion de l'art de la Serrurerie, & c'eſt à ce titre que l'Académie lui a donné place dans ſon Hiſtoire.

VIII.

Une *Machine*, propoſée par le P. Bertier, de l'Oratoire, *pour élever de l'eau par la dépreſſion ou élévation du mercure, produite par le balancement d'un pendule.* Il avoit déjà propoſé cette même machine en 1735, mais l'Académie, en l'approuvant, l'avoit regardée comme d'une exécution extrêmement difficile: l'expérience eſt venue au ſecours de la théorie du P. Bertier; la machine a été exécutée avec le plus grand ſuccès, & pluſieurs perſonnes l'ont vu faire très-bien ſon effet, chez feu M. Paſſement.

IX.

Une *manière*, propoſée par le même Auteur, *pour monter les Globes de manière qu'ils puiſſent ſervir de Cadran.* Elle conſiſte à mettre au Globe un demi-méridien mobile ſur ſes pôles, & qui ſoit refendu dans l'intervalle entre les tropiques; dans cette fente coulera un curſeur chargé d'une lentille. En plaçant le Globe à la hauteur du pôle de l'endroit où l'on obſerve, & l'orientant, le demi-méridien étant tourné au Soleil, & le curſeur placé ſelon la déclinaiſon du Soleil; dès que l'image de cet aſtre, produite par la lentille, tombera préciſément ſur le milieu de l'épaiſſeur du demi-méridien, celui-ci ſera le cercle horaire actuel, & marquera, ſur l'équateur, l'heure qu'il eſt & que l'on deſire de ſavoir. On a cru que cet uſage du Globe pourroit être agréable à pluſieurs perſonnes.

X.

Un *Fauteuil roulant, à l'uſage des malades, gens âgés ou convaleſcens*, préſenté par le ſieur Ferry, Serrurier.

La mécanique de ce *Fauteuil* a trois objets; 1.° de faire marcher le fauteuil à la volonté de celui qui y eſt aſſis; 2.° de baiſſer le doſſier ſous tel angle qu'on jugera à propos, juſqu'à la ſituation preſque horizontale; 3.° de prolonger le ſiége aſſez en avant pour

ſoutenir les jambes du malade, qui dans ce cas pourroit faire un lit de ſon fauteuil ; le premier de ces trois objets eſt rempli par deux manivelles, que le malade peut mouvoir lui-même, & qui, à l'aide d'une baſcule, communiquent le mouvement à un engrénage qui fait mouvoir deux roues placées ſous les pieds de derrière du fauteuil ; le ſecond objet eſt rempli par un arc de cercle denté, qui eſt mené par une mécanique ſemblable à celle que nous venons de décrire ; le troiſième enfin, qui eſt le prolongement du ſiége, ſe fait par le moyen d'un double chaſſis de fer, qui, par le mouvement que lui imprime une autre manivelle, ſort de deſſous le fauteuil : le mécaniſme par lequel l'un de ces chaſſis s'élève au niveau du ſiége, pour ſupporter les jambes du malade, eſt la partie de la machine la plus ingénieuſe ; lorſque le double chaſſis eſt ſorti, pour la plus grande partie, de deſſous le ſiége, le chaſſis ſupérieur ſe trouve arrêté par un frein, tandis que l'autre continue ſon mouvement : cette circonſtance oblige des eſpèces de chevalets qui ſe trouvent entre les deux chaſſis, de s'élever, de ſorte qu'à l'extrémité du mouvement le chaſſis ſupérieur ſe trouve écarté de l'inférieur de toute la hauteur des chevalets, ce qui le met au niveau du ſiége.

Quoique cette mécanique ait beaucoup de rapport avec celle qui eſt employée à l'Opéra, pour mettre le parterre au niveau du théâtre, on doit cependant ſavoir gré au ſieur Ferry d'en avoir fait une application ingénieuſe & utile ; ſon Fauteuil a paru bien remplir l'objet qu'il avoit eu en vue : on croit qu'il ſeroit utile dans le cas pour lequel il eſt deſtiné ; mais qu'il ſeroit ſeulement à deſirer qu'il travaillât à le ſimplifier, tant pour le rendre moins peſant, que pour en diminuer le prix, qui, dans l'état où il eſt & vu la multitude des pièces qui le compoſent, deviendroit certainement conſidérable.

LE Parlement ayant fait l'honneur à l'Académie de lui demander ſon avis ſur les Lettres patentes accordées au ſieur Jean Antoine, Écuyer, par leſquelles Sa Majeſté accorde audit ſieur Antoine la permiſſion d'établir à Paris, une fabrique de

matelats & de couvertures, avec des laines qu'il prépare lui-même par des procédés particuliers; l'Académie a cru qu'il y avoit d'autant moins d'inconvénient à enregiſtrer leſdites Lettres, qu'elles ne portent point de privilége excluſif, & qu'elles ne peuvent nuire au progrès de l'induſtrie dans cette partie.

DANS le nombre de Pièces qui ont été préſentées cette année à l'Académie, elle a jugé les ſept ſuivantes dignes d'avoir place dans le Recueil de ces Ouvrages qu'elle fait imprimer.

Obſervations Météorologiques, faites à Pékin depuis 1757 juſqu'en 1763 : Par le P. Amyot.

De Refractionibus Aſtronomicis: Par le P. Boſcowich.

Sur deux Éclipſes, viſibles le 3 Avril & le 26 Octobre 1772: Par M. du Vaucel.

Obſervations de la Comète de 1769, faites à l'Iſle de France: Par M. de la Nux, Correſpondant de l'Académie.

Sur la Découverte d'une nouvelle Iſle, à 75 lieues de Madagaſcar: Par le même.

Expériences faites au feu, ſur un Diamant, des Pierres précieuſes & des Métaux: Par M. d'Arcet.

Sur la Cauſe de la dureté du Ciment des anciens Vénètes: Par M. l'Abbé de Mazeas, Correſpondant de l'Académie.

L'ACADÉMIE avoit propoſé pour le ſujet du Prix de 1768, *de perfectionner les méthodes ſur leſquelles eſt fondée la théorie de la Lune; de fixer, par ce moyen, celles des équations de cette Planète qui ſont encore incertaines; & d'examiner en particulier ſi l'on peut rendre raiſon, par cette théorie, de l'équation ſéculaire du mouvement moyen de cette Planète.*

N'ayant pas été ſatisfaite des Recherches qu'elle avoit reçues

ſur ce ſujet, elle l'avoit propoſé de nouveau pour cette année 1770; avec un Prix double.

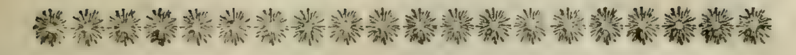
Quoique dans le nombre des Pièces envoyées, il s'en ſoit trouvé pluſieurs remplies de recherches eſtimables, l'Académie n'a pas cru la queſtion ſuffiſamment réſolue; cependant conſidérant la difficulté du Problème, & ne voulant pas décourager les Concurrens, elle a cru devoir récompenſer le travail qui diſtingue ſur-tout une des Pièces, qui a pour deviſe, *Errantemque canit Lunam*, & en conſéquence elle lui a adjugé la moitié du Prix double.

Les Auteurs de cette Pièce ſont, conjointement, M.rs Léonard Euler, Aſſocié-Étranger de l'Académie, & Membre de celles de Berlin & de Péterſbourg, & Jean-Albert Euler ſon fils.

L'autre moitié du Prix double eſt réſervée pour la joindre à celui de l'année 1772, qui ſera par ce moyen de 4500 livres; & l'Académie propoſe de nouveau la même queſtion pour ce Prix.



ÉLOGE



ÉLOGE

DE M. L'ABBÉ NOLLET.

JEAN-ANTOINE NOLLET, de la Société royale de Londres, de l'Inſtitut de Bologne, de l'Académie des Sciences d'Erford, Maître de Phyſique & d'Hiſtoire naturelle des Enfans de France, Profeſſeur royal de Phyſique expérimentale au Collége de Navarre & aux Écoles de l'Artillerie & du Génie, naquit à Pimpré, village du diocèſe de Noyon, le 19 Novembre 1700, d'honnêtes habitans de ce lieu, qui y exerçoient la fonction de Laboureur.

Nous ignorons abſolument tout le détail de ſes premières années, & nous ne commencerons à le ſuivre que depuis les premiers pas qu'il fit dans la carrière littéraire, dans laquelle il s'eſt ſi glorieuſement diſtingué.

Ses premières études furent faites au collége de la ville de Beauvais, où il demeura juſqu'à la fin de ſes humanités. A en juger par le ſtile net & correct avec lequel il écrivoit, & par l'eſpèce d'érudition qu'il poſſédoit, nous pouvons aſſurer ſans riſque, qu'il avoit dû être au rang des meilleurs écoliers de ſon temps.

M. l'Abbé Nollet s'étoit deſtiné à l'état eccléſiaſtique, & les études théologiques qui lui devenoient néceſſaires pour cet objet, l'obligeoient à faire à Paris ſa philoſophie, ou à renoncer à pouvoir prendre aucun Degré, ce motif le détermina malgré la modicité de ſa fortune, à venir s'établir dans la capitale; & il n'eût certainement pas héſité de s'y rendre, s'il eût pu ſavoir quels fruits il devoit un jour recueillir de ce voyage.

Un des premiers qu'il dut à la régularité de ſes mœurs & aux connoiſſances qu'il avoit déjà acquiſes, fut que M. Taitbout alors Greffier de l'Hôtel-de-ville de Paris, le choiſit malgré ſa jeuneſſe pour lui confier l'éducation de ſes enfans, ce poſte le mit

bientôt à portée non-seulement de continuer ses études, mais même de développer ses talens; il trouva moyen d'établir un laboratoire à l'Hôtel-de-ville même: c'étoit-là que le jeune Philosophe alloit s'exercer aux arts dont l'étude de la Physique à laquelle il se livroit déjà, lui faisoit sentir le besoin, & sacrifier les plaisirs que lui offroit une compagnie aimable & brillante, au desir de s'instruire & de se perfectionner; il s'amusoit sur-tout à travailler en émail à la lampe, art que la multiplicité des instrumens de Physique dans lesquels entrent les tuyaux de cristal, rend si nécessaire à un Physicien. Je me souviens d'avoir vu de lui un ouvrage en ce genre, dont les plus habiles Émailleurs (le célèbre Raux même, qui avoit été son maître en cette partie) se seroient fait honneur, c'étoit un sur-tout de dessert, représentant une colonade surmontée d'une espèce de dôme, ce dôme servoit de réservoir à une quantité d'eau suffisante pour faire aller pendant une heure & plus des jets d'eau & des cascades, qui ornoient cette machine; c'étoit, si l'on veut, une espèce de jeu, mais où se déclaroit déjà le talent de son auteur pour la Physique, & son goût pour la belle décoration.

Du fond de la retraite où vivoit M. l'Abbé Nollet, sa réputation ne laissoit pas de s'étendre. Nous avons dit, en faisant l'Éloge de M. Clairaut *, qu'il avoit eu part en 1726 à l'établissement d'une Compagnie, qui consacroit entièrement ses travaux à l'avancement des Arts. M. l'Abbé Nollet y fut admis dès 1728, sur la seule réputation qu'il s'étoit acquise, & justifia le choix de cette Compagnie par une grande quantité de travaux, entr'autres, par un Globe céleste, qu'il publia en 1730 & qu'il dédia à Monseigneur le Comte de Clermont, qui avoit honoré cette Compagnie de sa protection. Feu M. Dufay, travailloit alors à ses recherches sur l'Électricité, il crut avoir trouvé une ressource assurée dans les talens du jeune Physicien, & n'hésita pas à l'associer à ses travaux qu'il continua avec lui pendant deux ans; au bout de ce terme M. de Reaumur lui confia son laboratoire, & ce fut dans cette excellente école qui a fourni à l'Académie, plusieurs de ses plus illustres Membres, qu'il acheva de se former; il y avoit en effet si bien profité, que dès

* Voyez Hist. 1765, p. 149.

1734, M. Dufay lui propoſa de faire avec lui, le voyage d'Angleterre. Cet Académicien ſi vif & ſi zélé ſur l'honneur de la nation, n'auroit ſûrement pas mené avec lui un Phyſicien qu'il n'eût pas cru capable de le ſoutenir dignement. Deux ans après il fit un voyage en Hollande, & ce fut-là qu'il eut occaſion de voir M.^rs Muſſchenbroek, Allaman, & pluſieurs autres illuſtres Phyſiciens avec leſquels il étoit déjà digne de figurer, & qu'il lia avec eux une amitié & une correſpondance qu'il a toujours entretenue juſqu'à ſa mort.

Toutes les demarches qu'avoit fait juſqu'alors M. l'Abbé Nollet, l'approchoient de l'Académie; il y étoit connu & deſiré. Le paſſage de M. de Buffon à une place d'Adjoint-Botaniſte, fit vaquer en 1739, une place d'Adjoint-Mécanicien, & M. l'Abbé Nollet l'obtint le 19 Avril de la même année, & trois ans après celle d'Aſſocié, vacante par la mort de M. l'Abbé de Molières. La réputation qu'il s'étoit faite n'étoit pas demeurée renfermée dans la capitale, elle avoit percé juſque dans les Cours étrangères; à peine fut-il admis à l'Académie, qu'il fut appelé à la cour de Turin par le Roi de Sardaigne, pour faire un Cours de Phyſique expérimentale, devant S. A. R. M. le Duc de Savoie; & le Roi de Sardaigne en fut ſi ſatisfait, qu'il voulut que tous les inſtrumens que M. l'Abbé Nollet y avoit portés, demeuraſſent entre les mains de l'Univerſité, pour perpétuer, pour ainſi dire, les lumières que venoit d'y répandre M. l'Abbé Nollet, qui ſera par ce moyen, à jamais l'inſtituteur & le père de cette floriſſante école.

Auſſitôt après ſon retour de ce voyage, il donna en trois Mémoires, un travail ſuivi ſur la Machine pneumatique.

Dans le premier, il recherche la cauſe d'une vapeur qui paroît dans le récipient de la machine dès qu'on commence à y raréfier l'air. On avoit toujours attribué cette vapeur à l'humidité des cuirs qui ſervent à appliquer le récipient ſur la machine; M. l'Abbé Nollet trouva par des expérences déciſives & finement imaginées, que cette cauſe ſi vraiſemblable, n'étoit cependant pas la vraie, qu'en diminuant l'étendue des cuirs ou même en leur ſubſtituant un cordon de cire molle, la vapeur paroiſſoit toujours de la

même quantité, & qu'enfin elle n'eſt dûe qu'aux matières étrangères ſuſpendues dans l'air, & qu'il laiſſe tomber dès qu'on le raréfie. On eſt étonné en liſant ce Mémoire, de voir avec combien de ſagacité il a ſu varier ſes recherches pour arracher ce ſecret de la Nature.

Dans le ſecond & le troiſième, il donne une deſcription exacte & détaillée de la Machine pneumatique ſimple, de celle qui a deux corps de pompe allant alternativement, & de tous les inſtrumens qui en ſont comme les acceſſoires; il examine en Phyſicien l'uſage de toutes les parties qui la compoſent; il y ajoute une infinité de moyens ingénieux d'obtenir plus de préciſion & plus de facilité dans ſon uſage & de multiplier les expériences auxquelles on peut l'employer; il pouſſe même l'attention juſqu'à rechercher les formes les plus agréables qu'on peut lui donner, ſans altérer les qualités eſſentielles qu'elle doit avoir; ces ornemens ſagement répandus ſeront, s'il m'eſt permis d'employer cette expreſſion, les fleurs dont la ſévérité de la Philoſophie lui permet quelquefois d'orner ſon front.

Il s'éleva en 1741, dans l'Académie, une queſtion qui vint exercer la ſagacité de M. l'Abbé Nollet. Deſcartes voulant expliquer la peſanteur par la force centrifuge de ſa matière ſubtile, avoit avancé, qu'en enfermant dans un globe de verre, un fluide avec des petits corps ſpécifiquement moins peſans, ces petits corps ſeroient portés au centre du globe, dès qu'on le feroit tourner rapidement ſur ſon axe, mais il n'en avoit pas fait l'expérience: ſon aſſertion fut contredite par M. Hughens, qui trouva par la Théorie, que les petits corps ſeroient rappelés non au centre, mais le long de l'axe. M. Bulfinger, fit depuis l'expérience, qui répondit au calcul de M. Hughens, mais il penſa, que ſi on pouvoit imprimer au globe deux rotations qui ſe croiſaſſent à angles droits, les petits corps ſeroient portés au centre, il imagina même une machine pour cela, mais la mort l'empêcha d'en faire l'expérience; & toute cette queſtion étoit abandonnée lorſqu'en 1741, M. l'Abbé de Molières, prétendit alléguer l'aſſertion de Deſcartes, comme une preuve de l'exiſtence des tourbillons de ce Philoſophe; cette expérience fut conteſtée par M. l'Abbé Nollet, elle

fut répétée devant l'Académie & variée de mille façons, M. l'Abbé Nollet exécuta même celle que M. Bulfinger avoit proposée, & il fit voir avec la plus grande évidence, qu'on ne pouvoit rien conclure, ni de l'une ni de l'autre, en faveur de l'explication cartésienne, de la pesanteur.

A peine eut-il fini la lecture de ce travail, qu'il fut demandé à Bordeaux pour y faire un Cours de Physique expérimentale. La célèbre Académie qui subsiste depuis long-temps dans cette ville, crut avoir encore quelque chose à tirer de ce Cours, elle l'honora de son suffrage, voulut être pourvue de l'appareil de machines nécessaires pour répéter ces expériences, & engagea M. l'Abbé Nollet à présider à leur construction.

Cette honorable distraction le tint éloigné pendant près d'une année du travail académique; mais aussitôt qu'il fut revenu il paya cette interruption avec usure.

Il lut en 1743, deux Mémoires; le premier, sur la manière dont se forme la glace qui flotte sur les rivières; & le second sur l'ouïe des poissons.

On s'étoit aperçu depuis long-temps, que les glaçons qui flottent sur les grandes rivières, étoient différens de ceux qui se forment sur les étangs & sur les autres eaux tranquilles; on avoit même tenté d'en rendre raison en disant, que la glace des rivières se formoit la nuit à leur fond, & étoit enlevée le jour par le soleil, à la surface de l'eau, où elle se réunissoit en glaçons; la nature de cette glace, qui est effectivement rare & spongieuse, & les différentes portions d'herbes & de terre qu'on trouve presque toujours sous les glaçons, sembloient favoriser cette opinion universellement adoptée par les gens de rivière, & admise même par plusieurs savans Physiciens : cependant M. l'Abbé Nollet s'étoit assuré, que dans le temps même que les rivières sont glacées, le Thermomètre plongé à leur fond s'y soutient toujours au-dessus de la congélation; ce fait lui rendit toute l'explication suspecte, & il sut si adroitement varier ses expériences, qu'il fit voir que les glaçons se formoient à la surface des rivières, dans les endroits où il se trouve plusieurs particules d'eau allant d'un mouvement égal, & par conséquent dans un repos

relatif les unes à l'égard des autres; que ces glaçons d'abord extrêmement minces étoient ſouvent briſés, & que leurs débris flottant ſur l'eau, ſe joignoient les uns aux autres, & à d'autres feuilles de glace, pour former les gros glaçons, & que les herbes & le ſable qu'on trouvoit deſſous ne venoient que des hauts fonds où ils avoient touché dans leur route : explication nette, préciſe, conforme à la ſaine Phyſique, & démontrée par les expériences de M. l'Abbé Nollet.

Les Anatomiſtes & les Phyſiciens étoient partagés ſur l'ouïe des poiſſons; les uns penſoient qu'ils jouiſſoient de ce ſens comme les autres animaux; & les autres, qu'ils en étoient abſolument privés; il falloit pour décider cette queſtion, examiner deux points eſſentiels, le premier ſi ces animaux avoient un organe ſemblable ou analogue à notre oreille; & le ſecond ſi les ſons ſe pouvoient tranſmettre dans l'eau, ſans quoi les oreilles auroient été abſolument inutiles aux poiſſons.

Ce fut ce dernier point que M. l'Abbé Nollet entreprit de diſcuter, pluſieurs expériences lui apprirent qu'un corps ſonore enfermé dans l'eau, ſe faiſoit cependant entendre, & que le ſon étoit ſenſiblement auſſi fort dans l'eau purgée d'air, que dans celle qui ne l'étoit pas, mais tout cela ne répondoit pas directement à la queſtion : & pour la décider, il prit le parti de ſe plonger lui-même entièrement dans l'eau, & répéta deux fois cette expérience; dans la première, il entendit très-bien un coup de piſtolet tiré dans l'air, un ſifflet & même les paroles qu'on prononçoit au-deſſus de lui; dans la ſeconde, il obſerva un fait bien plus ſingulier, le bruit qu'il avoit excité en frappant deux cailloux l'un contre l'autre, ſe fit non-ſeulement entendre à ſon oreille, mais encore il ſe fit apercevoir par un fremiſſement ſur tout ſon corps; d'où il ſuit, que l'eau peut d'une part, tranſmettre aux poiſſons, le bruit qui ſe fait dans l'air; & que de l'autre, ils peuvent être avertis de deux manières, de celui qui s'excite dans l'eau. Nous croyons que le Public nous ſaura quelque gré d'ajouter ici que la poſſibilité d'entendre pour les poiſſons, eſt aujourd'hui inconteſtablement prouvée, & que les recherches de M.rs Geoffroy & Camper, ont fait voir évidemment que

ces animaux ont toute la partie essentielle de l'organe de l'ouïe, & qu'il ne leur manque que l'oreille externe.

Il donna encore cette même année une observation singulière, sur la teinture d'orseille dont on se sert pour colorer l'esprit-de-vin des Thermomètres, qui enfermé dans ces instrumens, perd sa couleur avec le temps, & la reprend dès qu'on lui rend la communication avec l'air extérieur.

On sera peut-être surpris que dans la même année où il venoit de donner deux ouvrages aussi pleins de recherches fines & délicates, que ceux dont nous venons de parler, il ait pu en donner encore au Public, un plus considérable : ce fut cependant cette même année qu'il publia les deux premiers volumes de ses Leçons de Physique expérimentale, dont la suite a paru depuis en différentes années jusqu'en 1764, qu'il en publia le sixième volume.

On avoit eu jusque-là quelques ouvrages en ce genre, mais en très-petit nombre, & il s'en falloit bien qu'ils fussent aussi étendus, & que les matières fussent traitées avec l'ordre, la netteté & la précision qui règnent dans celui-ci ; le choix des questions y est fait avec la plus grande intelligence, il les présente avec la plus grande netteté, puis il énonce les expériences qui doivent servir à les décider, décrit les différens instrumens qu'il va employer, explique les effets qui en résultent, & en fait l'application, soit aux phénomènes de la Nature, soit aux procédés les plus intéressans qui sont en usage dans les arts.

Nous ne pouvons passer sous silence, en parlant de cet ouvrage, l'adresse avec laquelle M. l'Abbé Nollet, a su substituer en plusieurs endroits, des preuves d'expériences, aux démonstrations mathématiques qu'il ne fait qu'indiquer ; il se met par ce moyen, à la portée d'un bien plus grand nombre de lecteurs, & ceux même qui sont en état d'entendre les raisonnemens mathématiques, ont le double plaisir de les retrouver sous une forme nouvelle, & de voir des vérités intellectuelles soumises en quelque sorte, au jugement des sens.

C'est encore dans ce même ouvrage, que M. l'Abbé Nollet a avancé le premier, que le tonnerre pouvoit bien n'être que de

l'électricité, fort en grand, idée qui a depuis été confirmée par une infinité de faits, mais il falloit alors avoir le tact bien fin en Physique, pour former une telle conjecture.

Les belles expériences de M. Newton sur la Lumière, que si peu de Physiciens avoient pu parvenir à répéter, & tout ce que l'Optique, la Dioptrique & la Catoptrique offrent de curieux & d'intéressant sur cette matière, font partie de cet ouvrage; & M. l'Abbé Nollet, l'a présenté de telle manière, & si bien détaillé les précautions nécessaires pour y réussir, que ces expériences autrefois si rébelles, n'offrent presque plus aucune difficulté.

Dans le dernier volume il donne un abrégé succinct, mais exact, de l'Astronomie, relativement à la machine nommée *planétaire*; il expose les merveilleuses propriétés de l'aimant, & les curieuses expériences qui servent à les découvrir. Enfin il passe à une autre merveille, découverte de nos jours, je veux dire, à l'Électricité, & donne dans le plus grand détail, les expériences surprenantes, qui ont été faites sur cette intéressante matière; qui a été pendant presque toute sa vie, le principal objet de ses recherches, & de laquelle nous allons bientôt avoir lieu de parler.

L'année 1744 fut marquée par un évènement trop honorable à M. l'Abbé Nollet, pour le passer sous silence, il fut appelé à la Cour, pour y faire un Cours de Physique expérimentale, en présence de feu M. le Dauphin, & ce Prince en fut si satisfait, qu'il l'engagea à en faire l'année suivante un second, en présence de feue Madame la Dauphine, Infante d'Espagne. Le Philosophe fut obligé de paroître à la Cour de son Souverain; & grâces à la douceur de son caractère, il ne s'y fit que des amis.

Nous avons dit que M. l'Abbé Nollet s'étoit occupé de l'électricité, pendant une grande partie de sa vie. Cette admirable propriété des corps, entrevue il y a près de deux cents ans, par Otho de Guericke, avoit été oubliée pendant presque tout le temps écoulé depuis ce Philosophe, jusqu'à nous. M.rs Gray & Hauksbée, de la Société royale de Londres, en avoient depuis fait l'objet de leurs recherches. M. Dufay la tenoit de ce dernier, & il avoit, comme nous l'avons dit, associé M. l'Abbé Nollet,

à ses

à ses travaux; tant que M. Dufay vécut, M. l'Abbé Nollet se contenta de contribuer à ses découvertes; mais à la mort de ce célèbre Académicien qui arriva en 1739, très-peu de temps après l'entrée de M. l'Abbé Nollet à l'Académie, il crut pouvoir s'emparer, pour ainsi dire, d'une matière sur laquelle ses travaux précédens lui donnoient une espèce de droit.

Nous disons qu'il s'en empara; en effet, aucune expérience sur cette matière ne lui étoit échappée, non-content de celles qui avoient été tentées par les autres Physiciens, il en avoit inventé une infinité d'autres toutes plus ingénieuses les unes que les autres; de la plupart desquelles, il a fait part à l'Académie, dans plus de dix Mémoires qu'il lui a lûs en différens temps sur ce sujet.

Il étoit bien difficile qu'en retournant en tant de manières les phénomènes électriques, il ne fût tenté de les rappeler à un même principe, & d'en assigner la cause.

Ce fut en effet ce qu'il fit en 1745 & en 1746, en publiant d'abord dans un Mémoire lû à l'Académie, & ensuite dans un ouvrage qu'il fit imprimer à part, sous le titre *d'Essai sur l'Électricité*, l'espèce de théorie qu'il avoit imaginée, & dont les bornes qui nous sont prescrites, ne nous permettent de présenter que la plus légère idée.

Après avoir fait voir que la matière du feu, & celle de l'électricité étoient exactement la même, & ne différoient que par la manière dont elle étoit mise en action; voici, selon lui, celle par laquelle il pense que le corps devenu électrique, la met en jeu.

Lorsque par le frottement, on parvient à rendre un corps électrique, une partie de la matière du feu qu'il contenoit, est chassée de ses pores, & en même temps, remplacée par le même fluide, présent, selon presque tous les Physiciens, dans tout cet Univers. Il se trouvera donc autour de ce corps des rayons ou courans de cette matière, qui s'en élanceront, que M. l'Abbé Nollet nomme *matière effluente;* & d'autres qui viendront vers le corps, qu'il nomme *matière affluente:* les mouvemens que de la poussière exposée au corps électrique prend par son action, & ceux que ce même corps imprime à la fumée, font voir à l'œil, la réalité de ces deux courans.

Mais pourquoi dans cette ſuppoſition, un petit corps non électrique, eſt-il attiré par celui qui l'eſt, puis enſuite repouſſé? rien n'eſt plus ſimple ſelon M. l'Abbé Nollet, ce corps entraîné par quelqu'un des courans de matière affluente, peut à cauſe de ſa petiteſſe, paſſer entre les rayons de matière effluente, & être porté vers le corps, mais dès qu'il l'a touché il devient lui-même électrique, & hériſſé de rayons qui ne lui permettent plus d'échapper au courant de matière effluente qui l'entraîne & l'éloigne du corps électriſé.

Un autre principe d'expérience, adopté par M. l'Abbé Nollet, eſt que la matière électrique ſe meut dans les corps ſolides, bien plus facilement que dans l'air; d'où il ſuit qu'elle doit y couler le plus long-temps qu'elle peut, & que lorſqu'elle en ſort pour rentrer dans l'air, elle doit s'écarter pour former des aigrettes; de-là naît l'explication de la manière dont elle peut ſe communiquer par les conducteurs, à une diſtance immenſe, & celle d'une infinité de phénomènes.

Ce principe a cependant ſes exceptions, il y a, ſelon M. l'Abbé Nollet, des corps ſolides moins pénétrables que l'air, à la matière électrique : ce ſont les corps réſineux, & cette propriété les rend propres à ſervir de ſupport aux corps qu'on électriſe, & à les empêcher de diſſiper leur électricité, en la communiquant aux corps voiſins. Ces mêmes corps rendus électriques par le frottement, ne le ſont jamais autant que le verre, une parcelle de feuille d'or électriſée par celui-ci, ne ſera jamais repouſſée par eux. Feu M. Dufay en avoit conclu qu'il y avoit deux ſortes d'électricités, mais M. l'Abbé Nollet, ne croit pas cette diſtinction néceſſaire, il lui ſuffit que celle des corps réſineux, ſoit plus foible que celle du verre.

A l'aide de ce petit nombre de principes, il n'eſt aucun phénomène électrique, qu'il ne puiſſe expliquer d'une manière très-naturelle & avec la plus grande clarté.

Nous ne diſſimulerons cependant pas, que cette explication ſi ſimple & ſi nette, n'ait éprouvé des contradictions, & qu'on n'ait voulu lui en ſubſtituer une autre, nous n'entreprendrons point ici de décider laquelle des deux mérite la préférence; c'eſt

au Public Physicien, à prononcer sur cette contestation, nous nous contenterons de dire, qu'une grande partie de ceux qui ont droit de décider en pareille matière, ont adopté le sentiment de M. l'Abbé Nollet, qui par-là est devenu pour ainsi dire, chef de secte; c'est presque pour un Physicien, être devenu conquérant, ou, ce qui vaut bien mieux, législateur.

Cette contestation engagea M. l'Abbé Nollet à plusieurs discussions polémiques, qu'il a publiées sous la forme de lettres, en trois volumes in-douze, qui ont paru en différens temps, à quelques autres ouvrages relatifs à cette dispute, à quelques nouveautés sur ce sujet, & enfin à quelques applications de l'électricité, à des usages utiles ou agréables.

Quoique l'Électricité ait fait pendant presque toute la vie de M. l'Abbé Nollet, le principal objet de ses recherches, il ne négligeoit cependant aucune des parties de la Physique, il avoit donné en 1748, un Mémoire sur la cause de l'ébullition des liquides; on fut étonné de n'avoir pas été frappé d'un phénomène si ancien & si généralement connu; on croyoit communément, que la cause de l'ébullition des fluides étoit l'air qu'ils contiennent, & qui, dilaté par la chaleur, soulevoit la liqueur & formoit des bulles qui venoient crever à sa surface, quelque plausible que fût cette explication, elle n'étoit cependant pas vraie : l'eau peut bouillir jusqu'à être entièrement évaporée, d'où lui viendroit cette quantité d'air ? On peut même faire bouillir de l'eau absolument purgée d'air; il fallut donc chercher une autre cause de l'ébullition des liquides, & voici celle qu'assigna M. l'Abbé Nollet.

Dès que le feu a communiqué au vase qui contient la liqueur, un degré de chaleur suffisant pour la réduire en vapeur, la portion qui s'évapore augmente environ treize à quatorze mille fois son volume; elle s'élevera donc à la surface de la liqueur, sous la forme de bulles qui viennent s'y crever, d'autres parties succèdent aux premières & l'ébullition continue jusqu'à ce que toute la liqueur soit évaporée.

Il suit de-là, que le souffle de l'éolipyle & la vapeur qui s'exhale de l'eau bouillante, ne sont que de l'eau réduite en état de vapeur.

Il suit encore que dès que l'eau a pris une fois le bouillon,

elle ne peut en aucune manière, recevoir un plus grand degré de chaleur, puiſque celui-là ſuffit pour la diſſiper, mais que ſi elle eſt renfermée, on peut lui en faire prendre un capable de décompoſer les os, & beaucoup d'autres corps très ſolides; que plus le poids de l'atmoſphère ſera grand, plus il faudra de chaleur pour faire bouillir la même liqueur, que plus la liqueur ſera facile à évaporer, plutôt elle bouillira, & qu'enfin les fluides qui comme les métaux fondus, ne peuvent s'évaporer, ſe conſument au feu ſans bouillir, en un mot, il n'eſt aucun fait de cette eſpèce qui ſe refuſe à cette explication.

Peu de temps après la lecture de ce Mémoire, il fut envoyé par la Cour en Italie, dans la vue d'y prendre ſur les Arts & ſur la Phyſique, pluſieurs connoiſſances intéreſſantes.

Il en rapporta en effet un très-grand nombre, dont il a conſigné une partie dans nos Mémoires, nous ne pourrions ſans excéder les bornes de cet Éloge, entreprendre d'en faire mention, nous dirons ſeulement qu'il examina en Phyſicien, toutes les raretés qui ſe rencontrent en ſi grand nombre dans cette belle partie de l'Europe; & ſur-tout la Solfatare & le Véſuve, & qu'il donna même une cauſe très-vraiſemblable, des terribles éruptions de ce dernier. On peut bien juger qu'il n'oublia pas de viſiter les plus ſavans Profeſſeurs des villes où il paſſa, & de conférer avec eux ſur les différens objets de leurs recherches; il eut même occaſion de détruire quelques erreurs, qui s'étoient accréditées, mais qui ne purent tenir contre la ſagacité de ſes recherches.

Il lut en 1756, un Mémoire ſur un ſujet intéreſſant, il eſt quelquefois néceſſaire & toujours agréable, de pouvoir rafraîchir les liqueurs qui nous ſervent de boiſſon; M. l'Abbé Nollet entreprit d'examiner les moyens qu'on peut employer pour obtenir ce rafraîchiſſement: ſon principe eſt qu'un corps n'en refroidit un autre, qu'en partageant l'excès de chaleur que le premier a ſur lui; de ce principe il déduit les moyens de tirer tout le parti poſſible des caves, des puits, des citernes, &c. & d'obtenir même lorſqu'on eſt privé de ces reſſources, un rafraîchiſſement encore plus conſidérable, par le moyen des ſels qu'on peut mêler avec l'eau, il enſeigne même à économiſer ces ſels, & à n'en

perdre qu'une portion très-peu considérable. Service important à rendre au Public en général, mais bien plus particulièrement encore aux habitans des pays chauds, où le rafraîchissement des liqueurs devient non-seulement un agrément, mais encore une partie du régime nécessaire à la conservation de la santé.

L'utilité dont avoient été les travaux de M. l'Abbé Nollet sur la Physique expérimentale, avoit fait sentir combien il étoit à desirer qu'il y eût dans l'Université, une Chaire où l'on fît des Cours publics sur cette matière : le Roi voulut bien procurer cet avantage à ses Sujets, par la fondation d'une chaire de Physique expérimentale, au Collége de Navarre ; à laquelle il nomma M. l'Abbé Nollet. Le concours prodigieux de ceux qui accoururent à ses leçons, justifia la sagesse de cet établissement, soutenu aujourd'hui par le savoir & les talens de M. Brisson, de cette Académie, qui après avoir secondé M. l'Abbé Nollet pendant une partie de sa vie, est devenu après sa mort, son digne successeur.

Au commencement de 1757, M. l'Abbé Nollet fut appelé de nouveau à la Cour, & reçut le Brevet de Maître de Physique & d'Histoire Naturelle des Enfans de France ; il remplit les fonctions de ce poste honorable, auprès des jeunes Princes, avec la même attention & le même zèle, qu'il les avoit autrefois remplies auprès de leur auguste Père.

Cette même année fut encore l'époque de deux évènemens honorables à M. l'Abbé Nollet. On avoit senti combien il étoit à desirer que les Élèves de l'Artillerie & du Génie, eussent une connoissance même assez détaillée de la Physique. Ce fut dans cette vue qu'il fut nommé en 1757, Professeur de Physique expérimentale à la Fère, & en 1761 à l'école de Mézières. Vers la fin de la même année, il obtint la place de Pensionnaire, vacante par la mort de M. de Reaumur.

Ces nouvelles fonctions de M. l'Abbé Nollet, lui firent remarquer un abus considérable dans l'Artillerie ; la poudre à canon est grénée, c'est-à-dire, qu'elle n'est pas en simple poussière, mais qu'on la réduit en grains qui ont un volume sensible, elle perd avec le temps cette forme que l'art lui a donnée, pour reprendre celle de poussière ; & en cet état on la nomme *pulverin*, souvent

même le salpêtre s'en sépare, & on la nomme alors, *poudre décomposée.* Ce pulverin & la poudre décomposée, avoient toujours été regardés comme inutiles, & on portoit l'un & l'autre aux moulins pour les rebattre.

Malgré le préjugé adopté par tous les Artilleurs, M. l'Abbé Nollet osa penser qu'on se trompoit, il eut de la peine à obtenir qu'on en fît des expériences, elles décidèrent en sa faveur, & il en résulta que le pulverin & même la poudre décomposée, avoient presque autant de force que la poudre grénée; qu'on pouvoit les employer à faire des salves de réjouissance, & même dans le besoin, à tirer des boulets, en augmentant cependant un peu la charge; ces poudres jusqu'à présent inutiles, que M. l'Abbé Nollet donne le moyen d'employer, sont un véritable présent qu'il fait au Public.

Le dernier ouvrage de M. l'Abbé Nollet, est presque de même date que sa mort; circonstance honorable à sa mémoire, c'étoit l'accomplissement d'une promesse qu'il avoit faite au Public, en lui donnant ses Leçons de Physique expérimentale; pour ne pas grossir cet ouvrage, par le détail de la construction des instrumens, & par le choix des matières qu'on y emploie, il avoit renvoyé cet important objet, à un autre ouvrage qu'il promit alors : cet ouvrage a paru en 1770 en trois volumes, sous le titre de l'*Art des expériences;* il y indique les différens matériaux qui entrent dans la construction des instrumens, la manière de les choisir & celle de les travailler; il passe de-là, au choix des drogues qu'on emploie dans les différentes expériences; il donne la manière de les préparer pour l'usage, de même que celle de les employer; il décrit les différens Arts nécessaires à la construction des instrumens de Physique; en un mot, il n'y néglige rien de ce qui peut mettre son lecteur en état de former un Cabinet de Physique, & de pourvoir à l'entretien des pièces qui le composent; ouvrage utile à tous les Physiciens, & absolument nécessaire à ceux qui par différentes circonstances, se trouvent éloignés des ouvriers habiles dont ils auroient besoin, ou dans le cas de multiplier par une sage & industrieuse économie, les moyens de travailler que la Fortune leur a trop peu libéralement accordés.

M. l'Abbé Nollet avoit jusqu'à l'année dernière, joui d'une assez bonne santé, il étoit seulement sujet à des épanchemens de bile, qui sembloient n'exiger qu'un régime auquel la régularité de ses mœurs, lui permettoit de s'assujettir aisément. Vers la fin de l'année dernière, ces accidens devinrent plus fréquens, & on s'aperçut de quelque dépérissement, cependant il ne se relâchoit sur aucun de ses devoirs; le Roi l'avoit nommé au commencement de cette année, Sous-Directeur de cette compagnie, & je me félicitois de l'avoir pour Adjoint dans la fonction de Directeur que j'ai l'honneur d'exercer en ce moment *.

M. l'Abbé Nollet assista sans aucune interruption, à nos assemblées, jusqu'à la semaine sainte. Il alloit ordinairement passer les vacances à une maison de campagne qu'il avoit à quelques lieues de Paris, je lui souhaitai en le quittant, un bon voyage, j'ignorois & alors il ignoroit aussi, que c'étoit la dernière fois que je lui parlerois. Pendant la semaine de Pâques son incommodité devint plus considérable, & le samedi, il fut attaqué d'un violent mal au côté, qui l'obligea de se mettre au lit, on le ramena à Paris le Dimanche, pour être plus à portée des secours, mais il n'étoit plus temps de les lui donner; il profita de celui qui restoit, pour se disposer à la mort, en Philosophe chrétien; & mourut le mardi 24 Avril, veille de la dernière assemblée publique, avec tous les sentimens de la piété la plus sincère.

M. l'Abbé Nollet étoit grand & bien fait, sa physionomie annonçoit la douceur de son caractère, sur laquelle il ne s'est jamais démenti, non plus que sur la régularité de ses mœurs. Qui avoit vécu avec lui un jour, pouvoit répondre de tout le reste de sa vie, on ignore qu'il soit sorti un seul moment de son assiette ordinaire & de sa constante modération; il ne s'animoit que lorsqu'il parloit de Physique. Les ouvrages que nous venons de citer & bien d'autres, dont les bornes de cet Éloge, ne nous ont pas permis de faire mention, prouvent assez son assiduité au travail; tous ses plaisirs se bornoient à quelques promenades, & à la conversation de ses amis. On juge bien qu'avec un pareil caractère, il a mérité d'en avoir. Il étoit Diacre, mais entraîné

* M. de Fouchy étoit, en 1770, Directeur de l'Académie.

de bonne heure vers des objets étrangers à l'état eccléſiaſtique; il ne crut pas devoir aſpirer au Sacerdoce, & ſe contenta de remplir les devoirs d'un Eccléſiaſtique très-régulier. Nous ne pouvons mieux terminer cet Éloge, que par deux traits, que nous ne pourrions ſupprimer, ſans faire tort à ſa mémoire. Cet homme connu de tout l'Univers, accueilli des Souverains, deſiré dans les plus illuſtres Compagnies littéraires, ne faiſoit pas un ſeul voyage à la Fère, ſans ſe détourner au retour, pour aller dans le lieu de ſa naiſſance, paſſer quelques jours avec ſa famille, & y laiſſer des marques eſſentielles de ſa tendreſſe & de ſa bienfaiſance. Avec des tels ſentimens, rien ne lui eût été plus inutile que le fameux coffre du Viſir*, il étoit bien éloigné d'être enivré de ſa gloire.

Il n'étoit pas même néceſſaire de lui appartenir, pour éprouver la bonté de ſon cœur. On a trouvé dans ſes papiers des lettres par leſquelles on le remercioit de ſommes conſidérables qu'il avoit données, & dont on n'avoit aucune connoiſſance; on ſait même qu'il avoit fait ſeul quelques voyages dont on ignoroit le motif, il y a bien de l'apparence qu'ils étoient entrepris pour quelque cauſe ſemblable. Ces lettres ont trahi ſa modeſtie, & donné la clef de ſes myſtérieuſes abſences.

La place de Penſionnaire-Mécanicien de M. l'Abbé Nollet, a été remplie par M. le Roi, Aſſocié dans la même claſſe.

* Un Monarque Aſiatique s'étant égaré à la chaſſe, trouva un Berger qu'il engagea à le remettre dans ſon chemin; ce Berger, qu'il eût le temps d'entretenir, lui parut homme de ſi bon eſprit qu'il le prit à ſon ſervice, &, de poſte en poſte, l'éleva à la dignité de premier Viſir. Cette élévation rapide arma l'envie & la calomnie contre le nouveau Viſir; on l'accuſa de s'enrichir aux dépens du Prince, & d'avoir chez lui un cabinet toujours fermé, dans lequel il entroit ſeul, & où étoit un coffre dont il avoit la clef dans ſa poche, & qu'il viſitoit tous les jours. Le Monarque, ſous prétexte d'honorer ſon favori d'une viſite, voulut voir ce qui étoit dans ce coffre, qu'il ſe fit ouvrir d'autorité; on n'y trouva que l'habit & l'équipage de Berger, que le Viſir viſitoit tous les jours, pour ſe ſouvenir de ſon premier état, & qu'il reprit à l'inſtant ſans que le Prince pût empêcher ſa retraite.



ÉLOGE

ÉLOGE DE M. ROUELLE.

GUILLAUME-FRANÇOIS ROUELLE, Apothicaire de Paris, ancien Inſpecteur général de la Pharmacie de l'Hôtel-Dieu, Démonſtrateur en Chimie au Jardin royal des Plantes, de l'Académie Royale des Sciences de Stockolm, & de l'Académie Électorale d'Erford, naquit au village de Mathieu, à deux lieues de Caen, le 15 Septembre 1703, de Jacques Rouelle & de Marie Bougon, tous deux de bonne famille.

Ils lui donnèrent, dans ſes premières années, une éducation convenable à l'honnêteté de leur caractère; héritage précieux, que les pères vertueux ne peuvent trop ſe hâter de tranſmettre à leurs enfans avant que les paſſions, compagnes preſque inſéparables de la jeuneſſe, puiſſent empêcher chez eux le développement des vertus.

Le jeune Rouelle donna, dès ſon enfance, les eſpérances les plus flatteuſes; il avoit une mémoire heureuſe, une conception facile, un extrême deſir d'apprendre, & une émulation ſi vive que les amis de ſon père s'amuſoient ſouvent à la piquer, en parlant exprès devant lui des grands hommes qui avoient illuſtré ſa province, & ſur-tout du célèbre Poëte Malherbe, qu'une tradition du pays aſſure être né dans le même endroit que lui. Il entroit alors dans une eſpèce d'enthouſiaſme, & ſe ſentoit déjà tranſporté du deſir de les égaler; mais, grâce aux excellens principes qu'il avoit reçus, ce fonds d'amour-propre, ſi ſouvent dangereux, ne l'a jamais porté qu'à la vertu.

Des diſpoſitions ſi avantageuſes méritoient bien d'être ſuivies; elles le furent en effet, & dès qu'il fut en âge de commencer ſes études, on l'envoya au Collége du Bois, dans l'Univerſité de Caen. Après ce que nous venons de dire, il eſt preſque inutile d'ajouter qu'il fournit cette carrière avec éclat & avec le plus grand ſuccès.

Le cours des études laiſſe des intervalles de vacances; ce temps, qu'il venoit paſſer dans la maiſon paternelle, étoit communément

employé, non aux amuſemens ordinaires à ceux de ſon âge, mais à cultiver un petit jardin particulier, dans lequel il raſſembloit toutes les plantes qu'il pouvoit ſe procurer; & dans ſes promenades, il s'occupoit à ramaſſer toutes les pièces d'Hiſtoire Naturelle qui pouvoient piquer ſa curioſité. Le goût de la Botanique & celui de l'Hiſtoire Naturelle ſe développoient déjà chez lui, en même temps que les facultés de ſon eſprit.

Le temps de ſes études étant fini, il fallut faire choix d'un état. Son inclination le portoit à la Médecine; il en prit les premiers principes à l'Univerſité de Caen, & s'y livra avec encore plus d'ardeur qu'il n'en avoit montré dans ſes premières études. A ne conſidérer que ce que nous avons dit juſqu'ici de M. Rouelle, on ſeroit tenté de ſe le repréſenter d'un tempérament fort, & capable de réſiſter ſans peine aux travaux auxquels il s'étoit livré: on ſe tromperoit cependant beaucoup, & juſqu'à l'âge de dix-huit ans ſa ſanté fut très-chancelante; mais le deſir de la gloire & le goût du travail lui tinrent lieu de forces, & lui firent ſurmonter tous les obſtacles que lui oppoſoit la foibleſſe de ſon tempérament.

Dans le choix qui avoit décidé M. Rouelle pour la Médecine, le motif principal avoit été l'amour de la Chimie, à laquelle il deſiroit ardemment de ſe livrer; mais cette Science exige un laboratoire, des fourneaux, des vaiſſeaux, & mille autres ſecours qu'il ne pouvoit ſe procurer. Son impatience ne lui permit pas d'attendre qu'il pût les avoir, il engagea un Chauderonnier de Caen à lui prêter ſa forge, & ce fut-là qu'il établit ſon premier laboratoire, & qu'il commença l'exercice de la Chimie par des opérations peut-être aſſez groſſières, mais ſûrement eſtimables par le motif qui l'animoit & par le génie qui le conduiſoit. Un jour qu'une de ces opérations l'avoit conduit aſſez avant dans la nuit, il fut obligé de ſortir, & laiſſa la conduite du feu entre les mains d'un de ſes frères; celui-ci, moins ardent que M. Rouelle, s'endormit, & à ſon retour il trouva le feu éteint & l'opération manquée. Cet évènement l'anima d'une ſavante fureur; il ſaiſit le dormeur, le mit hors du laboratoire, lui en interdit l'entrée à jamais, & le remplaça par un autre de ſes frères, plus digne d'entrer dans cette laborieuſe carrière, & qui en effet l'a fournie avec le plus grand ſuccès.

L'ardeur avec laquelle M. Rouelle ſe livroit à l'étude de la Chimie, lui eut bientôt fait épuiſer toutes les reſſources que ſa province lui pouvoit offrir en ce genre. Il ſavoit qu'il pouvoit eſpérer d'en trouver de nouvelles dans la capitale, mais la médiocrité de ſa fortune mettoit un obſtacle inſurmontable à ce voyage: l'envie de s'inſtruire le leva. Il oſa entreprendre de ſe réduire à un genre de vie capable d'effrayer quelqu'un moins avide de connoiſſances, & fut aſſez heureux pour trouver deux compagnons que la même ardeur, le rapport des caractères & la même honnêteté de mœurs portèrent à l'accompagner dans l'auſtère genre de vie qu'il méditoit. Une petite chambre, louée en commun, devint leur habitation; leur ſobriété faiſoit leur abondance, encore la paſſion de l'étude retranchoit-elle ſouvent de cet étroit néceſſaire, pour l'acquiſition de quelques livres. On pouvoit dire, à la lettre, que leur eſprit ſe nourriſſoit aux dépens de leur corps.

On juge bien que, dans une pareille retraite, le temps étoit ſcrupuleuſement ménagé ; que nos ſtudieux anachorètes eurent bientôt parcouru la carrière dans laquelle ils étoient entrés avec tant de courage, & que M. Rouelle ſe vit en peu de temps en état d'opter entre les trois parties de la Médecine, pour leſquelles il étoit preſque également bien préparé.

L'inclination que M. Rouelle avoit pour la Chimie, étoit par elle-même un motif ſuffiſant pour le déterminer à la Pharmacie; mais il s'y en joignit encore un autre, trop honorable à ſa mémoire pour que nous puiſſions le paſſer ſous ſilence.

La Médecine & la Chirurgie ont continuellement ſous les yeux les misères de l'humanité; ce triſte ſpectacle, & les ſecours ſouvent cruels & douloureux que les maux exigent, affectoient ſi vivement ſon cœur ſenſible & vraiment humain, qu'il réſolut de ſe l'épargner en ſe livrant à la Pharmacie, qui lui offroit preſque autant d'occaſions d'être utile, & ménageoit en même temps ſon extrême ſenſibilité. Cette foibleſſe, ſi c'en eſt une, avoit ſa ſource dans une qualité de cœur bien eſtimable & bien précieuſe.

M. Rouelle s'étant une fois déterminé, il entra chez M. Spitzley, Apothicaire Allemand, qui tenoit alors le laboratoire du célèbre Lémery, mort il y avoit environ quinze ans. La mémoire de cet

illuſtre Chimiſte y reſpiroit, pour ainſi dire, encore, & devénoit un puiſſant motif d'émulation pour ceux qui y travailloient: ſa ſeule vue des fourneaux leur eût reproché la moindre négligence. Il y reſta ſept années entières, rempliſſant le vide des opérations par l'étude de la Botanique & de l'Hiſtoire Naturelle, qui lui valurent l'eſtime & l'amitié de M.rs de Juſſieu.

La lecture des livres de Chimie occupoit le reſte de ſon temps; aucun ne lui échappoit, pas même les plus obſcurs & les moins bien raiſonnés; il ſavoit dès-lors en tirer parti, ſon eſprit droit & juſte y démêloit le bon par une eſpèce d'inſtinct.

Après tant de peines & tant de travaux auxquels M. Rouelle s'étoit dévoué, pour acquérir les connoiſſances néceſſaires à l'état qu'il vouloit embraſſer, il étoit bien juſte qu'il commençât à en recueillir le fruit. Il s'établit à Paris, en qualité d'Apothicaire-privilégié, & commença en même temps ſes Cours particuliers de Chimie.

Tout commencement d'établiſſement eſt pénible, ſur-tout pour ceux qui, comme M. Rouelle, n'ont qu'une fortune médiocre, & il ne fut pas exempt de ce malheur; mais il faut avouer auſſi qu'il s'y procura lui-même des déſagrémens, par l'inflexibilité de ſa vertu & par ſa vivacité naturelle, qui ſouvent l'engagèrent à éclater contre des procédés qui ne méritoient que ſon mépris, & à négliger des égards & des bienſéances deſquelles il n'eſt jamais permis de ſe diſpenſer. Ces difficultés, tout-à-fait étrangères à ſa capacité, retardèrent conſidérablement le ſuccès de ſes Cours & de ſon établiſſement, & il eut beſoin de tout ſon mérite pour les ſurmonter. Leçon importante pour tous ceux à qui le commerce avec les Sciences pourroit faire oublier que c'eſt à des hommes qu'ils doivent les communiquer, & qu'il n'y en a point ſans défauts. Il arriva cependant ce qui devoit naturellement arriver, le mérite de M. Rouelle triompha enfin de tous ces obſtacles, ſa réputation s'établit, & avec elle une eſpèce d'opulence. Il eſſuya néanmoins encore quelques contradictions, il fut critiqué & même avec aſſez d'amertume; mais il prit alors le parti qu'il auroit dû prendre d'abord, il laiſſa parler les critiques & continua d'enſeigner: le Public décida en ſa faveur, & ſes ſuccès le vengèrent bien mieux qu'une réponſe.

Cette réputation, qu'il s'étoit si justement acquise, lui procura bientôt d'autres avantages; la place de Démonstrateur en Chimie au Jardin-royal vint à vaquer, en 1742, & il l'obtint sur sa seule réputation, & malgré les vives sollicitations de ses compétiteurs.

Il étoit bien difficile qu'un nom repété aussi souvent & aussi avantageusement que celui de M. Rouelle, ne parvînt pas aux oreilles de l'Académie, & plus difficile encore qu'il n'y fît desirer un sujet si généralement estimé; il y fut en effet souhaité, & l'Académie saisit, en 1744, l'occasion de se l'acquérir, en le nommant à la place d'Adjoint-Chimiste, vacante par la promotion de M. Malouin à celle d'Associé.

A peine y fut-il entré qu'il lut un excellent Mémoire *sur les Sels neutres*, dans lequel il essaye d'en donner une division méthodique, fondée sur la théorie de leur cristallisation. Lorsqu'on évapore doucement de l'eau qui tient un sel en dissolution, les molécules salines, jusque-là invisibles dans l'eau, s'unissent & reparoissent sous une forme constante & propre à chaque espèce de sel; & non-seulement chaque sel affecte, en se cristallisant, une forme constante, mais encore chacun retient plus ou moins d'eau dans la cristallisation, & exige un temps d'évaporation plus ou moins long pour se cristalliser. C'est de l'assemblage de ces caractères différemment combinés, que M. Rouelle tire sa division des sels en six classes. On avoit bien travaillé jusqu'ici à classer les productions de la Nature, mais on ne s'étoit pas encore avisé de rappeler à une division méthodique les ouvrages de l'art.

Ce premier travail en occasionna l'année suivante un second, *sur la cristallisation du sel marin en particulier.* Il y détermine le degré précis d'évaporation nécessaire pour obtenir les petites pyramides que donne ce sel; il y fait voir que ces molécules salines, spécifiquement plus pesantes que l'eau, s'y précipiteroient nécessairement sans leur adhérence avec l'air; que cette adhérence exige qu'elles soient parfaitement sèches; & qu'enfin la poussière qui voltige dans l'air peut, en favorisant cette dessiccation, faire cristalliser les sels à un degré d'évaporation beaucoup moindre que celui qui est ordinairement nécessaire à cette opération. Cette dernière observation fut fournie à M. Rouelle par l'incommode

circonſtance d'un bâtiment qu'on abattoit dans ſon voiſinage, & de laquelle il ſut profiter pour découvrir ce petit myſtère de la Nature.

Deux ans après il donna un Mémoire ſur un ſujet différent, & bien propre à piquer la curioſité des Phyſiciens. On connoiſſoit depuis long-temps la propriété qu'a l'eſprit de nitre, d'enflammer les huiles eſſentielles. Olaüs Borichius, célèbre Chimiſte Danois, avoit propoſé, il y a environ quatre-vingt-onze ans, d'enflammer l'huile de térébenthine par l'eſprit de nitre; mais ſoit que le procédé qu'il donna fût mal énoncé, ſoit qu'il ſe fût réſervé, comme il y a lieu de le ſoupçonner, le tour de main néceſſaire, les plus habiles Artiſtes n'avoient pu y réuſſir; & ſi Dippel, & M.rs Hoffman & Geoffroy étoient parvenus à enflammer cette huile, ce n'avoit pas été avec l'acide nitreux ſeul, mais en y joignant l'acide vitriolique, pour le déflegmer plus parfaitement.

Juſque-là l'inflammation des huiles eſſentielles par l'eſprit de nitre ſeul, avoit été miſe au rang des problèmes dont la ſolution étoit encore à donner. M. Rouelle entreprit cette recherche, & après bien des tentatives inutiles, il parvint enfin à deviner le tour de main juſque-là inconnu, & qui étoit comme la clef de l'opération; l'eſprit de nitre s'enflamme à la vérité lorſqu'il peut s'unir avec une matière qui contienne de la matière inflammable, mais il faut que cette matière ſoit réduite ſous la forme de charbon, il imagina donc d'attendre que les premières portions d'acide nitreux verſées ſur l'huile en euſſent produit un, pour lors en verſant ſur ce charbon une petite quantité de nouvel acide, l'inflammation ſe fait infailliblement; avec ce tour de main, il eſt beaucoup plus rare qu'elle manque, qu'il ne l'étoit qu'elle réuſſit, avant que M. Rouelle l'eût donné; il pouſſa même la ſolution plus loin, & par des procédés toujours fondés ſur la ſaine théorie, il parvint à enflammer pluſieurs huiles graſſes ou tirées par expreſſion.

La liaiſon entre la Littérature & les Sciences, eſt plus intime qu'on ne le penſe communément, un morceau d'Hiſtoire auquel feu M. le Comte de Caylus travailloit alors, le mit dans le cas de conſulter M. Rouelle, il s'agiſſoit des embaumemens des anciens Égyptiens, il étoit queſtion de deviner quelles étoient les

matières qu'ils employoient, & dont on peut avoir quelques échantillons dans les momies qui nous restent, & la manière dont ils les employoient. Nous disons deviner, car ce qu'en a écrit Hérodote, n'étoit ni assez étendu ni assez exact pour éclaircir suffisamment cette matière.

La confiance de M. de Caylus, ne fut point trompée, la Physique vint utilement au secours de l'Histoire, mais le travail se multiplia si fort entre les mains de M. Rouelle, qu'il devint la matière d'un Mémoire, qu'il lut à une des Assemblées publiques de l'Académie, & qui fut reçu du Public, avec le plus grand applaudissement.

Il y fait voir que l'art des embaumeurs Égyptiens, consistoit à consumer les entrailles, & à dessécher les chairs, par le moyen de l'ancien *natrum* d'Égypte, qu'il démontre être un puissant alkali, l'analyse qu'il avoit faite des matières balsamiques jointes aux momies lui avoit découvert qu'elles étoient composées de bitume de Judée, de succin & de quelques gommes aromatiques. Ces connoissances l'avoient mis à portée de réformer le passage d'Hérodote, où cet historien décrit les embaumemens des Égyptiens, dont vraisemblablement il n'avoit pas suivi les opérations par lui-même. Les différences qui se trouvent dans les momies, lui avoient fait remarquer jusqu'à quatre espèces différentes d'embaumemens, depuis celui qui n'étoit qu'un simple desséchement jusqu'au plus somptueux: il n'oublie pas même que sur les bandes qui enveloppoient extérieurement une de ces momies, richement embaumée, on avoit trouvé une écriture inconnue, mais dont toutes les lignes, de deux en deux, étoient terminées par les mêmes caractères, ce qui sembleroit indiquer des vers rimés, & feroit remonter ainsi la rime jusqu'à la plus haute antiquité. En un mot il étoit, à force de recherches, parvenu à donner une description si complette de cet art, qu'on le pourroit pratiquer aujourd'hui, si l'on vouloit, avec le même succès que les Égyptiens.

Cette même année 1750, fut aussi marquée par deux évènemens trop honorables à la mémoire de M. Rouelle, pour pouvoir ici les passer sous silence.

Nous avons dit que M. Rouelle s'étoit établi à Paris, comme

Apothicaire-privilégié, la compagnie des Apothicaires de Paris fut jalouse de s'acquérir un sujet si distingué; elle fit offrir de le recevoir, & le laissa absolument le maître des conditions, elle ne risquoit rien, la noblesse de ses sentimens ne lui eût pas permis d'abuser de cette offre dont il sentoit tout le prix, il l'accepta, & fut reçu.

Peu de mois avant cette réception, l'Académie royale de Stockolm, l'avoit nommé pour un de ses Membres : nomination qui certainement n'étoit pas dûe à l'intrigue & à la cabale, il ignoroit même qu'on eût pensé à lui, & son seul mérite avoit parlé en sa faveur, il ne savoit pas solliciter d'une autre manière.

Non-seulement M. Rouelle ne savoit pas faire de sollicitations, mais même il savoit refuser les places qui s'offroient de la façon la plus flatteuse, dès qu'elles ne pouvoient s'ajuster au plan d'étude qu'il s'étoit proposé; une des places de premier Apothicaire du Roi, vient à vaquer, l'importance de cette place engagea M. le Duc de la Vrillière, à la venir offrir lui-même à M. Rouelle, mais il auroit fallu abandonner ses travaux & ses Cours, & qui plus est, aller habiter un pays où toutes les professions se changent en celle de courtisan : M. Rouelle ne put s'y résoudre, & la place fut opiniâtrément refusée; l'offre & le refus, sont par leurs motifs également dignes de louanges, & l'Académie se fera toujours honneur de compter au nombre de ses Membres, les deux Acteurs de cette scène malheureusement trop singulière; il ne tint pas la même rigueur à la proposition qui lui fut faite peu de temps après, d'accepter la place d'Inspecteur général de la Pharmacie de l'Hôtel-Dieu; celle-ci ne le tiroit point de ses occupations, ne l'entraînoit point à la Cour, & procuroit à son cœur généreux & bienfaisant, des moyens d'être utile sans qu'on le pût soupçonner d'intérêt, aussi n'hésita-t-il point à l'accepter; & cette place lui offrit une occasion bien singulière de faire paroître combien le zèle qui l'avoit porté à l'accepter, étoit désintéressé. Les Marchands qui fournissent à l'Hôtel-Dieu, tout ce qui concerne cette partie, sont dans l'usage d'envoyer tous les ans, une corbeille chargée de présens, à celui qui est chargé de l'inspection. M. Rouelle trouva cette corbeille en

rentrant

rentrant chez lui, il la refusa avec mépris, & ne voulut jamais l'accepter tant qu'il a vécu: c'étoit peut-être pousser le désintéressement, jusqu'à l'excès; mais les excès en ce genre, sont d'autant plus honorables qu'ils sont plus rares: il se mettoit par-là en droit de ne pas ménager les abus; & pour les réprimer plus efficacement, il proposa aux Administrateurs, d'établir dans la maison même un premier Apothicaire, il donna un homme de sa main, & cet utile établissement qui subsiste encore aujourd'hui, en a fait disparoître la plus grande partie.

Ses occupations quelque multipliées qu'elles fussent, ne faisoient pas oublier à M. Rouelle, les devoirs qu'il s'étoit imposés envers le Public en entrant à l'Académie; il donna en 1754, un Mémoire, sur la surabondance d'acide qu'on observe dans quelques sels neutres. On avoit toujours cru jusque-là, qu'un sel neutre étoit composé d'une portion d'acide jointe à autant d'alkali, de matière métallique ou de terre absorbante, qu'il en falloit pour le saturer absolument; M. Rouelle soupçonna que cette saturation pouvoit n'être pas toujours si parfaite, & des recherches qu'il fit sur ce sujet, il résulte qu'il y a des sels neutres dans lesquels il existe une portion considérable d'acide, non uni à leur base; que souvent il se forme du même mélange deux sels, dont l'un a beaucoup d'acide, & l'autre très-peu; que plus les sels sont chargés d'acide, plus ils sont solubles, & que ceux qui en ont le moins sont les plus difficiles à dissoudre. Cette théorie appuyée par-tout sur des faits aisés à vérifier, donne la clef d'une infinité de phénomènes embarrassans, & peut être regardée comme un de ces principes primordiaux, auxquels on peut rappeler une infinité de faits qui en dépendent; il n'est peut-être pas donné aux Physiciens, de les expliquer autrement.

Ce Mémoire a été le dernier qu'il ait lû à l'Académie; presque aussitôt après, il fut chargé par le Ministre de la guerre, d'une opération importante, il s'agissoit de l'examen d'une nouvelle méthode de raffiner & même de composer le salpêtre: cet examen qui fut fait à l'Arsenal & à Essonne, de concert avec feu M. de Vallière, fut pénible & dura plusieurs mois, il en résulta que la méthode proposée, dénaturoit entièrement la poudre, & auroit

causé par-là au royaume, un dommage incroyable; les fatigues de cette opération lui causèrent un agacement dans le genre nerveux, qui a été le germe fatal de la maladie dont il est mort: ce fut-là le seul fruit qu'il recueillit de son travail. L'auteur du projet étoit puissamment protégé, & il se vangea du refus qu'il avoit essuyé, en faisant perdre à l'examinateur, la juste récompense qui lui étoit dûe.

M. Rouelle étoit apparemment destiné à essuyer de semblables aventures, l'année suivante il fut encore chargé d'un travail considérable pour l'examen des Monnoies d'or, il s'en acquitta de manière qu'on s'engagea à créer une place en sa faveur, il se fia sur cette promesse, & n'eut point la place; il ignoroit apparemment qu'à la honte de l'humanité, les récompenses les plus justement méritées, ne s'obtiennent ordinairement qu'à force de les solliciter.

L'état de la santé de M. Rouelle, devenoit cependant plus fâcheux, & l'obligeoit souvent à garder la chambre, il avoit obtenu en 1752 à l'Académie, la place d'Associé-Chimiste, vacante par la promotion de M. Bourdelin à celle de Pensionnaire, mais ses absences forcées devenant toujours plus fréquentes, il ne se crut pas en état de remplir la place de Pensionnaire, qui vaqua en 1766, par la mort de M. Hellot, & ne se mit point sur les rangs. La même raison l'obligea en 1768, à demander au Roi un successeur à sa place de Démonstrateur au Jardin du Roi, elle fut donnée à ce frère dont nous avons déjà parlé, confident de ses vues & de ses travaux, bien digne à tous égards de lui succéder, & que la Société des Arts de Londres, vient de mettre depuis peu au nombre de ses Membres; enfin il fut forcé de succomber à des douleurs invétérées, qui alloient toujours en augmentant depuis six ans, elles lui avoient ôté presque entièrement l'usage des jambes.

Dans ce fâcheux état, on crut que le changement d'air pourroit faire au moins quelque diversion à ses maux, & on le transporta à Passi, il n'y trouva aucun soulagement; bien loin de là, ses douleurs augmentèrent, & il mourut le 3 Août 1770, âgé d'environ soixante-six ans.

M. Rouelle n'étoit pas d'une grande taille, sa physionomie &

ſur-tout ſes yeux annonçoient ſa vivacité ; il étoit naturellement aſſez doux, mais il ne falloit pas le contredire en Chimie, la moindre bévue en ce genre, l'irritoit plus qu'une inſulte, & la diſpute devenoit bientôt très-vive, au reſte cette vivacité n'étoit que du moment & on la lui pardonnoit aiſément, en faveur du motif; lors même qu'il ne diſputoit pas ſur ce ſujet, il lui ſuffiſoit d'en parler pour entrer dans un certain enthouſiaſme, & ſon geſte s'animoit au point, qu'il en avoit contracté une eſpèce de tic, qui reſſembloit à des mouvemens convulſifs, & qui tenoit peut-être à la maladie dont il eſt mort.

Mais s'il avoit négligé ces agréables dehors de vertus que donne la politeſſe & le grand monde, il poſſédoit les vertus mêmes au ſuprême degré, & il étoit ardent défenſeur & religieux obſervateur de tout ce qu'il y a de ſacré parmi nous : nous n'en rapporterons ici que peu de traits, mais qui ſeront des preuves ſans replique.

Dans le temps de ſa jeuneſſe, un de ſes parens avoit ſollicité ſon père, de lui faire embraſſer l'état eccléſiaſtique, dans la vue d'employer le crédit qu'il avoit, pour lui faire obtenir des bénéfices conſidérables ; la tentation étoit délicate, mais M. Rouelle rejeta durement la propoſition, il ſavoit dès-lors, que l'Etre ſuprême s'eſt réſervé le choix de ſes Miniſtres, & qu'il menace de ſa colère, ceux qui par des motifs humains, oſent porter à ſes autels une main téméraire, ſans y avoir été appelés par lui-même.

Il ne ſouffroit ni relâche ni déſordre dans l'intérieur de ſa maiſon; il s'aſſuroit avec grand ſoin des mœurs, des talens & des études de ceux qu'il y admettoit; ceux qui s'y diſtinguoient par leur exactitude & par la pureté de leurs mœurs, trouvoient bientôt en lui, un ami tendre & zélé; mais ceux qui ſortoient de leur devoir & qui n'y rentroient pas après quelques avertiſſemens, n'y faiſoient pas un long ſéjour, & en étoient ſévèrement exclus.

Son cœur & ſa maiſon étoient toujours ouverts à ceux de ſes parens que le défaut de reſſources, ou un âge trop tendre, mettoient dans le cas de rechercher ſes ſecours ; il avoit pour eux des entrailles de père, & ne mettoit aucune différence entre eux & ſes propres enfans.

La réputation de ſon ſavoir n'étoit pas plus répandue que celui de ſa probité, & il étoit ſi bien connu ſur ce point chez les Étrangers, qu'ils lui envoyoient leurs Élèves; ils comptoient leur procurer, aux dépens de ce voyage, les moyens de ſe former également ſous ſes yeux aux Sciences & à la vertu.

Après tout ce que nous avons dit de M. Rouelle, il eſt preſque inutile d'ajouter ici qu'il n'étoit pas courtiſan; jamais, en effet, il ne s'eſt ſervi de l'accès qu'il avoit auprès des Miniſtres pour leur rien demander pour lui-même: peut-être eût-il mieux fait de ne pas pouſſer ce déſintéreſſement ſi loin.

Son attachement pour ſa patrie étoit extrême: on a pu remarquer qu'il n'avoit donné que peu de Mémoires à l'Académie; mais, indépendamment de ſes Leçons publiques, il avoit encore une autre occupation qui lui emportoit une grande partie de ſon temps. Il travailloit à un Cours complet de Chimie, & quoique cet ouvrage ne fut encore que commencé, on ſavoit qu'il y travailloit. Un Anglois fit exprès le voyage de Londres à Paris, dans la vue de lui propoſer d'acheter cet ouvrage pour en enrichir ſa patrie; il lui offrit de lui en payer cinq cents Louis de plus que les Libraires de Paris, s'engageant en même temps à le faire traduire en pluſieurs langues; mais, malgré tout le brillant de cette propoſition, l'amour de la patrie l'emporta chez M. Rouelle, & elle fut refuſée. Il n'a pas eu la conſolation de finir cet ouvrage, mais nous nous hâtons d'annoncer au Public qu'il n'y perdra rien, & qu'il le recevra bientôt des mains de M. ſon frère, parfaitement au fait des vues de l'Auteur, & plus digne que perſonne de lui faire un pareil préſent.

M. Rouelle s'étoit marié preſque en même temps qu'il s'étoit établi; il n'avoit jamais regardé le mariage comme une affaire de calcul; il crut que l'honnêteté des mœurs, la décence, l'intelligence dans les affaires, le courage & la modeſtie pouvoient plus contribuer à ſon bonheur qu'une dot plus conſidérable, & il a eu le bonheur de n'être pas trompé, & de jouir long-temps en paix de la ſageſſe de ſon choix.

De douze enfans qu'il a eus de ce mariage, il n'en reſte aujourd'hui que deux, un garçon & une fille. Il avoit préſidé lui-même à l'éducation de ſon fils, & comptoit le faire inceſſammeǹ

voyager, pour le perfectionner dans l'Histoire Naturelle, dont il lui avoit inspiré le goût. Le devoir qui l'attachoit à son père, pendant ses longues infirmités, l'en a empêché jusqu'ici; mais il se propose d'honorer sa mémoire en continuant d'exécuter ses volontés, même après sa mort.

La place d'Associé-Chimiste, de M. Rouelle, a été remplie par M. Macquer, déjà Adjoint dans la même classe.

ÉLOGE DE MILORD MORTON.

JACQUES Douglas, Comte de Morton & d'Aberdour, Pair & Surintendant des Archives d'Écosse, Chevalier de l'Ordre du Chardon, & l'un des seize Représentans de la Pairie d'Écosse au Parlement d'Angleterre, Président de la Société royale de Londres, & chargé du soin du *Musæum Britannicum;* naquit à Édimbourg en Écosse, en l'année 1707. La maison de Douglas dont il sortoit, étoit l'une des plus anciennes de l'Écosse, & peut-être de l'Europe; & le Comte de Morton tient la cinquième place parmi les Comtes Écossois.

Il commença ses études en Écosse, & vint ensuite les continuer au Collége royal de Cambridge : après les avoir finies, il partit pour faire le tour de l'Europe, suivant l'usage de toute la jeune Noblesse angloise, dont l'éducation finit ordinairement par-là. Mais si tous vont voyager, tous ne tirent pas un égal avantage de leurs voyages. Le génie Philosophique du jeune Comte de Morton, le mit à portée de profiter du sien, & quand il revint en Angleterre, il avoit acquis plus de science & de talens, que n'en rapportent ordinairement de leurs voyages, les personnes de son rang. Bientôt ce goût lui fit faire connoissance avec le célèbre M. Mac-Laurin, il en fit son ami & ce fut par ses conseils & avec son secours, qu'il forma à Édimbourg, une Société de Philosophes, dont il devint le Président; se trouvant ainsi à l'âge de moins de vingt-six ans, fondateur d'une Académie qui est aujourd'hui au rang des plus célèbres de l'Europe.

Plus Milord Morton s'appliquoit à donner des preuves de son amour pour les Sciences, plus il donnoit de droits sur lui à la Société royale. Cette célèbre Compagnie, s'empressa d'en user, & elle le mit en 1733, au nombre des Membres qui la composent.

Cet honneur ne fit que redoubler son ardeur, il crut que la reconnoissance lui imposoit de nouveaux devoirs, & la Société persuadée de son attachement pour elle, le mit souvent dans le petit nombre de ceux qui composent son Conseil, où il fut plus attentif qu'aucun de ses collégues, à tout ce qui pouvoit intéresser l'avancement des Sciences ou les intérêts de la Compagnie. Enfin en 1763, la Société royale trouva moyen de le placer à sa tête comme elle le desiroit depuis long temps. La place de Président vacante par la mort de Milord Macclesfield, lui fut déférée tout d'une voix.

Dès que le Lord Morton se vit revêtu de cette dignité, il crut avoir contracté un nouvel engagement avec les Sciences & avec la Société royale, il apporta toujours la plus grande attention à encourager les découvertes & à augmenter les connoissances, il s'arma d'une sage sévérité, pour ne laisser proposer dans les élections, que des sujets capables de faire honneur à la Société; & pour maintenir l'ordre dans les assemblées.

Les qualités de Milord Morton, & son zèle pour l'avancement des Sciences, étoient bien connus en France, & sur-tout dans l'Académie, dont plusieurs Membres l'avoient vu, soit dans ses voyages en France, soit en Angleterre, elle desiroit depuis long-temps de le voir dans le petit nombre de ses Associés-Étrangers. La mort de Milord Macclesfield, qui laissoit une de ces places vacante, la mit à portée de suivre son inclination, & il obtint cette place le 30 Mai 1764; il étoit alors occupé de tous les mouvemens qu'il se donnoit à l'occasion du passage de Vénus sur le Soleil, qui devoit arriver le 3 Juin 1769, car son zèle paroissoit se renouveler, quand il se présentoit de ces occasions qui intéressent le bien général de l'humanité; il se donna des peines incroyables dans cette occasion, il travailla à procurer des situations avantageuses pour les observations, il rechercha des

Obſervateurs, il obtint du roi d'Angleterre, deux vaiſſeaux pour ces expéditions, & enfin il eut plus de part que perſonne, aux inſtructions qui furent données aux Obſervateurs ; l'Europe entière a été informée du ſuccès de ces ſavantes expéditions.

Une ſeconde occaſion de cette eſpèce, ſe préſenta en 1766, & malgré la multiplicité des occupations que lui donnoit la place de Préſident de la Société royale, il aſſiſta régulièrement comme Commiſſaire des Longitudes, aux conférences qui ſe tinrent ſur cet important objet ; & travailla à proportionner les récompenſes promiſes par la légiſlation, aux ſervices rendus en cette partie, & comme on ſavoit qu'on ne pouvoit trop l'occuper, il fut encore nommé Commiſſaire du *Muſæum Britannicum :* emploi dans lequel il montra autant d'intelligence que d'activité.

Milord Morton étoit entré dans le monde, long-temps avant la mort de M.r ſon père, & ne jouiſſoit par conſéquent pas des titres de ſa maiſon : dès que la mort de ce Seigneur l'en eut mis en poſſeſſion, le Roi lui conféra l'Ordre militaire du Chardon, & peu de temps après il fut élu pour un des ſeize Repréſentans de la Pairie d'Ecoſſe dans le Parlement ; poſte qu'il garda juſqu'à ſa mort, & où il ſoutint toujours avec la plus vive éloquence, les grands intérêts de la nation ; & tout ce qui pouvoit intéreſſer l'ordre public.

Il avoit été nommé à l'importante place de Surintendant des Archives d'Écoſſe, & pour mieux s'acquitter des devoirs de cette place, il avoit formé l'utile projet d'un cabinet d'Archives de ce royaume, il en avoit même commencé l'exécution, lorſque ſa mort arrivée en 1768, mit également fin à ſa vie, & à ſes projets.

Milord Morton aimoit véritablement les Sciences, & il étoit ami né de tous ceux qui s'y diſtinguoient, il étoit ſur-tout lié avec preſque tous ceux qui ſont à la tête de la Littérature en France, qu'il avoit connus dans ſes voyages ; toutes les fois que quelques Étrangers ſavans paſſoient en Angleterre, il ſe croyoit obligé de faire les honneurs de la Nation, de leur offrir ſes ſervices, & non-ſeulement il les traitoit comme il convenoit à un homme de ſa condition, mais encore il n'épargnoit rien pour

leur faciliter l'exécution de leurs projets ; on ſait la manière dont il en uſa avec M. le Monnier, lorſque cet Académicien alla chez lui en Écoſſe, pour y obſerver l'éclipſe de Soleil de 1748, qui devoit y être annulaire; le but de cet Académicien, étoit de prouver par cette obſervation, ce qu'il avoit ſoupçonné, que le diamètre de la Lune, ne ſeroit pas autant altéré que le ſuppoſoient Mrs de la Hire & Newton ; & en effet, il ne le fut en aucune manière : obſervation précieuſe, confirmée depuis par celles de l'éclipſe annulaire de 1764, & à laquelle Milord Morton eut très-grande part, par toutes les facilités qu'il procura à M. le Monnier : en un mot, on peut dire que jamais perſonne n'eut plus de droit que lui, à l'eſtime & à l'amitié des gens de Lettres, & à la confiance de ſa patrie; & que perſonne n'a jamais plus conſtamment que lui, joui de l'une & de l'autre.

Il avoit été marié deux fois; la première avec Milady Halyburton, d'une très-ancienne famille d'Écoſſe, que ſon amour pour les Sciences nous permet d'aſſocier à cet éloge; & il a eu de chacun de ſes deux mariages, un fils & une fille.



MÉMOIRES



MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXX.

MÉMOIRE

Sur les SOLFATARES *des environs de* ROME.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

LES Eaux ſoufrées ſont communes en Italie, & l'on peut regarder la ſource que l'on traverſe en allant de Rome à Tivoli, à un lieu diſtant de Rome de quatre à cinq lieues meſure de France, comme une de celles qui 3 Mars 1770.

ſemble en être la plus chargée *(a)*. On paſſe à cet endroit, & vers le milieu du chemin de Rome à Tivoli, un pont ſous lequel coule un ruiſſeau large de quatre à cinq pieds; l'eau de ce ruiſſeau ſe nomme l'*aqua zolfa*, parce qu'en Italien on appelle le ſoufre *zolfo;* elle a une odeur de foie de ſoufre ſi conſidérable, qu'elle ſe fait ſentir à plus d'une lieue quand le vent y porte. Nous en avons été infectés à une demi-lieue; & quelquefois, à ce que l'on prétend, l'odeur vient juſqu'à Rome. L'eau eſt bleuâtre, & prend la couleur de celle dont on ſe ſert pour mettre certain linge au bleu.

Cette eau miſe dans un verre paroît claire; elle y conſerve cette couleur bleuâtre & ſon odeur de foie de ſoufre. Pour que cette eau colorée garde ainſi toute ſa tranſparence, il faut que la diſſolution du foie de ſoufre ſoit très-complète. Elle coule rapidement, & n'a dans le canal qu'on lui a formé pour la conduire juſqu'au *Teverone*, où elle va ſe décharger, que trois, quatre ou cinq pieds de profondeur: les bords du canal le long de ce ruiſſeau, ſont garnis d'une pâte de ſoufre qui ſemble graſſe au toucher, & l'on ne peut pas ſe tromper à ſon odeur.

L'eau ſoufrée contient encore un ſédiment qui paroît avoir produit avec le temps les carrières d'où l'on tire aujourd'hui la pierre appelée *travertin*, *tiburtine*, ou de *Tivoli*. Ces pierres ont le grain très-fin, & ſont percées de pluſieurs trous; on en conſtruit aujourd'hui une grande partie des bâtimens de Rome. Pline en parle *(lib. XXXVI, cap. XXII)*: ce dépôt ſeroit-il l'effet de la ſélénite que l'eau tenoit en diſſolution; & la pâte ſoufrée dont nous avons parlé, contiendroit-elle auſſi une partie de ces mêmes pierres que l'eau auroit décompoſées? Si l'on admet cette conjecture, on demandera encore long-temps, ſans doute, comment ces eaux ont pu former ces pierres, & enſuite diſſoudre & dépoſer cette même ſélénite, & quel eſt l'agent dans ces

(a) Voyez le Mémoire de M. l'abbé Nollet, *année 1750;* dans ceux des *Savans Etrangers*, la deſcription que donne M. l'abbé Mazéas, de cette ſource & des ſolfatares des environs de Rome: Kirker, *Latium vetus & novum.*

deux différentes opérations (b)! La Chimie nous offre cependant un exemple de ce fait dans le *liquor silicum* de M. Pott; on sait que l'on peut précipiter par un acide les cailloux qui ont été dissous par un alkali; & qu'après quelques jours, le fluide redissout encore le précipité qu'il avoit formé; mais ceci n'est propre qu'à appuyer ma conjecture, sans pouvoir donner une raison satisfaisante des moyens & du comment elle pourroit avoir lieu. Il est certain que l'eau soufrée dissout les pierres du canal qu'elle traverse; car nous avons dit qu'elles sont détruites & percées. Je voudrois avoir rapporté de cette espèce de pâte jaune & soufrée qui se trouve le long de ces pierres, & que je crois formée en grande partie de ces pierres dissoutes. Les eaux déposent encore la sélénite dont nous avons fait mention, sur les plantes ou substances étrangères qui se trouvent sur les bords du canal qu'elles traversent, & les encroûtent; ces incrustations durcissent à l'air, ainsi que les pierres tiburtines qui acquèrent de la dureté étant employées. Comme en très-peu de temps les différentes substances se trouvent encroûtées, les paysans arrosent avec cette eau des plantes & des fleurs; elles se recouvrent de ce limon pétrifiant, & elles ressemblent pour lors aux confitures de sucre glacées ou candies.

Le long du chemin qui conduit à ces eaux, on trouve encore de petites pierres blanches qui ressemblent tellement, par leur forme & leur blancheur, à des dragées, que l'on s'y trompe; aussi le nom de dragées de Tivoli leur a-t-il été donné.

Nous avons été jusqu'à la source de cette eau, elle forme deux petits lacs d'environ quarante toises dans leur plus grande étendue; proche l'un de ces bassins, sont des restes d'édifices anciens, connus aujourd'hui sous le nom de *Bagni della Regina.* On croit que ce lieu & ces eaux, étoient destinés pour servir de bains aux Anciens qui en connoissoient les propriétés: on les met encore en usage. On nomme l'eau de ces bains *Albula*, à cause de sa

(b) Ces pierres se calcinent & se réduisent en chaux; cependant quelques Auteurs l'ont regardé comme une lave ou un produit de volcan. Je ne crois pas la pierre formée par le volcan, mais il me paroît seulement qu'elle contient des parties de volcan.

couleur, qui n'eſt pas cependant une véritable couleur blanche. Martial, *lib. I, Epigram.* Pline, *Hiſt. natur. lib. XXXI, cap. 11 (c).*

M'étant propoſé de donner ici l'hiſtoire de ce lieu, j'ai cru devoir même raſſembler ce qui a déjà été examiné par ceux qui m'ont précédé, en ajoutant ſeulement l'idée que je propoſe ſur la formation des pierres de Tivoli, & ſur la deſtruction de cette même ſélénite.

Le lieu ſous lequel paſſe ce ruiſſeau réſonne creux quand on frappe ſur la ſuperficie, il eſt ſec & aride; les plantes n'y viennent pas, non plus que ſur les bords du ruiſſeau. L'eau du lac paroît bouillir quand on y jette quelque corps étranger; j'ai cru ce phénomène produit par la décompoſition qui ſe faiſoit dans cette eau du corps qui y tomboit, & qu'il y occaſionnoit une eſpèce d'effervefcence, mais je n'ai pas tardé à perdre cette idée. Tout corps produit le même effet, une pierre de quelque nature qu'elle ſoit, un caillou, un bâton, &c. ſuſpendu à une corde, ou jeté dans cette eau, y occaſionne le même mouvement, & les mêmes bulles d'air: & ces corps quand on les retire, paroiſſent n'y avoir ſouffert aucune décompoſition. Il ſemble donc que cet effet ſingulier, que nous avons examiné avec attention, n'eſt produit que par des bulles d'air qui ſe détachent du fond, & qui montent à la ſuperficie de l'eau: mais qu'eſt-ce qui fait monter les bulles? c'eſt ce qui reſte encore à déterminer: j'imagine qu'elles ſortent d'un fond de bourbe chargée d'eau; ce qui paroît d'autant plus conſtant, qu'ayant deſcendu une pierre ſuſpendue à une corde, & l'ayant devidée aſſez longue pour que la pierre ne tirât plus la corde, & qu'elle ſemblât porter au fond, les bulles étoient d'autant plus de temps à monter & à paroître à la ſuperficie de l'eau,

(c) Les environs de Tivoli étoient garnis de maiſons de campagne dans le temps des anciens Romains; aujourd'hui cet endroit eſt encore un lieu de délices, parce qu'outre ſa poſition agréable, on y trouve les meilleurs matériaux pour y bâtir; la pierre travertine, tiburtine, ou le travertin, y eſt commun, la pouzolane, ou une terre ſemblable, y eſt auſſi en abondance; on y cuit des briques; on fait de la chaux avec le travertin qu'on joint avec un ſable tiré de Teverone, pour en former d'excellent mortier.

qu'il avoit fallu filer plus de corde pour parvenir jusqu'au fond, & que les bulles montoient plus précipitamment quand, en changeant de place, le hasard faisoit trouver un fond plus voisin de la superficie, & qu'il falloit lâcher moins de corde pour que la pierre parvint au fond.

M. l'abbé Mazéas croit *(dans le Mémoire déjà cité)* que c'est une terre calcaire unie à du soufre & à une portion de bitume, qui produit ce phénomène: je ne doute pas qu'il n'y ait de la terre séléniteuse dans ce lac; mais toute terre grasse & chargée d'air qui s'imbibe d'eau, produit ce même effet qui est plus ou moins apparent, suivant qu'il y a plus ou moins d'épaisseur de terre ou de bourbe dans le fond du lac ou bassin, & que cette bourbe contient plus d'air *(d)*.

Ce lac, suivant la corde que nous avons été obligé de filer, a, en certains endroits, jusqu'à 60, 70 & 80 brasses; nous n'avons pu aller au milieu du lac, où l'eau a sans doute encore plus de profondeur. On voit sur ce lac plusieurs petites îles flottantes *(e)* qui changent quelquefois de place, je les crois produites par la vertu corrosive qu'ont ces eaux; elles détruisent les terres qui sont au-dessous des végétaux qui ont déjà souffert eux-mêmes une espèce de décomposition: ces plantes deviennent des espèces de tourbes sur lesquelles les eaux n'ont plus de prise; les plantes restent liées & forment ces îles qui peuvent supporter un homme sans qu'il s'y enfonce: j'ai marché sur celles qui étoient voisines d'un des bords, & je me suis cependant aperçu qu'en appuyant, l'eau sourcilloit de plusieurs endroits sous mes pieds.

On dit que les oiseaux ne passent jamais sur ce lac, & que s'ils le traversoient ils seroient punis de leur témérité par une mort prompte: je pense que s'ils étoient long-temps exposés à cette vapeur, ils pourroient en être suffoqués; mais je n'imagine

(d) L'on voit souvent monter de pareilles bulles d'air des mares bourbeuses, & ceci leur arrive principalement lorsque le temps menace d'un orage prochain.

(e) *Voyez* M. Spon, *Voyage d'Italie*, qui parle des Isles flottantes, *livre I.er*. M. l'abbé Nollet, *Mémoires de l'Académie 1750*; & M. l'abbé Mazéas, dans le Mémoire déjà cité.

pas que l'effet en fût auſſi prompt ; je crois l'avoir preſque prouvé ; cependant il me manquoit un oiſeau pour le ſoumettre à cette expérience.

Depuis l'endroit où nous avons commencé à ſentir la mauvaiſe odeur de cette eau, juſque vers ſa ſource, nous avons trouvé nombre de pieds d'arbres de Judée *(f)*, qui ſont peu élevés & foibles de tiges, ſans doute parce qu'on les coupe pour ſe chauffer ; ils viennent *ſponté* (Voyez *Hiſt. de l'Acad. 1704*, où il eſt parlé de cette eau ſulfureuſe).

J'ai trouvé, comme M. l'abbé Nollet, la chaleur de ces eaux de 20 degrés, tandis que le thermomètre à l'air libre étoit à 18 degrés. Les obſervations que nous avons faites, n'indiquent donc qu'une très-foible chaleur dans ces eaux, même au fond du lac, malgré l'expérience que cite Kirker, d'un plongeur qui, deſcendu à dix palmes de profondeur, n'oſa aller plus loin, s'y ſentant les pieds brûlés ; & quoique les bulles d'air qui s'en élèvent d'eſpace en eſpace aient paru indiquer l'effet d'un bouillonnement, nous croyons en avoir donné la véritable origine, qui ne dépend point de la chaleur.

L'eau de ce baſſin de couleur bleuâtre répand, ainſi que je l'ai dit, une odeur très-déſagréable. Il m'a paru que cette vapeur fatiguoit la gorge & la poitrine : cette vapeur change la couleur des végétaux & celle du cuivre ; en très-peu de temps les boutons de mon habit, des boucles de ſimilor ſont devenus rouges, le galon d'or a noirci, & la vapeur a fait plus d'effet ſur ces métaux, que l'eau même dont j'ai imbibé une partie du galon.

Voici quelques expériences faites (chez M. Cadet) ſur une bouteille de ces eaux que j'ai apportée à Paris ; la bouteille étoit épaiſſe & bouchée avec tout le ſoin poſſible : l'eau, près d'un an après, lorſque je l'ai débouchée, avoit encore une couleur bleue, mais peu foncée, elle répandoit une odeur de foie de ſoufre très-vive. Après avoir fait évaporer une partie de cette eau, elle a déposé un peu de ſoufre & une ſubſtance blanche, qui eſt une véritable terre calcaire, & une petite quantité de ſel marin à baſe terreuſe :

(f) Siliquaſtrum. Inſt.

cette ſubſtance blanche & terreuſe a fermenté avec l'acide du vinaigre; le réſultat de ce mélange a laiſſé une terre folliée à baſe terreuſe.

L'huile de tartre, par défaillance, a précipité une terre calcaire; ayant jeté dans cette eau ſoufrée une diſſolution d'argent, il s'eſt fait un précipité brun preſque noir; avec le vinaigre de Saturne, un précipité brun; une diſſolution de cuivre n'a rien produit, tandis que la même diſſolution avec une goutte d'alkali volatil a donné une belle couleur bleue; avec la teinture bleue, la couleur eſt devenue un peu rouge, mais foiblement: ainſi ces eaux ne contiennent que peu ou point d'acide ſurabondant.

Il paroît donc que ces eaux ſulfureuſes ſont compoſées d'un ſoufre volatil & d'une terre abſorbante, d'où réſulte un foie de ſoufre produit par la combinaiſon du ſoufre avec l'alkali terreux & peut-être marin; ou ſeroit-ce un alkali volatil? ce qui ſeroit moins démontré par ces expériences. Je crois convenable de joindre ici quelques remarques que j'ai faites ſur le ſoufre qui ſe ſublime par l'effet d'un volcan.

Du vrai ſoufre que j'ai pris ſur des fentes ou crevaſſes du volcan, étoit d'une couleur rouge foncée, qui s'eſt perdue avec le temps; outre cela il répandoit une odeur très-vive & qui tenoit un peu de celle que donne l'acide marin: la couleur, ainſi que l'odeur, ſe perdent donc ou changent après quelque temps; car ce ſoufre a repris la couleur d'un jaune-pâle que nous lui connoiſſons, & a perdu preſque entièrement ſon odeur: d'où viennent ces différences? ſeroit-ce de l'arſenic qui ſe trouve ſouvent mêlé avec les matières du volcan, & qui ſe ſeroit volatiliſé? ou ne ſeroit-ce pas l'effet d'une ſurabondance de phlogiſtique? Comme nos idées ſont encore bien obſcures ſur cette partie du ſoufre, nous aurons peine à décider cette queſtion, mais j'ai cru à propos de citer ici ces remarques.

J'ai fait depuis revenir une ſeconde bouteille de ces eaux, me promettant de la ſoumettre à de nouveaux examens; la bouteille a été fort balotée en route; elle étoit, à la vérité, bouchée avec moins de précaution, & le verre en étoit plus mince: mais il eſt arrivé un fait ſingulier & qui a détruit mes eſpérances, la bouteille

étoit pleine, & l'eau ne s'eſt point échappée par le bouchon; mais quoiqu'elle ſentit très-mauvais en la mettant dans la bouteille, un an après étant arrivée à Paris, elle n'avoit plus aucune odeur, & étoit très-claire ſans être aucunement colorée; le phlogiſtique du ſoufre s'étoit diſſipé, & l'acide vitriolique s'étant joint à une baſe alkaline terreuſe, y a dépoſé après l'évaporation, un ſel neutre en petite quantité. J'ai trouvé auſſi dans la bouteille une ſélénite ou ſubſtance gypſeuſe, aſſez ſemblable à celle qu'on trouve ſur l'eau de chaux: le mouvement que l'on a donné à la bouteille, a contribué ſans doute à la faire dépoſer.

Depuis, en conſultant le Mémoire que M. l'abbé Mazéas a donné à l'Académie, & que j'ai cité, j'y ai vu la plupart de mes obſervations, & en particulier celle-ci: « j'ai rempli, dit » M. l'abbé Mazéas, deux vaſes d'eau puiſée dans la Solfatare; j'ai » placé l'un dans un endroit frais, où la liqueur du thermomètre » ne montoit qu'à dix degrés au-deſſus de zéro; j'ai laiſſé l'autre à » l'air libre pendant les grandes chaleurs; au bout de quinze jours » celui-ci ne conſervoit plus ſon odeur de foie de ſoufre, & avoit » précipité la terre calcaire: l'incruſtation du premier vaſe étoit » beaucoup plus ſenſible, & l'odeur de foie de ſoufre ſe conſervoit encore ».

Cette expérience & l'évaporation qui s'eſt faite dans la bouteille que l'on m'a apportée, prouvent que l'alkali ou que le ſoufre eſt on ne peut pas plus volatil dans cette combinaiſon, puiſque l'un ou l'autre s'eſt évaporé dans une bouteille bien bouchée; & qu'il eſt peu reſté d'acide, qui, en ſe joignant à la baſe alkaline, a formé une très-petite quantité de ſel neutre.

Je ne crois pas qu'aucun Chimiſte ait fait mention d'un fait pareil. Il y a cependant quelques expériences de Stalh, qui ſemblent donner à penſer qu'il le connoiſſoit. Voyez *Opuſculum Chimicum*, & ſes *Trecenta Experimenta*.



MÉMOIRE

MÉMOIRE
SUR LA PARALLAXE DU SOLEIL,
Qui résulte du Passage de Vénus, observé en 1769.

Par M. DE LA LANDE.

NOUS attendions avec la plus grande impatience des Observations du passage de Vénus sur le Soleil, faites en Amérique, pour que l'effet des parallaxes y fût assez sensible & qu'on pût en déduire, avec une précision suffisante, la distance du Soleil à la Terre: M. Maskelyne, Astronome royal d'Angleterre, m'a envoyé depuis quelques jours diverses Observations faites dans l'Amérique septentrionale, par des Observateurs Anglois; j'en ai trouvé une qui est complète & concluante; je me suis empressé de la calculer pour avoir enfin un résultat de ce passage si long-temps attendu, & une détermination de la parallaxe du Soleil, aussi sûre qu'une observation complète peut la donner.

10 Janvier 1770.

M.rs Dymond & Wales ayant été envoyés par la Société royale dans le nord de l'Amérique septentrionale, ont choisi leur station au fort du Prince de Galles, sur la côte occidentale de la baie d'Hudson, près de la rivière Churchil, à $58^d\ 47'\ 30''$ de latitude septentrionale, dans un endroit par conséquent où l'on devoit voir l'entrée & la sortie de Vénus, & ils ont eu le bonheur d'avoir un Ciel favorable le jour de leur observation; ils observèrent le contact intérieur de l'entrée à $1^h\ 15'\ 23''$, & le contact intérieur de la sortie à $7^h\ 0'\ 47''\frac{1}{2}$, en prenant un milieu entre deux résultats qui ne différoient que de 3 secondes; ces observations ont été faites avec des télescopes de M. Short de deux pieds de foyer.

Le calcul de cette observation est donc indépendant de la longitude du lieu, avantage considérable à cause de l'incertitude qu'il est si difficile de lever dans les Observations de longitude.

Paris & Stockolm ſont les deux villes du monde où l'on a le plus obſervé d'éclipſes du 1.er ſatellite de Jupiter, & cependant l'on diſpute encore pour ſavoir ſi leur différence de longitude eſt $1^h\ 2'\ 50''$, comme l'a trouvé M. Wargentin, ou $1^h\ 3'\ 5''$, comme l'a jugé M. Pingré *. Pour profiter de tout l'avantage de cette obſervation, il falloit la comparer à une autre qui fût également complète; nous n'avons que celle de M. Planman, faite à Cajanebourg dans la Finlande, province de Suède, dont j'ai donné le calcul à l'Académie au mois de Décembre dernier, & où la durée du paſſage a été de même obſervée, le contact intérieur de l'entrée ayant été vu à $9^h\ 20'\ 45''\frac{1}{2}$, & le contact extérieur à $15^h\ 32'\ 27''$ de temps vrai ſous une latitude de $64^d\ 13'\ 30''$.

* *Mém. Acad. année 1766, page 65.*

Si la parallaxe du Soleil eſt bien connue, & ſi elle eſt de 9 ſecondes, comme je l'ai ſuppoſée dans la première édition de mon Aſtronomie, il faut qu'en employant cette parallaxe, & réduiſant les quatre obſervations au centre de la Terre, la durée du paſſage entre les deux contacts intérieurs ſoit parfaitement la même. Si elle eſt plus petite à Cajanebourg, où l'effet de la parallaxe faiſoit paroître la durée plus longue qu'au fort du Prince de Galles, c'eſt une preuve que la parallaxe employée dans le calcul eſt trop forte, & c'eſt ce qui m'eſt arrivé en ſuppoſant 9 ſecondes de parallaxe. En ſuppoſant 7",73, j'ai concilié ſi bien les quatre obſervations, que j'ai trouvé la même durée pour les deux ſtations de Cajanebourg & de la baie d'Hudſon, à un tiers de ſeconde près. En augmentant de 0",15 la parallaxe, on a une durée moindre de 6",7 pour Cajanebourg que pour le fort. J'ai reconnu par ces calculs, qu'il faut mettre dans les données une très-grande préciſion ſi l'on veut avoir l'effet des parallaxes avec exactitude; j'ai donc été obligé de recommencer pluſieurs fois ces opérations, je ne rapporterai ici que le réſultat de la dernière, avec la méthode que j'y ai employée; ces nombres pourront être utiles, ſoit pour vérifier les calculs, ſoit pour abréger ceux que l'on fera pour d'autres obſervations, ſur-tout celle de la Mer du ſud par M. Green, & celle de Californie par M. l'abbé Chappe, qui tous deux ont dû obſerver également la durée totale du paſſage.

Soit *C* le centre du Soleil, *MN* l'orbite de Vénus, vue du centre de la Terre, *V* le lieu apparent de Vénus au moment du contact intérieur obſervé, *NV* la parallaxe de hauteur dans le vertical *ZV*, parallèle à *CT*; l'angle *PCT* eſt ſuppoſé formé par le cercle de déclinaiſon & par la perpendiculaire à l'orbite, c'eſt la ſomme de l'inclinaiſon relative de l'orbite de Vénus ſur l'écliptique $8^d\ 28'\ 59''$, & de l'angle de poſition, que je ſuppoſe de $7^d\ 1'\ 56''$ dans la première obſervation, mais qui eſt différent dans les autres, comme on le trouvera dans la Table ſuivante.

C'eſt pour le centre de Vénus, & non pour celui du Soleil, que j'ai fait tous mes calculs, car je n'ai pas même voulu négliger la petite différence qu'il y a entre le Soleil & Vénus pour l'angle parallactique & l'angle de poſition. Pour avoir ces angles avec préciſion, j'ai calculé d'abord à peu près le temps où Vénus avoit été réellement en *N*, & en apparence en *V* pour le lieu de l'Obſervateur, avec l'angle *PCV*; & ſachant que *CV* étoit alors égale à la différence des diamètres du Soleil & de Vénus, que je ſuppoſois d'abord de $917''\frac{1}{2}$, ou à la ſomme $976\frac{1}{2}$; j'ai calculé la différence apparente *CD* de déclinaiſon, & la différence *VD* qui, diviſée par le coſinus de la déclinaiſon de Vénus, m'a donné la différence d'aſcenſion droite, ou la différence des angles horaires de Vénus & du Soleil. Ayant ainſi, pour chaque obſervation, l'angle horaire & la déclinaiſon apparente de Vénus, j'ai calculé ſa hauteur apparente, l'angle parallactique & la parallaxe de hauteur. Je pourrois ne ſuppoſer ici la hauteur vraie diminuée que de la différence des parallaxes de Vénus & du Soleil; mais pour plus d'exactitude, il faut en ôter la parallaxe de hauteur du Soleil pour avoir la hauteur apparente de Vénus. Connoiſſant auſſi à peu près le temps que Vénus a mis de *M* en *N*, j'en ai conclu l'arc *MN*, l'angle *MCN*, & l'angle *TCN* ou *CNV*.

Dans le triangle *CNV*, connoiſſant l'angle *N*, le côté *NV* qui eſt la parallaxe horizontale, & le côté *CV* qui eſt la différence ou la ſomme des demi-diamètres, j'en ai conclu l'angle *NCV* dans lequel il faut employer juſqu'aux dixièmes de ſecondes, & par conſéquent l'angle *V* qui eſt la ſomme de l'angle *N* & de l'angle *C*, & enſuite le côté *CN* qui eſt la diſtance vraie de Vénus au

centre du Soleil. Dans le triangle *CMN*, on connoît la plus courte distance *CM*, que je savois d'avance être de 609,530, & *CN* que l'on vient de trouver; on cherche *NM* qui réduit en temps, à raison de 4′ 0″,115 par heure, donne la distance de Vénus depuis le milieu *M* du passage; j'ai cherché aussi cette distance avec la même valeur de *CM* & la vraie distance des centres *CE*, égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, que je suppose ici de 15′ 43″,45 & 29″ $\frac{1}{2}$; j'ai trouvé 2^h 50′ 10″,3 pour la distance *EM*, vue du centre de la Terre, qui diffère de la précédente de la quantité *EN*, qui est l'effet cherché de la parallaxe: si au lieu de la différence des diamètres on emploie leur somme, on trouvera 3^h 9′ 29″,9 pour la distance entre le contact extérieur & le milieu du passage.

Cette méthode pour calculer l'effet des parallaxes, me paroît plus exacte que toutes celles dont les Astronomes ont fait usage jusqu'à présent, & elle donne cet effet avec toute la précision qu'on peut desirer, pourvu qu'on connoisse assez bien les élémens du calcul par des opérations préliminaires.

La figure jointe à ce Mémoire, représente la situation *NV* du vertical pour les quatre observations, à gauche pour l'entrée, soit à Cajanebourg, soit à la baie d'Hudson; à droite pour la sortie; mais ici il y a deux lignes, l'une *NV* est le vertical de Cajanebourg, l'autre *ZV* est le vertical pour la baie d'Hudson, qui est plus oriental, ou plus à gauche du côté du nord, que le cercle de déclinaison *PC*, parce que la sortie de Vénus y est arrivée le soir, de même que l'entrée.

Au lieu de la distance apparente *CV* dont j'ai fait usage ci-dessus, on peut se servir de la distance vraie *CN*, que l'on connoît, ainsi que l'angle *CNV*, par le temps de l'observation comparé avec le milieu du passage en *M*. On calculera ensuite la vraie distance de Vénus au zénit, & l'on y appliquera la parallaxe de Vénus seule pour avoir sa distance apparente au zénit; mais la différence de cette méthode à celle que j'ai suivie est insensible.

ÉLÉMENS DU CALCUL DES PARALLAXES *Dans les Observations* de CAJANEBOURG & de la BAIE d'HUDSON.	CAJANEBOURG. 64^{d} 13′ 30″		FORT DU PRINCE. 58^{d} 47′ 30″	
Temps vrai des quatre observations sous leurs méridiens respectifs	9^{h} 20′ 45″ ½	15^{h} 32′ 27″	1^{h} 15′ 23″	7^{h} 0. 47″ ½
Milieu du passage à peu près connu	12. 18. 3	12. 18. 3	4. 10. 0	4. 10. 0
Distance des observations au milieu du passage	2. 57. 17 ½	3. 14. 24	2. 54. 37	2. 50. 47 ½
Angle *NCM* formé par la perpendiculaire *CM* & le rayon du lieu vrai	49^{d} 5′ 16″	51^{d} 40′ 51″	48^{d} 39′ 27″	48^{d} 1′ 34″
Angle *VCM* formé par la perpendiculaire *CM* & le rayon du lieu apparent	49. 30. 20	52. 38. 6	48. 55. 27	49. 23. 49
Différence apparente d'ascension droite entre Vénus & le Soleil	0. 9. 16	0. 9. 16	0. 9. 8	0. 15. 0
Différence de déclinaison à ajouter à celle du Soleil	0. 12. 41	0. 6. 3	0. 12. 46	0. 6. 29
Angle horaire de Vénus	140. 2. 6 ½	126. 36. 53	18. 41. 27	105. 26. 52 ½
Distance de Vénus au pôle	67. 21. 32	67. 26. 22	67. 21. 27	67. 26. 3
Hauteur apparente de Vénus	2. 14. 11	6. 4. 53	51. 27. 59	11. 34. 45
Parallaxe de hauteur de Vénus, en supposant 7″,73 pour le Soleil	19″,420	19″,325	12″,107	19″,039
Angle de position pour Vénus	7^{d} 1′ 56″	7^{d} 5′ 43″	7^{d} 1′ 57″	7^{d} 5′ 28″
Somme de l'angle de position & l'inclinaison de l'orbite 8^{d} 28′ 59″	15. 30. 55	15. 34. 42	15. 30. 56	15. 34. 27
Angle parallactique du cercle horaire avec le vertical de Vénus	16. 13. 53	20. 32. 57	15. 27. 42	30. 39. 5
Angle *N*, qui est la somme ou la différence des angles précédens & de l'angle *NCM*	17. 20. 28	46. 42. 36	17. 40. 49	85. 4. 54
Angle *V* formé par le vertical & le rayon apparent *V*	17. 42. 14,4	47. 32. 18,3	17. 54. 38,9	84. 33. 28,6
Distance apparente *CV*	913″,95	972″,95	913″,95	913″,95
Distance vraie des centres du Soleil & de Vénus ou *CN*	932,469	986,100	925,478	912,341
Temps correspondant ou distance au milieu du passage	2. 56. 20″,0	3. 13. 41″,8	2. 54. 1″,1	2. 49. 37″,9
Distance vraie vue du centre de la Terre	2. 50. 10,3	3. 9. 29,9	2. 50. 10,3	2. 50. 10,3
Effet de la parallaxe en temps, en supposant la parallaxe horizontale 9″,01	+ 6. 9,7	— 4. 11,9	+ 3. 50,8	+ 32,4
Temps des quatre observations réduites au centre de la Terre	9. 26. 55,2	15. 28. 15,1	1. 19. 13,8	7. 1. 19,9

Le milieu entre les deux phases réduites au centre de la Terre pour le fort du Prince, donne le milieu du passage à 4^{h} 10′ 17″. A l'égard des phases de Cajanebourg, les deux distances observées

n'étant pas les mêmes, il faut résoudre un triangle dans lequel on connoît deux côtés 913,95 & 972,95, avec l'arc parcouru en 6^h 1′ 19″,9 de temps, qui est 1446″,02; on trouve les deux segmens 684″,516 & 761″,504, qui, réduits en temps, donnent 3^h 10′ 17″,1 & 2^h 51′ 2″,8; d'où l'on conclud le milieu 12^h 17′ 58″, & la différence de longitude des deux observatoires, 8^h 7′ 41″. La demi-durée 2^h 51′ 3″ étant la même que celle qu'on tire de l'autre observation, il est prouvé par ce calcul, que la parallaxe étoit en effet ce jour-là de 7″,73, ce qui donne pour la parallaxe moyenne 7″,86.

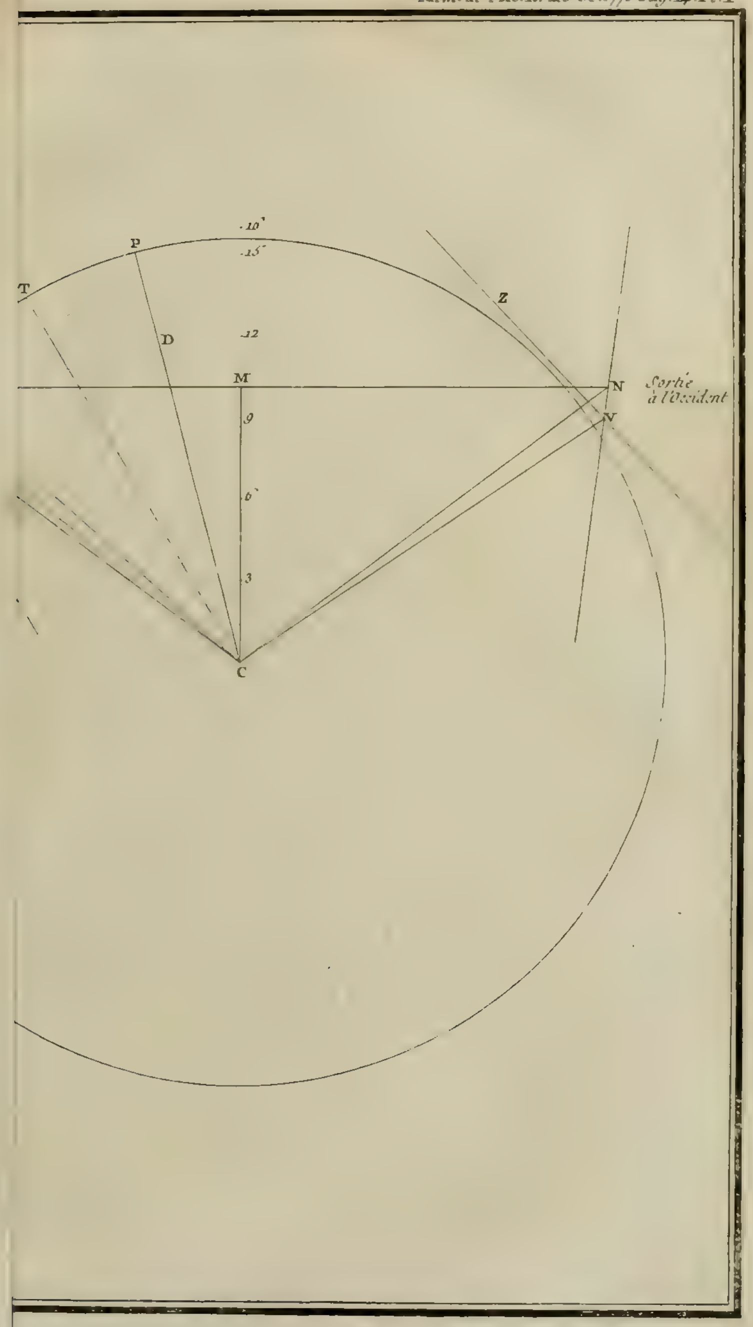
Pour Paris, où le contact a été observé à 7^h 38′ 45″, l'effet de la parallaxe sera 6′ 25″, & le milieu du passage 10^h 36′ 13″, conjonction 10^h 13′ 39″$\frac{1}{2}$, temps vrai, ou 10^h 11′ 26″, temps moyen; la distance au nœud 1^d 9′ 0″ à ajouter au lieu du Soleil 2^f 13^d 27′ 19″, & le lieu du nœud ascendant de Vénus 2^f 14^d 36′ 20″, déduit de l'observation, plus avancé seulement de 45 secondes que suivant mes calculs de la *Connoissance des Temps*, & de 2′ 36″ que suivant les Tables de M. Halley.

Je dois avertir que j'ai supposé dans ces calculs le demi-diamètre du Soleil de 943″,45; & celui de Vénus de 29″$\frac{1}{2}$: je rendrai compte dans un autre Mémoire des raisons qui m'ont obligé de diminuer ainsi de 7 secondes le diamètre du Soleil dans le calcul de ce passage.

Ainsi la conséquence importante de ces observations est que la parallaxe moyenne du Soleil est d'environ 8 secondes au lieu de 10 secondes qu'on avoit long-temps supposé.

Nota. Depuis la lecture de ce Mémoire, les observations faites en Californie & dans la Mer du sud, nous ont fait porter jusqu'à 8 secondes & demie la parallaxe moyenne du Soleil, ce qui s'accorde avec l'observation du passage de 1761. *Mémoires de l'Académie* pour 1761, *p. 479. Transf. Philof.* 1762 & 1763.





·10'
·15'
P
T
Z
D
·12
M
N
Sortie
à l'Occident
V
9
6
3
C

Z
P
T
16'
15'
Z
D
12
Entrée à l'Orient
N
E
M
N
Sortie à l'Occident
V
V
9
6
3
C

ANALYSE

De la Pierre Calaminaire du comté de Sommerſet & de celle du comté de Nottingham.

Par M. SAGE.

LA pierre Calaminaire du comté de Sommerſet eſt rougeâtre à ſa ſurface, & d'un jaune verdâtre dans ſon intérieur; elle eſt cellulaire, très-peſante, & donne des étincelles lorſqu'on la frappe avec le briquet; elle eſt ſoluble dans les acides avec leſquels elle fait efferveſcence quoiqu'elle ſoit minéraliſée par l'acide marin, comme je le démontrerai par les expériences ſuivantes. 22 Déc. 1770.

Cette pierre calaminaire ſe trouve ordinairement en maſſes irrégulières, quelquefois on la rencontre criſtalliſée en pyramides à trois, quatre, cinq & ſix pans; la grandeur de ces criſtaux varie, il y en a qui n'ont pas plus de deux lignes & demie de diamètre vers leurs baſes ſur deux lignes & demie de hauteur: on en rencontre d'autres qui ont le diamètre de leurs baſes de deux pouces ſur trois de haut; ces criſtaux ſont d'un rouge-brun, creux dans leur intérieur qui eſt cellulaire, l'extérieur paroît poreux & composé de petits mamelons.

J'ai des criſtaux de pierre calaminaire du comté de Sommerſet, qui repréſentent deux pyramides à pans égaux, unies par leurs baſes, l'intérieur eſt creux & cellulaire, leur ſurface eſt d'un brun-rougeâtre.

La pierre calaminaire du comté de Nottingham eſt blanche, compacte, caverneuſe & opaque, quelquefois elle a une couleur d'un vert-clair, & eſt composée de criſtaux qui repréſentent des priſmes à ſix pans, qui ſont terminés par des pyramides qui ont autant de pans: ces deux eſpèces de pierre calaminaire du comté de Nottingham ne font point feu avec le briquet, la dernière eſpèce eſt demi-tranſparente.

Il y a lieu de croire, par les différentes définitions qu'on trouve dans les Auteurs de Minéralogie, que la mine de zinc dont je

présente l'analyse à l'Académie, n'a point encore été examinée: seroit-ce cette espèce que M. Linnæus a voulu décrire dans son troisième volume du *Systema Naturæ*, qui a paru en 1768, *page 125*, par les phrases:

Zincum crystallisatum musæi t. ss. 52, n°. 1. *Minera zinci calciformis pura, indurata, drusica, Anonim. Mineralog.* 228, n.° 1.

Habitat in Germaniâ.

Hoc crystallis chalybeiformibus compresso planis, linearibus truncatis margine altero augustato!

La phrase première de zinc cristallisé, du cabinet de M. le Comte de Tessin, ne détermine ni la forme des cristaux, ni ce qui sert à minéraliser le zinc.

Celle qui se trouve dans la Minéralogie de l'anonyme, cité par M. Linnæus, ne peut point désigner la mine de zinc dont je vais parler, il la définit *mine de zinc pure, cristallisée* sous la forme de chaux endurcie.

La phrase par laquelle M. Linnæus exprime que ces cristaux de mine de zinc ressemblent à ceux de l'acier, n'offre point une définition claire, tout le monde ne connoissant point la cristallisation qu'affecte l'acier.

M. Margraff a fait l'analyse d'une pierre calaminaire, qui se trouve dans la paroisse d'Holiwell, dans le comté de Sommerset, mais il n'a pas cité qu'elle étoit minéralisée par l'acide marin; il rapporte que c'est une espèce toute particulière qui surpasse les autres en dureté & en pesanteur, & qu'elle produit près de moitié de son poids de zinc; la pierre calaminaire de la paroisse d'Holiwell est plus transparente que les autres; elle m'a paru formée par couches, de même que les stalagmites, elle est minéralisée par l'acide marin.

M. Wallerius, dans sa Minéralogie, décrit trois espèces de pierres calaminaires, une d'un jaune gris, l'autre d'un jaune blanchâtre, & la troisième d'un rouge-brun; il l'a considérée comme une ochre produite par la décomposition du vitriol de zinc; j'ai reconnu ces trois espèces de pierres calaminaires dans celles qu'on a envoyées d'Angleterre.

La

La pierre calaminaire que j'ai employée dans les expériences ſuivantes, venoit du comté de Sommerſet; on trouve à la ſurface de ces morceaux, un enduit d'un rouge-brun; cette couleur eſt dûe au fer minéraliſé par l'acide marin, qui ſe trouve dans la pierre calaminaire, & à un commencement de décompoſition; j'ai prouvé dans un Mémoire que j'ai lû à l'Académie, ſur la mine de fer ſpathique, que cette mine expoſée aux injures de l'air prenoit une couleur brune de même que la mine artificielle formée par l'acide marin & le fer.

Les différentes eſpèces de pierres calaminaires que j'ai eu occaſion d'examiner, m'avoient été données par M. l'Abbé Nollin; j'ai trouvé dans ſon cabinet des morceaux qui m'ont fait connoître que la forme des criſtaux de pierres calaminaires du comté de Sommerſet, eſt dûe à des criſtaux de ſpath-calcaire décompoſés, & qu'ils ſe ſont formés par incruſtation; ces criſtaux ſont ordinairement creux, cellulaires & poreux: on trouve dans les mêmes endroits, des criſtaux de ſpath-calcaire qui ſont ſemblables, par leur forme, à ceux de la pierre calaminaire, mais ils ſont beaucoup plus réguliers; les criſtaux de ce minéral ne paroiſſent offrir que des pyramides à trois, quatre & cinq pans, rarement à ſix; ceux du ſpath ſont des pyramides à ſix pans, ſouvent très-régulières: d'autres fois on y remarque quatre pans égaux & deux plus étroits, qui ne s'élèvent point juſqu'au ſommet de la pyramide; les feuilles ou lames dont ces ſpath ſont compoſés, au lieu d'être diſpoſées horizontalement, le ſont obliquement; on en trouve des criſtaux réguliers dans des morceaux de pierre calaminaire, les creux qui les renferment repréſentent les facettes du criſtal: c'eſt ce qui a été mis ſous les yeux de l'Académie.

Lorſqu'on trouve un grouppe de criſtaux de pierre calaminaire, on n'y rencontre point de criſtaux de ſpath; ces criſtaux ſont ordinairement creux dans leur intérieur, ce qui me fait ſoupçonner qu'ils ſe ſont formés par incruſtation, ils renferment quelquefois de la galêne.

Les expériences que j'avois faites pour m'aſſurer de la préſence de l'acide marin dans la mine de fer ſpathique, dans le plomb blanc, verd & noir, dans les criſtaux d'étain, dans l'argent

corné, dans la mine de cobalt, couleur de ſuie, ſont celles que j'ai employées dans l'analyſe de cette pierre calaminaire; je l'ai rencontrée dans le même état, & j'ai vu qu'elle avoit les mêmes couleurs que le plomb minéraliſé par l'acide marin, dont la couleur varie ſuivant la quantité de matière graſſe qu'il contient; j'ai de la pierre calaminaire blanche, d'autre verdâtre, & d'autre rouge.

Cette pierre calaminaire réduite en poudre & expoſée au feu, perd dans la même proportion que la mine de fer ſpathique, cent grains diminuent de trente-quatre : cette diminution vient de l'acide marin qui ſe diſſipe; en voici la preuve.

J'ai mis dans une cornue un mélange d'une once de pierre calaminaire, réduite en poudre, & d'un gros de charbon; j'ai adapté à ſon bec un récipient, enduit d'huile de tartre par défaillance; à peine le fourneau de réverbère a-t-il été échauffé, qu'il s'eſt dégagé de l'acide marin, ſes vapeurs ne ſont point ſenſibles à la vue; mais les criſtaux cubiques, dont l'intérieur du récipient ſe tapiſſe, le font reconnoître. Dans cette opération, j'ai fait un feu aſſez fort pour faire rougir la cornue, je l'ai continué pendant trois heures; pendant ce temps, j'ai ôté pluſieurs fois le récipient pour examiner s'il y avoit du zinc de ſublimé; à peine l'air eut-il pénétré dans la cornue, qu'il en ſortit une flamme ſemblable à celle du zinc lorſqu'il brûle; je remis auſſitôt le récipient, la flamme ceſſa; je l'ôtai une ſeconde & une troiſième fois, l'inflammation eut toujours lieu. J'ai remarqué que la flamme ſe faiſoit apercevoir en premier au bec de la cornue, qu'elle gagnoit bientôt l'intérieur, & que ſi l'on interrompoit le contact de l'air, la flamme ceſſoit ſur le champ; la cornue refroidie, je la caſſai pour reconnoître ce qu'elle contenoit, la voûte étoit enduite d'une poudre griſe, & le bec de *nil album;* le réſidu étoit verdâtre, peſoit ſix gros, & étoit en partie attirable par l'aimant; je m'aperçus, en expoſant une partie de ce réſidu au feu, dans un creuſet, qu'il contenoit encore du zinc, il en ſortit une flamme où l'on remarquoit toutes les couleurs de l'arc-en-ciel : cette expérience me fit reconnoître que je n'avois pas employé aſſez de charbon pour réduire le zinc; c'eſt pourquoi

je fis un flux avec six gros de ce résidu, deux gros de charbon, un gros & demi de borax & une once de sel marin décrépité; je mis ce mélange dans une cornue & j'entretins un feu de réverbère assez fort pour la tenir rouge pendant deux heures, le col de la cornue se tapissa d'une poudre grise; ayant ôté le récipient, il en sortit une vapeur qui s'enflamma avec un peu de bruit; le récipient remis, la flamme cessa: une heure après j'aperçus au col de la cornue du *nil album*, je découvris dans l'intérieur des nuages blancs; ils avoient un mouvement d'ondulation: peu après le balon fut enduit d'une poudre grise; la cornue refroidie, je la cassai, je trouvai du zinc attaché à sa voûte; une partie étoit sous la forme de métal, l'autre de pompholix; la pierre calaminaire me produisit, par ce moyen, moitié de zinc: le résidu étoit noir, contenoit du fer, un peu de zinc & le flux qui ne s'étoit point fondu: la poudre grise dont les parois du balon étoient enduits, étoit du pompholix.

L'expérience suivante démontre que c'est au zinc qui se décompose dans le temps de la réduction par le contact de l'air, qu'est dûe la flamme: j'ai mis dans une cornue deux gros de limaille de zinc & un gros de charbon, j'ai fait un feu de réverbère assez fort pour la rougir, j'ai ôté le récipient; quelques secondes après l'inflammation eut lieu à plusieurs reprises, comme je l'avois prévu: la cornue refroidie, je la cassai, une partie du zinc qu'elle contenoit s'étoit sublimé à sa voûte, sous la forme de petits grains grisâtres, l'autre s'étoit décomposée & dissipée dans le temps de l'inflammation.

La dissolution de la pierre calaminaire de Sommerset présente différens phénomènes. L'huile de vitriol ne fait point effervescence avec la pierre calaminaire; elle en dégage une odeur d'œufs couvés, si on l'affoiblit d'eau, elle la dissout entièrement sans effervescence.

L'acide marin versé sur la pierre calaminaire de Sommerset la dissout entièrement; cette dissolution se fait avec effervescence; il s'en dégage une odeur très-fétide, il reste au fond du vase une gelée jaunâtre, qui ne peut point se dessécher; elle est soluble dans l'eau.

La pierre calaminaire ſe diſſout entièrement dans l'eau régale; cette diſſolution eſt accompagnée d'effervescence.

L'acide nitreux diſſout la pierre calaminaire de Sommerſet; cette diſſolution n'eſt point accompagnée d'effervescence; il en eſt de même de l'acide du vinaigre, ce dernier, en s'évaporant, laiſſe ſur les parois du vaſe des criſtaux blancs d'une ſaveur ſtiptique.

La diſſolution de la pierre calaminaire, faite à l'aide des acides dont je viens de parler, n'eſt point colorée, ſi on l'étend d'eau & que l'on y verſe de l'alkali phlogiſtiqué, il ſe précipite du bleu de Pruſſe; ſi l'on met dedans de la noix de galle, il ſe fait de l'encre. Ces expériences démontrent que la pierre calaminaire du comté de Sommerſet contient du fer; celle qui ſuit ſera connoître que toutes les ſubſtances ſalines contiennent une matière graſſe différente du phlogiſtique; elle ſe rencontre quelquefois en très-grande quantité dans les productions ſalines naturelles, comme dans le fer & le plomb ſpathique, les criſtaux d'étain, l'argent corné & la mine de cobalt couleur de ſuie; cette même matière graſſe eſt peut-être ce qui les rend inſolubles dans l'eau.

J'ai mis dans une cornue de verre lutée trois cents grains de pierre calaminaire du comté de Sommerſet réduite en poudre, j'ai verſé dedans une once d'huile de vitriol, j'ai procédé à la diſtillation au fourneau de réverbère, après avoir adapté à la cornue un récipient dont les parois étoient enduits d'huile de tartre par défaillance; à peine la cornue a-t-elle été échauffée, qu'il s'eſt dégagé de l'acide marin, il s'eſt uni à l'akali fixe & a obſcurci le récipient; peu après je l'ai retiré, & j'en ai auſſitôt adapté un autre; j'ai augmenté le feu, il s'eſt dégagé de l'acide vitriolique & de l'acide ſulfureux volatil; la diſtillation finie, la cornue refroidie, je la caſſai, & je trouvai dedans une maſſe ſaline, cellulaire & blanche; elle peſoit ſoixante grains de plus que la quantité de pierre calaminaire que j'avois employée.

EXAMEN des produits de la décompoſition de la Pierre Calaminaire par la diſtillation avec l'huile de vitriol.

L'acide marin qui ſe dégage, eſt celui qui ſert à minéraliſer le zinc.

L'acide ſulfureux volatil qui paſſe enſuite, eſt formé par l'acide vitriolique, qui décompoſe la matière graſſe contenue dans les criſtaux de pierre calaminaire.

Ce réſidu augmente de plus de vingt livres par quintal, puiſqu'il pèſe dans cette proportion, même après que l'acide marin, qui ſervoit à minéraliſer le zinc, en a été dégagé par l'acide vitriolique; il eſt blanc, mais peu de temps après qu'il a été expoſé à l'air, il prend une couleur fauve à ſa ſurface; cette couleur eſt dûe au vitriol martial qui ſe décompoſe, ce réſidu contient du vitriol martial & du vitriol de zinc, il eſt ſoluble dans l'eau; & ſi l'on verſe dedans de l'alkali phlogiſtiqué, il ſe précipite du bleu de Pruſſe.

Je reviens à la pierre calaminaire du comté de Nottingham, dont j'ai fait l'analyſe, elle ſe trouve dans deux états différens; l'une eſt blanche, ſon intérieur paroît ſillonné comme un bois vermoulu, les ſillons ſont remplis d'une terre brunâtre; l'autre eſt criſtalliſée & d'un verd-tendre; ces deux eſpèces ne font point feu avec le briquet, ne produiſent point d'efferveſcence avec les acides.

Cette pierre calaminaire produit, par l'analyſe, les mêmes réſultats que celle du comté de Sommerſet.

La décompoſition du ſel ammoniac, par l'intermède du fer, m'ayant produit une ſubſtance ſaline, ſemblable par ſes propriétés à la mine de fer ſpathique, j'ai cru que le zinc, uni avec l'acide marin du ſel ammoniac, me produiroit une mine artificielle ſemblable à la pierre calaminaire de Sommerſet; c'eſt pourquoi j'ai fait un mélange avec une demi-once de limaille de zinc & une once de ſel ammoniac, je l'ai enſuite mis dans une cornue, & j'ai procédé à la décompoſition dans un fourneau de réverbère: à peine la cornue fut-elle échauffée, qu'il ſe dégagea une vingtaine de gouttes d'alkali volatil; à un degré de feu un peu plus fort, il a paſſé très-rapidement dans le récipient une liqueur qui s'eſt figée très-promptement; elle a pris une couleur griſe demi-tranſparente, ayant augmenté le feu juſqu'à faire rougir la cornue, il s'eſt ſublimé à ſon col du ſel ammoniac gris, il n'eſt rien reſté au fond; cette expérience m'ayant produit un beurre très-aiſé à ſublimer, j'ai cru que le *nil album* n'étant point volatil, pourroit me produire en

s'uniſſant à l'acide marin, le zinc corné que j'attendois; mais mon eſpérance a été également déçue, comme l'expérience ſuivante le démontrera.

J'ai fait un mélange d'une demi-once de *nil album* & d'une once de ſel ammoniac; je l'ai introduit dans une cornue, & j'ai procédé à la décompoſition au fourneau de réverbère; il s'eſt dégagé, au plus léger degré de feu, une vingtaine de gouttes d'alkali volatil; en augmentant le feu, le bec de la cornue s'eſt tapiſſé d'une matière jaunâtre; à l'aide d'un feu plus fort, il a diſtillé un beurre ſemblable à celui de la première expérience, il étoit jaunâtre à ſa ſurface, gris dans ſon intérieur & moins déliqueſcent; il eſt reſté au fond de la cornue une douzaine de grains d'une ſubſtance ſaline noirâtre déliqueſcente, elle m'a paru être compoſée de zinc & d'acide marin.

EXAMEN des produits de la décompoſition du Sel ammoniac par le Zinc.

L'alkali volatil qui s'eſt dégagé dans la diſtillation de quatre gros de zinc & d'une once de ſel ammoniac, ne fait point effervеſcence avec les acides, il paſſe enſuite huit gros d'une liqueur qui, en ſe refroidiſſant, devient ſolide, griſe, demi-tranſparente & fragile, elle reſſemble beaucoup au beurre d'antimoine; je la nomme *beurre de zinc:* lorſqu'il eſt expoſé à l'air, il en attire l'humidité & tombe en *deliquium;* ſi l'on y met de l'eau, la diſſolution ne ſe trouble point, il ne ſe forme point de précipité, comme il arrive au beurre d'antimoine.

J'ai reconnu que ce beurre de zinc contenoit du ſel ammoniac; en verſant ſur ſa diſſolution de l'alkali fixe, il s'en dégage de l'alkali volatil; ce ſel ammoniac, qui eſt contenu dans le beurre de zinc, le rend beaucoup moins cauſtique que le beurre d'antimoine. Il pourroit être employé dans l'uſage de la Médecine, comme un eſcarotique plus foible, moins coûteux & plus aiſé à préparer.

Le *nil album* eſt également propre à décompoſer le ſel ammoniac que le zinc; mais le beurre qui réſulte de l'union de l'acide marin & de cette chaux, eſt moins volatil, paſſe en plus petite quantité & eſt moins déliqueſcent.

L'analyſe comparée de la pierre calaminaire du comté de Sommerſet & de celle du comté de Nottingham, prouve que ces deux eſpèces de pierres calaminaires ſont également minéraliſées par l'acide marin, & qu'elles en contiennent trente-quatre livres par quintal : la pierre calaminaire du comté de Sommerſet eſt plus dure que celle du comté de Nottingham, la première fait feu & eſt entièrement ſoluble dans les acides.

L'acide ſulfureux volatil qui ſe forme lorſqu'on décompoſe les pierres calaminaires par l'acide vitriolique concentré, fait découvrir une matière graſſe.

Les expériences que j'ai citées dans ce Mémoire, font voir que le zinc peut décompoſer le ſel ammoniac, que la chaux de ce demi-métal y eſt moins propre, parce qu'elle contient moins de phlogiſtique, que le zinc ou ſa chaux combinée avec l'acide marin, forment un beurre.



OBSERVATION ET THÉORIE DE LA COMÈTE

Qui a paru au mois d'Août 1769,

Avec quelques Réflexions ſur les théories d'une même Comète, établies dans différentes apparitions *.

Par M. CASSINI le Fils.

DEPUIS que les Comètes ont été rangées dans la claſſe des Planètes, les Obſervations de ces nouveaux aſtres ſont devenues infiniment précieuſes, & les Aſtronomes apportent, autant qu'il leur eſt poſſible, la même exactitude, dans la détermination de leurs mouvemens, que dans celle des autres corps céleſtes. De-là ce grand nombre de Comètes dont on a eſſayé depuis quelque temps d'établir, ou plutôt d'eſquiſſer les théories, en attendant que leur retour mette en état de corriger & de fixer des élémens que l'on ne peut regarder juſqu'alors que comme approchés. On s'eſt encore peu trouvé dans le cas, juſqu'ici, de donner cette perfection aux théories des Comètes ; de cinquante-une obſervées & calculées, il n'y en a qu'une dont le retour obſervé pluſieurs fois, ait mis à portée d'établir une théorie exacte.

Le ſeul moyen de reconnoître ſi une Comète eſt la même que telle autre qui a paru précédemment, eſt la comparaiſon de leurs théories, de la reſſemblance deſquelles ſe conclut l'identité des deux Comètes : mais les élémens de la théorie d'une même Comète doivent-ils ſe retrouver abſolument les mêmes à chaque apparition ? Telle Comète dont nous avons établi la théorie ſur des Obſervations faites il y a deux ou trois ſiècles, vient à reparoître aujourd'hui, dans chacune des révolutions qu'elle peut

* J'avois lû ce Mémoire au mois de Juin ; ayant eu l'honneur depuis d'être reçu de l'Académie, j'en ai répété la lecture le 22 Décembre de cette même année 1770.

avoir

avoir achevé dans cet intervalle, ſon approche tantôt plus grande & tantôt moins grande, des Planètes dont elle a traverſé les orbites, a pu faire éprouver à la ſienne différentes altérations qui à chaque fois ont dû produire quelque dérangement, ou dans la poſition des nœuds, ou dans le lieu du périhélie, ou, &c. de ſorte que les élémens que nous tirerons de nos obſervations actuelles ſeront affectés de ces altérations répétées à chaque révolution précédente, & ſe trouveront par conſéquent différer en quelque choſe de ceux qui avoient été déterminés dans l'ancienne apparition.

Une autre cauſe d'un effet encore plus conſidérable que celui que produiſent les altérations phyſiques, peut encore venir augmenter cette différence entre les anciens & les nouveaux élémens, & défigurer, pour ainſi dire, l'orbite d'une Comète déjà connue; c'eſt l'erreur des Obſervations, & plutôt encore les circonſtances de ces Obſervations.

Une Comète, au commencement de ſon apparition, ne paroît le plus ſouvent que ſous la forme d'un petit nuage blanc indécis, où l'on ne diſtingue ni noyau ni queue: que doit-on obſerver au paſſage par les fils de la lunette? Les Étoiles auxquelles on compare la Comète, ne ſont pas toujours parfaitement déterminées, l'Obſervateur ou ſe fie un peu trop aux catalogues, ou par différentes circonſtances, ne peut vérifier la poſition de ces petites Étoiles: les Obſervations les plus éloignées entr'elles, & les plus diſtantes du paſſage par le périhélie, ſont les plus favorables pour le calcul de la théorie d'une Comète; mais ce ſont communément les plus incertaines, ſoit par la difficulté de l'Obſervation, ſoit par la lenteur du mouvement de la Comète: enfin ſi les Obſervations ont été faites près des nœuds, elles ſeront favorables pour la détermination de cet élément, mais elles le ſeront bien moins pour déterminer l'inclinaiſon.

Or c'eſt d'après des Obſervations, communément peu favorables par les circonſtances que je viens d'expoſer, faites ſouvent en petit nombre, ou dans un court intervalle de temps, que pluſieurs des cinquante-une Comètes qui compoſent notre Table

générale, ont été calculées. Il paroît donc, d'après cette considération, qu'une Comète qui paroîtroit aujourd'hui, pourroit être la même qu'une de celles que nous connoissons déjà, quoique leurs théories différassent dans quelques-uns de leurs élémens : c'est avec raison que l'on croit pouvoir regarder comme la même Comète, celles qui ont paru en 1532 & en 1661, quoqu'elles diffèrent de plus de 2 degrés dans le lieu du nœud, & de près de 5 degrés dans le lieu du périhélie. Je pense que cette différence pourroit être encore beaucoup plus considérable sans détruire leur identité. On trouve encore, en jetant les yeux sur la Table générale, deux Comètes, celles de 1699 & de 1742, qui ne diffèrent sensiblement que dans un seul élément, le lieu du nœud; la différence, il est vrai, est trop considérable pour assurer que ce soit la même Comète. Il seroit peut-être intéressant de discuter les Observations & de refaire les calculs de ces deux Comètes pour apprécier l'exactitude des résultats; car il paroît assez singulier que deux Comètes qui ne sont point la même, ne diffèrent que dans un seul élément. Mais sans nous arrêter pour le présent à cet objet, & sans vouloir fixer ici jusqu'à quel point les causes réunies & des altérations physiques, & des Observations peu favorables, peuvent défigurer certains élémens de la théorie d'une Comète ; l'on peut établir que dans la comparaison des théories de deux Comètes, on ne doit point exiger, pour conclure leur identité, une trop exacte ressemblance dans leurs élémens; plus les années des apparitions seront éloignées, plus les différences pourront être grandes. Les Observations anciennes, sur-tout par rapport aux Comètes, ont été faites avec beaucoup moins d'exactitude que celles du siècle présent, & peuvent être suspectes, non-seulement par les circonstances, mais par elles-mêmes.

D'après cette exposition des causes qui peuvent nous faire retrouver aujourd'hui les élémens d'une même Comète assez différens de ceux qui ont été fixés précédemment, on conçoit combien il est intéressant d'exposer, avec quelque détail, les Observations que l'on fait sur chaque nouvelle Comète, afin que l'on puisse apprécier les degrés de précision dont est susceptible la

théorie qu'on en déduit : c'eſt dans cette vue que je rapporterai ici les Obſervations de la dernière Comète, telles qu'elles ont été faites à l'Obſervatoire royal, par M. Maraldi, mon Père & moi.

Cette Comète fut découverte par M. Meſſier le 8 du mois d'Août ; n'ayant été avertis de ſon apparition que pluſieurs jours après, le temps d'ailleurs ayant été peu favorable, nous ne pumes, mon Père & moi, commencer à l'obſerver que le 21 du même mois ; nous l'aperçumes avant minuit, elle étoit alors peu élevée ſur l'horizon, & ne paroiſſoit que comme un petit nuage ; mais bientôt, à meſure qu'elle s'éleva, elle devint plus diſtincte ; & vers une heure du matin, elle paroiſſoit à la vue ſimple avec une petite queue qui eût été beaucoup plus apparente ſans la clarté de la Lune. Cette Comète avoit déjà paſſé ſon nœud deſcendant, & ſa vraie diſtance au Soleil n'excédoit alors la moyenne diſtance du Soleil à la Terre, que de 3219 parties : ainſi au commencement de ſon apparition, elle étoit déjà inférieure à l'orbite de Mars ; mais ſa vraie diſtance à la Terre étoit de près de 6700 parties, c'eſt-à-dire la moitié environ de ſa diſtance au Soleil.

Nous obſervames aſſidument cette Comète tous les jours que le temps nous le permit, & déterminames ſa ſituation en la comparant aux diverſes Étoiles connues qui ſe trouvoient ſur ſon parallèle. Chaque jour le noyau devenoit plus brillant & la queue augmentoit de longueur, ce qui nous annonçoit que la Comète s'avançoit vers ſon périhélie ; cette apparence au reſte ne provenoit pas ſeulement de l'approche de la Comète vers le Soleil, mais auſſi de ſon approche de la Terre qui étoit le plus conſidérable, comme le montre la théorie.

Lors de nos premières Obſervations, la Comète n'avoit un mouvement en aſcenſion droite que d'environ $1^{d} 25'$ en 24 heures, & de 7 minutes ſeulement en déclinaiſon ; mais vers le 5 du mois de Septembre, le mouvement en aſcenſion droite étoit de plus de 4 degrés par jour, & en déclinaiſon d'environ 50 minutes ; la queue occupoit alors une étendue dans le Ciel d'environ 40 degrés en longueur, mais elle étoit peu large : nous la vimes encore plus longue le 8 Septembre. M. Zanotti, à Bologne, l'a eſtimée dans ſa plus grande longueur, de 70 degrés ; cette Comète étoit donc

une des plus remarquables que l'on ait vue par l'étendue de sa queue: au reste, cette traînée de lumière qui accompagne ordinairement les Comètes, déjà peu brillante par elle-même, devient plus foible & plus indécise à mesure qu'elle s'éloigne du noyau, & se perd insensiblement dans le Ciel, de sorte qu'il est très-difficile de lui fixer une longueur précise qui varie selon la pureté du Ciel dans les différens climats.

Nous fumes obligés de sortir de Paris, & M. Maraldi se chargea d'observer la Comète en notre absence; il en fit une dernière observation le 15 Septembre: deux jours après il la vit encore, mais ne put déterminer sa position; bientôt la Comète se perdit dans les rayons du Soleil, & il ne fut plus possible de l'observer, jusqu'à ce qu'après avoir passé par son périhélie le 7 Octobre, par son nœud ascendant le 8, & par sa conjonction inférieure avec le Soleil le 10, elle reparut vers la fin du même mois.

M. Maraldi la revit pour la première fois le 25 Octobre, mais ne put l'observer exactement que le 28; la queue étoit alors fort longue, très-uniforme, & le noyau s'en distinguoit avec peine. La Comète cependant n'étoit encore éloignée du Soleil que de 7267 parties, mais elle étoit près de deux fois plus éloignée de la Terre; cet éloignement, tant par rapport au Soleil que par rapport à la Terre, augmentoit tous les jours; la Comète d'ailleurs parvenant à l'horizon de très-bonne heure, il falloit l'observer dans le crépuscule; toutes ces circonstances rendoient difficiles & assez susceptibles d'erreur, les observations faites après le passage par le périhélie. M. Maraldi les poursuivit cependant jusqu'au 1.er Décembre dernier, jour où il put encore assez exactement déterminer la position de la Comète. Les jours suivans, le Ciel ayant été constamment couvert, on ne put chercher la Comète que le 8 Décembre, mais ce fut inutilement: en effet, la théorie nous apprend que cette Comète étoit alors éloignée de la Terre de 21734 parties, & sa distance au Soleil étoit de 14725 des mêmes parties; mais au commencement de son apparition, cette Comète ne nous fut visible qu'à peu près à cette même distance du Soleil, quoique nous en fussions alors trois fois plus proches; ce qui peut s'expliquer conformément à l'idée que nous

avons de la formation des queues des Comètes. En effet, quelle que ſoit la diſtance où une Comète arrivant vers le Soleil, commence pour ainſi-dire à ſe revêtir d'une queue, cette traînée de lumière eſt alors très-foible; mais augmentant chaque jour & enfin prenant dans le périhélie tout le volume qu'elle doit avoir, elle doit être plus long-temps à ſe diſſiper, elle doit ſe conſerver & ſe rendre viſible à une plus grande diſtance que celle où elle avoit commencé, en ſe formant, à avoir quelqu'éclat. En conſéquence, une Comète (faiſant abſtraction de ſa poſition par rapport au Soleil qui peut la dérober à nos yeux) doit communément être viſible dans un plus grand arc de ſon orbite, après ſon paſſage par le périhélie, qu'auparavant.

C'eſt ſur les obſervations dont je viens de rapporter le précis hiſtorique, que j'ai fondé la théorie que je vais expoſer; j'ai cru pouvoir me diſpenſer d'en employer d'autres que celles qui ont été faites à l'Obſervatoire par M. Maraldi, mon Père & moi: ces obſervations comprennent un aſſez grand intervalle de temps; je ne crois pas que d'autres Aſtronomes, du moins à Paris, aient vu la Comète plus tard que M. Maraldi ſur la fin de l'apparition; j'ai choiſi, pour le calcul des élémens, les obſervations du 21 Août & du 1.er Décembre : ces deux inſtans étoient à un éloignement aſſez conſidérable du paſſage de la Comète par ſon périhélie & comprennent un intervalle entre eux de cent un jours; les latitudes de la Comète étoient alors fort inégales & de différentes dénominations, circonſtances toutes favorables à l'exactitude des réſultats que j'ai cherché à en tirer. Comme les obſervations faites avant le paſſage par le périhélie ont été plus ſuſceptibles de préciſion que celles qui ont ſuivi cette époque, je me ſuis attaché à repréſenter les premières le plus exactement qu'il m'a été poſſible, par une théorie dont voici les élémens, comparés à ceux que M. Zanotti a publiés dans un petit Imprimé qui m'a été communiqué.

	Selon moi.	Selon M. Zanotti.
Inclinaiſon	40^d 46′ 32″	29^d 40′ 49″
Lieu du nœud	5^f 25. 3. 18	5^f 19. 41. 11
Lieu du périhélie	4. 24. 11. 8	4. 13. 15. 19
Paſſage par le périhélie	7 Octobre 13^h 13′ 8″	16 Octobre 10^h 11′ 23″
Diſtance périhélie	0,12258	0,15880

La Comète eſt directe.

Dans la comparaiſon de ces deux théories, mon but eſt d'appuyer ce que j'ai avancé au commencement de ce Mémoire, en offrant un exemple des différences que peut apporter dans les réſultats d'une même recherche, la différence des obſervations qu'on emploie.

En effet, j'ai employé à la détermination de ma théorie, une aſſez longue ſuite d'obſervations multipliées & faites dans différens points de l'arc qu'a parcouru la Comète. M. Zanotti n'a calculé que ſur des obſervations faites avant le paſſage par le périhélie, & ſeulement depuis le 27 Août juſqu'au 14 Septembre; or pluſieurs paraboles très-différentes peuvent néanmoins convenir aſſez exactement entr'elles dans un très-petit arc; d'où l'on doit conclure, que pour compter ſur la théorie d'une Comète & la regarder aſſez exactement fixée pour nous la faire reconnoître dans les apparitions futures, il eſt à deſirer les conditions ſuivantes, que les obſervations ſur leſquelles ont été fondées les théories dans chaque apparition, aient été en un aſſez grand nombre, faites à différens intervalles de temps les unes avant, les autres après le paſſage par le périhélie, & même à quelque diſtance de ce périhélie, de ſorte que la Comète ait parcouru un arc aſſez conſidérable de ſon orbite pendant l'apparition.

Si la préſente Comète n'eût point reparu après ſon paſſage par le périhélie, mais qu'elle ſe fût montrée dans les apparitions futures avec des circonſtances plus favorables, c'eſt-à-dire pendant un bien plus long eſpace de temps, les élémens que l'on eût déduit euſſent été bien différens de ceux qui ont été fixés par M. Zanotti, & l'on ne ſe fût point douté que ce fût la même Comète, à moins que l'on n'eût fait avec nous cette réflexion, que les élémens d'une même Comète peuvent être ſenſiblement différens dans les différentes

apparitions, par la réunion des causes que nous avons exposées ci-dessus. Avant donc de rejeter l'identité de deux Comètes, d'après quelque différence qui peut se trouver entre quelqu'un de leurs élémens, l'on doit, ce me semble, examiner avec soin si les observations faites dans l'une & l'autre apparition, ont été également exactes & également favorables par les circonstances, ce qui permettroit alors d'exiger une plus parfaite ressemblance entre les anciens & les nouveaux élémens.

L'avantage que nous avons eu d'apercevoir la Comète de cette année cinquante-quatre jours, tant avant qu'après son passage par le périhélie, de l'observer & de déterminer souvent sa position dans un intervalle de plus de cent jours, pendant lesquels elle a parcouru près de 10 signes, nous permet de mettre cette Comète au nombre de celles dont l'orbite est assez exactement déterminée pour qu'on puisse la reconnoître & retrouver à peu près les mêmes élémens à son prochain retour, si les circonstances des observations se trouvent aussi favorables qu'elles l'ont été dans la présente apparition.

On ne trouve dans la Table générale, aucune Comète qui puisse être comparée à celle-ci, qui par conséquent est absolument nouvelle pour nous.

Détail des Observations de la Comète.

Le 21 Août 1769, ayant dirigé à la Comète une lunette de 3 pieds, garnie d'un rhomboïde & montée sur une machine parallactique, nous la comparames, mon Père & moi, à plusieurs étoiles du Taureau qui se trouvoient assez près de son parallèle; les plus apparentes étoient *s*, *f*, λ *in pectore ; c in sequente genu præcedens.* Par plusieurs observations répétées, nous reconnumes que la Comète avoit un mouvement d'environ $0^d\ 3'$ par heure vers l'Orient. Enfin à $12^h\ 34'\ 18''$ temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile *f* au fil horaire de $13'\ 9''$ de temps, & l'Étoile *s* de $12'\ 51''$; elle étoit plus australe que la première de $0^d\ 53'\ 51''$, & plus boréale que la seconde de $0^d\ 41'\ 49''$; d'où l'on conclud, par un milieu, l'ascension droite de la Comète

de 46^d 15′ 50″, & la déclinaiſon de 11^d 14′ 10″ boréale. C'eſt ainſi qu'autant qu'il nous a été poſſible, nous avons comparé la Comète à pluſieurs différentes Étoiles, afin de déterminer plus exactement ſa poſition, en prenant un milieu entre pluſieurs réſultats; c'eſt ce réſultat moyen que je rapporterai toujours ici.

Le 22, nous comparames la Comète aux mêmes étoiles, *s, f,* λ du Taureau; à 14^h 8′ 6″ elle étoit plus occidentale que *f* de 1^d 46′ 42″, & plus auſtrale de 1^d 1′ 7″; d'où l'on conclud ſon aſcenſion droite de 47^d 47′ 15″, & ſa déclinaiſon de 11^d 7′ 0″ boréale.

Le 23, la Comète fut encore comparée aux étoiles *s, f* du Taureau; à 12^h 50′ 41″ elle précédoit l'étoile *f* au fil horaire de 0^d 15′ 32″, & étoit plus auſtrale de 1^d 9′ 25″; d'où l'on conclud l'aſcenſion droite de la Comète de 49^d 16′ 0″, & ſa déclinaiſon de 10^d 58′ 57″ boréale.

Le temps ne nous permit de revoir la Comète que le 25; ſon noyau étoit alors fort augmenté de lumière & ſa queue de longueur; elle occupoit environ 10 degrés, mais avoit peu de largeur: nous comparames dans pluſieurs Obſervations la Comète à l'étoile λ *in pectore*, & à une autre Étoile de la même conſtellation *e in armo præcedente*; à 11^h 59′ 47″ la Comète étoit plus occidentale que λ de 4^d 24′ 42″, & plus auſtrale de 1^d 14′ 4″; donc l'aſcenſion droite de la Comète étoit de 52^d 34′ 30″, & ſa déclinaiſon de 10^d 34′ 30″ boréale.

Le 26, le temps ne nous permit pas de revoir la Comète; le 27, la queue nous parut conſidérablement alongée; l'abſence de la Lune pouvoit peut-être produire cette apparence: les nuages vinrent nous interrompre au milieu de l'Obſervation.

Le 28, nous aperçumes la Comète fort brillante; l'ayant comparée à l'Étoile *e in armo præcedente*, nous la trouvames à 11^h 51′ 22″ plus orientale de 4^d 53′ 17″, & plus auſtrale de 0^d 44′ 29″; ce qui donne l'aſcenſion droite de la Comète de 58^d 49′ 0″, ſa déclinaiſon de 9^d 40′ 43″ boréale.

Le 30, on voyoit la queue de la Comète s'étendre juſqu'aux étoiles de la Baleine, avec une longueur de plus de 18 degrés; cette queue paroiſſoit un peu recourbée, & l'on voyoit pluſieurs

Étoiles

Étoiles au travers: la Comète fut comparée aux étoiles du Taureau; *a in sequente crure*, & à la même que les jours précédens, *e in armo præcedente;* à $13^h 26' 32''$, elle étoit plus orientale que cette dernière de $10^d 7' 27''$, & plus australe de $1^d 37' 40''$; d'où je conclus l'ascension droite de la Comète de $64^d 3' 10''$, sa déclinaison de $8^d 47' 30''$ boréale.

Le 2 Septembre, la Comète se trouvant proche de la belle étoile γ d'Orion, je déterminai à $14^h 29' 42''$ leur différence d'ascension droite de $4^d 31' 14''$, & leur différence de déclinaison de $0^d 48' 47''$ dont l'étoile étoit plus australe; ce qui détermine l'ascension droite de la Comète de $73^d 40' 34''$, & la déclinaison de $6^d 56' 4''$.

Le 3, la Comète s'étoit approchée de γ d'Orion; son noyau étoit extrêmement brillant, & sa queue s'étendoit par-delà les étoiles ξ & o du Taureau: à $13^h 32' 48''$ la Comète étoit plus occidentale que γ d'Orion, de $0^d 56' 47''$, & plus boréale de $0^d 4' 13''$; d'où l'on déduit l'ascension droite de la Comète de $77^d 15' 1''$, sa déclinaison de $6^d 11' 30''$ boréale.

Le 4, je comparai encore la Comète à la même étoile γ d'Orion; à $13^h 35' 22''$ la Comète se trouva plus orientale que l'Étoile de $3^d 5' 53''$, & plus australe de $0^d 44' 56''$; d'où l'on tire l'ascension droite de la Comète de $81^d 17' 41''$, & sa déclinaison de $5^d 22' 21''$ boréale.

Le 5, la Comète put encore être comparée à γ d'Orion; à $15^h 0' 14''$ l'Étoile étoit plus occidentale de $7^d 42'$, & la Comète étoit plus australe de $1^d 45' 46''$; d'où je conclus l'ascension droite de la Comète de $85^d 53' 48''$, & sa déclinaison de $4^d 21' 31''$ boréale.

La queue de la Comète s'étendoit jusqu'à γ du pied du Taureau; le 8, elle nous parut encore beaucoup plus longue que dans les dernières observations; nous ne pumes apercevoir la Comète que par intervalles au travers des nuages.

Les observations suivantes ont été faites par M. Maraldi; il vit la Comète le 13; mais le Ciel se couvrit au milieu de l'observation, & il ne put reconnoître les Étoiles qu'il avoit déjà observées.

Le 15 Septembre, la Comète fut comparée au cœur de l'Hydre

à 16h 46′ 33″, temps vrai; elle étoit plus occidentale de 3d 7′ 30″, & étoit plus auſtrale de 0d 42′ 36″; d'où l'on conclud l'aſcenſion droite de la Comète de 135d 56′ 50″, & ſa déclinaiſon de 6d 56′ 37″ auſtrale.

M. Maraldi vit encore la Comète le 17 au matin, mais ne put l'obſerver; elle ſe perdit enſuite dans les rayons du Soleil & diſparut: l'obſervation du 15 Septembre eſt donc la dernière qui fut faite à l'Obſervatoire avant le paſſage de la Comète par ſon périhélie, où elle parvint, ainſi que dans ſa conjonction inférieure, dans les premiers jours du mois d'Octobre.

Après s'être dégagée des rayons du Soleil, la Comète reparut vers la fin d'Octobre. M. Maraldi l'aperçut alors pour la première fois le 25 de ce mois, mais elle étoit ſi proche de l'horizon, qu'il n'eut pas le temps de déterminer ſa poſition: le lendemain 27 il la vit encore, mais différentes circonſtances l'empêchèrent de l'obſerver; la queue paroiſſoit alors fort longue, mais le noyau étoit très-peu diſtinct: en général, dans toutes les obſervations qui ſuivirent le paſſage par le périhélie, le crépuſcule fut très-nuiſible & on ne pouvoit attendre qu'il fut diſſipé, parce qu'alors la Comète ſe trouvoit trop près de l'horizon.

Le 28 Octobre, la Comète fut comparée à pluſieurs Étoiles, principalement à δ d'*Ophiucus*, à 6h 20′ 27″, temps vrai; la Comète étoit plus occidentale que l'Étoile de 1d 3′ 55″, & elle étoit plus ſeptentrionale de 2d 8′ 45″; d'où l'on conclud l'aſcenſion droite de la Comète de 239d 31′ 13″, & ſa déclinaiſon de 0d 56′ 19″ auſtrale.

Le 4 Novembre, à 6h 16′ 58″, la Comète étoit plus occidentale que η de l'Aigle de 45d 36′ 5″, & plus auſtrale de 1d 6′ 52″; ce qui donne l'aſcenſion droite de la Comète de 249d 35′ 10″, & ſa déclinaiſon de 0d 40′ 58″ auſtrale.

Le 6, à 6h 10′ 42″, la Comète étoit plus occidentale que η de l'Aigle de 43d 0′ 56″, & plus auſtrale de 1d 3′ 5″; d'où l'on conclud l'aſcenſion droite de la Comète de 252d 10′ 19″, & ſa déclinaiſon de 0d 37′ 11″ auſtrale.

Le 17, à 6h 10′ 33″, la Comète comparée encore à la même étoile η de l'Aigle, étoit plus occidentale de 31d 8′ 23″, & plus

auſtrale de 0^d 47′ 38″; d'où l'on a l'aſcenſion droite de la Comète de 264^d 2′ 52″, & ſa déclinaiſon de 0^d 21′ 44″.

Le 18, à 5^h 53′ 52″, l'étoile η de l'Aigle étoit plus orientale que la Comète de 30^d 12′ 27″, & plus ſeptentrionale de 0^d 47′ 44″; ce qui donne l'aſcenſion droite de la Comète de 264^d 58′ 48″, & ſa déclinaiſon de 0^d 21′ 44″ auſtrale.

Le 19, à 6^h 2′ 22″, la Comète étoit plus occidentale que η de l'Aigle, de 29^d 17′ 3″, & plus auſtrale de 45′ 44″; d'où l'on conclud l'aſcenſion droite de la Comète de 265^d 54′ 12″, & ſa déclinaiſon de 0^d 19′ 49″ auſtrale.

Le 20, à 6^h 1′ 44″, la Comète étoit plus occidentale que l'étoile de l'Aigle de 28^d 22′ 47″, & plus auſtrale de 0^d 41′ 28″; ce qui détermine l'aſcenſion droite de la Comète de 266^d 48′ 28″, & ſa déclinaiſon de 0^d 15′ 28″ auſtrale.

Le 27, la Comète fut encore comparée à la même étoile de l'Aigle à 6^h 22′ 34″, elle étoit plus occidentale de 22^d 36′ 22″, & plus auſtrale de 0^d 26′ 29″; d'où l'on a l'aſcenſion droite de la Comète de 272^d 34′ 50″, & ſa déclinaiſon de 0^d 0′ 15″ auſtrale.

Le 28, à 6^h 4′ 4″, la Comète comparée à la même étoile de l'Aigle étoit plus occidentale de 21^d 52′ 46″, & plus auſtrale de 0^d 21′ 41″; d'où l'on conclud l'aſcenſion droite de la Comète de 273^d 18′ 29″, & ſa déclinaiſon de 0^d 4′ 13″ boréale.

Le 1.er Décembre, la Comète fut encore comparée à la même étoile η de l'Aigle; elle la précédoit au fil horaire, & par conſéquent étoit plus occidentale de 19^d 41′ 2″, & plus auſtrale de 0^d 15′ 55″; ce qui donne l'aſcenſion droite de la Comète de 275^d 30′ 13″, & ſa déclinaiſon de 0^d 9′ 59″ boréale.

Le Ciel fut couvert juſqu'au 8, jour auquel M. Maraldi chercha en vain la Comète.

L'on peut voir dans la Table ſuivante l'accord de ma théorie avec les précédentes obſervations.

MOIS.	TEMPS MOYEN.	LONGITUDE OBSERVÉE.	LONGITUDE CALCULÉE.	LATITUDE OBSERVÉE.	LATITUDE CALCULÉE.	ERREUR de la THÉORIE En longitude.	En latitude.
AOÛT.	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
21	12. 36. 53	47. 1. 10	47. 1. 0	5. 56. 26	5. 56. 24	−0. 10	−0. 2
22	14. 10. 25	48. 25. 0	48. 25. 35	6. 27. 50	6. 29. 52	+0. 35	+2. 2
23	12. 52. 46	49. 48. 25	49. 45. 47	6. 58. 40	7. 1. 44	−2. 38	+3. 4
25	12. 1. 20	52. 52. 25	52. 51. 41	8. 11. 40	8. 15. 24	−0. 44	+3. 44
28	12. 11. 16	58. 43. 55	58. 43. 55	10. 27. 58	10. 31. 38	0. 0	+3. 40
30	13. 26. 38	63. 43. 40	63. 44. 47	12. 20. 30	12. 23. 0	+1. 7	+2. 30
SEPT.							
2	14. 28. 50	73. 6. 42	73. 11. 2	15. 34. 51	15. 35. 39	+4. 20	+0. 48
3	13. 31. 37	76. 45. 30	76. 47. 58	16. 41. 38	16. 41. 53	+2. 28	+0. 15
4	13. 33. 52	80. 53. 34	80. 54. 59	17. 49. 18	17. 52. 8	+1. 25	+2. 50
5	14. 58. 11	85. 40. 18	85. 41. 16	19. 2. 55	19. 5. 55	+0. 58	+3. 0
15	16. 41. 10	140. 39. 0	140. 39. 0	22. 41. 28	22. 40. 25	0. 0	−1. 3
OCTOB.							
28	6. 4. 28	237. 31. 41	237. 27. 32	19. 9. 23	19. 12. 25	−4. 9	+3. 2
NOV.							
4	6. 0. 53	248. 1. 32	248. 6. 48	21. 14. 26	21. 19. 8	+5. 16	+4. 42
6	5. 54. 42	250. 46. 1	250. 49. 8	21. 39. 56	21. 43. 36	+3. 7	+3. 40
17	5. 56. 5	263. 31. 57	263. 29. 27	22. 58. 24	23. 3. 39	−2. 30	+5. 15
18	5. 39. 37	264. 32. 41	264. 35. 49	23. 1. 42	23. 6. 16	+3. 8	+4. 34
19	6. 48. 21	265. 32. 45	265. 37. 6	23. 4. 31	23. 9. 25	+4. 21	+4. 54
20	5. 47. 58	266. 31. 41	266. 34. 23	23. 10. 20	23. 4. 27	+2. 42	−5. 53
27	6. 10. 53	272. 48. 46	272. 48. 33	23. 26. 24	23. 27. 22	−0. 13	+0. 58
28	5. 52. 44	273. 36. 29	273. 37. 15	23. 29. 55	23. 28. 33	+0. 46	−1. 22
DEC.							
1	5. 49. 43	276. 0. 11	276. 0. 8	23. 31. 15	23. 31. 14	−0. 3	−0. 1



PREMIER MÉMOIRE
SUR LE
PÉTROLE DE PARME.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

ON ſait que le Pétrole eſt une huile qui ſe trouve dans certains pays, où elle coule naturellement des pierres, ou plutôt qu'elle y ſuinte de la terre, & que c'eſt de-là qu'elle a pris ſon nom de *Pétrole, Pettreole* ou *huile de pierre*. Juin 1768.

L'Italie fournit beaucoup de pétrole; il y eſt commun, principalement dans les duchés de Modène, Parme & Plaiſance: il en vient ſur-tout d'un lieu voiſin de Mont-Baranzon, de Mont-Feſtin à douze lieues de Modène, &c. M. Boulduc a donné * l'analyſe de ce dernier, connu ſous le nom de pétrole de Modène; mais je ne vois point de détails circonſtanciés ſur les moyens employés pour le recueillir: il ſemble cependant que l'on ne doit eſpérer de connoître comment cette huile ſe forme dans la terre, & ce qui entre dans ſa compoſition, qu'en multipliant les Obſervations ſur les pays qui fourniſſent le pétrole. M. Ferrarini, Chimiſte de ſon A. R. l'Infant Duc de Parme, m'a mis à portée de donner, avec exactitude, ce qui eſt en uſage pour retirer le pétrole qui vient des États de ce Souverain.

* *Mém. Acad. année 1715.*

Le village de Miano, d'où l'on tire le pétrole appelé *de Parme* ou *de Plaiſance*, eſt éloigné de Parme ſeulement de douze milles *(a)*; il eſt ſitué le long d'une coline: le pétrole s'y tire de certains puits conſtruits de manière que cette huile vienne ſe raſſembler dans le fond de ces citernes. On rencontre à Miano pluſieurs de ces puits anciens & abandonnés; mais on n'y en compte maintenant que trois qui fourniſſent du pétrole blanc, & à quelque diſtance de ce village, deux autres qui donnent du pétrole roux.

(a) Le mille eſt de 958 toiſes.

De ces trois puits qui fourniſſent du pétrole blanc, deux ſont ſitués au pied d'une montagne, & le troiſième qui n'en eſt qu'à peu de diſtance, eſt voiſin d'un petit cours d'eau, appelé le *ruiſſeau des fontaines*, qui va tomber dans le Taro.

Les puits anciens ne ſont éloignés que de cinq ou ſix bras *(b)* des nouveaux, & ſont dans un endroit un peu plus élevé que ceux qui donnent maintenant le pétrole : ces derniers ſont diſtans les uns des autres de 25 à 30 bras.

On fouille ces puits ſans être conduits par aucuns indices qui puiſſent aſſurer qu'on réuſſira dans cette entrepriſe, & qu'ils donneront abondamment du pétrole : on les creuſe ordinairement d'environ 110 bras, meſure de Parme ; ce qui équivaut à peu près à 183 pieds de France.

Les habitans de ce village aſſurent qu'il y a cinquante ans le pétrole étoit plus voiſin de la ſuperficie de la terre de pluſieurs bras, & qu'il ſortoit ſans que l'on fût obligé de creuſer auſſi profondément.

Comme il n'y a point de caractères certains pour reconnoître le lieu que l'on doit choiſir pour y creuſer, les perſonnes qui ſont même le plus au fait de ce commerce ne réuſſiſſent pas toujours dans la fouille de leur puits, & ſouvent il faut qu'ils abandonnent l'ouvrage lorſqu'il eſt plus ou moins avancé ; & ſouvent, lorſque les ouvriers ſont parvenus près de la profondeur où ils devoient arriver. C'eſt, ou la nature du terrein qui empêche de ſuivre la fouille, ou, ſi on l'a continuée, & que l'on ait entièrement creuſé le puits, on a le déſagrément de n'avoir découvert qu'une ſource peu abondante en huile, & qui ne paye pas, même après bien des années, les premières dépenſes ; car il eſt très-ordinaire de voir les ſources foibles en pétrole, après huit ou dix ans, devenir totalement infructueuſes. Les Entrepreneurs ne ſont donc eux-mêmes ſecondés que par un heureux haſard.

Voici cependant ce que l'on exécute en fouillant les puits, d'après les remarques réitérées qui ont été faites ſur les lieux qui produiſent le pétrole ; 1.° de ne pas fouiller près d'un endroit d'où l'on ait anciennement tiré de l'huile, & où l'on voit de

(b) Le braſſio de Parme équivaut à vingt pouces du pied de France.

vieux puits: 2.° On y regarde comme un bon ſigne de trouver un terrein appelé par les gens du lieu, *terreno cocco;* c'eſt une terre d'un gris un peu verdâtre, aſſez dure, compacte & de la nature des argiles: 3.° Il faut que ce lit de terre paroiſſe preſqu'en commençant la fouille du puits, excepté dans quelques veines de peu d'épaiſſeur d'une autre terre que les gens du pays nomment *piaſtra* ou *phiaſtra*, qui ſe rencontrent à peu près de huit en huit bras, & qui coupent la première terre; la terre appelée *cocco* devient d'autant plus dure qu'on la creuſe plus profondément: 4.° Quand le trou a environ cinquante bras de creux, il faut que l'on ſente l'odeur du pétrole qui doit devenir d'autant plus vive que l'on parvient à une plus grande profondeur: 5.° Enfin l'indice le plus ſûr eſt lorſque vers la fin de l'ouvrage l'odeur de pétrole eſt ſi forte que les ouvriers en creuſant & en faiſant les murs du puits, ne puiſſent pas reſter une demi-heure ou même un quart-d'heure ſans être remplacés par d'autres; & ſouvent on les retire évanouis, ſans reſpiration apparente, & comme morts.

Les ouvriers creuſent donc le puits juſqu'à ce qu'ils voient ſortir le pétrole qui ſe filtre à travers les terres & vient par de petits trous: quelquefois même cette huile ſort avec force & par jets qui reſſemblent à de petites fontaines; & c'eſt ordinairement lorſqu'on a conduit le puits à la profondeur de 110 bras, que l'on obtient ainſi le pétrole

Souvent en creuſant le puits, & avant d'être parvenu à cette profondeur, on aperçoit quelques filets de pétrole, qui ſe perdent en continuant l'ouvrage, & reparoiſſent enſuite. Il eſt encore arrivé qu'au fond d'un puits on a trouvé dans une eſpèce de foſſe une quantité de pétrole qui montoit à 8 ou 1200 livres, poids de Parme *(c)*, ou 800 livres de France.

On creuſe ces puits de la même manière que l'on fouille les puits ordinaires; c'eſt-à-dire qu'on commence à faire une ouverture de trois bras de diamètre, & de dix ou quinze bras de profondeur; puis l'on revêtit toute cette partie du trou avec des

(c) La livre de Parme eſt d'un tiers plus foible que celle de Paris; ainſi la livre & demie de Parme ne fait qu'une livre de ſeize onces de France.

briques que l'on poſe ſur leur champ & qu'on lie dans un mortier de chaux: l'on commence par la partie la plus baſſe du puits, & l'on finit au niveau du terrein & à l'ouverture du trou; l'on continue ainſi le travail & dans le même ordre, en creuſant & garniſſant la fouille de briques, & l'on conduit le puits juſqu'à la profondeur où commencent à couler les vraies ſources du pétrole : c'eſt alors qu'on a l'attention de réduire le fond du puits à deux bras au plus de diamètre.

Le fond de ces puits étant ainſi diminué de largeur, donne plus de facilité pour en tirer le pétrole ; & les ouvriers ſont d'autant plus portés à les conſtruire de cette façon, qu'ils diminuent l'ouvrage, qui devient pour lors très-difficile à exécuter, à cauſe du pétrole qui coule & qui répand une odeur ſi vive, qu'à peine les ouvriers y peuvent reſter un quart-d'heure, ſoit à fouiller ou à mâçonner, & que ce n'eſt qu'avec la plus grande fatigue qu'ils viennent à bout de terminer l'ouvrage.

Les puits ſont abandonnés l'hiver & à la fin de l'automne; mais dès le printemps les propriétaires envoient en tirer l'huile tous les deux ou trois jours, & l'on s'y prend de la même manière qu'on le feroit pour en tirer de l'eau ; on a de petits ſceaux de bois, parce que le fond du puits eſt, comme nous l'avons dit, fait un peu en cône renverſé, dans le deſſein de le pouvoir vider avec plus de facilité, l'huile qui a coulé les jours précédens venant de cette façon ſe porter dans la partie la plus profonde du puits où elle ſe ramaſſe.

Des trois puits de Miano dont nous parlons, il n'y en a maintenant qu'un ſeul qui donne le pétrole joint avec de l'eau, tandis que les deux autres le fourniſſent pur & ſans mélange. Il y a trois à quatre ans que ce puits eſt fait, & dans le commencement qu'il a été conſtruit, il donnoit le pétrole pur; l'huile qu'il donne maintenant eſt très-eſtimée & très-bonne; l'eau qui ſe trouve auſſi dans ce puits, & que ſurnage l'huile, eſt claire, limpide & un peu ſalée. Si dans le puits on laiſſe trop d'eau & d'huile ſe raſſembler dans ſon fond, la quantité d'huile qu'on envoie retirer après pluſieurs jours, eſt bien moins abondante, l'huile nouvelle ne pouvant ſortir.

Nous avons déjà annoncé que chaque puits ne fournissoit pas la même quantité d'huile dans le même temps; aussi y en a-t-il qui ne donnent en un jour qu'une demi-livre d'huile, tandis que d'autres en fournissent depuis une livre jusqu'à quatre livres de Parme.

L'huile, au sortir des puits, est un peu louche, parce qu'elle est mêlée avec une terre légère; elle ne devient claire que lorsqu'elle a déposé cette substance étrangère au fond des vases dans lesquels on la conserve; & c'est ainsi qu'on la trouve chez les Épiciers-droguistes. Il y a des puits qui donnent le pétrole plus ou moins limpide; aussi le distingue-t-on en pétrole blanc & pétrôle roux: les habitans prétendent que cette différence ne dépend que de la différente couleur du terrein que traverse le pétrole. A la vérité, à peu de distance de Miano il y a deux autres puits qui donnent du pétrole roux, & il est constant que la terre y est plus brune, d'une couleur plus foncée que celle d'où il sort du pétrole blanc. Pour avoir l'huile de pétrole très-blanche, on la distille avec de l'eau; l'huile monte la première & sort limpide de l'alambic.

Les environs de Miano, où l'on tire le pétrole, ne fournissent point de vraies pierres; la montagne voisine n'est même composée que de l'espèce de terre verdâtre, compacte & argileuse, la même que nous avons déjà appelée *cocco* avec les habitans du lieu où l'on retire le pétrole; la superficie de la montagne est une terre légère, stérile, & qui ne produit aucune plante; elle est presque composée de mica. Les montagnes voisines de ce lieu, & que côtoye le Taro, fournissent aussi une petite quantité de pétrole blanc ou roux; & à peu de distance de Miano, on trouve, en creusant, des lits de coquilles fossiles, & en partie détruites par le temps.

M. Ferrarini m'a envoyé, 1.° de la terre appelée *cocco*, prise au bas de la montagne de Miano; elle étoit mêlée avec un sable réduit en petits grains, dans lequel brilloit beaucoup de mica; 2.° de la même terre prise au haut d'un puits qu'on commençoit

à fouiller; 3.° de cette terre priſe au fond d'un puits qui étoit près de la profondeur où on devoit le creuſer, elle avoit une forte odeur de pétrole, & M. Ferrarini m'a prévenu qu'il s'étoit formé deſſus une efflореſcence qui avoit ſur la langue un goût de ſel marin: il lui a été impoſſible de m'envoyer de la terre appelée *piaſtra,* qui ſe trouve par veines, parce que dans les puits qui venoient d'être fouillés, la piaſtra étoit pour lors mêlée avec la première terre; 4.° une bouteille d'huile de pétrole; 5.° de cette terre légère qui donne au pétrole une couleur louche, & qui ſe dépoſe dans les vaſes où l'on conſerve cette huile: cette terre eſt la même que le cocco, dont l'huile a entraîné les parties les plus légères; 6.° du pétrole diſtillé avec de l'eau, & qui eſt très-blanc.

J'ai mis ſur les charbons, la terre cocco, priſe au bas de la montagne de Miano; elle n'y donne point de flammes: cette terre ſe cuit au feu, & de verdâtre qu'elle étoit, elle y devient rougeâtre; elle ſe fond ou s'amollit dans l'eau & y devient maniable; elle n'a point un goût décidé ſur la langue; elle ne fleurit point à l'air; enfin, elle fait une vive efferveſcence avec l'acide nitreux.

Nous croyons à propos de dire ici que dans le lieu nommé *Salſo Maggiore* & dans ſes environs, à près de dix lieues de Parme, où ſont les puits d'eau ſalée, dont on retire le ſel par évaporation pour l'uſage du pays, quelques-uns de ces puits donnent auſſi du pétrole; cette huile eſt d'une couleur rouſſe très-foncée; elle eſt plus épaiſſe, & d'une odeur plus vive, plus pénétrante que celle du pétrole ordinaire. La plupart de ces puits, à la vérité, donnent du pétrole en ſi petite quantité, qu'on n'en fait aucun uſage: un ſeul, appelé le *grand Puits,* qui produit par jour cent neuf brentes *(c)* d'eau ſalée, donne aſſez de pétrole pour qu'on cherche à le conſerver; auſſi l'en ſépare-t-on par le moyen

(c) La brenta de Parme contient trente-ſix pintes de Parme & ſoixante-dix pintes de Paris; ainſi la pinte de Parme eſt preſque le double de celle de Paris.

d'une peau d'agneau, & cette huile ſert dans la fabrique à éclairer les ouvriers pendant la nuit.

Le terrein de Salſo Maggiore eſt auſſi de la nature à peu près de celui de Miano; c'eſt une terre qui reſſemble parfaitement au cocco, mais d'une couleur plus plombée, tandis qu'à la profondeur de vingt bras environ, on y trouve de vrais lits plus ou moins épais, de celle appelée *phiaſtra*, d'une couleur encore plus verdâtre; c'eſt de cette dernière que ſortent à Salſo Maggiore, l'eau ſalée & le pétrole, lorſqu'on eſt parvenu à creuſer depuis quatre-vingts juſqu'à cent cinquante bras. Enfin, M. de Montigny, en examinant les ſalines de Franche-Comté *, a trouvé dans ces eaux des parties graſſes, bitumineuſes, ayant une forte odeur de pétrole. * *Mém. Acad. année 1762.*

A Velléïa, qui n'eſt qu'à environ ſept lieues de Plaiſance, & à peu près vingt de Parme, où le Père du Souverain régnant fit découvrir, quelques années avant ſa mort, les reſtes d'un palais bâti par Trajan, & depuis enſéveli & comblé par la chute & l'éboulement des terres voiſines & plus élevées *(d)*, au pied de la montagne, où ſe voit aujourd'hui Velléïa, il y a une ſource d'eau qui ſemble bouillir, ſans que cependant le thermomètre y indique aucune chaleur ſenſible *(e)*; ſur cette eau ſurnage une vapeur légère de pétrole de couleur ſombre; au-deſſus de cette ſource, pour peu qu'on creuſe la terre, on y ſent une odeur de pétrole: cette vapeur, qui eſt plus légère que l'eau, & qui s'élève de quelques pieds au-deſſus du terrein, prend feu à l'approche de la paille ou de toute autre matière enflammée, & brûle pendant pluſieurs jours. Ces mêmes vapeurs ſont communes dans le duché de Modène & dans la montagne de Pietra Mala *(f)*.

(d) *Voyez* l'extrait que l'on a donné du Mémoire du R. P. Paciaudi, dans le quatrième tome de la Gazette littéraire d'Europe *(le 3 Mars 1765, page 353)*.

(e) *Voyez* ce que j'ai dit ſur cette chaleur, qui n'eſt qu'apparente, dans mon Mémoire ſur les ſolfatares des environs de Rome *(ci-deſſus, page 8 & ſuiv.)*.

(f) Voyez *Second Mémoire ſur le Pétrole & ſur des vapeurs inflammables, communes dans différentes parties de l'Italie*; ci-après, page 45 & ſuiv.

Enfin, pour ne rien omettre sur ce qui pourroit jeter quelque jour sur la nature du pétrole, je dirai qu'on trouve à peu de distance de Velléïa, dont nous venons de parler, ainsi qu'à environ un mille de Miano, une source d'eau soufrée qui a une forte odeur de foie de soufre; & je dois ajouter qu'on n'a point trouvé encore aux environs de ces endroits qui donnent le pétrole, ni de vrais schites, ni du charbon de terre, ni des preuves bien établies d'un feu actuel souterrain pareil à celui des volcans.



SECOND MÉMOIRE SUR LE PÉTROLE ET SUR DES VAPEURS INFLAMMABLES Communes dans quelques parties de l'Italie.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

ON traverse en allant de Bologne à Florence, la chaîne des montagnes de l'Apennin: la plus haute de ces montagnes se nomme le *Giogo;* elle est située entre Fiorenzuola & Scarperia. 1.er Juin 1770.

En jetant les yeux sur le dérangement qu'ont souffert plusieurs de ces montagnes, on s'assure qu'elles le doivent à des tremblemens & à des secousses de volcan.

Les fontes de neiges & les ruisseaux qui prennent leur source dans ces montagnes, entraînent des pierres calcinées & des produits de volcan. Dans certaines parties de ces montagnes on trouve de vraies solfatares; la terre y est brûlée, les plantes s'y dessèchent, ou n'y peuvent végéter, tandis que proche de ces mêmes endroits, les sels & le remuement des terres deviennent au contraire favorables aux plantes; ils rendent leur végétation plus vigoureuse, & elles y viennent très-belles.

Dans plusieurs de ces montagnes, & principalement celles qui sont sur le chemin de Bologne à Florence, on trouve des feux ou simplement des vapeurs qui n'ont besoin que de l'approche d'une flamme pour brûler elles-mêmes pendant du temps.

Arrêtons-nous à quelques-uns de ces endroits où ces feux sont les plus apparens; ils serviront à donner une idée physique & minéralogique de cette partie de l'Italie, & peut-être à jeter des lumières sur l'origine de l'huile de pétrole.

Entre Scarica-d'Asino & Pietra-Mala, sur-tout aux environs de la montagne Canida, qui est à un mille de ce dernier bourg

appartenant à la Toſcane, les bouleverſemens & ce gonflement des terres deviennent encore plus évidens que par-tout ailleurs & ne laiſſent aucun doute ſur leur origine: on voit au bas de ces montagnes, conduites par les torrens, des pierres poreuſes, des écumes, des laves, des vitrifications de volcans; enfin tout ce qui peut annoncer que ces montagnes ont brûlé *.

La pierre qui conſtitue cette montagne, celle qu'on y trouve le plus communément, eſt de la nature des pierres grenues ou graveleuſes, dans laquelle on trouve du *mica;* elle tient à la langue & y laiſſe un goût deſagréable: la pierre dans d'autres parties de la montagne eſt glaiſeuſe. La pierre graveleuſe eſt peu ſoluble dans les acides qui n'attaquent qu'une partie de la pierre, encore foiblement; elle eſt d'un rouge-gris ou noir, ſuivant les endroits de la montagne où l'on prend la pierre; la terre y eſt auſſi ſableuſe & plus ou moins noire.

Les feux de la montagne Canida proche Pietra-Mala, ſont placés à différentes hauteurs de la montagne; on compte dans cette montagne quatre bouches de feux que les payſans diſtinguent par autant de noms différens: ils nomment la première *di legno,* de bois, parce que la flamme claire que ce feu donne, eſt ſemblable à celle d'un bois bien ſec qui ſe conſumeroit; elle eſt dans une eſpèce de petit vallon, à peu-près aux trois quarts en montant vers ſa cime. La ſeconde bouche de feu s'appelle *del piglio;* la troiſième, *del montaggiolo;* la quatrième qui s'allume rarement, porte le nom de la montagne de Canida.

Ces feux paroiſſent avoir la même origine; parlons du premier *di legno,* parce que c'eſt le plus conſidérable & le plus connu dans le pays.

Le feu *di legno* eſt, ainſi que nous venons de le dire, dans une partie de la montagne aſſez près de la cime, qui forme un petit vallon dominé encore par des buttes plus élevées, & coupé par l'écoulement de diverſes ſources qui deſcendent des hauteurs

* Voyez dans les *Mémoires de l'Académie, année 1706, page 336,* une deſcription de Pietra-Mala; *année 1699,* celle de la fontaine brûlante, près de Grenoble en Dauphiné; enfin dans les *Tranſactions philoſoph. n.° 26, page 482,* la ſource inflammable de Lancatshire dans la Grande-Bretagne.

voiſines: le champ où eſt ce feu eſt pierreux; les buttes qui ſont plus élevées & qui l'entourent, ſont garnies de roches dont la nature eſt grenue, graveleuſe & très-remplie de *mica.*

Ce feu eſt dans un eſpace circulaire de vingt-cinq à trente pieds de diamètre; la terre y paroît brûlée, ou plutôt il ſemble qu'elle doit ſa couleur plus rembrunie, à ce qu'elle a été cuite par le feu. Les pierres ſont plus noires que celles des environs; il en ſort çà & là une flamme bleue, vive, ardente, claire, qui s'élève à trois ou quatre pieds de hauteur. On prétend qu'elle a monté juſqu'à neuf pieds; & les habitans des endroits voiſins diſent que plus il eſt tombé de neige pendant l'hiver, plus la flamme a de force & s'élève: on peut, ſans aucun riſque, en approcher de près; pendant le jour, il faut en être proche pour s'en apercevoir; la nuit, elle eſt brillante & paroît de loin. Pour peu qu'on gratte dans cet eſpace, la flamme ſort; mais on fouilleroit inutilement au-delà de l'eſpace circulaire, il ne paroîtroit aucun feu, quoiqu'à plus de ſoixante pieds du centre des flammes on s'aperçoive encore de la chaleur que conſerve le terrein: à cette diſtance, elle fait fondre la neige qui y tombe en hiver, & qui couvre ſouvent tout le reſte de la montagne.

Une preuve que cette flamme n'a point une odeur bien décidée, c'eſt que chacun lui en a donné une particulière, d'après ſans doute la manière dont ils étoient eux-mêmes prévenus; les uns ont dit qu'elle tenoit de la vapeur du ſoufre, d'autres de l'odeur du benjoin, d'autres de l'électricité: je n'oſe, d'après cela, ajouter que j'ai comparé cette odeur à celle légère de pétrole.

Le long d'une fente ou crevaſſe voiſine du feu, il ſe fait entendre un bruit ſourd comme ſeroit celui d'un vent qui traverſeroit un ſouterrein; on dit qu'ayant deſſein de pénétrer ſous le feu dans l'endroit où l'on croyoit qu'en étoit le foyer, on y a commencé une voûte, mais que le terrein s'étant éclaté & crevé, il en eſt ſorti un vent chaud & violent qui a arrêté les ouvriers: on ajoute que l'on a depuis cherché encore à augmenter cette ouverture, mais qu'une étincelle produite par le marteau d'un ouvrier, a allumé une flamme conſidérable au grand riſque des travailleurs.

Les beſtiaux paiſſent aux environs de l'eſpace brûlé, où l'herbe

vient très-bien. Près de ce lieu on trouve deux ſources d'eau chaude, qui ſont douces & ſalutaires, & une fontaine dont le pétrole ſurnage l'eau; & l'on ſait que cette huile s'enflamme aiſément à l'approche d'un corps enflammé.

Il paroîtroit ſans doute ſingulier à ceux qui voudroient ici trouver la naiſſance d'un nouveau volcan, que ce terrein, dans le lieu où le feu exiſte depuis du temps, ne fût ni enfoncé, ni relevé, & qu'il n'y eût aucun changement ſenſible à la place où on le voit encore aujourd'hui; mais ce fait s'accorde bien avec l'explication que je donnerai dans ce Mémoire, de la nature de ces feux: d'ailleurs on ne voit près du foyer aucunes pierres de volcans ni rien qui puiſſe annoncer que ce feu ait jeté; cependant ces montagnes, ainſi que nous l'avons dit, raſſemblent tout ce qui peut prouver qu'elles ont été anciennement formées ou au moins changées par les volcans.

Nous devons encore ajouter, ſuivant le rapport qui nous en a été fait, qu'en 1767 où l'on reſſentit des ſecouſſes aſſez vives & des tremblemens dans les endroits voiſins de Pietra-Mala, ce feu ne changea point cependant de forme, & ne donna ni plus ni moins de fumée.

On a trouvé à différens endroits de la montagne, des médailles antiques, dont la plus ancienne (à ce que l'on prétend) eſt du temps des premiers Empereurs: ce qui a fait imaginer que c'étoit alors la coutume de jeter des médailles dans le feu, & que le feu dont nous parlons exiſtoit dès l'an 706 de la fondation de Rome, ou à peu-près l'an 4000 de la création du monde. Mais ſi ces médailles étoient une ſuite de cette coutume, on ne devroit en trouver qu'aux environs du feu & non en des endroits éloignés de ſon foyer, à moins qu'on ne voulût encore en induire que le feu eût changé de place, & qu'il y ait eu du feu à tous les endroits de la montagne où l'on trouveroit des médailles; ce qui ſeroit une pure ſuppoſition.

Dans un autre lieu de la même montagne, ſitué plus bas que le premier feu que nous venons de décrire, eſt celui que l'on nomme *peglio*, & qui mérite auſſi que nous en parlions à cauſe de la vapeur volatile & inflammable qui s'en exhale: ce feu eſt de

de l'autre côté du chemin, & sur la droite en allant de Bologne à Florence; il y a de celui-ci au sommet de la montagne, environ 70 toises.

On voit au milieu d'un champ cultivé, un enfoncement circulaire d'environ sept pieds de diamètre, d'où il sembleroit seulement que l'on eût ôté l'épaisseur d'un gazon; il sort de cet espace une vapeur volatile, qui ne devient visible que lorsqu'on en approche une lumière: aussitôt elle prend feu, & la flamme bleue parcourt toute la superficie du terrein; elle s'y entretient quelquefois plusieurs mois de suite, jusqu'à ce qu'un vent violent l'éteigne. Comme cette flamme ne fait aucun mal, il se trouve toujours quelques Curieux qui la rallument; l'étincelle d'un briquet suffit, lorsque la vapeur est abondante, pour donner lieu à l'inflammation; les flammes n'occupent point toute la superficie du terrein, elles paroissent seulement à cinq ou six endroits dans cet espace.

Lorsqu'on jette du papier, du bois sec, &c. à l'un de ces endroits où les flammes paroissent, ils ne s'y brûlent pas avec flamme, comme ils feroient dans un autre feu, mais ils s'y détruisent assez promptement: il n'y a ici que la vapeur qui s'enflamme; car la terre, dans l'endroit qui brûle, n'est point chaude à quelques pouces de profondeur, elle ne brûle qu'à la superficie.

En creusant la terre proche le lieu des flammes, on la voit de couleur de cendre & huileuse: elle a la saveur légère, & l'odeur d'huile de pétrole. Plus l'on creuse en descendant de la cime de la montagne vers laquelle est le premier feu, & venant à celui-ci, plus on trouve la terre imprégnée de cette huile. Lorsqu'on observe la terre à la loupe, on la voit poreuse; si l'on coupe ce terrein, il est facile de voir l'huile découler des veines & des pores de cette terre: on peut aussi y voir distinctement des branches, des feuilles, des nervures de plantes, enfin des végétaux détruits qui donnent principalement lieu à ces veines; ceci ne pourroit-il pas indiquer que ces végétaux ont produit l'huile de pétrole? à la vérité, dans d'autres endroits où l'on trouve du pétrole, ces vestiges de végétaux détruits ne s'offrent pas aussi clairement.

Lorsqu'il est survenu de la pluie, cette terre change de couleur; elle devient un peu moins noire, mais elle conserve toujours son

odeur bitumineuſe: ſi l'on jette de cette terre dans de l'eau chaude, il y ſurnage une liqueur huileuſe; cette terre miſe dans une cornue & expoſée au feu, a donné une liqueur ſemblable par ſa couleur à du lait: il a paru, après avoir augmenté le feu, une vapeur blanchâtre qui, raſſemblée en flocons, avoit l'odeur & le goût d'huile de pétrole un peu ſalée.

Quelques gouttes de cette liqueur jetées ſur le feu, laiſſent une légère odeur de pétrole; lorſqu'on la joint avec l'eſprit de vitriol, il y a peu d'efferveſcence, l'huile ſurnage en conſervant ſa première odeur: ſi l'on unit cette ſubſtance à l'alkali volatil du ſel ammoniac, l'odeur de pétrole domine celle de l'alkali; avec l'huile de tartre, l'odeur eſt auſſi très-développée: la terre qui reſte dans la cornue eſt rouſsâtre; il ſuit de-là que les acides joints à cette huile produiſent peu d'efferveſcence, qu'ils l'épaiſſiſſent & qu'ils n'y occaſionnent qu'un léger changement, mais que les alkalis en augmentent la volatilité.

Revenons encore à l'examen du lieu d'où cette terre a été tirée: il n'y a dans cet endroit & aux environs du premier feu que nous avons décrit, aucunes matières brûlées qui puiſſent faire comparer ces feux à de vrais volcans; ils ne jettent ni cendres, ni laves, &c. Les pierres des environs ne ſont qu'enfumées, fendues ou gercées par la chaleur; la place où eſt le feu ne paroît point avoir changé de forme, elle n'eſt ni abaiſſée, ni élevée; les flammes ſont voltigeantes & parcourent la ſuperficie du terrein.

Kirker parle de ce feu ſouterrein; il dit y avoir vu du feu pendant le jour, & la flamme s'élever à une certaine hauteur. Leander Alberti (*Iſtoria di tutta l'Italia*) cite un bois d'où ſort continuellement une grande fumée & de la flamme. Pluſieurs autres Auteurs ont parlé de ces feux communs en Italie, de ceux qui ſe remarquent plus fréquemment dans la partie du Bolonois, le long de l'Appennin & dans les États de Modène, Parme & Plaiſance.

Environ à dix lieues de Modène, vers la poſte où l'on traverſe l'Appennin, & qui de Santo-Pellegrino conduit à Maſſa, dans un endroit appelé *Barigazzo*, il y a encore cinq à ſix bouches où paroiſſent des flammes dans certains temps, qui s'éteignent

par un vent violent; il y a auſſi des vapeurs qui demandent l'approche d'un corps enflammé pour prendre feu. On prétend que ces feux multipliés rendent l'hiver moins rigoureux dans ces cantons; & c'eſt pour cette raiſon que le P. Friſi, Correſpondant de cette Académie, a cru devoir préférer ce côté pour y faire paſſer le chemin qui conduit de Modène à Piſtoya. Le Docteur Vianelli, dans un excellent Traité qu'il a donné ſur les curioſités naturelles de l'État de Modène, a parlé des feux de Barigazzo & des eaux thermales de ces montagnes.

M. Ferdinand Baſſi, Membre de l'Inſtitut & Profeſſeur d'Hiſtoire naturelle à Bologne, a paſſé du temps près des bains *della Poretta*, éloignés d'environ huit lieues de Bologne, près du fleuve Reno, pour y examiner une vapeur qui ſurnage les eaux de ces bains, & qui s'allume à l'approche d'un corps enflammé; ce feu dure juſqu'à ce qu'on vienne l'étouffer: il a fait pluſieurs obſervations qu'il compte ſans doute publier.

D'après l'examen que nous venons de donner des feux de Pietra-Mala, n'eſt-il pas naturel de conclure que, malgré les reſtes non équivoques d'anciens volcans éteints qui ſubſiſtent dans la plupart de ces montagnes, les feux qui s'y voient aujourd'hui, ne ſont point de nouveaux volcans qui s'y forment (comme l'ont écrit quelques Voyageurs modernes), puiſque ces feux ne jettent aucune ſubſtance de volcans; mais qu'ils ont pour origine une huile volatile & très-inflammable, qui ſe ſublime à l'aide d'un feu ſouterrain, peut-être le même qui produit les eaux thermales? pour que le feu ſublime cette huile, il faut probablement encore que les matières qui la contiennent, ſoient peu profondes en terre. Lorſque cette huile volatile qui ſe renouvelle nage en aſſez grande quantité ſur la ſurface du terrein, dès qu'elle eſt une fois enflammée, elle continue de brûler; mais ſi la vapeur plus légère eſt dans un moindre volume, outre qu'elle demande l'approche d'un corps enflammé pour prendre feu, elle ceſſe de brûler, lorſque l'huile ou la vapeur légère volatile & inflammable eſt épuiſée. Au bout de quelques jours, elle ſe renouvelle & donne lieu aux Curieux de recommencer ſon inflammation.

On admettra cette explication très-naturelle, d'autant plus

volontiers, lorſque j'aurai fait voir qu'il eſt aiſé de copier en petit, dans ſon laboratoire, tous les feux dont nous venons de parler, ſi communs dans différentes parties de l'Italie.

J'ai pris une grande baſſine de terre cuite, & dans le fond, j'ai mis de cette terre glaiſe priſe au fond des puits de Miano, dans laquelle j'ai encore mêlé de cette terre légère qui ſe dépoſe dans les vaſes de pétrole *; on ſait que le pétrole eſt très-ſuſceptible d'extenſion, puiſqu'une goutte ſuffit pour couvrir la ſuperficie d'une toiſe d'eau; j'ai recouvert cette glaiſe de terre légère, & l'on peut en mettre pluſieurs pouces ſans que l'expérience en ſouffre; cette terrine étant poſée ſur des charbons allumés, à une foible chaleur, la vapeur de l'huile monte & nage ſur la ſurface du vaiſſeau; l'on peut y mettre le feu, en approchant un corps enflammé, & il eſt aiſé de comparer cette flamme avec celle des feux de Pietra-Mala: elles ont toutes deux la même couleur bleue, la flamme court ſur la ſuperficie, & ſouvent quitte une place pour aller enflammer une vapeur voiſine du lieu qu'elle occupoit. Un corps que l'on expoſe à cette flamme s'y conſume; enfin, un ſouffle un peu fort l'éteint.

On peut auſſi imiter très-bien l'inflammation ſur certaines eaux; car une foible chaleur ſuffit pour engager la vapeur huileuſe à s'élever, &, ſe portant à la ſuperficie de l'eau où elle s'étend, elle ſe prête aiſément à s'enflammer dès qu'on en approche du feu. La chaleur qui a engagé cette huile à s'élever, ne pourra point être reconnue dans l'eau qui l'entraîne en changeant de lieu, ni même à l'endroit où elle s'eſt ſublimée, parce que nous ne pourrions y voir que le chapiteau de l'alambic.

En examinant le terrein aux environs du lieu où ces vapeurs s'enflamment, nous avons cru y reconnoître des débris de végétaux, à la vérité trop confuſément pour ne pas regarder ce que nous en diſons, comme un nouvel & foible indice que le pétrole tireroit ſon origine des végétaux.

* Voyez mon premier Mémoire ſur le Pétrole, *page 41.*

MÉMOIRE

Sur les VERGES ou BARRES MÉTALLIQUES, destinées à garantir les Édifices des effets de la foudre; avec la manière dont ces barres doivent être disposées pour que leur effet soit aussi certain qu'il est possible.

Par M. LE ROY.

L'HISTOIRE de la Physique nous offre tant d'exemples de découvertes importantes, contestées pendant long-temps, uniquement par cette maladie de l'esprit qui nous porte à rejeter tout ce qui est nouveau ou contraire à nos idées, qu'on ne peut être trop en garde contre cet écueil. Sans cela le temps passe, les années s'écoulent, & on perd en vaines disputes des momens précieux, qui, employés à faire des expériences, nous auroient éclairés sur ces découvertes, ou nous auroient appris au moins beaucoup de vérités réservées, par ces disputes, pour la postérité. Tout ce que je viens de dire est parfaitement applicable à l'objet de ce Mémoire.

En effet, si après la belle découverte de l'analogie de l'Électricité avec la matière de l'Éclair *(a)*, on avoit suivi les idées de son illustre Auteur (M. Franklin), sur l'usage des verges métalliques, pour défendre les édifices des ravages du tonnerre,

(a) Lors de cette découverte, plusieurs personnes voulurent s'attribuer l'honneur d'avoir prédit cette analogie de l'électricité & de la foudre, & ne dirent pas un mot de celui à qui en appartenoit véritablement la gloire, je veux dire du célèbre Gray, à qui l'Électricité a tant d'obligation; en effet, cet habile Physicien en mourant, s'en expliqua de la manière la plus positive, dans une lettre qu'il écrivit à M. Cromwell Mortimer, alors Secrétaire de la Société Royale. Voici ce qu'il lui marqua :

« Il est probable qu'avec le temps on trouvera un moyen d'en rassembler une plus grande quantité (du feu électrique), & par conséquent d'augmenter la force de ce feu électrique qui, par plusieurs expériences, *si licet magnis comparare parva,* paroît être de la même nature que celui du tonnerre & de l'éclair ». V. les *Transf. Phil. n.° 346*.

on eût acquis ſans doute en dix-huit ans *(b)* beaucoup de connoiſſances ſur les effets de ces barres, & on eût reconnu ſi elles étoient avantageuſes, inutiles ou nuiſibles.

Quoi qu'il en ſoit, je me propoſe de faire voir dans ce Mémoire, par une expoſition exacte des phénomènes que nous offre l'électricité, & des effets que produit le tonnerre quand il tombe ſur des édifices, que l'utilité de ces verges ou barres métalliques, pour les préſerver des ravages de la foudre, eſt fondée ſur l'analogie la plus ſuivie & la plus complette *(c)*.

Je partage ce Mémoire en quatre articles.

Dans le premier, j'expoſe les différens phénomènes de l'électricité qui ont rapport à l'objet que je me propoſe d'y traiter.

Dans le ſecond, je rapporte ce qu'il y a de plus connu & ce qu'on a obſervé de plus conſtant ſur les effets de la foudre, dans les édifices qui en ſont frappés.

Dans le troiſième, je montre que les conſéquences réſultantes des phénomènes électriques & des effets du tonnerre, tendent à établir, de la manière la plus ſolide, l'utilité des barres métalliques pour en préſerver les bâtimens.

Enfin, dans le quatrième, je parle de la manière dont ces barres doivent être formées & diſpoſées pour qu'elles rempliſſent l'objet propoſé.

(b) Quand je dis en dix-huit ans, je n'entends pas par-là qu'on n'ait tenté nulle part l'uſage de ces barres pendant ce long eſpace de temps, je ſais qu'on en a élevé dans les colonies Angloiſes de l'Amérique, pluſieurs qui ont produit l'effet qu'on en attendoit, j'entends ſeulement qu'on n'en a fait qu'un très-petit nombre d'eſſais, & que parmi nous on n'en a pas fait du tout.

(c) Je dois dire ici que pluſieurs habiles Phyſiciens ont déjà écrit ſur le ſujet qui fait l'objet de ce Mémoire; mais je dois dire auſſi qu'il y a fort long-temps que j'en aurois entretenu l'Académie, ſans des raiſons qui lui ſont bien connues, & qu'il eſt inutile de rapporter ici. Il y a près de ſix ans que je donnai à M. Duclos, Secrétaire de l'Académie Françoiſe, &c. un Mémoire ſur le même ſujet, pour M. Guillaudeuc, établi au Cap François, dans l'île de Saint-Domingue: au reſte, ſi j'ai été prévenu par les Phyſiciens dont je viens de parler, j'oſe dire qu'aucun d'eux n'a montré, comme je le fais dans ce Mémoire, par le détail des phénomènes de l'électricité & de la foudre, combien l'uſage des barres pour préſerver les édifices du tonnerre, eſt fondé, ſoit que ces Phyſiciens aient regardé ces preuves comme ſuperflues, ſoit par quelqu'autre raiſon. Je dois obſerver cependant que le P. Beccaria a traité ce ſujet d'une manière aſſez étendue, dans ſon Ouvrage intitulé : *Dell. Ellettriciſmo Terreſtre atmosferico.*

ARTICLE I.er

ON s'accorde assez à reconnoître l'analogie de la matière électrique avec celle de la foudre; cependant la vaste différence dans la grandeur de leurs effets semble avoir laissé encore des nuages sur cette identité, tellement que plusieurs doutent même aujourd'hui si les effets de l'électricité & du tonnerre se correspondent entièrement.

Par exemple, on sait que si on communique l'électricité à l'extrémité d'une verge métallique, elle se répandra dans l'instant jusqu'à l'autre, & que tant que cette verge aura de longueur, l'électricité, si cela se peut dire, la suivra. On sait encore que si cette verge est entourée d'autres corps, à moins qu'ils ne soient aussi électrisables par communication qu'elle, l'électricité ne la quittera pas pour passer ou se jeter dans ces corps, & qu'au moins il en restera plus dans la verge, en proportion de sa plus grande disposition à être électrisée par communication que ces autres corps. Cependant plusieurs personnes douteront, que la matière de la foudre ait les mêmes propriétés, par cette incertitude, dont je viens de parler, sur son identité avec celle de l'électricité : au lieu donc de me prévaloir de cette identité, comme je le pourrois, pour en déduire la correspondance de leurs phénomènes; je vais l'établir par l'exposition même de ceux qui ont trait à l'objet de ce Mémoire. On verra par-là, à quel point ces différens phénomènes se rapportent, & combien l'identité de l'électricité & de la foudre est fondée.

Les métaux, ainsi que l'eau, transmettent, comme on sait, avec la plus grande rapidité, le fluide électrique; ainsi une verge ou une barre métallique, communiquant avec le plancher, étant approchée d'un conducteur électrique, lui enlève dans l'instant toute son électricité, à moins que son contact avec ce conducteur, ne soit pas bien intime : une corde bien mouillée fait le même effet. On sait encore que dans le cas de ce contact de la verge ou de la corde mouillée, quelqu'électricité qu'on veuille faire entrer dans le conducteur & avec quelque force qu'on l'y condense, jamais il n'y en restera, ou qu'elle disparoîtra toujours; il n'est pas moins certain que si on tire des étincelles d'un conducteur électrisé, avec un corps métallique, communiquant bien immédiatement par d'autres corps du même genre avec un plancher mouillé, on pourra, en conséquence de cette communication, tenir à la main ce

corps presqu'impunément, sans ressentir aucun effet de ces étincelles: ainsi tel choc qui pourroit vous frapper vivement, devient par-là comme insensible. Il est également constant que si une verge métallique est terminée par une pointe fort aiguë, & qu'on l'approche fort près du conducteur, elle lui enlevera presque en entier toute son électricité; effet si certain, qu'on ne peut charger le carreau de Leyde tant qu'une pareille pointe est dans le voisinage du conducteur. Il n'est pas moins prouvé que tout corps métallique qui, par sa forme, a une partie plus saillante ou plus aiguë que les autres, étant présenté à un corps électrisé, attirera toujours le feu électrique par cette partie; & cet effet est si constant qu'il suffit, pour le produire, d'une simple rugosité faite avec un instrument tranchant à la surface du corps présenté: ces parties plus saillantes, paroissent servir comme d'entrée au fluide électrique pour pénétrer dans les corps. Ainsi, par exemple, qu'on présente au conducteur une boule de fer, ayant une petite tige saillante, comme le prolongement de son axe, la plus grande partie du fluide ou feu électrique que cette boule attirera, entrera par le bout de cette tige, & non par les autres endroits de la surface de la boule. Si une étincelle part du conducteur, elle se dirigera vers la tige, quoiqu'elle ne se trouve même pas dans la ligne directe; que si vous recouvrez la boule, excepté la tige, d'une matière qui ne laisse pas passer aussi facilement le feu électrique, cet effet sera encore plus marqué.

Comme les effets de la commotion de Leyde, quoiqu'infiniment plus foibles que ceux du tonnerre, en approchent cependant beaucoup plus que ceux de la simple électricité, il faut examiner ce qu'ils nous présentent.

Tous les Électriciens conviennent qu'on peut décharger impunément le carreau électrique, en tenant dans la main l'*arc conducteur* qui sert à faire communiquer ses deux surfaces, preuve que la matière électrique ne quitte point sa direction pour se jeter sur les corps circonvoisins: cet effet est encore plus certain lorsque l'arc est recouvert d'une matière moins électrique par communication que lui; ils savent encore, 1.° que si l'on interpose entre le carreau électrique & l'arc, des matières qui ne soient pas métalliques, comme des cartes, du papier & autres, le trait de feu qui part

part lorſqu'on décharge ce carreau, percera & déchirera ces ſubſtances, tandis que ſi elles avoient été de métal, elles n'auroient éprouvé aucun effet ; preuve que lorſque la matière électrique eſt arrêtée dans ſa route, elle perce & briſe tout ce qui s'oppoſe à ſon paſſage. 2.° Que ſi un conducteur métallique eſt trop délié pour tranſmettre toute l'électricité qu'il reçoit, elle le briſera & le fondra, comme on le voit arriver dans le carreau électrique lorſqu'on le décharge en faiſant la communication par des fils de métal trop fins. 3.° Enfin, que dans la fuſion des métaux, par l'expérience de Leyde, l'extrême compreſſion qu'éprouve le fluide électrique en paſſant entre deux glaces fortement preſſées l'une contre l'autre, ſuffit pour faire pénétrer l'or dans le verre, de manière à ne l'en pouvoir jamais retirer : je ne pouſſerai pas plus loin ce dénombrement des différens phénomènes électriques relatifs à mon objet; il me ſuffit d'avoir montré, par ceux dont je viens de parler, 1.° que la matière électrique paſſe dans un inſtant d'une extrémité à l'autre des corps électriſables par communication ; 2.° que lorſque ce paſſage eſt bien établi par ces corps, ils peuvent être ébranlés par les plus vives ſecouſſes & les plus fortes étincelles, ſans que les corps qui les avoiſinent en ſoient ſenſiblement affectés ; 3.° que le fluide électrique ſuit tellement la direction qu'on lui a une fois imprimée, qu'il ne s'en écarte pas pour ſe jeter à droite & à gauche, comme on le voit par la ſécurité avec laquelle on peut décharger le carreau électrique en tenant à la main l'*arc conducteur ;* 4.° que lorſque ce fluide eſt arrêté dans ſa route par la nature des ſubſtances qu'il rencontre, il perce, briſe & déchire tout ce qui s'oppoſe à ſon paſſage; 5.° que lorſque les canaux de communication, ſi cela ſe peut dire, ſont trop déliés pour renfermer tout le feu qu'ils doivent tranſmettre, ce feu les briſe en les fondant ; 6.° que les corps métalliques fort aigus attirent de très-loin l'électricité ; 7.° enfin, qu'un corps métallique ſurmonté d'une partie ſaillante, qui, même ne l'excède que d'une petite hauteur, attire par cette partie l'électricité du corps dont on l'approche ; que les étincelles s'y dirigent par préférence à tous les autres points de ſa ſuperficie, & que cet effet eſt encore plus marqué quand la ſurface de ce corps eſt recouverte de ſubſtances moins électriſables par commu-

nication que lui, excepté, bien entendu, la partie qui le déborde: je paſſe au ſecond article de ce Mémoire.

ARTICLE II. IL eſt ſi connu que lorſque le tonnerre tombe ſur les édifices, il ſe jette de préférence ſur les parties métalliques qu'ils lui préſentent, comme ſur les croix, ſur les girouettes, &c. qu'il eſt preſqu'inutile d'en parler; il n'eſt pas moins vrai que ſouvent il paſſe, de ces parties aux verges, ou aux fils de fer qui ſont à ſa portée, comme ceux qui ſervent à conduire les aiguilles des horloges ou ceux des ſonnettes, &c. Il eſt non moins certain qu'il ſuit ces fils, ainſi que les verges ou les barres de fer, qui ſe trouvent ſur ſon paſſage, juſqu'à l'endroit où elles ſe terminent, à moins que par ſa violence, il ne les fonde ou ne les briſe, encore alors ſuit-il ſouvent la direction qu'ils lui ont fait prendre, comme on le verra dans un moment; mais comme il eſt important pour l'objet de ce Mémoire, de prouver ce premier fait d'une manière inconteſtable, je rapporterai ici l'hiſtoire de pluſieurs coups de tonnerre célèbres, on verra à quel point ils l'établiſſent.

Dans un ouvrage où il eſt queſtion du fameux coup de tonnerre qui fit tant de fracas dans l'abbaye de S.t Médard, auprès de Soiſſons, au mois d'Avril 1676: l'Auteur, homme d'eſprit (Dom Lami, Bénédictin), après avoir parlé des ravages du tonnerre ſur la tour & le dôme qui ſoutenoit la flèche, ajoute, « trois fils de » laiton qui, d'une part, étoient attachés à des timbres qui étoient » ſur le haut de la tour, & de l'autre ſe rendoient à l'horloge qui » étoit en bas, ont été entièrement conſumés, ſans qu'on en ait pu » rien découvrir; la même choſe eſt arrivée tout par-tout où il s'eſt » rencontré de ce fil; comme il y en avoit en divers lieux de la » maiſon, il ſemble que *ce métal ait déterminé la foudre à les viſiter;* » & plus bas, ayant entrepris d'expliquer la fuſion de ces fils, il ajoute, « il eſt ſi naturel à la flamme de ſuivre la matière » à laquelle elle s'eſt une fois attachée, que je ne vois pas que les » divers tours que la flamme de notre tonnerre a faits en ſuivant » ce fil, ſoient plus myſtérieux que ceux que feroit une flamme » ordinaire qu'on auroit appliquée au bout d'une traînée de paille qui s'étendroit ſelon diverſes lignes courbes. »

J'ai rapporté les propres paroles de l'Auteur, parce qu'elles

montrent combien il étoit pénétré de l'idée que la flamme du tonnerre avoit ſuivi ces fils de laiton, & qu'elles ont la plus grande force dans un Obſervateur qui écrivoit il y a quatre-vingt-quatorze ans; temps où l'on ignoroit non-ſeulement l'analogie de la matière du tonnerre avec les métaux & l'électricité, mais encore, pour ainſi dire, qu'il y eût dans la Nature une pareille vertu. Il paroît, par cette relation, que quoique le tonnerre ait conſumé les fils qu'il a rencontrés; il a cependant tellement ſuivi leur direction, ainſi que celle des autres ſubſtances métalliques qu'il a trouvées ſur ſon paſſage, qu'on peut en conſéquence tracer ſa route depuis ſon entrée dans le clocher, juſqu'à ſa ſortie dans le dortoir: en effet on voit par cette relation, que le tonnerre a paſſé, des fils, qui alloient des timbres à l'horloge, à cette horloge même; que de cette horloge il a paſſé à travers une muraille de huit pieds d'épaiſſeur, en ſuivant une verge de fer, juſqu'à un cadran qui étoit dans un dortoir, dont il a détaché deux planches qu'il a jetées à plus de vingt toiſes: enfin il y a tout lieu de croire que de-là, il s'eſt jeté ſur un fil de laiton qu'il ſuivit encore d'un bout à l'autre du dortoir: l'effet du tonnerre ſur ce fil qu'il briſa, ou plutôt fondit, fut tout-à-fait ſingulier, car en le fondant, il en imprima ſur la muraille une eſpèce de friſe dont l'Auteur donne le deſſin, & qui reſſemble beaucoup à ce que l'on obſerve dans la fuſion des métaux par l'expérience de Leyde; je dois ajouter encore que la foudre étant tombée ſur la même Abbaye dix ans auparavant, Dom Lami rapporte qu'elle y produiſit tous les mêmes effets; ce qui prouve bien que ces effets étoient déterminés par la diſpoſition des ſubſtances métalliques appartenantes à la tour, à l'horloge, au dortoir, &c. qui formoient une communication néceſſaire de la matière électrique, ou de la foudre, entre toutes ces différentes parties de l'édifice *(a)*.

Feu M. le Marquis de Bauſſet, qui eſt mort notre Ambaſſadeur à la Cour de Ruſſie, me donna, il y a plus de quinze ans, la note ſuivante, d'un coup de tonnerre célèbre à Marſeille, par les effets qu'il y produiſit: la foudre étant tombée ſur une eſpèce de

(a) On trouve dans le Mémoire de M. l'Abbé Nollet, cité dans la page ſuivante; & dans l'*Hiſtoire de l'Électricité de Prieſtley*, pluſieurs autres exemples d'édifices où le tonnerre étant tombé en différens temps, a produit dans ces différens temps les mêmes effets.

campanille ou de *ciel ouvert,* comme on les appelle dans ce pays-là, se jeta sur une grosse sonnette, à laquelle tenoient deux fils d'archal, entre lesquels elle se partagea; une partie de la flamme qui suivoit un de ces fils, entra dans la chambre d'une servante, courut tout le long d'un fil de sonnette qui en faisoit le tour, excepté d'un côté, passa à un autre fil de sonnette qui tenoit à celui-là, suivit jusqu'en bas ce fil qui descendoit trois étages au-dessous, entra dans une chambre où étant arrêté par un cordon de soie, il se jeta, par le tourniquet de fer sur la bordure d'une glace placée sur la cheminée, descendit jusqu'en bas, & vint finir & éclater sur l'appui de marbre de cette cheminée; la partie de la flamme qui suivoit l'autre fil d'archal, entra dans la chambre d'un Secrétaire, descendit deux étages au-dessous, toujours en suivant ce fil, passa dans une chambre où il y avoit un tourniquet de sonnette, mais sans ruban, & là ne pouvant plus suivre de parties métalliques, se jeta sur une tapisserie & sur une armoire où elle fit un grand vacarme. On voit encore, par la description du coup de tonnerre qui renversa le clocher de l'église de *Sainte-Bride**, une des belles églises de Londres, que la foudre a suivi constamment les crampons & les barres de fer qu'elle a rencontrés dans son chemin, & ce qu'il y a de plus intéressant encore, que par-tout où ces barres se terminoient, il s'est fait une sorte d'explosion, où la foudre a fait sauter les pierres qui environnoient les extrémités de ces barres. On voit de même, par le coup de tonnerre dont parle M. l'abbé Nollet dans son *Mémoire de 1767*, que des soldats qui furent tués en Amérique, ne le furent que parce qu'ils s'étoient appuyés contre le mur d'une chapelle, dans un endroit où répondoit intérieurement une potence de fer sur laquelle le tonnerre étant tombé, ou bien s'étant jeté après être tombé, il fit une explosion dans le mur où cette potence se terminoit, & cela, parce qu'elle ne communiquoit pas au moyen de parties métalliques avec le terrein.

* *Voyez les Transf. Philos. de 1764.*

Enfin, je me jeterois dans des détails infinis, si j'entreprenois de rapporter toutes les relations des effets de la foudre, dans lesquelles on voit évidemment qu'elle a suivi constamment les substances métalliques qu'elle a rencontrées sur son passage, &

toujours jusqu'au point où elles se terminoient : les seules exceptions, c'est, comme je l'ai dit, lorsque ces parties étoient d'un si petit volume, qu'elles étoient fondues ou dispersées par la violence du feu. J'ose presque assurer que cette marche du tonnerre est si constante, que si nous avions des relations détaillées de tous les effets qu'il a produits en tombant sur des édifices, on verroit, par la manière dont il suit les substances métalliques, qu'il trouve sur son passage, que cette marche ne s'est jamais démentie.

Il résulte donc de tout ceci, que le tonnerre qui éclate, se jette en général de préférence sur les flèches, sur les croix, sur les girouettes, enfin sur toutes les parties métalliques & aiguës qui peuvent déborder ou s'élever au-dessus des bâtimens; qu'entré dans ces bâtimens, s'il trouve dans sa route quelques substances métalliques, il les suit de préférence, sans se jeter à droite ou à gauche, & ne les abandonne qu'au point où elles se terminent; conséquemment que si par hasard, comme sans doute cela est arrivé plusieurs fois, ces substances se sont trouvées prolongées jusqu'au terrein d'au-dessous, le tonnerre aura éclaté ou plutôt se sera dissipé au-dessus de l'édifice, sans y causer aucun dommage.

En effet, comme je l'ai rapporté des effets de la foudre à Marseille, sur le clocher de l'église de Sainte Bride & du coup de tonnerre dont parle M. l'Abbé Nollet, & comme on pourroit le dire apparemment de beaucoup d'autres, la foudre ne fait de ravages & de dégât dans l'intérieur des bâtimens, que lorsqu'elle se trouve comme arrêtée dans sa course, faute de matières dans lesquelles elle puisse passer librement.

ARTICLE III.

Si l'on fait maintenant la comparaison de tous les effets respectifs de l'électricité & de la foudre, exposés dans les deux articles précédens, & qui ont été tirés uniquement des expériences & des observations, on reconnoîtra l'identité qui existe entre ces effets, identité résultante nécessairement de la parfaite analogie qu'il y a entre le fluide électrique & la matière de la foudre.

On verra donc, 1.° que de même qu'un corps métallique présenté à un conducteur électrique, en attire l'électricité, de même une croix, une girouette de fer attireront la matière de la foudre. 2.° Que si un corps métallique présenté à un conducteur & communiquant avec le plancher, transmet l'électricité en un instant

à ce plancher, de même cette girouette, sur laquelle la foudre s'est jetée, la transmettra du haut en bas de l'édifice dans un moment, si elle communique par des barres, des chaînes de fer, ou d'autres moyens semblables avec le terrein; & que dans cette transmission, ou de la matière électrique, ou de celle de la foudre, elles ne se jeteront sur aucun des corps voisins, & par conséquent n'y pourront causer aucun dommage. 3.° Que de même que la partie saillante d'un corps attire à elle de préférence l'électricité, de même si on place sur un édifice une barre métallique, qui le déborde d'une hauteur suffisante pour l'emporter sur toutes ses autres parties, cette barre attirera de préférence la matière de la foudre, au cas qu'elle se trouve prête à se jeter sur l'édifice.

Examinons maintenant ce qui résulte de tout ce que je viens d'exposer; il me semble qu'il s'ensuit clairement, que si l'on suppose une barre métallique placée au faîte d'un édifice, de manière à le déborder d'une certaine hauteur, & communiquant avec d'autres barres d'un volume suffisant qui descendent du haut en bas jusqu'en terre, il s'ensuit, dis-je, clairement, & l'analogie la plus suivie l'établit, que si la foudre tombe sur cet édifice, elle enfilera de préférence cette barre, & que trouvant une issue le long de celles de communication, elle descendra par ces dernières jusque dans la terre sans faire aucun dégât dans l'édifice, & même sans y être aperçue: ayant prouvé, d'une manière aussi évidente, l'effet nécessaire des barres métalliques pour préserver les édifices du tonnerre, il faut exposer maintenant la manière de disposer & d'établir ces barres.

ARTICLE IV.

On placera, 1.° à la partie la plus élevée de l'édifice, une barre de fer verticale qui l'excédera de 5 ou 6 pieds au moins; cependant cette hauteur doit être proportionnée à l'étendue de l'édifice: 2.° cette barre, au lieu d'avoir une forme conique, sera presque toute d'une venue, le bout sera seulement en pointe, sans être cependant d'une forme trop aiguë: 3.° cette barre communiquera de la manière la plus intime avec une autre barre qui descendra depuis le sommet de l'édifice jusqu'en bas, & entrera dans la terre ou ira se plonger dans l'eau, soit d'un puits, soit d'un bassin, &c. On voit bien, par tout ce que j'ai dit, l'objet de cette communication, & que l'eau dans laquelle je me propose de faire entrer, ou tremper la barre, est pour assurer d'une manière encore plus

certaine, la transmission de la matière fulminante; car l'eau est de toutes les matières connues, après les métaux, celle qui transmet le plus rapidement la matière électrique. Dans un lieu fort exposé aux orages, on pourroit faire communiquer la barre du faîte avec plusieurs barres qui descendroient chacune sur une des faces de l'édifice, ou dans les endroits les plus convenables: on pourroit encore, sur-tout quand le bâtiment est fort élevé, établir sur le mur au-dessous du comble, des barres de fer horizontales qui le déborderoient de 4 ou 5 pieds, afin que si le tonnerre se jetoit sur une des faces de ce bâtiment, il pût enfiler une de ces barres, & se transmettre, par leur communication avec les barres descendantes, jusqu'en bas sans causer aucun dommage. J'imagine de même qu'il seroit avantageux de faire sortir du mur des espèces de griffes ou d'appuis, soit en pierre, soit en briques, qui en tinssent à quelque distance les barres descendantes; il semble que par-là on assurera davantage la transmission de la foudre le long de ces barres, sans que le mur puisse en souffrir *. On pourroit substituer aux barres descendantes, des chaînes métalliques; mais il faudroit avoir grand soin que ces chaînes fussent bien tendues, sans cela la communication ne se feroit pas aussi parfaitement, & cela pourroit avoir quelques inconvéniens.

** Voyez la 1.re & la 2.e figures de la plancke.*

Il faut donner à la barre du faîte deux pouces de diamètre au moins, & aux barres descendantes huit ou neuf lignes en carré, & même plus, si l'endroit où cet appareil est établi est très-élevé, & si les orages y sont très-forts; en donnant ces dimensions à ces différentes barres, il y a tout lieu de croire que si le tonnerre tombe sur un édifice où elles soient établies, & que par-là elles se trouvent dans le cas de transmettre la matière fulminante du haut en bas, elles le feront sans que cette matière les fonde, ou les endommage en aucune façon.

En décrivant la forme & les dimensions de ces barres, j'ai insisté sur deux choses qui paroîtront peut-être nouvelles ici; la première, c'est que la barre placée au haut de l'édifice doit, au lieu d'être en pointe, être par-tout de la même grosseur & avoir beaucoup moins de longueur que les verges de M. Franklin: en voici la raison. Lorsqu'il prescrivit de dresser des verges très-longues

& très-pointues, c'étoit pour attirer la matière du tonnerre du plus loin possible, parce que dans l'incertitude sur sa conjecture, cet homme célèbre devoit indiquer tout ce qui devoit en hâter la vérification; or tous les corps fort pointus, ou fort aigus attirant le fluide électrique de beaucoup plus loin que ceux qui sont mousses ou obtus, comme on l'a vu plus haut; il falloit que les verges qui devoient servir à vérifier sa conjecture & rendre l'électricité du tonnerre sensible, fussent les plus longues & les plus pointues possibles; mais lorsque l'on veut défendre un édifice contre les effets du tonnerre, l'objet est tout différent; il n'est pas question d'attirer le feu du nuage de fort loin; il faut seulement empêcher, s'il se décharge sur l'édifice, qu'il n'y fasse aucun ravage. Or c'est à quoi on parviendra, comme je l'ai dit (au moins l'analogie des faits semble-t-elle nous en assurer), en présentant à ce feu ou à la matière électrique, une barre de fer qui s'avance au-dessus des autres parties de l'édifice, assez pour que cette matière l'enfile promptement, ou y entre de préférence, & descende ensuite le long des barres métalliques qui communiquent avec le terrein, &c.
2.° J'ai dit qu'il falloit que les barres ou les chaînes de communication eussent une certaine grosseur, ceci est encore fondé sur l'expérience. Lorsque le tonnerre tombe sur un bâtiment, & que par hasard il rencontre des fils de métal, il les fond, comme j'en ai rapporté plusieurs exemples, quand ils ne sont pas assez gros, ou que la masse de feu est très-considérable. Or, comme le tonnerre peut se jeter à droite ou à gauche, quand le fil qu'il parcouroit est rompu; il est de la plus grande conséquence de prévenir cet accident, en donnant aux barres de transmission ou de communication une grosseur suffisante, pour qu'elles ne soient pas mises en pièces par son passage.

La foudre a quelquefois fondu des barres métalliques si considérables qu'on pourroit peut-être croire que les dimensions que je viens de prescrire pour la barre verticale & celles de transmission ne seroient pas suffisantes, & qu'il faudroit les augmenter. J'ai déjà dit que dans les lieux élevés & sujets à des tonnerres violens, on pourroit faire ces barres beaucoup plus grosses; j'observerai cependant que la barre primitive ou verticale ne doit pas l'être assez

pour

pour que la matière fulminante ne s'y jette pas de préférence; on sait que plus les corps sont aigus & menus, plus ils attirent le fluide électrique; d'où il résulte qu'il y a un juste milieu à observer pour la grosseur de ces barres, & qu'on parviendra à fixer d'une manière plus positive dans la suite au moyen des expériences. Il est important de remarquer que la matière électrique (& sans doute celle de la foudre est dans le même cas) a d'autant plus d'action sur les corps qu'elle rencontre sur son passage, qu'elle est plus resserrée & plus condensée; effet qui a lieu toutes les fois que cette matière ne peut avoir un libre cours, & communiquer rapidement avec de grandes masses de corps électrisables par communication ou avec la terre; d'où il résulte que ces effets dont nous avons parlé, & où on a vu que des corps métalliques d'une dimension considérable, ont été fondus par la flamme du tonnerre, n'auront plus lieu, lorsqu'il y aura une communication prompte & rapide du sommet de l'édifice au terrein en bas; car tout annonce que le tonnerre suivra alors cette route facilement, & sans endommager l'édifice, parce que ne trouvant pas de résistance, il suivra les barres dans toute leur longueur, sans les briser.

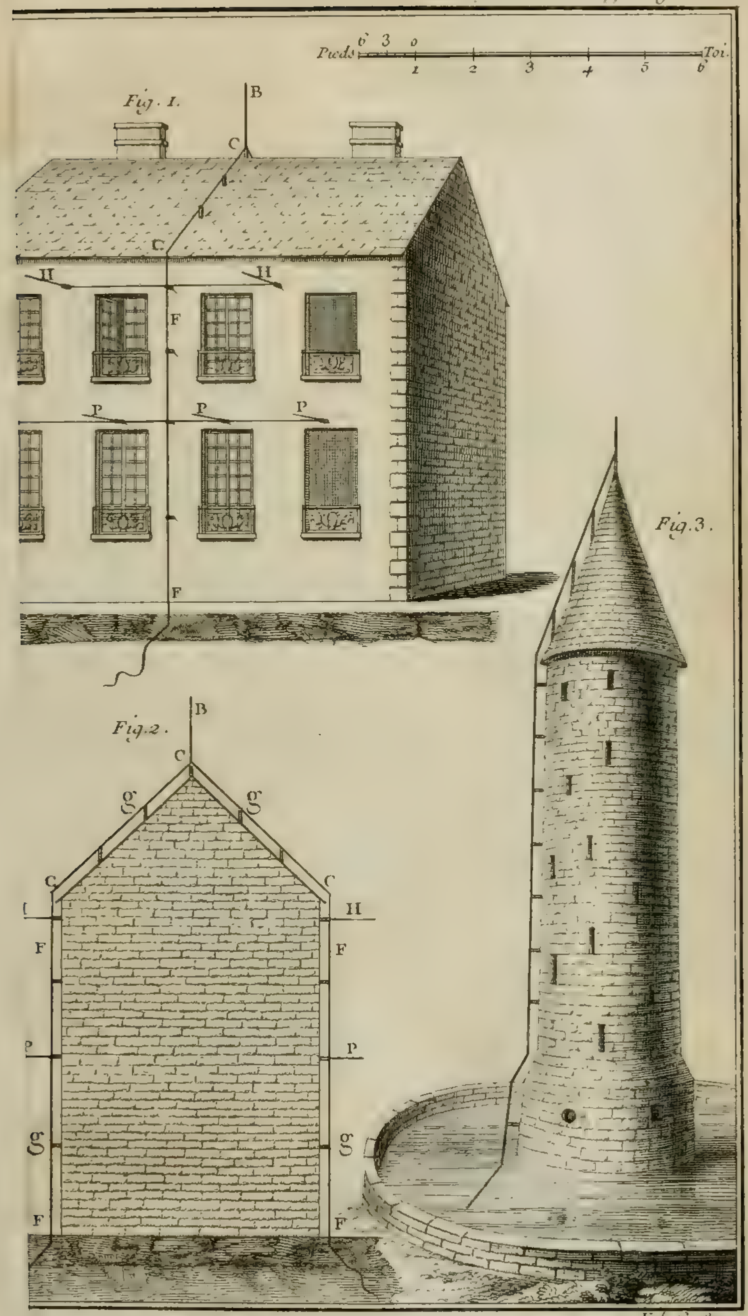
D'après tous les faits & toutes les observations que j'ai rapportés dans ce Mémoire, je crois pouvoir assurer qu'en observant avec soin ce que je viens de prescrire, soit pour la forme, les dimensions, la position, la communication, des barres métalliques destinées à garantir les édifices des effets du tonnerre; on les mettra dans le cas de ne rien craindre de ses ravages; je puis assurer au moins qu'on n'a rien tenté en Physique dont le succès ait été établi sur une plus grande vraisemblance.

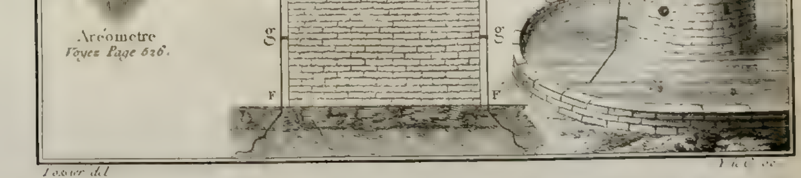
Cependant, avant de terminer ce Mémoire, je ne puis m'empêcher de répondre aux objections que quelques personnes pourroient faire contre l'établissement de ces barres: elles me paroissent pouvoir se réduire à deux; ces barres seront inutiles, ou nuisibles & même dangereuses: elles ne peuvent être ni fort coûteuses, ni difficiles à établir; ainsi le premier cas ne demande pas qu'on s'y arrête, reste donc à examiner le second: on conviendra, 1.° que ces barres ne pourroient être nuisibles ou dangereuses, qu'en tant qu'elles pourroient attirer le tonnerre sur les édifices; mais nous avons

montré que, par leur forme & leur peu de hauteur au-deſſus, on n'eſt pas dans le cas d'en craindre cet effet. 2.° Que quand même on pourroit ſuppoſer qu'elles attiraſſent le tonnerre, comme elles le tranſmettroient promptement au terrein, il n'en réſulteroit encore aucun accident; car il eſt prouvé, par tous les faits que j'ai rapportés, que ſi ces barres ſont aſſez groſſes pour n'être pas fondues par la matière fulminante, elles la tranſmettront du haut en bas de l'édifice; donc on n'auroit encore rien à craindre, même dans cette ſuppoſition: de plus, en ne donnant à ces barres que la longueur néceſſaire, comme je l'ai dit, pour qu'elles ſe préſentent à la matière du tonnerre & qu'elles l'attirent à elles, de manière à l'empêcher de ſe jeter ſur les différentes parties d'un édifice, il en réſultera que leur effet n'aura lieu exactement que dans le cas où le tonnerre y ſeroit tombé, & cette juſte longueur eſt une choſe qu'on découvrira en alongeant ou raccourciſſant ces barres peu à peu; il faut obſerver cependant qu'il eſt eſſentiel qu'elles débordent l'édifice ou le batiment, d'une quantité ſuffiſante, pour que la matière de la foudre s'y jette de préférence, ſans quoi elles deviendroient inutiles; mais je crois que la longueur que je leur ai aſſignée, approchera de très-près de la véritable.

De tout ce qui vient d'être dit dans ce Mémoire, je me crois donc bien fondé à conclure; qu'on ne court aucun riſque en établiſſant des barres métalliques ſur les édifices, qui aient une communication avec le terrein au-deſſous, au moyen de barres de la même nature; qu'il y a pluſieurs avantages conſidérables à en eſpérer; qu'il ſeroit important qu'on les établit ſur les édifices qui, par leur hauteur & par leur magnificence, méritent d'être conſervés, ou ſur ceux qui peuvent renfermer des matières combuſtibles, comme des magaſins, ſoit de poudre, ſoit d'agrès, ou d'autres matières de ce genre; enfin qu'on pourroit s'en ſervir, comme on l'a déjà propoſé, pour préſerver les vaiſſeaux des ravages de la foudre; ravages d'autant plus redoutables, qu'on ſait combien le feu y eſt à craindre.

Le Grand Duc de Toſcane, ce Prince qui ne connoît pas de délaſſement plus agréable, des ſoins pénibles du Gouvernement, que l'étude de la Phyſique, a ordonné, l'année dernière, qu'on


Pieds 6 3 0
1 2 3 4 5 6
Toi.
Fig. 1.
B
C
C
H
H
F
P
P
P
F
Fig. 2.
B
C
g
g
C
C
H
H
F
F
P
P
g
g
F
F
Fig. 3.
Y. le G. Sc.



Aréometre
Voyez Page 626.

établit de ces barres au-dessus de tous les magasins à poudre de ses États ; on dit que la République de Venise a donné les mêmes ordres : le Chapitre de Saint-Paul de Londres consulta, il y a deux ans, la Société Royale, sur la manière de préserver ce superbe édifice, des effets du tonnerre *. Ces différens exemples me paroissent mériter toute notre attention, & me serviroient d'autorité, si j'en avois besoin, dans une matière si solidement établie sur les faits.

* Quoique le mot de *tonnerre* ne signifie, dans l'exactitude des termes, que le bruit qu'on entend après l'effet de l'éclair, cependant je l'ai souvent employé dans ce Mémoire à la place de celui de *foudre*, qui est le mot propre ; mais je l'ai fait pour éviter les répétitions, & pour me conformer aussi à l'usage ordinaire, qui fait souvent ces deux termes synonymes.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA *figure 1* représente une maison armée des barres contre la foudre.

B, Barre verticale établie au milieu, & qui doit être scellée dans de la pierre ou de la brique; si le bâtiment est fort étendu, il faudra en mettre plusieurs, espacées convenablement.

CC, Barre de communication qui rampe sur le comble.

FF, Barre descendante, qui doit entrer de plusieurs pieds dans le terrein (& dans une direction qui l'éloigne des fondations), si elle ne va pas se rendre dans l'eau, soit d'un bassin, d'un puits, &c.

HH, Barres horizontales & saillantes au-delà du comble, destinées à défendre la face d'un édifice fort élevé, des effets de la foudre. Des gouttières en plomb peuvent être employées à cet usage, en les faisant communiquer *métalliquement*, si cela se peut dire, avec la barre ou les barres descendantes.

PP, Petites barres saillantes placées au-dessus des croisées, & communiquant avec la barre descendante, pour empêcher la foudre d'entrer par la fenêtre dans un appartement; on a réuni, dans ce dessein, ces deux sortes de barres *H* & *P*, pour donner une idée de celles que l'on pourroit établir indépendamment de celle du faîte.

Fig. 2. Coupe de la maison, pour faire voir, par le profil, de quelle manière la barre du comble & celle qui descend sont établies.

gggg sont les griffes qui doivent être en pierre ou en brique, pour éloigner les barres du comble & du mur.

Fig. 3. Tour fort élevée, armée de barres, pour la préserver de la foudre.

PROCÉDÉ DES ANGLOIS
POUR
CONVERTIR LE PLOMB EN MINIUM.

Par M. JARS.

4 Avril 1770.

IL y a deux fabriques de Minium dans le comté de Derby, l'une à un mille proche de la ville de Chesterfield, & l'autre à une distance à peu près semblable de la ville de Wirksworth; le fourneau, pour cette opération, est un réverbère à deux chauffes, renfermées sous une seule & même voûte, comme on peut le voir par le dessin que j'ai joint au présent Mémoire; elles ne sont séparées de l'aire que par deux petits murs d'environ dix à douze pouces d'élévation au-dessus du sol: ces chauffes m'ont paru avoir quinze pouces de large; elles sont aussi longues que l'intérieur du fourneau est profond ou large: j'estime cette largeur ou profondeur de huit à neuf pieds, & la longueur intérieure d'une chauffe à l'autre d'environ neuf à dix pieds; chaque chauffe a une ouverture extérieure pour y mettre le charbon & en retirer les cendres; mais ces ouvertures ne se ferment jamais & n'ont point de portes, de même que l'embouchure du fourneau, laquelle a à peu près dix-huit pouces de large sur quinze pouces de hauteur: ces trois ouvertures, qui sont sur la longueur du fourneau, se trouvent sous une grande cheminée commune, bâtie extérieurement: enfin ce fourneau ressemble beaucoup, à l'extérieur, à un four ordinaire de boulanger, mais auquel on a formé intérieurement deux chauffes, sans grille ni cendrier. Le charbon de terre qu'on met dans les chauffes pour cette opération, s'y place de champ contre le petit mur, & toujours en morceaux assez gros pour qu'ils puissent le déborder: l'intérieur du fourneau est pavé avec des briques. On emploie communément, pour une opération, dix lingots, barres ou saumons de plomb, du poids de 150 livres chacun, ce qui fait quinze quintaux dans le nombre des dix

lingots ; on en met neuf, dit-on, provenant de la fonte au fourneau de réverbère, & un provenant de la fonte des crasses, dans une espèce de fourneau à manche ; on prétend qu'on ne feroit pas du beau minium sans avoir du plomb des crasses (on entend ici par plomb des crasses, celui des crasses ou scories qui proviennent de la fonte du minéral dans le fourneau de réverbère à l'angloise) ; que celui que l'on obtient de la fonte au fourneau de réverbère est trop chaud & ne se convertiroit pas en poudre.

On m'a dit, dans une de ces fabriques, que l'on mettoit les quinze quintaux à la fois ; & dans l'autre, qu'on l'ajoutoit à mesure, parce qu'une trop grande quantité gêneroit l'opération.

Quand on veut commencer à opérer, on met intérieurement, & devant l'embouchure du fourneau, le grossier de la matière jaune qui a resté au fond de la bassine dans le lavage, & dont il sera parlé dans la suite ; cette matière sert à empêcher le plomb de couler en dehors du fourneau, lorsqu'il est en bain sur le sol qui est parfaitement de niveau ; on introduit le plomb dans l'intérieur du fourneau, il est bientôt fondu par le feu qu'on fait dans les deux chauffes. Il y a une chaîne pendue devant l'embouchure du fourneau, à l'extrémité de laquelle est un crochet pour appuyer le manche d'un grand rable de fer qui sert à agiter le plomb continuellement. A mesure qu'il y a du plomb réduit en chaux, l'ouvrier le retire de côté, & laisse toujours ensemble celui qui est liquide, qu'il ne cesse de remuer jusqu'à ce que le total soit converti en poudre. On n'emploie jamais plus de quatre ou cinq heures pour réduire en chaux les quinze quintaux ; mais comme il se trouve toujours quelques morceaux de plomb parmi celui qui a été réduit en chaux, on a soin de les retirer lorsqu'on les aperçoit, & on les garde pour une autre opération. On donne une chaleur vive au fourneau pendant tout le temps de cette conversion ; cependant elle n'est qu'un rouge de cerise très-foncé ; car les deux ouvertures des chauffes & l'embouchure du fourneau sont toujours ouvertes, afin qu'un air frais puisse frapper continuellement la matière, & accélérer sa calcination ; la fumée de plomb & celle du charbon ressortent par l'embouchure & enfilent la cheminée extérieure.

Première OPÉRATION.

Il faut plus que les quatre ou cinq heures qui convertissent le plomb en chaux pour qu'il soit réduit en poudre jaune que je puis nommer *massicot ;* ainsi on le laisse encore près de vingt-quatre heures dans le fourneau; mais on ne le remue pas souvent dès qu'il est une fois en poudre, seulement autant qu'il le faut pour empêcher qu'il ne se mette en grumeaux ou ne se fonde en masse. Quand on juge la chaux de plomb assez calcinée, on la tire hors du fourneau avec un rable de fer, & on la fait tomber sur un pavé uni; on fait couler de l'eau fraîche par-dessus; les ouvriers disent que c'est pour lui donner du poids, mais c'est plutôt pour diviser la chaux qui s'est mise en grumeaux, & la rendre assez friable pour être passée au moulin dont on va parler: on y fait arriver autant d'eau qu'il est nécessaire pour l'imbiber entièrement & la refroidir; cette matière étant encore toute chaude, ressemble beaucoup à de la litharge; mais lorsqu'elle est entièrement froide, elle est de la couleur d'un jaune-sale.

Le moulin dont on fait usage dans cet attelier, ressemble à ceux par où l'on passe la céruse, & dont il sera fait mention en donnant ce procédé, la meule est mue par une roue qu'un courant d'eau fait agir; on met dans l'ouverture qui est au milieu de la meule supérieure, de la matière jaune imbibée d'eau; on y verse aussi de l'eau; lorsque le tout ensemble a été moulu, il coule dans une grande cuve placée au bas du moulin pour le recevoir; mais comme cette matière n'est pas également broyée, on est obligé d'en faire un lavage; à cet effet on a placé à côté de la cuve du moulin, un tonneau plein d'eau; on prend la matière telle qu'elle tombe dans la cuve au sortir du moulin; on en remplit à moitié une bassine de cuivre, qu'un ouvrier prend des deux mains, & la portant dans le tonneau plein d'eau, il l'agite de façon que la matière qui a été broyée la plus fine se mêle à toute l'eau qui est dans le tonneau, & se précipite à mesure au fond dudit tonneau; tandis que la plus pesante, qui est celle qui n'a pas été assez divisée par le moulin, peut-être parce qu'elle n'étoit pas assez calcinée, reste dans le fond de la bassine. C'est cette matière que j'ai dit, au commencement de cette description, que l'on mettoit devant l'embouchure intérieure du fourneau, pour être

calcinée de nouveau avec le plomb. On continue de procéder de la même manière pour le moulin & pour le lavage, jufqu'à ce que toute la matière jaune ou le maſſicot provenu de la première calcination, ait été entièrement paſſé. Lorſque le lavage eſt fait, on laiſſe précipiter au fond du tonneau la matière qui eſt ſuſpendue dans l'eau par ſa grande diviſion ; on décante l'eau pour retirer le maſſicot & le paſſer par l'opération ſuivante.

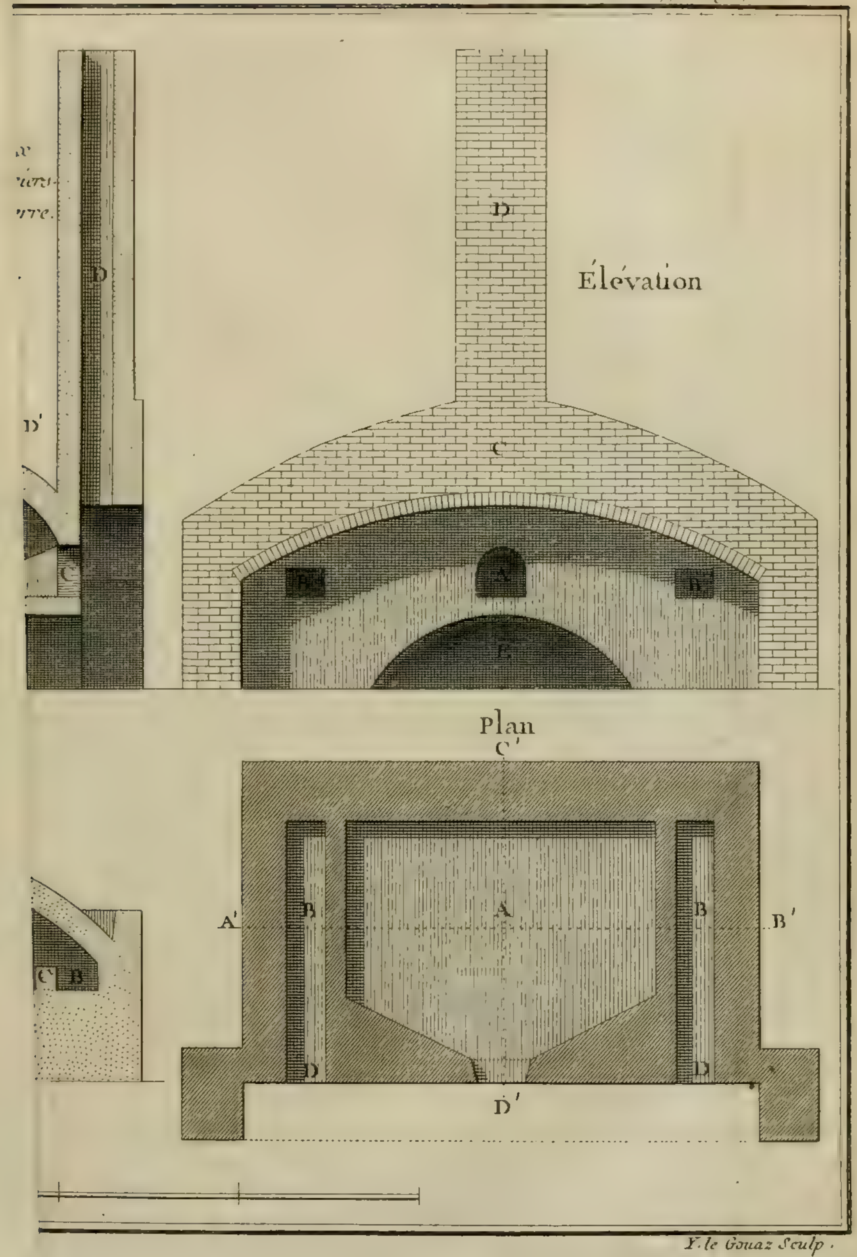
Pour donner la couleur rouge à la chaux de plomb, dans la fabrique près de la ville de Cheſterfield, on a deux fourneaux ſemblables, l'un pour la première opération, & l'autre pour celle dont on va parler; mais dans la fabrique de Wirksworth, le même fourneau ſert pour les deux opérations: on introduit toute la matière fine qui s'eſt précipitée au fond du tonneau, dans le milieu & ſur l'aire du fourneau, on en forme un ſeul tas, aplati dans la partie ſupérieure, ſur la ſurface duquel on fait des raies ou ſillons, on le remue rarement, ſeulement pour empêcher qu'il ne ſe prenne enſemble. Dans une de ces fabriques, on m'a dit qu'il falloit que la chaux de plomb fut ainſi au feu pendant trente-ſix ou quarante heures; mais dans l'autre fabrique on m'a aſſuré qu'il en falloit quarante-huit; des expériences bien faites peuvent déterminer le temps: c'eſt par cette dernière calcination qu'elle prend cette belle couleur rouge. Le feu ſe continue dans les deux chauffes de la même manière qu'on le fait pour la première converſion de plomb en chaux : comme il n'y a point de grilles aux chauffes, on n'y agite pas le charbon, & il perd lentement ſon bitume ; il n'y en a qu'une petite partie qui ſe réduit en cendres; car on en retire beaucoup dès qu'il ne donne plus de flamme, & on renouvelle pour lors le feu avec de nouveau charbon. Quand la matière a acquis le degré de calcination qu'on deſire & qu'on la retire du fourneau, étant encore chaude, elle a la couleur d'un ocre rouge très-foncé; mais, en refroidiſſant, elle prend ce beau rouge que nous connoiſſons au minium. Ce minium, en ſortant du fourneau, eſt mis dans une très-grande ſébille de bois où on le laiſſe refroidir; il n'eſt plus queſtion, pour le rendre propre à la vente, que de le paſſer dans un tamis de fer très-fin: mais pour n'en pas perdre en le tamiſant, l'opération ſe fait dans un tonneau, dans lequel il y a deux mor-

Seconde Opération.

ceaux de fer qui le traversent; le tamis se met dessus, mais on a fixé à ce même tamis une baguette de fer qui sort en dehors du tonneau. On met du minium dans le tamis, & l'on ferme le tonneau avec un couvercle qui joint exactement; après quoi on agite le tamis par le moyen de la baguette de fer, ce que l'on continue jusqu'à ce que l'on juge que tout a passé au travers dudit tamis: on n'ouvre le tonneau que lorsqu'on soupçonne que la poudre sera déposée dans le fond & contre les parois du tonneau, & l'on recommence de la même manière que ci-dessus; on dit que le minium préparé comme on l'a décrit, se vend 14 à 15 schelings le quintal de 112 livres; au surplus cela varie suivant le prix du plomb.

Tout le charbon n'est pas bon, à ce qu'on assure, pour ce procédé, sur-tout pour la dernière opération, qui donne la couleur rouge: on a de deux espèces de charbon de terre dans le pays, une qualité qui ressemble beaucoup au charbon commun de Newcastle, & une autre moins bitumineuse, qui a beaucoup de rapport à celui d'Écosse; on préfère cette première espèce, on dit même que la dernière opération ne pourroit se faire avec l'autre: mais ce qui m'a beaucoup surpris, & qui surprendra tout le monde, c'est qu'on est persuadé, dans ces fabriques, qu'on ne peut faire du minium avec du bois; on dit même en avoir fait l'expérience, mais sans succès. Quant à moi, l'inconvénient que j'y trouverois seroit celui des petits charbons provenans des éclats du bois pendant sa combustion, lesquels se répandroient sur la matière, & revivifieroient tout ce qu'ils toucheroient; le charbon de terre n'est pas dans ce cas-là. Quoi qu'il en soit, ce n'est certainement pas la seule chose qui a fait échouer les établissemens en ce genre qu'on a voulu faire en France, mais bien plutôt une mauvaise méthode de procéder; je ne prétends pas pourtant dire qu'il n'y a rien de défectueux dans cette description; car je n'ai pas été le maître de suivre d'un bout à l'autre ces opérations; mais comme ce que j'ai vu & ce qui m'a été dit dans les deux fabriques s'accorde assez bien, je suis très-persuadé qu'un Chimiste qui entend le travail en grand, pourra réussir à faire, avec avantage, du minium, en suivant ce procédé dans ses expériences.

PREMIER



Y. le Gouaz Sculp.

EXPLICATION

Élévation

A *Embouchure du Fourneau.*

BB *Les deux ouvertures des chauffés*

C *La grande voûte avancée pour la chemineé*

D *La Chemineé*

E *La voute sous l'aire du Fourneau*

Plan

A *Le Sol ou Aire du Fourneau où l'on réduit le plomb en chaux*

BB *Les deux Chauffés sous cendriers où l'on brûle le charbon de terre*

C *Embouchure du Fourneau.*

DD *Les deux ouvertures des chauffés*

Coupe *sur la ligne* C'D'

A *Intérieur et voûte du Fourneau*

B *Mur de [illegible]paration pour la chauffé*

C *Embouchure du Fourneau*

D *La chemineé*

E *La voûte sous l'aire du Fourneau*

Coupe *sur la ligne* A'B'

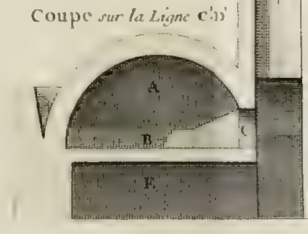
A *Intérieur et voûte du Fourneau*

BB *Les Chauffés*

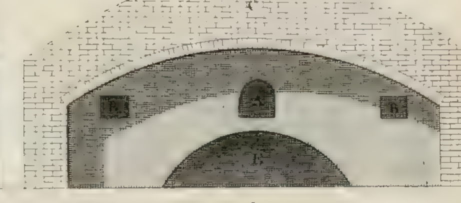
CC *Les Murs des chauffé*

D *La voûte inférieure pour préserver de l'humidité*

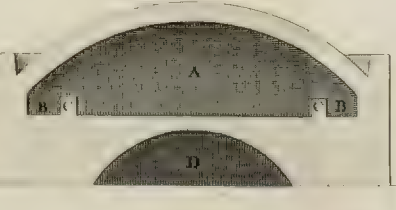
Coupe *sur la Ligne* C'D'



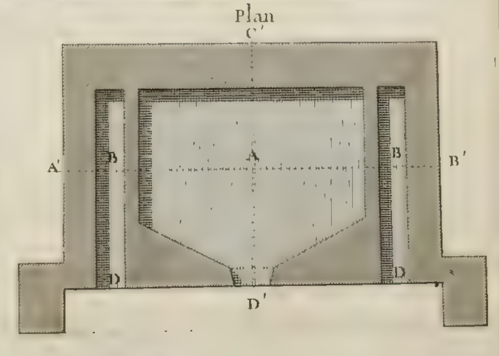




Coupe *sur la Ligne* A'B'



Plan



Y le Gouaz Sculp

PREMIER MÉMOIRE
SUR LA
NATURE DE L'EAU,
Et sur les Expériences par lesquelles on a prétendu prouver la possibilité de son changement en terre.

Par M. LAVOISIER.

LA question de la transmutabilité des Élémens les uns dans les autres, & particulièrement celle du changement de l'eau en terre est trop intéressante pour la Physique; elle a été agitée par un trop grand nombre d'Auteurs célèbres, pour que je puisse me dispenser, avant d'entrer dans le détail des expériences dont j'ai à rendre compte, de placer ici un abrégé des découvertes successives qui ont été faites en ce genre.

Je ne parlerai point de ce qu'ont écrit sur les Élémens, les Philosophes des premiers siècles; l'exposé que je pourrois faire de leur opinion, me jetteroit dans des détails trop étendus, ils répandroient d'ailleurs peu de jour sur la question que j'ai à traiter: je passe à ce qui intéresse plus particulièrement les Physiciens; je veux parler des faits.

Les premières expériences par lesquelles on a prétendu prouver la possibilité du changement de l'eau en terre, sont de deux espèces; les unes par la végétation des Plantes à l'aide de l'eau seule; les autres, par des distillations répétées, & par différentes manipulations chimiques.

Jean-Baptiste Vanhelmont est le premier qui nous ait donné des expériences remarquables du premier de ces deux genres; je veux dire sur la végétation; on en trouve le détail à la *page 108* de ses Ouvrages, de l'édition d'Elzevir. Il rapporte qu'ayant mis dans un vase d'argile, deux cents livres de terre séchée au four,

& l'ayant ensuite humectée avec de l'eau de pluie, il y avoit planté un tronc de saule du poids de cinq livres; au bout de cinq ans, ce même arbre pesoit 169 livres 3 onces. Le même Auteur assure qu'il ne s'étoit jamais servi pour l'arroser que d'eau de pluie ou d'eau distillée: il ajoute même que dans la crainte que la poussière de l'atmosphère ne se déposât sur la terre, & ne se mêlât avec elle, il avoit pris la précaution de couvrir le pot avec une lame d'étain, percée de plusieurs trous; enfin au bout de cinq années ayant desséché cette même terre également à la chaleur du four, il n'y trouva que deux onces de diminution; c'étoient donc 164 livres de bois, d'écorce, de racines; en un mot, de parties solides qui devoient, suivant lui, leur origine à l'eau.

On trouve dans le *Chemista Septicus* de Boyle, *page 95 & suivantes ;* & dans le Traité du même Auteur, *de Origine formarum, sect. 2.ª* des expériences à peu près semblables: il a fait parvenir des courges & des concombres à une grosseur très-considérable, sans que la terre dans laquelle ces plantes s'étoient accrûes, ait paru avoir contribué de sa propre substance à leur accroissement.

Bien plus, des manthes qu'il avoit fait croître dans de l'eau seule, se sont trouvées aussi parfumées que celles qui avoient été nourries en pleine terre.

Ces mêmes expériences ont été faites en Suède par M. Trieval; & renouvelées en Angleterre par M. Miller-Eller; elles ont été rendues publiques par ce dernier, dans les *Transactions Philosophiques, vol. 37, n.º 418.*

Elles ont encore été répétées de nouveau, avec le plus grand soin, par M. Eller, sur des citrouilles & sur des oignons de jacinthes. Voyez *Mém. Acad. de Berlin, an. 1746, page 45:* & quoique ces derniers n'eussent pris d'accroissement que dans une eau distillée pure, il n'en a pas moins obtenu des plantes parfaites, qui, par l'analyse, ont donné les mêmes résultats qu'à l'ordinaire, & une quantité très-notable de terre.

Plusieurs autres Physiciens très-célèbres se sont encore occupés récemment du même objet; ils ont étendu, varié & multiplié

les expériences ; on peut consulter celles de M.rs Gloditsch & Bonnet, rapportées dans les Mémoires des Savans étrangers, présentés à cette Académie, *tome I.er, page 420;* & les Commentaires de Léipsic, *tome I.er, page 34.* On peut voir aussi dans l'Histoire de l'Académie, *année 1748, page 272;* & dans la Physique des Arbres de M. du Hamel, *tome II, page 198 & suiv.* une suite d'expériences très-intéressantes, qui confirment celles des différens Auteurs qui ont été cités précédemment.

Je pourrois parler encore ici des expériences faites par M. Krafft, rapportées dans les Mémoires modernes de l'Académie de Pétersbourg, *tome II, page 231;* cet Auteur a semé de l'avoine & du chenevis dans du sable desséché, dans des morceaux de papier déchiré, dans des pièces d'étoffes de laine, dans du foin haché; il a humecté ensuite ces semences avec de l'eau pure, & il a remarqué qu'elles avoient végété aussi promptement, & à peu près aussi heureusement que celles qui avoient été semées en pleine terre : mais comme ces végétations n'ont pas été faites à l'aide de l'eau pure, on ne peut en rien conclure pour ou contre la possibilité du changement d'eau en terre; il en est de même de celles de M. Charles Alston, rapportées dans son Essai de Botanique d'Édimbourg.

D'après des faits aussi constans, aussi multipliés, & par des Observateurs aussi célèbres, on seroit peut-être en droit de conclure que la terre qui environne les plantes, n'est qu'accidentelle à la végétation, qu'elle ne passe pas dans les filières des végétaux: en un mot, qu'elle ne concourt pas par sa propre substance à l'accroissement des plantes & à la formation de leurs parties solides ; mais peut-on en conclure, comme le pensent quelques Physiciens, & comme le conclut M. Valerius dans ses *Élémens d'Agriculture*, édition d'Yverdon, 1766, *page 83*, que l'eau se transforme véritablement en terre par l'opération de la végétation; c'est ce qui ne paroît pas aussi bien prouvé & ce qui répugne même à l'idée qu'on a coutume de se former de l'eau, & en général de tous les élémens. Que deux molécules de matières se réunissent ensemble, qu'il en résulte un nouveau corps différent de ce qu'étoit chacun séparément ; il n'y a rien en cela que la Physique n'avoue, & qui

ne cadre avec les expériences connues. Lorſque l'on combine en effet de l'acide vitriolique concentré avec de l'huile de tartre, il en réſulte une maſſe concrette de tartre vitriolique, quoique les deux êtres qui ſont entrés dans la combinaiſon fuſſent fluides avant le mélange; mais qu'une maſſe d'eau puiſſe ſans addition, ſans déperdition de ſa ſubſtance, ſe changer en une maſſe de terre, c'eſt ce qui répugne à toute idée reçue, & ce qu'il ne ſeroit poſſible d'admettre qu'autant qu'on y ſeroit forcé par des expériences très-démonſtratives. La difficulté du changement d'eau en terre, n'eſt pas d'ailleurs la ſeule qui ſe préſente dans l'opinion de M. Vallerius; les plantes ne ſont pas ſeulement compoſées d'eau & de terre, elles contiennent encore des huiles, des réſines, des parties ſalines & odorantes de ſucs acides & alkalis, &c. Il ne ſuffiroit donc pas d'admettre que l'eau ſe change en terre dans la végétation, il faudroit encore conclure qu'elle ſe change en autant de ſubſtances particulières, qu'on en découvre dans toutes les plantes que nous connoiſſons, ce qui n'eſt confirmé par aucune expérience.

Le changement de l'eau en terre n'eſt donc juſqu'à préſent qu'une ſuppoſition gratuite qui ne répand qu'une foible lumière ſur les myſtères de la végétation, & l'on ne peut ſe diſpenſer d'avoir recours à une autre cauſe pour en expliquer les phénomènes; d'ailleurs il faut l'avouer, quelque nombreuſes, quelque bien faites que ſoient les expériences qu'on vient de citer, ſur la végétation des plantes par l'eau ſeule, la plupart laiſſent encore quelque choſe à deſirer; on n'a employé dans le plus grand nombre, que de l'eau commune, de l'eau de fontaine, ou de l'eau de rivière: or on ſait, par les analyſes des Chimiſtes, qu'elles contiennent toujours une quantité aſſez conſidérable de terre calcaire, de ſélénite & de différens ſels.

L'expience du ſaule de Vanhelmont & celle des oignons de jacinthe, par M. Eller, ſont les deux ſeules qui aient été faites; la première, avec de l'eau de pluie; la ſeconde, avec de l'eau diſtillée; mais on peut dire, à l'égard de la première, que Vanhelmont n'a pas donné le détail des précautions qu'il a priſes pour ſe procurer une eau de pluie pure; celle qu'on reçoit des gouttières & qui a lavé les toits des maiſons, contient ſouvent différens

ſels, & j'ai éprouvé qu'elle étoit toujours moins pure que celle qui a été reçue dans des vaſes de fayence ou de porcelaine, placés dans des endroits éloignés de tous bâtimens. Enfin, l'eau de pluie elle-même, recueillie avec toutes les précautions poſſibles, contient encore une petite portion de ſel marin, ainſi qu'il réſulte des expériences de Borichius, de celles de M. Margraff, & de celles dont je rendrai compte moi-même dans la ſeconde partie de ce Mémoire.

J'avoue qu'il y a une énorme diſproportion entre la petite portion de ſel qui peut ſe trouver dans de l'eau de pluie, quelque peu de ſoin qu'on ait apporté pour la recueillir, & le poids de 164 livres que le ſaule de Vanhelmont a acquis pendant cinq années; mais il faut conſidérer en même temps qu'il s'en faut bien que la totalité de ce poids ſoit dûe à la terre. Si Boyle eût fait l'analyſe de cet arbre, il auroit retiré preſque tout en flegme, & la quantité réelle de terre qu'il auroit obtenue, ſe ſeroit ſans doute trouvée réduite à une très-petite quantité. On n'a, il eſt vrai, aucune de ces objections à faire contre l'expérience des oignons de jacintes, faite par M. Eller, il n'a employé que de l'eau diſtillée au bain-marie; mais auſſi n'a-t-il obtenu, par l'analyſe, qu'un excédant de terre de ſept à huit grains: or, il ſeroit poſſible que la phiole ou caraffe dans laquelle l'eau étoit contenue eût fourni, de ſa propre ſubſtance, cette petite quantité de terre; c'eſt ce qui deviendra même beaucoup plus probable par les expériences contenues dans la ſeconde partie de ce Mémoire.

Il eſt d'ailleurs une autre ſource, dont les végétaux tirent ſans doute la plus grande partie des principes qu'on y découvre par l'analyſe; on ſait, par les expériences de Mrs Hales, Guettard, du Hamel & Bonnet, qu'il s'opère non-ſeulement dans les plantes une tranſpiration conſidérable, mais qu'elles exercent encore, par la ſurface de leurs feuilles, une véritable ſuccion, au moyen de laquelle elles abſorbent les vapeurs répandues dans l'atmoſphère. On peut voir, dans les recherches de M. Bonnet, ſur l'uſage des feuilles dans les plantes, une ſuite d'expériences extrêmement ingénieuſes, par leſquelles il paroît prouvé que c'eſt principalement par cette voie que ſe fait la nutrition des végétaux.

« Les feuilles, dit ce favant Phyficien, font aux branches ce » que le chevelu eft aux racines: l'air eft un terrein fertile, où les » feuilles puifent abondamment des nourritures de toute efpèce; la » Nature a donné beaucoup de furface à ces racines aëriennes, afin » de fe mettre en état de raffembler plus de vapeurs & d'exhalaifons, &c. »

On dira peut-être que fi l'air eft la fource où les végétaux puifent les différens principes que l'analyfe y découvre, ces mêmes principes doivent exifter & fe retrouver dans l'atmofphère; je répondrai que quoique nous n'ayons point encore d'expériences démonftratives en ce genre, on ne fauroit douter cependant que la partie baffe de l'atmofphère, celle dans laquelle croiffent les végétaux ne foit extrêmement compofée. Premièrement, il eft probable que l'air qui en fait la bafe n'eft point un être fimple, un élément, comme l'ont penfé les premiers Phyficiens: fecondement, ce fluide eft le diffolvant de l'eau & de tous les corps volatils qui exiftent dans la Nature; je ferai en effet en état de faire voir dans la fuite, dans un Mémoire que je prépare fur la nature de l'air, qu'évaporation ou diffolution dans l'air font deux chofes, à très-peu de chofes près fynonymes. Enfin, indépendamment des différens corps volatils qui fe trouvent combinés dans l'air, & dont il fait en quelque façon la diffolution; les fels & les corps les plus fixes y font encore portés à l'aide de l'eau, à la vérité en petite quantité; en effet, puifque les pluies qui tombent de la région elevée de l'atmofphère contiennent quelque portion de fel marin, comme il réfulte des expériences ci-deffus citées; à plus forte raifon doit-il fe trouver une affez grande quantité de différens fels dans la partie inférieure de l'atmofphère.

Indépendamment de ces différentes fubftances qui font étrangères à l'air, on ne fauroit douter que ce fluide lui-même n'entre en proportion très-confidérable dans la texture des végétaux, & qu'il ne contribue pour beaucoup à en conftituer les parties folides; il réfulte des expériences de M. Hales, & d'un grand nombre d'autres qui ont été faites en ce genre, que l'air exifte de deux façons dans la Nature; tantôt il fe préfente fous la figure d'un fluide très-rare, très-dilatable, très-élaftique, tel eft celui que nous

respirons; tantôt il se fixe dans les corps, il s'y combine intimement, il perd alors toutes les propriétés qu'il avoit auparavant; l'air dans cet état n'est plus un fluide, il fait l'office d'un solide, & ce n'est que par la destruction même des corps, dans la composition desquels il entroit, qu'il revient à son premier état de fluidité. On peut voir à cet égard les expériences très-ingénieuses rapportées dans la *Statique des végétaux ;* il en résulte, que le bois de chêne donne, par l'analyse, environ le tiers de son poids d'air; que le bois de gayac en donne encore davantage, & que la quantité de ce fluide contenue dans les différentes espèces de bois, est toujours à peu près proportionnelle à leur densité. Ces expériences sont trop constantes pour pouvoir être révoquées en doute, elles ont d'ailleurs été répétées un grand nombre de fois, aux yeux de tout le public, dans les leçons de M. Rouelle.

Voilà donc deux sources dont les végétaux élevés dans l'eau seule ont pu tirer les principes qu'ils ont donnés par l'analyse, premièrement de l'eau même & de la petite portion de terre étrangère qui se trouvoit nécessairement dans toutes celles qui ont été employées, secondement de l'air & des substances de toute nature dont il est chargé.

Les expériences faites sur la végétation des plantes par l'eau, ne prouvent donc en rien la possibilité du changement d'eau en terre. Je passe aux Expériences chimiques qui ont été faites dans le même objet.

Les premières expériences un peu suivies, qui aient été faites sur la nature de l'eau, sont de Borichius; cet Auteur, dans son Livre intitulé : *de la Science d'Hermès & des Égyptiens,* a reçu dans des vases de verre, neuf cents livres d'eau de pluie, cent livres d'eau de neige, cent livres d'eau de grêle; & les ayant fait évaporer, il a observé qu'elles devenoient roussâtres sur la fin de l'opération : enfin ayant évaporé jusqu'à siccité, il a obtenu une terre en poudre, de laquelle il a retiré, par le lavage, une petite portion de sel marin; cette même poudre lavée & mise ensuite sous la moufle, lui a donné des indices de soufre : ce même Auteur est aussi le premier qui ait soumis une même eau à un grand

nombre de diſtillations ſucceſſives, & il avance qu'en réitérant ces opérations, on peut la changer en totalité en une fixe & inſipide. *Voy. Borichius, p. 397.*

A peu près dans le même temps que Borichius faiſoit ces expériences en Danemarck, Boyle s'en occupoit en Angleterre ; il paroît même qu'il n'avoit eu aucune connoiſſance de celles de Borichius ; il a remarqué, comme lui, que l'eau, à chaque diſtillation, laiſſoit toujours une quantité notable de terre ; il aſſure même que ces diſtillations ont été répétées juſqu'à deux cents fois ; & qu'au bout de cette ennuyeuſe opération, faite avec ſoin dans un alambic de verre, une once d'eau avoit donné ſix dragmes de terre blanche, légère, inſipide & indiſſoluble dans l'eau ; d'où le Phyſicien Anglois conclut que l'eau peut ſe changer en terre par la diſtillation. *Voyez* Boyle, *de Origine formarum, p. 259—273.*

Becher & Stalh ne ſe ſont occupés d'aucune expérience particulière ſur la nature de l'eau ; on peut même dire qu'ils ſe ſont, en quelque façon, livrés à des erreurs populaires ſur la nature de cet élément ; ils étoient l'un & l'autre dans l'opinion que l'eau acquéroit, par une ſuite de diſtillations répétées, une qualité corroſive ; c'eſt au moins ce qu'on lit dans le premier Ouvrage de Stalh, intitulé : *Fundamenta Chimiæ, Dogmaticæ & Experimentalis*, ouvrage, il eſt vrai, qu'il a en quelque façon, déſavoué dans la ſuite.

Stalh penſoit encore que l'eau pouvoit être portée par la diſtillation, à un tel degré d'atténuation, qu'elle pouvoit pénétrer la ſubſtance du verre ; c'étoit au ſurplus ſur la foi d'un ancien Chimiſte, qu'il avoit adopté cette opinion.

Il étoit réſervé à M. Boërhaave d'apprécier toutes ces idées & de les réduire à leur juſte valeur ; on peut voir à la fin de ſon Traité ſur l'eau, les expériences qu'il a faites ſur cet objet ; il en réſulte que l'eau ne change point de nature par la diſtillation, qu'elle ne devient ni acide, ni alkali, ni plus corroſive, ni plus pénétrante.

Du reſte, M. Boërhaave a obſervé, comme Borichius & Boyle, qu'il reſtoit à chaque diſtillation de la même eau, un réſidu terreux ; mais il n'a pas penſé qu'on dût en conclure, que l'eau ſe

changeoit

changeoit véritablement en terre, il remarque même que Boyle n'a répété que trois fois la distillation d'une même eau, & que ce n'est que sur l'autorité d'un Chimiste, qu'il rapporte qu'une once d'eau avoit donné six dragmes de terre par deux cents distillations successives, sans se décider formellement sur cet objet. M. Boërhaave présume que la poussière qui flotte continuellement dans l'air, a pu se mêler avec l'eau pendant la distillation, & former la petite quantité de terre qui y a été trouvée par les Chimistes.

L'expérience de M Geoffroi, rapportée dans les Mémoires de l'Académie *(année 1738, page 208)* paroissoit bien propre à détruire, dans l'esprit des Physiciens, l'opinion de M. Boërhaave; il a distillé vingt fois une même eau, & en a constamment retiré un sédiment terreux, quoiqu'il ait toujours employé, ajoute-t-il, des cucurbites de verre neuves & bien nettes, avec le même chapiteau & le même récipient bien fermés avec de la vessie.

M. Margraff, dans une Dissertation imprimée dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, *(année 1756)* sur la terre qui se trouve dans l'eau pure, a levé, d'une manière encore plus décisive, les doutes qui pouvoient rester sur la poussière de l'atmosphère, il a complettement démontré que la terre de l'eau ne pouvoit venir des corps flottans dans l'air : en effet, non-seulement il a obtenu la même terre en distillant l'eau dans une retorte de verre lutée hermétiquement avec son récipient, mais il a fait voir encore qu'on avoit le même résultat, en soumettant l'eau à une grande agitation dans des vaisseaux fermés. Cette dernière expérience avoit déjà été faite en 1746, par M. Eller. (Voy. *Mém. Acad. de Berlin, 1746, p. 47)*.

Enfin M. le Roy, de cette Académie, dans un Mémoire lû dans une séance publique, en 1767, a prétendu que les expériences de Borichius, de Boyle, de Boërhaave & de Margraff, ne prouvoient point la possibilité de la conversion de l'eau en terre; M. le Roy pense que toute eau contient une quantité de terre assez considérable; que cette terre est unie si intimément à l'eau, qu'elle passe presqu'entièrement dans la distillation, mais qu'il s'en sépare cependant toujours une petite quantité à chaque opération; enfin que c'est cette petite portion de terre qui en a imposé

jusqu'ici aux Physiciens, & qui leur a fait croire que l'eau se changeoit en terre.

Nous ne pouvons dissimuler que le sentiment de M. le Roy ne soit susceptible de beaucoup de difficultés ; car enfin, si cette terre est étrangère à l'eau, ne devroit-elle pas s'épurer peu à peu, & par un certain nombre de distillations ? Ne devroit-on pas remarquer une diminution successive dans la quantité qu'on en sépare ? Enfin, ne devroit-il pas se trouver un terme au-delà duquel il ne seroit plus possible d'en retirer ? Cependant si l'on ajoute foi aux expériences rapportées par Boyle, deux cents distillations n'ont pas suffi pour séparer toute la terre de l'eau, & M. Margraff, à la quarante & cinquantième distillation, a toujours obtenu à peu près autant de terre que dans les premières.

Tel est encore aujourd'hui l'état de doute & d'incertitude dans lequel sont restés les Physiciens, sur l'origine de la terre que laisse l'eau dans chacune de ses distillations.

Il ne me reste, après avoir exposé l'opinion de chacun d'eux, qu'à rendre compte des expériences dont je me suis occupé moi-même ; c'est ce que je me propose de faire dans la seconde partie de ce Mémoire.



EXTRAIT

Des Observations du passage de Vénus sur le Soleil, faites par M. l'Abbé Chappe, en 1769.

Par M. CASSINI DE THURY.

M. l'Abbé CHAPPE a fait ses observations au village de Saint-Joseph en Californie; il étoit logé dans une grange très-spacieuse, qui servoit à mettre le *maïs;* il s'étoit d'abord proposé de placer son observatoire en dehors, mais ayant obtenu la permission de découvrir le toit de la grange, pour la couvrir d'une toile que l'on pourroit hisser comme les voiles d'un vaisseau, il préféra de l'établir dans la grange; il fit construire une espèce de piédestal, de grosses pierres cimentées avec de la terre & recouvertes de brique, pour placer la machine parallactique, un second pour poser le quart-de-cercle, & un troisième pour l'instrument des passages.

La pendule étoit attachée sur un bloc de cèdre parfaitement dur qu'il avoit apporté exprès; il avoit plus de 3 pouces d'épaisseur sur un pied de largeur, il étoit enfoncé de deux pieds & demi en terre, & entouré de tous côtés d'un massif de pierre.

Il avoit commencé ses observations dès le 21 Mai, & l'observatoire ne fut disposé que le 26 du même mois; mais pendant cet intervalle, il avoit reconnu que la pendule retardoit de 2′ 7″ en vingt-quatre heures; il jugea devoir raccourcir le pendule d'une ligne un tiers; & le 26, elle fut mise en place enfermée dans sa boîte, entourée de papier collé pour empêcher l'effet du vent & de la poussière; on la recouvroit d'un drap après l'observation.

La lunette de 10 pieds étoit suspendue à une potence portée par une poutre de 8 à 9 pouces de diamètre; de manière que la lunette pouvoit rouler entre deux pivots, & avoir le mouvement vertical & horizontal.

Tous les instrumens étoient en place le 28 Mai, la pendule

étoit déjà réglée, on connoiſſoit auſſi à peu près la latitude de Saint-Joſeph, & ſa longitude par les ſatellites de Jupiter; on avoit déterminé les parties du micromètre du grand quart-de-cercle par le diamètre du Soleil. M. Chappe vouloit d'abord ſe faire aider dans ſes obſervations, mais comme elles devoient arriver près du zénith, où les difficultés augmentent, il ne voulut s'en rapporter qu'à lui-même.

Les jours qui ont précédé l'obſervation, furent employés à régler la pendule; & le temps fut ſi favorable que, ſoit par le Soleil, ſoit par les Étoiles, on connoiſſoit exactement ſa marche.

M. Chappe, incertain ſur le moment précis de l'entrée ſur l'endroit du limbe où Vénus devoit entrer, & comptant par-là l'exactitude de la première phaſe, ſe détermina à obſerver le premier contact à la lunette parallactique, pour ne pas ſe fatiguer inutilement à la grande lunette; il avoit pris la précaution de n'obſerver toute la matinée qu'avec l'œil gauche, pour conſerver l'autre pour le ſecond contact; il vouloit encore ſe procurer l'avantage de pouvoir obſerver au quart-de-cercle la différence de hauteur entre le bord du Soleil & le point du diſque de l'entrée; ſon domeſtique comptoit à la pendule; le ſieur Pauli, Ingénieur, qui l'avoit accompagné, écrivoit l'heure & les minutes des obſervations.

A $11^h\ 40'$, il commença à faire compter; à $11^h\ 59'\ 19''$, il aperçut Vénus formant une petite échancrure ſur le bord du Soleil, parfaitement terminé; à $12^h\ 5'\ 17''$, il eſtima l'entrée du centre; & à $12^h\ 17'\ 27''$, le ſecond contact.

M. Chappe examina avec attention s'il ne découvriroit pas Vénus hors du Soleil avec le croiſſant qui avoit été vu dans le paſſage de 1761, mais il ne l'aperçut pas; il remarqua ſeulement vers le milieu de l'entrée du centre de cette planète, qu'une partie du diſque de Vénus, proche celui du Soleil.

Mais à l'entrée totale de Vénus, il obſerva très-diſtinctement le ſecond phénomène déjà remarqué par pluſieurs Aſtronomes en 1761; le bord du diſque de cette planète parut s'alonger; & à l'extrémité, on voyoit un point noir un peu moins obſcur que le reſte de Vénus.

Après cette obſervation, il détermina à la machine parallactique, la différence d'aſcenſion droite entre Vénus & le Soleil, la différence de déclinaiſon entre le bord boréal de cette planète & le bord du Soleil, le diamètre de la planète qu'il trouva de près de 59 ſecondes, enfin la plus petite diſtance des centres.

Pour faire l'obſervation de la ſortie de Vénus, il diſpoſa ſa grande lunette de 10 pieds; le Soleil paroiſſoit ondoyant, ainſi que Vénus; ce qui rendoit l'obſervation plus difficile que dans les petites lunettes, où le bord paroiſſoit mieux terminé; à $5^h\ 54'\ 50''$, il détermina le premier contact; à $6^h\ 3'\ 57''$, le centre; & à $6^h\ 13'\ 19''$, la ſortie totale.

Vénus a paru au premier contact s'alonger plus conſidérablement que le matin; en s'approchant tout d'un coup du bord du Soleil, pour faire exactement l'obſervation des deux contacts, il avoit diſpoſé la lunette de façon qu'il n'étoit pas obligé de la remuer pour ne pas perdre Vénus au travers du bord ondoyant, & ne pas prendre le fond du Ciel pour le bord de cette planète.

Le lendemain, M. Chappe continua ſes obſervations des hauteurs correſpondantes, pour connoître la marche de ſa pendule juſqu'au 11 Juin qu'il fut attaqué de la maladie contagieuſe qui commença par un tranſport & une fièvre dont les accès étoient de vingt-quatre & de trente-ſix heures; il ſe trouva un peu mieux le 18 Juin; il prit médecine à la pointe du jour pour être en état de faire l'obſervation de l'éclipſe de Lune, dont il a déterminé toutes les phaſes; elle ne fut pas totale; il a déterminé ſa grandeur de 11 doigts $\frac{8}{10}$.e: la fatigue de l'obſervation, jointe à ſa grande foibleſſe, ne lui permit pas d'obſerver le paſſage de la Lune au méridien.

Il profitoit des intervalles que lui laiſſoient les accès de fièvre pour faire des obſervations des ſatellites de Jupiter; le 22 Juin, la maladie redoubla juſqu'au 29 qu'il fit encore l'obſervation d'une éclipſe des ſatellites de Jupiter; le 7 & le 10 Juillet, quoique malade, il fit encore des obſervations, & il les continua toujours dans la ſouffrance, & avec un zèle dont il n'y a point d'exemple, juſqu'au 19 Juillet, c'eſt-à-dire onze jours avant ſa mort.

RÉFLEXIONS sur les Observations précédentes.

Pendant l'espace de près de deux mois que M. Chappe a séjourné à Saint-Joseph, il n'a négligé aucune des observations qui paroissoient nécessaires pour remplir l'objet de son voyage; l'observation du passage de Vénus a été complette; la pendule avoit été réglée par des hauteurs correspondantes prises avant & après le jour de l'observation; le rapport des principales phases, avec celles qui nous ont été communiquées par les Officiers Espagnols, est singulier, puisqu'on n'y remarque que 2 secondes de différence dans le premier contact, & 5 secondes & demie dans le second: la durée totale observée par M. Chappe, de $5^h\ 37'\ 23''$, ne diffère que de 4 secondes de celle déjà publiée par les Espagnols qui observoient à part & dans le même lieu.

Pour déterminer la latitude de Saint-Joseph, M. Chappe s'est attaché particulièrement à la hauteur d'*Arcturus*, observée dans les deux sens, & j'en ai déduit la latitude de $23^d\ 4'\ 0''$; & par le Soleil, de $23^d\ 3'\ 35''$: à l'égard de la longitude, M. Chappe a fait neuf observations d'immersion & d'émersion des satellites de Jupiter, que l'on pourra employer très-utilement en les comparant à des correspondantes faites dans des lieux connus; en attendant, j'ai comparé les observations des Éclipses du premier satellite, faites par M. Chappe à Saint-Joseph, au calcul des Tables, & j'en ai déduit la différence de longitude de $7^h\ 28'\ 35''$; mais on pourra déterminer cette longitude avec plus de précision par les observations de la Lune & des Étoiles au méridien, trouvées en grand nombre dans le registre des observations, & particulièrement par l'observation du 14 Juillet, du passage de la Lune & d'*Arcturus* au méridien, dont la correspondante a été faite à l'Observatoire; mais par un milieu entre les observations des Éclipses du premier satellite de Jupiter, on peut établir la différence de longitude de $7^h\ 28'\ 35''$.

M. Chappe a fait encore différentes observations importantes qu'on ne peut rendre dans un Extrait; en parcourant ses registres, j'en ai trouvé un qui contient les observations faites au Havre depuis le 23 Septembre jusqu'au 29, pour régler la montre marine du

sieur Berthoud : la suite de ses observations, depuis le 29 Septembre jusqu'au 17 Octobre qu'il est arrivé à Cadiz, celles faites à Cadiz jusqu'au 21 Décembre qu'il s'est embarqué ; enfin les observations faites pendant la traversée, jusqu'au 12 Mars qu'il est arrivé à la Vera-crux ; il remarque que la montre de M. Berthoud a donné très-exactement la longitude des îles Canaries, & le point de leur arrivée, mais elle s'est arrêtée en arrivant à la Vera-crux ; il a tenté de faire usage du mégamètre pour observer la distance de la Lune à des étoiles ; mais il a remarqué qu'il ne pouvoit conserver la Lune dans la lunette dans l'espace de 2 secondes ; il n'a pas été plus content d'une lunette de trois pieds, avec une autre placée à côté, pour observer les satellites de Jupiter. Les autres regiltres contiennent des détails qui ont rapport à l'Histoire Naturelle, & dont on rendra compte à la rentrée publique de Pâques ; il n'étoit pas possible de ramasser un plus grand nombre de matériaux dans un si court espace de temps, & on ne peut les examiner sans regretter de plus en plus celui à qui l'on en est redevable.

OBSERVATIONS des Éclipses des Satellites de Jupiter.

À SAINT-JOSEPH.			À PARIS.	DIFFÉRENCE des MÉRIDIENS.
	H. M. S.		H. M. S.	H. M. S.
Le 28 Mai, au matin.	2. 37. 26.	Émersion du II.e	10. 9. 43	7. 32. 21
	2. 42. 8.			
	2. 40. 8.	Émersion du III.e	10. 17. 1	7. 34. 10
	2. 46. 8.			
Le 28 Mai, au soir.....	11. 31. 59.	Émersion du I.er	7. 0. 14	7. 28. 15
Le 6 Juin	7. 53. 58.		3. 22. 28	7. 29. 30
Le 20	11. 40. 56.		7. 9. 34	7. 28. 38
Le 21	11. 32. 15.	Émersion du II.e	7. 4. 37	7. 32. 22
Le 29	8. 8. 52.	Émersion du I.er	3. 31. 35	7. 28. 46
Le 14 Juillet, médiocre	11. 51. 54.		7. 19. 37	7. 27. 43
Le 16	8. 29. 45.	Émersion du II.e	4. 1. 41	7. 31. 56
Par un milieu pris par les observations du I.er Satellite				7. 28. 35

Pour la latitude par le Soleil.

Le 16 Juillet.			Le 17 Juillet.			Le 19 Juillet.		
D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
88.	29.	41	88.	19.	25	87.	58.	0
0.	1.	20	0.	1.	20	0.	1.	20
88.	28.	21	88.	18.	5	87.	56.	70
0.	15.	47	0.	15.	47	0.	15.	47
88.	12.	34	88.	2.	18	87.	40.	53
21.	16.	9	21.	5.	52	20.	44.	27
66.	56.	25	66.	56.	26	66.	56.	26
23.	3.	35	23.	3.	34	23.	3.	34

Les parties du micromètre de ces obſervations ont été réduites par M. l'Abbé Chappe, c'eſt par cette raiſon que je les ai préférées aux autres.

Détermination directe de la Longitude par les Obſervations correſpondantes.

M. Maraldi m'a communiqué une obſervation faite au Canada; dans la maiſon de Boſtholland, Commandant général du Canada, à 5 degrés ſud-oueſt de Québec, à deux milles & demi du château de Saint-Louis, avec une lunette achromatique de 10 degrés $\frac{1}{2}$ de Dollond, ſous la latitude de $46^d\ 47'\ 15''$ au nord, & dont M. Maskeline a conclu la longitude par rapport à Greenwich de $4^h\ 44'\ 42''$; l'obſervation de l'émerſion du premier ſatellite de Jupiter y a été obſervée le 28 Mai à $14^h\ 5'\ 45''$, ce qui donne, en ſuppoſant la différence de longitude entre Paris & Greenwich de $9'\ 16''$, la différence de longitude de Saint-Joſeph de $7^h\ 27'\ 54''$.

Le 6 Juin, on a fait l'obſervation de l'émerſion du premier; au même endroit, à $10^h\ 28'\ 2''\frac{1}{2}$; laquelle comparée à celle de Saint-Joſeph, donne pour différence de longitude, $7^h\ 28'\ 2''$.

La

La même obſervation a été faite à Noriton avec une lunette de réfraction de 36 pieds.

M. Maskeline en a conclu la différence de longitude à Greenwich, de	5^h 1′ 35″
L'émerſion eſt arrivée à	10. 11. 32
Ce qui donne la différence de longitude entre Paris & Saint-Joſeph, de	7. 28. 25
Par un milieu	7. 28. 9

Pour la diſtance des centres.

Le bord boréal du Soleil, ſuivant un fil de la machine parallactique, & le bord boréal de Vénus, le fil mobile

À 3^h 9′	Diſtance des deux bords	6′ 20″
3. 25.		6. 42.

& c'eſt la plus grande qui ait été obſervée.

OBSERVATION des phaſes principales de l'Éclipſe de Lune du 18 Juin.

À 10^h 42′ 30″	la Lune paroît à la vue entrer dans la pénombre.
11. 4. 0.	Commencement de l'éclipſe.
11. 11. 0.	Grimaldi entré.
11. 31. 0.	Tycho entré.
11. 37. 0.	Copernic entré.
11. 58. 20.	Milieu de l'éclipſe.
13. 2. 30.	La partie éclairée augmente.
13. 37. 18.	Grimaldi ſorti.
13. 48. 11.	Copernic ſorti.
14. 12. 45.	Tycho ſorti.
14. 38. 40.	Fin de l'éclipſe.
14. 45. 20.	Le bord de la Lune parfaitement terminé, il paroît encóre à la vue barbouillé.

L'Éclipſe n'a pas été totale, ſa grandeur de 11 doigts $\frac{8}{10}$.es

SECOND MÉMOIRE
SUR LA
NATURE DE L'EAU,

Et ſur les Expériences par leſquelles on a prétendu prouver la poſſibilité de ſon changement en terre.

Par M. LAVOISIER.

L'OBJET que je m'étois propoſé d'abord dans les expériences dont je vais rendre compte, n'étoit que de conſtater quel étoit le dernier degré de pureté auquel l'eau pouvoit être portée par un certain nombre de diſtillations ſucceſſives, quels étoient les différens changemens que ces opérations répétées pouvoient occaſionner, ſoit dans ſon poids, ſoit dans ſes autres qualités. Les expériences que j'avois entrepriſes dans cette vue, m'ont conduit inſenſiblement plus loin que je ne m'y étois attendu, & je me ſuis vu à portée de terminer, par des expériences déciſives, une queſtion intéreſſante pour la Phyſique; ſavoir ſi l'eau peut ſe changer en terre, comme l'ont penſé quelques Philoſophes anciens & comme le penſent encore des Chimiſtes de nos jours.

Mon objet étant d'examiner la nature de l'eau, de déterminer ſi elle contenoit de la terre, enfin de conſtater ce qu'opéroit ſur elle une ſuite de diſtillations ſucceſſives, il étoit néceſſaire que je raſſemblaſſe, pour mes expériences, une quantité ſuffiſante d'eau auſſi pure que je préſumois poſſible de l'obtenir: l'eau de pluie ramaſſée avec les précautions convenables, m'a paru la plus propre à remplir l'objet que j'avois en vue: l'eau de pluie n'eſt en effet qu'une eau diſtillée par la Nature; & l'élévation prodigieuſe, en comparaiſon de celle de nos vaiſſeaux diſtillatoires, à laquelle les vapeurs aqueuſes ſont portées dans l'atmoſphère, paroiſſent être un moyen très-propre à les dégager de toutes les parties ſalines & terreuſes

qu'elles pourroient tenir en diſſolution. L'eau de pluie qu'on reçoit des gouttières eſt déjà bien éloignée de cette pureté dont je parle ici; j'ai même éprouvé que celle qui avoit coulé ſur des toits couverts d'ardoiſes, contenoit une petite portion de ſel vitriolique très-analogue au ſel de Glauber; ce même ſel ſe trouve dans toutes les ſources qui ſortent des montagnes de ſchit & d'ardoiſes, ainſi que je l'ai déjà expoſé dans de précédens Mémoires qui n'ont pas encore été publiés.

J'ai donc penſé que pour avoir de l'eau de pluie qui fût exempte de tout ſoupçon, il étoit néceſſaire de la recevoir directement de l'atmoſphère; j'ai préparé à cet effet de grands vaſes de verre & de fayence émaillée; j'attendois, avant de les expoſer à l'air, qu'il eût plu pendant quelque temps, afin que l'atmoſphère fût débarraſſée de tous les corps étrangers qui pouvoient y flotter; alors je les rinçois avec de l'eau de pluie même, puis je les plaçois dans un endroit éloigné de tous arbres & de tous bâtimens: quelque lente que ſoit cette méthode, avec un peu de patience, je ſuis parvenu à raſſembler une quantité d'eau de douze livres environ.

La peſanteur de l'eau étant l'épreuve que je regarde comme la plus ſûre pour juger de ſa pureté, ma première expérience a été de ſoumettre l'eau de pluie que j'avois raſſemblée, à l'épreuve de l'aréomètre; je me ſuis ſervi à cet effet d'un inſtrument extrêmement ſenſible, & qui eſt déjà connu de l'Académie, il déplace 4 livres 7 onces 5 gros quelques grains d'eau à $10^{d}\frac{1}{4}$ du thermomètre de M. de Reaumur, c'eſt-à-dire à la température des caves de l'obſervatoire. L'eau de pluie, ſoumiſe à cette épreuve, s'eſt trouvée conſtamment un peu plus peſante que de l'eau de Seine diſtillée une ſeule fois; l'excès étoit environ d'un grain ſur le baſſin de l'aréomètre, c'eſt-à-dire de $\frac{1}{41240}$, ce qui, exprimé en décimales, répond à 0,00002425: je joins ici tout le détail de l'expérience.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Pesanteur de l'aréomètre	4.	7.	3.	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le bassin de l'aréomètre, pour le faire entrer jusqu'à la marque dans l'eau de pluie, le thermomètre marquant 17 degrés $\frac{7}{10}$	//	//	1.	21,90
Pesanteur totale du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 17 degrés $\frac{7}{10}$ du thermomètre.	4.	7.	5.	6,40
Correction soustractive pour réduire cette pesanteur en celle qu'on auroit obtenue à 18 degrés du même thermomètre, d'après des tables construites par expérience	//	//	//	2,00
Pesanteur du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 18 degrés du thermomètre de M. de Reaumur	4.	7.	5.	4,40
Pesanteur d'un égal volume d'eau distillée au même degré	4.	7.	5.	3,60
Différence	//	//	//	0,80

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Pesanteur de l'aréomètre	4.	7.	3.	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le bassin de l'aréomètre, pour le faire entrer jusqu'à la marque dans l'eau de pluie, le thermomêtre marquant 17 degrés $\frac{35}{100}$	//	//	1.	30,80
Pesanteur totale du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 16 degrés $\frac{35}{100}$ du thermomètre.	4.	7.	5.	15,30
Correction négative pour réduire cette pesanteur en celle qu'on auroit obtenue à 18 degrés du même thermomètre, d'après des tables construites par expérience	//	//	//	10,45
Pesanteur du volume d'eau de pluie déplacé par l'aréomètre à 18 degrés du thermomètre de M. de Reaumur	4.	7.	5.	4,85
Pesanteur d'un égal volume d'eau distillée au même degré	4.	7.	5.	3,60
Différence				+ 1,25

Différence suivant la 1.re expérience. 0,80 }
Différence suivant la 2.e expérience. 1,25 } Différ. moyenne. 1,02.

Cette opération préliminaire m'annonçoit déjà que l'eau de pluie sur laquelle j'avois opéré, n'étoit pas absolument pure, mais elle m'indiquoit en même temps qu'elle en approchoit beaucoup: pour connoître d'une manière précise la nature & la quantité des substances étrangères qu'elle tenoit en dissolution, j'ai eu recours à l'évaporation, j'ai mis en conséquence onze livres de cette eau dans un alambic de verre blanc qui n'avoit point encore servi; j'ai établi la distillation au bain-marie à une chaleur très-douce, & j'ai continué juqu'à ce que les onze livres d'eau contenues dans l'alambic fussent réduites à quelques onces; l'eau qui restoit alors, commençoit à se troubler; on remarquoit sur les parois intérieures de l'alambic un feuillet très-mince de terre qui s'y étoit appliqué; il y avoit aussi quelques flocons de cette même terre qui erroient dans la liqueur; j'ai retiré alors l'eau de l'alambic, je l'ai versée dans une capsule de verre, & j'ai continué à évaporer jusqu'à siccité, toujours par la simple chaleur du bain-marie; il m'est resté, au fond de la capsule, un volume assez considérable d'une terre blanche-grisâtre & extrêmement légère, & qui se dissipoit au moindre souffle; le tout rassemblé pesoit exactement 4 grains & $\frac{1}{4}$, c'est deux cinquièmes de grains pour chaque livre d'eau. Comme cette terre paroissoit disposée à s'humecter à l'air, j'ai jugé qu'elle étoit imprégnée d'une petite portion d'eau-mère; je l'ai en conséquence lavée avec un peu d'eau distillée, & cette terre ensuite séchée de nouveau, m'a paru plus blanche & dépouillée de toute humidité: l'eau que j'avois employée pour le lavage ayant été évaporée, j'ai obtenu de petits cristaux cubiques de sel marin très-distincts à la loupe, & qu'il étoit très-facile de reconnoître au goût; ils étoient également imprégnés d'une petite quantité d'eau-mère, & il m'a semblé, autant que j'en ai pu juger sur une aussi petite quantité, que c'étoit un sel marin à base terreuse; la terre ainsi lavée & séchée avoit perdu environ un grain de son poids, elle se trouvoit réduite à 3 grains $\frac{1}{5}$: le grain qui manquoit étoit précisément le poids de la partie saline qui avoit été séparée par le lavage.

Il résulte de cette expérience, que l'eau de pluie que j'avois fait évaporer, contenoit par chaque livre trois dixièmes de grain

d'une terre insipide & très-légère, & un onzième de grain de sel marin, partie à base d'alkali fixe, partie à base terreuse.

Cette première analyse de l'eau de pluie ayant été achevée; je n'ai rien eu de plus pressé que d'examiner l'eau que j'en avois retiré par la distillation; je l'ai d'abord soumise à l'épreuve ordinaire du pèse-liqueur, & j'ai reconnu qu'elle n'étoit pas plus légère que de l'eau de Seine qui avoit été distillée une seule fois, & qu'elle étoit même encore un tant soit peu plus pesante * : la différence s'est trouvée assez constamment de 0,00000072.

J'ai rassemblé soigneusement toute cette eau, & je l'ai soumise à une nouvelle distillation; à cette seconde, j'en ai fait succéder une troisième, une quatrième, &c. & j'ai continué ainsi jusqu'à la huitième. Le résultat de ces opérations se trouve exposé dans tout son détail dans le Tableau placé à la fin de ce Mémoire; je ne manquois pas, à la fin de chaque distillation, de déterminer la pesanteur spécifique de l'eau qui avoit passé dans le récipient, mais je voyois avec surprise que, quoiqu'à chaque opération il se séparât une quantité assez considérable de terre, la pesanteur spécifique ne diminuoit pas sensiblement, ou du moins qu'elle ne diminuoit pas, à beaucoup près, dans la proportion de toute la quantité de terre que je retirois.

J'ai cru pouvoir conclure de cette expérience, de deux choses l'une, ou que la terre que j'avois séparée par la distillation étoit de telle nature qu'elle pouvoit être tenue en dissolution dans l'eau, sans en augmenter la pesanteur, ou du moins sans l'augmenter autant que les autres substances; ou bien que cette terre n'étoit point encore dans l'eau lorsque j'en avois déterminé la pesanteur, qu'elle avoit été formée pendant la distillation même: enfin qu'elle étoit un produit de l'opération. Pour déterminer avec certitude à laquelle de ces opinions je devois m'arrêter; aucun moyen ne m'a paru plus sûr que de répéter précisément les mêmes expériences dans

* *Nota.* J'ai eu occasion depuis de reconnoître que cette légère différence venoit de ce que l'eau de Seine avoit été distillée dans un alambic de métal, tandis que celle de pluie avoit été distillée dans un alambic de verre; il y a apparence que cette dernière avoit dissout quelque portion de la substance du chapiteau; ce qui deviendra même très-probable, d'après les expériences contenues dans la suite de ce Mémoire.

des vaiſſeaux ſcellés hermétiquement, en tenant un compte exact du poids du vaiſſeau & de celui de l'eau qui ſeroit employée dans l'expérience : en effet, ſi c'étoit la matière du feu qui paſſoit à travers le verre & qui ſe combinoit avec l'eau, il devoit néceſſairement ſe trouver, après un grand nombre de diſtillations, une augmentation dans le poids total des matières, c'eſt-à-dire dans le poids réuni de l'eau de la terre & du vaiſſeau. Les Phyſiciens ſavent en effet que la matière du feu augmente le poids des corps dans leſquels elle eſt combinée.

La même choſe ne devoit pas arriver ſi c'étoit aux dépens de l'eau ou du vaſe que ſe formoit la terre; mais il devoit néceſſairement ſe trouver alors une diminution de poids, dans l'une ou dans l'autre de ces deux ſubſtances; & cette diminution devoit être préciſément égale à la quantité de terre ſéparée.

D'après ce plan, je m'étois propoſé de faire exécuter en verre un alambic avec un récipient d'une ſeule pièce; mon projet étoit de ne lui ménager qu'une ſeule ouverture deſtinée à y introduire de l'eau; on l'auroit enſuite ſcellé hermétiquement à la lampe. Je n'ai pas tardé à ſentir combien un appareil de cette nature ſeroit difficile à exécuter, combien il ſeroit d'ailleurs fragile & embarraſſant : mon but, dans cette expérience, n'étant que de diſtiller, de cohober de l'eau un grand nombre de fois ſur elle-même; il m'a ſemblé que je pouvois y parvenir par une méthode beaucoup plus ſimple, c'étoit en me ſervant du pélican des Alchimiſtes; cet inſtrument n'eſt, comme l'on ſait, qu'un alambic de verre à deux becs; mais au lieu que dans un alambic ordinaire, le bec eſt un tuyau en ligne droite, deſtiné à conduire la liqueur du chapiteau dans le récipient; ce tuyau eſt recourbé dans le pélican, il rentre dans la panſe de la cucurbite, il y reporte la liqueur à meſure qu'elle eſt condenſée dans le chapiteau. J'ai penſé qu'une digeſtion, ou plutôt qu'une cohobation long-temps continuée, au moyen de cet inſtrument, équivaudroit à des diſtillations répétées. J'ai fait exécuter en conſéquence un pélican de verre blanc, de capacité ſuffiſante, j'ai fait boucher l'ouverture ſupérieure, la ſeule qui ſe trouvât dans ce vaiſſeau, avec un bouchon de criſtal bien uſé dans le gouleau; je l'ai enſuite

lavé soigneusement avec de l'eau distillée, puis je l'ai fait sécher, jusqu'à ce qu'il n'y restât plus le moindre vestige d'humidité.

Je m'étois muni, en même temps, d'une balance très-exacte, exécutée par M. Chemin, Ajusteur de la Monnoie : cette balance étoit extrêmement sensible, & lors même qu'elle étoit chargée de cinq à six livres, elle trébuchoit à moins d'un grain : quelque soin qu'on eût pris dans l'exécution de cet instrument, il n'étoit pas absolument sans défaut ; lorsqu'après avoir établi un parfait équilibre entre les deux poids, on les changeoit de bassin, il se trouvoit toujours quelque différence, mais il ne pouvoit jamais en résulter aucune erreur, parce qu'en prenant un milieu entre les deux pesanteurs trouvées, on obtenoit toujours, même après plusieurs jours de distance, le même résultat ; à peine se trouvoit-il quelques légères fractions de grains de différence. C'est avec cette balance que j'ai déterminé la pesanteur du pélican. Je rapporte ici en détail les opérations immédiates, sur lesquelles j'en ai établi le poids, il s'est trouvé, par un milieu, d'une livre dix onces sept gros vingt-un grains.

DÉTAIL des opérations faites pour constater le poids du pélican vide, avec son bouchon.

PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin *A.*	PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin *B.*	PESANTEUR MOYENNE.	PESANTEUR VRAIE déduite par un milieu entre les deux pesanteurs moyennes.
PREMIÈRE OPÉRATION.			
liv. onces gros grains	liv. onces gros grains	liv. onces gros grains	liv. onces gros grains
1. 10. 7. 19,50	1. 10. 7. 24, ″	1. 10. 7. 21,75	1. 10. 7. 21,50
SECONDE OPÉRATION.			
1. 10. 7. 19, ″	1. 10. 7. 23,50	1. 10. 7. 21,25	

La

La peſanteur de l'inſtrument étant ainſi déterminée, avec autant de préciſion qu'il étoit poſſible, j'y ai verſé cette même eau que j'avois fait paſſer par huit diſtillations ſucceſſives; j'ai fait enſuite chauffer le tout dans un bain de ſable, ayant ſoin de retirer de temps en temps le bouchon de criſtal, afin de me débarraſſer d'une partie de l'air, contenu dans la capacité du vaiſſeau, de crainte qu'en ſe dilatant par la chaleur, il n'en occaſionnât la fracture. Lorſque j'ai reconnu que l'air étoit ſuffiſamment dilaté, j'ai ſolidement bouché le pélican avec ſon bouchon de criſtal, & je l'ai retiré du bain de ſable; je l'ai enſuite peſé dans cette même balance, dont je m'étois ſervi précédemment.

	liv.	onces	gros	grains
J'ai trouvé dans les deux baſſins, exactement pour le poids total	5.	9.	4.	41,50
On vient de voir que j'avois eu pour la tare, c'eſt-à-dire, pour le poids du vaiſſeau	1.	10.	7.	21,50
Il me reſtoit donc, pour le poids de l'eau contenue dans le pélican	3.	14.	5.	20,00

Ces différens poids ayant été bien conſtatés, j'ai enduit le bouchon de criſtal, & tout le tour du gouleau du pélican, d'un lut gras fait avec de l'argile, de l'huile de lin cuite & du ſuccin; j'ai enſuite appliqué par-deſſus une veſſie mouillée, & j'ai aſſujetti le tout avec un grand nombre de tours de ficelle : toutes ces précautions étant priſes, j'ai placé le vaiſſeau dans un bain de ſable, mais je ne l'ai couvert que juſqu'à deux doigts au-deſſous de la ſurface de l'eau, afin de pouvoir obſerver ce qui arriveroit pendant le cours de l'opération; enfin j'ai allumé ſous le bain de ſable une lampe à ſix méches, que j'ai toujours entretenue avec de bonne huile d'olive; je la mouchois régulièrement de douze heures en douze heures: à l'aide de ces précautions, je ſuis parvenu à entretenir pendant cent & un jours conſécutifs, l'eau contenue dans le pélican à une chaleur à peu près conſtante de 60 à 70 degrés d'un thermomètre de M. de Reaumur, qui marquoit 85 à l'eau bouillante.

Ce fut le 24 Octobre 1768, que je commençai cette opération; j'obſervois fort aſſidument les premiers jours, afin de ſaiſir les différens changemens qui arriveroient à l'eau; je fus plus de

vingt-cinq jours ſans rien apercevoir de remarquable ; je commençois à déſeſpérer du ſuccès de mon expérience lorſque le 20 Décembre je remarquai dans l'eau de petits corps flottans qui ſe mouvoient avec aſſez de vîteſſe ; il y en avoit une quantité très-conſidérable, mais ils étoient ſi fins qu'ils étoient preſque imperceptibles : armé d'une forte loupe, je diſtinguai que ces petits corps n'étoient autre choſe que des lames ou feuillets de terre griſâtre extrêmement fins & déliés, & de figure irrégulière.

Ces lames paroiſſoient avoir une direction déterminée, elles s'élevoient toutes le long d'un des côtés du vaiſſeau pour redeſcendre de l'autre, ce qui formoit une circulation bien marquée ; j'ai eu depuis occaſion de reconnoître qu'elles s'élevoient toujours de la partie où la chaleur du bain de ſable étoit la plus grande pour ſe précipiter de l'autre : les jours ſuivans, ces feuillets ou paillettes ne paroiſſoient pas augmentés en nombre, mais beaucoup en grandeur ; il y en avoit qui paroiſſoient avoir, par eſtimation, juſqu'à deux lignes de longueur ſur une largeur un peu moindre ; elles étoient toujours prodigieuſement minces & de figures tout-à-fait irrégulières : ces paillettes donnoient à l'eau un coup d'œil louche, d'autant plus que leur couleur à elles-mêmes devenoit d'un gris un peu plus marqué à meſure qu'elles acquéroient plus de conſiſtance : depuis le commencement de Décembre juſqu'au 15 ou 20 du même mois, je n'aperçus pas d'augmentation bien ſenſible, ni dans le nombre, ni dans la grandeur des paillettes ; leur nombre même paroiſſoit diminuer vers cette époque, mais je m'aperçus que cette diminution apparente venoit de ce qu'une partie commençoit à ſe dépoſer au fond du vaſe ; elles continuèrent ainſi à s'appeſantir & à ſe dépoſer pendant tout le courant de Janvier, de ſorte qu'à la fin de ce mois on n'en apercevoit plus d'errantes dans la liqueur ; quoique toute la terre fût ainſi dépoſée, l'eau ſurnageante paroiſſoit encore trouble, mais il étoit aiſé de remarquer que ce qui la faiſoit paroître telle, étoit un petit dépôt ou feuillet terreux très-mince qui tapiſſoit les parois intérieures du vaiſſeau : l'œil qui n'apercevoit l'eau qu'à travers cette eſpèce de nuage, ſe faiſoit aiſément illuſion, & attribuoit à l'eau le défaut de tranſparence qui venoit réellement du corps interpoſé.

Enfin le 1.er Février, voyant que la quantité de terre qui s'étoit rassemblée étoit considérable, craignant d'ailleurs qu'il n'arrivât au vaisseau quelqu'accident, & que je ne perdisse en un instant le fruit d'une opération que je continuois depuis plus de cent jours, je crus qu'il étoit temps de mettre fin à l'expérience ; j'éteignis la lampe, & lorsque les vaisseaux furent suffisamment refroidis, je décoiffai le pélican & j'enlevai, avec le plus grand soin, tout le lut qui environnoit le bouchon, après quoi je n'eus rien de plus pressé que d'en constater de nouveau le poids sans le déboucher ; je le trouvai de 5 liv. 9 onc. 4 gros 41 gr. $\frac{3}{4}$, ainsi qu'on le peut voir par le détail qui suit.

DÉTAIL des Opérations faites pour déterminer la pesanteur du pélican & de l'eau qui y étoit contenue après une digestion continuée pendant cent un jours.

PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin *A*.	PESANTEUR TROUVÉE dans le bassin *B*.	PESANTEUR MOYENNE.
liv. onc. gros grains	liv. onc. gros grains	liv. onc. gros grains
5. 9. 4. 44,50	5. 9. 4. 39,00	5. 9. 4. 41,75
PESANTEUR moyenne de ce même pélican & de l'eau qui y étoit contenue avant la digestion........		5. 9. 4. 41,50
Différence...............		// // // //,25

Cette pesanteur ne diffère que d'un quart de grain de celle qui avoit été déterminée avant l'opération : or, une si petite différence doit être regardée comme absolument nulle, puisque la précision même de la balance n'est pas assez grande pour qu'on puisse répondre d'une aussi petite quantité ; on peut donc déjà regarder comme constant, d'après cette expérience, que la digestion continuée pendant cent jours, ne procure à l'eau qui y est soumise, ni augmentation, ni diminution dans la pesanteur : ce résultat

s'accorde parfaitement avec une expérience de Christophe Clavius; il mit de l'eau dans un matras qu'il boucha hermétiquement, il marqua avec un diamant la hauteur à laquelle l'eau montoit au moment où elle avoit été renfermée; quatre-vingts ans après, on voyoit à Rome ce même matras suspendu dans le cabinet du Père Kircher, il étoit aussi rempli qu'au commencement.

Le poids total du pélican & de l'eau qui y étoit contenue, ayant été bien reconnu, j'ai essayé de déboucher le pélican, mais ce n'est qu'avec quelque peine que j'ai pu y parvenir, à cause de la pression que l'air extérieur opéroit sur le bouchon; on se ressouvient en effet qu'avant de boucher à demeure le vaisseau, je l'avois échauffé afin de dilater l'air contenu dans sa capacité & d'empêcher que son ressort n'en occasionnât la fracture: aussi dès que le bouton a été assez soulevé pour qu'il y eût une communication établie de l'air extérieur à celui de l'intérieur du vaisseau, il s'est fait un sifflement, & je me suis aperçu qu'il rentroit une quantité d'air assez considérable; cette opération m'a confirmé que l'air même n'avoit pas pénétré dans l'intérieur du vaisseau pendant la digestion, de sorte que cette expérience avoit rempli mon objet précisément de la même manière que si elle eût été faite dans un vaisseau scellé hermétiquement.

De ce qu'il ne s'étoit trouvé aucune augmentation dans le poids total des matières, il étoit déjà naturel d'en conclure que ce n'étoit point la matière du feu, ni aucun autre corps extérieur qui eût pénétré la substance du verre, & qui se fût combiné avec l'eau pour former la terre; il restoit à déterminer si c'étoit à la destruction d'une portion de l'eau que cette terre devoit son origine, ou bien si c'étoit à celle du verre: or, rien n'étoit plus facile à décider, d'après les précautions que j'avois prises, il ne s'agissoit en effet que de déterminer si c'étoit le poids du vaisseau ou celui de l'eau qui y étoit contenue, qui avoit éprouvé de la diminution.

J'ai donc vidé le pélican, & j'ai mis soigneusement à part, dans un flacon de cristal, l'eau & la terre qui y étoit contenue; j'ai séché très-exactement le vaisseau, & après que j'ai été assuré qu'il n'y

reſtoit aucun veſtige d'humidité, je l'ai porté à la balance & j'ai reconnu, par deux opérations faites à pluſieurs jours de diſtance, qu'il avoit perdu 17 grains $\frac{4}{10}$.e de ſon poids.

DÉTAIL des Opérations faites pour conſtater le poids du pélican vide avec ſon bouchon après la digeſtion.

PESANTEUR TROUVÉE dans le baſſin *A.*	PESANTEUR TROUVÉE dans le baſſin *B.*	PESANTEUR MOYENNE.	PESANTEUR VRAIE déduite par un milieu entre les deux peſanteurs moyennes.
PREMIÈRE OPÉRATION.			
liv. onces gros grains	liv. onces gros grains	liv. onces gros grains	liv. onces gros grains
1. 10. 7. 9,25	1. 10. 6. 70,50	1. 10. 7. 3,87	1. 10. 7. 4,12
SECONDE OPÉRATION.			
1. 10. 7. 4,50	1. 10. 7. 4,25	1. 10. 7. 4,37	
PESANTEUR moyenne du même pelican, avant la digeſtion.			1. 10. 7. 21,50
Différence			" " " 17,38

Il étoit bien démontré, d'après cela, que c'étoit la ſubſtance même du vaiſſeau qui avoit fourni la terre qui s'étoit ſéparée de l'eau pendant la digeſtion; que c'étoit une ſimple diſſolution du verre qui s'étoit opérée; mais il me reſtoit encore, pour remplir complettement mon objet, à comparer le poids de la terre qui s'étoit ſéparée de l'eau pendant la digeſtion avec la diminution de poids qu'avoit éprouvé le pélican. Ces deux quantités devoient naturellement ſe trouver égales, & s'il s'étoit trouvé un excédant conſidérable dans la terre, il auroit été néceſſaire d'en conclure que ce n'étoit pas par le verre ſeul qu'elle avoit toute été fournie.

Pour parvenir à cette comparaiſon, j'ai d'abord exactement ſéparé toute la terre qui s'étoit dépoſée au fond de l'eau pendant

les cent jours de digestion, il s'en est trouvé 4 grains $\frac{9}{10}$.e; cette quantité étoit bien peu considérable, en comparaison de la diminution de poids qu'avoit éprouvé le pélican, mais je ne pouvois rien prononcer jusqu'à ce que j'eusse examiné l'eau elle-même qui avoit été en digestion dans ce vaisseau; j'avois en effet tout lieu de soupçonner qu'elle tenoit en dissolution une certaine quantité de la même terre: pour fixer mes idées à cet égard, j'ai commencé par y plonger l'aréomètre, & j'ai observé qu'à degré égal du thermomètre il falloit ajouter environ quinze grains de plus sur le bassin, que dans l'eau de Seine distillée, c'est-à-dire que la pesanteur de l'eau, ainsi cohobée, étoit à celle de l'eau distillée ordinaire, dans le rapport de 1000037 à 10000000; je joins ici le détail du calcul & de l'opération.

DÉTAIL de l'Opération faite pour déterminer la pesanteur spécifique de l'eau, qui avoit été tenue en digestion pendant cent jours.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Pesanteur de l'aréomètre.	4.	7.	3.	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le bassin de l'aréomètre, pour le faire entrer jusqu'à la marque dans l'eau cohobée, le thermomètre marquant 7d $\frac{1}{10}$.	//	//	1.	69,82
Pesanteur totale du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à 7 degrés $\frac{1}{10}$ du thermomètre. . .	4.	7.	5.	54,32
Correction soustractive pour réduire cette pesanteur en celle qu'on auroit obtenue à 6d $\frac{6}{10}$ du même thermomètre, d'après des tables construites par expérience.	//	//	//	//,49
Pesanteur du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à 6d $\frac{6}{10}$ du thermomètre de M. de Reaumur.	4.	7.	5.	53,83
Pesanteur d'un égal volume d'eau distillée au même degré.	4.	7.	5.	38,75
Différence.	//	//	//	15,08

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

	liv.	onc.	gros	grains
Peſanteur de l'aréomètre.	4.	7.	3.	56,50
Quantité pondérique dont il a fallu charger le baſſin de l'aréomètre, pour le faire entrer juſqu'à la marque dans l'eau cohobée, le thermomètre marquant $10^{d}\frac{3}{10}$.	//	//	1.	65,10
Peſanteur totale du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à $10^{d}\frac{3}{10}$ du thermomètre. . . .	4.	7.	5.	49,60
Correction additive pour réduire cette peſanteur en celle qu'on auroit obtenue à $9^{d}\frac{4}{10}$ du même thermomètre, d'après des tables conſtruites par expérience.	//	//	//	1,86
Peſanteur du volume d'eau cohobée, déplacé par l'aréomètre à $9^{d}\frac{}{10}$ du thermomètre de M. de Reaumur.	4.	7.	5.	51,46
Peſanteur d'un égal volume d'eau diſtillée au même degré.	4.	7.	5.	36,52
Différence.	//	//	//	14,94

Première différence 15,08 }
Deuxième différence 14,94 } Différence moyenne. . . . . . . 15,01.

Cet excès de peſanteur m'annonçoit déjà que cette eau n'étoit pas pure, & qu'elle tenoit une ſubſtance quelconque en diſſolution: pour en déterminer la nature & la quantité, j'ai eu recours à l'évaporation; j'ai verſé en conſéquence toute l'eau dans un alambic de verre neuf d'une ſeule pièce, fermé dans ſa partie ſupérieure avec un bouchon de criſtal, & j'ai diſtillé au bain-marie; vers la fin de l'opération j'ai interrompu, j'ai verſé la petite portion d'eau qui reſtoit dans une capſule de verre, & ayant pouſſé l'évaporation juſqu'à ſiccité, j'ai obtenu 15 grains $\frac{1}{2}$ de la même terre qui a été décrite ci-deſſus. Si on ajoute à cette quantité les 4 grains $\frac{9}{10}$.^e qui ſe ſont trouvés tous ſéparés au fond du pélican, on aura 20 grains $\frac{4}{10}$.^e pour la quantité totale de terre qui avoit été ſéparée pendant les cent jours de digeſtion: mais la diminution du poids du pélican n'étoit que de 17 grains $\frac{4}{10}$.^e; il exiſte donc dans la quantité de terre trouvée, un excédant

de trois grains, dont l'origine ne peut être attribuée à la diſſolution des parties du pélican. Il ne ſera pas difficile, pour peu qu'on réfléchiſſe ſur les circonſtances de l'opération, de ſentir quelle eſt l'origine de cet excédant, & comment même il devoit néceſſairement avoir lieu; on a pu remarquer en effet que l'eau, en ſortant du pélican, avoit été verſée dans un flacon de criſtal, qu'elle avoit été enſuite tranſvaſée dans un alambic de verre, dans lequel elle avoit été diſtillée: or, ces différentes opérations n'ont pu s'exécuter ſans qu'il en réſultât une diſſolution d'une petite portion de la ſubſtance de ces deux vaiſſeaux; il eſt d'ailleurs probable qu'une petite portion d'eau s'eſt combinée avec la terre dans la criſtalliſation, & a contribué à en augmenter le poids.

Il réſulte des expériences contenues dans ce Mémoire, 1.° que la plus grande partie, ou peut-être la totalité de la terre qu'on ſépare de l'eau de pluie par évaporation, eſt dûe à la diſſolution des vaiſſeaux même dans leſquels elle a été reçue & dans laquelle elle a été évaporée.

2.° Que cette eau contient à peine un vingtième de grain de ſel marin par livre, de ſorte qu'on peut toujours la regarder comme très-pure dans la plus grande partie des opérations chimiques.

3.° Que la différence de peſanteur qu'on obſerve entre l'eau de pluie, de Seine ou de fontaine, qui a été diſtillée une ſeule fois, & celle qui a été ſoumiſe huit fois conſécutives à cette même opération, eſt preſque inſenſible; de ſorte que dans la pratique, & même pour les opérations les plus délicates, on peut regarder comme abſolument pure une eau de fontaine, de Seine, ou de pluie qui a été diſtillée une ou deux fois, tout au plus, à une chaleur modérée & dans un alambic de métal.

4.° Que l'eau ne change aucunement de nature, & qu'elle n'acquiert aucune propriété nouvelle par des diſtillations répétées; bien loin de pouvoir être portée, comme le penſoit Stalh, à un tel degré de tenuité, qu'elle puiſſe s'échapper à travers les pores du verre.

5.° Que la ſubſtance même du verre eſt ſuſceptible de ſolution dans l'eau; & qu'il exiſte, comme pour tous les ſels, un point de ſaturation, au-delà duquel la ſolution ne peut plus avoir lieu.

6.° Enfin,

6.° Enfin, que la terre que M.rs Boyle, Eller & Margraff ont retiré de l'eau, n'étoit autre chose que du verre rapproché par évaporation; de sorte que les expériences dont ces Physiciens se sont appuyés, loin de prouver la possibilité du changement d'eau en terre, conduiroient plutôt à penser qu'elle est inaltérable.

Il me resteroit, avant de terminer ce Mémoire, à rendre compte des expériences que j'ai faites sur cette terre qu'on sépare de l'eau, soit par la distillation, soit par la cohobation, mais je suis obligé d'avouer que mes expériences à cet égard sont restées fort incomplettes. La petite quantité de terre que j'ai rassemblée, malgré les nombreuses distillations dont j'ai rendu compte, ne m'a pas permis de les étendre autant que je l'aurois desiré, & j'ai été obligé de remettre à un autre temps l'exécution de ce travail; je dirai donc seulement ici que si l'on jette une pincée de cette terre dans une liqueur acide, elle y excite sur le champ un léger mouvement d'effervescence, mais que cette effervescence cesse bientôt, & que la terre tombe au fond de la liqueur, sans paroître sensiblement altérée. J'ajouterai encore que cette terre est ou infusible, ou au moins très-difficile à fondre; car le feu auquel je l'ai soumise, & qui auroit été plus que suffisant pour fondre le verre le plus dur & le plus réfractaire, ne l'a seulement pas ramolli. J'avoue que cette dernière circonstance formeroit une objection assez forte contre ce que j'ai rapporté dans ce Mémoire, s'il étoit possible d'argumenter contre des faits: on peut objecter en effet que si cette terre n'est qu'une portion de verre dissout & rapproché par évaporation, elle doit conserver encore la propriété essentielle qui caractérise le verre, la fusibilité. Je n'ai pu jusqu'ici découvrir la raison de ce phénomène; au reste, comme il est important de ne laisser aucune incertitude sur des vérités fondamentales, & sur-tout sur celles qui tiennent à la nature des élémens, je me suis déterminé à répéter une seconde fois l'expérience de la cohobation de l'eau, quelque longue & quelqu'ennuyeuse qu'elle soit, je m'en occupe au moment où l'on imprime ce Mémoire, & je ferai incessamment part à l'Académie du résultat que j'aurai obtenu.

TABLEAU présentant le résultat des huit distillations successives faites d'une même eau; on a supposé dans la troisième colonne de 10000000, la pesanteur de l'eau de Seine qui a servi de terme de comparaison, elle avoit été distillée une seule fois dans un alambic de verre, & conservée dans une bouteille de verre.

QUALITÉ & QUANTITÉ DE L'EAU, soumise à la distillation.	DIFFÉRENCE du nombre de Grains dont il a fallu charger le Pese-liqueur, par comparaison avec l'eau de Seine distillée.	PESANTEUR SPÉCIFIQUE, l'eau de Seine distillée étant supposée 10000000.	TOTAL du RÉSIDU qu'a laissé chaque eau par la distillation.	QUANTITÉ de RÉSIDU par livre d'eau.
Deux livres d'eau de pluie reçue dans des vaisseaux de verre & de fayence émaillée.	+ 1,07.	10000259.	4 1/4.	0,390.
Neuf livres onze onces d'eau de pluie distillée une fois.	+ 0,80.	10000194.	2.	0,208.
Huit livres douze onces d'eau de pluie distillée deux fois.	0,00.	10000000.	1 1/2.	0,176.
Huit livres d'eau de pluie distillée trois fois......	— 0,25.	9999940.	1.	0,125.
Sept livres sept onces d'eau de pluie distillée quatre fois.	— 0,35.	9999915.	1 1/8.	0,152.
Sept livres d'eau de pluie distillée cinq fois......	— 0,50.	9999879.	1 1/8.	0,160.
Six livres neuf onces d'eau de pluie distillée six fois.	— 0,60.	9999855.	7/8.	0,133.
Six livres trois onces d'eau de pluie distillée sept fois.	— 0,75.	9999818.	3/4.	0,122.
Eau distillée huit fois....	0,55.	9999867.		
QUANTITÉ TOTALE du résidu séparé de l'eau de pluie par huit distillations successives........................			12 5/8.	1,466.

Il y a toute apparence que la diminution de pesanteur que l'eau a paru éprouver après la seconde distillation n'est pas réelle.

On a déjà vu plus haut qu'on s'étoit ſervi pour terme de comparaiſon, d'eau de Seine diſtillée une ſeule fois dans un alambic de métal ; après chaque comparaiſon faite, on reverſoit cette eau de Seine dans un flacon de criſtal, & la même a ſervi pour toutes les comparaiſons ; il ſuit de-là que l'agitation qu'a reçu à pluſieurs repriſes l'eau de Seine diſtillée en la renverſant dans le flacon, a dû favoriſer la diſſolution même du verre. Il eſt donc très-probable que c'eſt l'eau de comparaiſon qui a acquis de la peſanteur, & non pas l'eau de pluie qui a perdu de la ſienne ; on peut donc regarder comme conſtant qu'après la première ou la ſeconde diſtillation, tout au plus, l'eau ne diminue plus de peſanteur par quelque nombre de diſtillations ſucceſſives qu'on la faſſe paſſer.



MÉMOIRE
SUR LES
ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES FINIES.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

CE Mémoire sera divisé en trois articles; dans le premier, je traiterai des équations de condition pour l'intégrabilité des fonctions ou équations aux différences finies; dans le second, des équations de *maximum* ou de *minimum*, pour ces mêmes formules; & dans le troisième, je donnerai une méthode générale de les intégrer: Mais avant que d'entrer en matière, je développerai quelques notions élémentaires, nécessaires pour l'intelligence de ce qui doit suivre.

1.° Les équations différentielles aux différences finies, peuvent contenir une différence constante ou égale à une fonction des variables, ou bien n'en point contenir. Dans le dernier cas, elles ressemblent aux équations aux différences infiniment petites, où aucune différence n'est constante, & peuvent également contenir dans leurs intégrales une nouvelle variable que la différenciation auroit fait disparoître, ainsi que sa différence. Il y a cependant entre ces deux classes d'équation trois différences remarquables.

2.° D'abord appelant Δ la caractéristique des différences finies, d à l'ordinaire celles des différences infiniment petites; on sait que $SdV = V + adx^m$, x étant une nouvelle variable, lorsque V ne contient pas de différence constante, & le degré m étant égal à celui des différences dans V où elles doivent être homogènes; mais la même homogénéité n'ayant pas lieu dans le cas des différences finies, on a $\Sigma \Delta V = V + C$, C étant une constante où la différence constante Δx entre d'une manière quelconque; ainsi, tandis que dans le premier cas dx ne peut entrer dans l'intégrale finie, Δx & sa valeur finie peuvent y entrer dans le second.

3.° Dans ces équations aux différences infiniment petites, lorsque dx ne se trouve pas dans une équation différentielle, on peut supposer que x n'entre pas non plus dans l'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur *(Voyez les Mémoires de Turin, tome III, pages 22 & 23).* La même chose n'arrive pas ici, parce que la loi de l'homogénéité n'a point lieu entre les différences; ainsi ΔV étant une différentielle exacte, $\Delta V + a$ en est aussi une, & $\Sigma \times (\Delta V + a) = V + C + \frac{ax}{\Delta x}$.

4.° Enfin, dans le cas des différences finies, on doit supposer que $\Sigma \Delta V = V + Fe^{\frac{fx}{\Delta x}}$, e^f étant égal à l'unité; en effet, il est évident que $\Delta e^{\frac{fx}{\Delta x}} = e^{\frac{fx}{\Delta x}} \times ef - 1 = 0$; donc, une fonction quelconque de $e^{\frac{fx}{\Delta x}}$ ne change point de valeur lorsque x devient $x + \Delta x$. F peut donc être supposée une fonction quelconque de $e^{\frac{fx}{\Delta x}}$, mais assujettie à cette condition. *Voyez là-dessus les Mémoires de 1769 & 1771.*

5.° Toutes les fois que dans l'intégrale finie, Δx ne doit point se rencontrer, on peut supposer que les différences finies deviennent infiniment petites, & l'équation à ces différences qui en résulte, aura la même intégrale que la proposée, excepté quant à la forme des arbitraires. Dans tout autre cas, comme l'équation infiniment petite doit contenir dx, on ne peut la déduire de l'équation aux différences finies qui y répond. Ces deux cas peuvent se distinguer *à priori,* indépendamment de l'intégration.

6.° Si la variable x dont la différence Δx est constante, se trouve dans la proposée, les mêmes choses que ci-dessus auront lieu, à l'exception de ce qu'au lieu d'une nouvelle variable, ce sera la variable x qui entrera dans les fonctions arbitraires; si enfin Δx est égal à une fonction de variables ou donné par une

équation, il n'y aura qu'à éliminer x & elle rentrera dans la première hypothèse; & si les variables étant x, y, z, on veut avoir l'équation finie entre x, y, z, on prendra d'abord l'équation en y, z & une nouvelle variable, x'; ensuite l'équation en x, y, & la même variable x', & on éliminera x' par le moyen de ces deux équations.

ARTICLE PREMIER.

Des équations de condition.

PROBLEME I.

Une fonction de x, y, z, &c. Δx, Δy, Δz, &c. $\Delta^2 x$; $\Delta^2 y$, $\Delta^2 z$, &c. &c. *étant donnée, trouver les équations de condition qui doivent avoir lieu pour qu'elle soit une differentielle exacte d'une fonction de l'ordre immédiatement inférieur.*

Soit V la fonction proposée par l'hypothèse, j'aurai $V = \Delta B$; donc

$$dV = d\Delta B,\ \frac{dV}{dx} = \frac{d\Delta B}{dx},\ \frac{dV}{d\Delta x} = \frac{d\Delta B}{d\Delta x},\ \frac{dV}{d\Delta^2 x} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^2 x},\ \frac{dV}{d\Delta^3 x} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^3 x},\ \&c.$$

$$\frac{dV}{dy} = \frac{d\Delta B}{dy},\ \frac{dV}{d\Delta y} = \frac{d\Delta B}{d\Delta y},\ \frac{dV}{d\Delta^2 y} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^2 y},\ \frac{dV}{d\Delta^3 y} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^3 y},\ \&c.$$

$$\frac{dV}{dz} = \frac{d\Delta B}{dz},\ \frac{dV}{d\Delta z} = \frac{d\Delta B}{d\Delta z},\ \frac{dV}{d\Delta^2 z} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^2 z},\ \frac{dV}{d\Delta^3 z} = \frac{d\Delta B}{d\Delta^3 z},\ \&c.$$

De ces équations je tire

$$\frac{dV}{dx} = \Delta \frac{dB}{dx}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta x} = \Delta \frac{dB}{d\Delta x} + \frac{dB}{dx} + \Delta \frac{dB}{dx};$$

$$\frac{dV}{d\Delta^2 x} = \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 x} + \frac{dB}{d\Delta x} + \Delta \frac{dB}{d\Delta x}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^3 x} = \Delta \frac{dB}{d\Delta^3 x} + \frac{dB}{d\Delta^2 x} + \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 x};$$

. . . .

$$\frac{dV}{dy} = \Delta \frac{dB}{dy}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta y} = \Delta \frac{dB}{d\Delta y} + \frac{dB}{dy} + \Delta \frac{dB}{dy}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^2 y} = \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 y} + \frac{dB}{d\Delta y} + \Delta \frac{dB}{d\Delta y}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^3 y} = \Delta \frac{dB}{d\Delta^3 y} + \frac{dB}{d\Delta^2 y} + \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 y}.$$

. . . .

$$\frac{dV}{dz} = \Delta \frac{dB}{dz}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta z} = \Delta \frac{dB}{d\Delta z} + \frac{dB}{dz} + \Delta \frac{dB}{dz}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^2 z} = \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 z} + \frac{dB}{d\Delta z} + \Delta \frac{dB}{d\Delta z}.$$

$$\frac{dV}{d\Delta^3 z} = \Delta \frac{dB}{d\Delta^3 z} + \frac{dB}{d\Delta^2 z} + \Delta \frac{dB}{d\Delta^2 z}.$$

. . . .

La dernière de ces équations, dans chaque ſuite, ne contient que les deux derniers termes du ſecond membre, parce que la plus haute différence ne doit plus ſe trouver dans B.

La première de chaque ſuite eſt donnée immédiatement pour avoir les autres; on remarquera que $\frac{d\Delta B}{d\Delta x} = \Delta \frac{dB}{d\Delta x} + Q$, Q étant la différence de ΔB, priſe en ne faiſant varier que les Δx introduits dans ΔB par la différenciation de B, par rapport à x; or, $\Delta B = B + \Delta B - B$, les ſeuls Δx qui varient ici, n'entrent pas dans B, & entrent dans $B + \Delta B$ de la même manière que x, puiſque $B + \Delta B$ eſt fonction de $x + \Delta x$, comme B eſt fonction de x.

Donc $Q = \frac{(dB + \Delta B)}{dx} = \frac{dB}{dx} + \Delta \frac{dB}{dx}$; de même $\frac{d\Delta B}{d\Delta^2 x} = \frac{\Delta dB}{d\Delta^2 x} + Q'$ étant la différence de ΔB,

prise en ne faisant varier que les $\Delta^2 x$ qui naissent dans ΔB de la différenciation de B, par rapport à Δx; or $\Delta B = B + \Delta B - B$, les $\Delta^2 x$ qui varient seuls ici, n'entrent pas dans B, & ils entrent dans $B + \Delta B$ semblablement aux Δx, à l'exception de ceux que la différenciation a introduits dans ΔB.

Donc $Q' = \frac{dB}{d\Delta x} + \Delta \frac{dB}{d\Delta x}$, & ainsi de suite; & on trouvera de même la démonstration des autres suites d'équations. Si donc on veut faire évanouir les différences de B pour avoir des équations de conditions, qui ne contiennent que celles de V qui est donné, on aura les équations

$$\frac{dV}{dx} + n\Delta\frac{dV}{dx} + \frac{n \times n-1}{2}\Delta^2\frac{dV}{dx} \dots\dots + \Delta^n\frac{dV}{dx}$$
$$- \Delta\frac{dV}{d\Delta x} - (n-1)\Delta^2\frac{dV}{d\Delta x} \dots\dots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta x}$$
$$+ \Delta^2\frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-2)\Delta^3\frac{dV}{d\Delta^2 x} \dots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^2 x}$$
$$- \Delta^3\frac{dV}{d\Delta^3 x} \dots - \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^3 x}$$
$$\dots\dots\dots$$
$$\pm \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^n x} = 0;$$

$$\frac{dV}{dy} + \Delta\frac{dV}{dy} + \frac{n \times n-1}{1 \cdot 2}\Delta^2\frac{dV}{dy} \dots\dots + \Delta^n\frac{dV}{dy}$$
$$- \Delta\frac{dV}{d\Delta y} - (n-1)\Delta^2\frac{dV}{d\Delta y} \dots\dots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta y}$$
$$+ \Delta^2\frac{dV}{d\Delta^2 y} + (n-2)\Delta^3\frac{dV}{d\Delta^2 y} \dots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^2 y}$$
$$- \Delta^3\frac{dV}{d\Delta^3 y} \dots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^3 y}$$
$$\dots\dots\dots$$
$$+ \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^n y} = 0;$$

dV

$$\frac{dV}{dz} + n\Delta\frac{dV}{dz} + \frac{n \times n - 1}{1 \cdot 2}\Delta^2\frac{dV}{dz} \ldots\ldots + \Delta^n\frac{dV}{dz}$$

$$- \Delta\frac{dV}{d\Delta z} - (n-1)\Delta^2\frac{dV}{d\Delta z} \ldots\ldots - \Delta^n\frac{dV}{d\Delta z}$$

$$+ \Delta^2\frac{dV}{d\Delta^2 z} + (n-2)\Delta^3\frac{dV}{d\Delta^2 z} \ldots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^2 z}$$

$$- \Delta^3\frac{dV}{d\Delta^3 z} \ldots + \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^3 z}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\pm \Delta^n\frac{dV}{d\Delta^n z} = 0.$$

& ainsi de suite par chaque variable, n étant l'exposant de l'ordre de la fonction. *C. Q. F. T.*

PROBLÈME II.

Une semblable fonction V étant donnée, trouver les équations de condition qui doivent avoir lieu pour qu'elle soit la différentielle exacte d'une fonction d'un ordre inférieur de deux unités, & successivement d'une fonction finie.

On aura d'abord les mêmes équations de condition que dans le Problème précédent; ensuite, pour que $B = \Sigma V$ soit lui-même une différentielle exacte, on aura une équation en B, semblable à celle qu'on a eue pour V, & il ne sera question que de donner en V les valeurs des différences partielles de B; or on a

$$\frac{dB}{dx} + (n-1)\Delta\frac{dB}{dx} + \frac{n-1 \times n-2}{1 \cdot 2}\Delta^2\frac{dB}{dx} \ldots\ldots$$

$$+ \Delta^{n-1}\frac{dB}{dx} = \frac{dV}{d\Delta x} + (n-2)\Delta\frac{dV}{d\Delta x} \ldots + \Delta^{n-2}\frac{dV}{d\Delta x}$$

$$- \Delta\frac{dV}{d\Delta^2 x} - (n-3) \times \Delta^2\frac{dV}{d\Delta^2 x} \ldots\ldots - \Delta^{n-3}\frac{dV}{d\Delta^2 x}.$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

où il faut remarquer que le nombre des rangs du second membre étant égal à n, le dernier ne sera pas composé d'un seul terme,

mais sera $\pm \Delta^{n-1} z$, $z + \Delta z = \frac{dV}{d\Delta^n x}$; on aura de même & avec une remarque semblable,

$$\frac{dB}{d\Delta x} + (n-2)\Delta \frac{dB}{d\Delta x} \dots\dots\dots + \Delta^{n-2} \frac{dB}{d\Delta x}$$
$$= \frac{dV}{d\Delta x} + (n-3)\Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} \dots + \Delta^{n-3} \frac{dV}{d\Delta^2 x}.$$
$$- \Delta \frac{dV}{d\Delta^3 x} - (n-4)\Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^3 x} \dots\dots \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^3 x};$$

& le dernier terme sera $\mp \Delta^{n-2} z$, & ainsi de suite, & la valeur du dernier terme $\frac{dB}{d\Delta^{n-1} x}$ sera z. On substituera ces valeurs dans l'équation de condition en B, & l'on aura l'équation de condition

$$\frac{dV}{d\Delta x} + (n-2) \times \Delta \frac{dV}{d\Delta x} \dots\dots\dots\dots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta x}$$
$$- 2\left(\times \Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-3)\Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^2 x} \dots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^2 x}\right)$$
$$+ 3\left(\times \Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^3 x} \dots\dots\dots\dots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^3 x}\right) + nz = 0;$$

ou bien en différentiant, pour éviter d'abord le terme $\Delta^{n-1} z$

$$\frac{dV}{d\Delta x} + (n-1)\Delta \frac{dV}{d\Delta x} \dots\dots\dots\dots\dots + \Delta^{n-1} \frac{dV}{d\Delta x}$$
$$- 2\left(\times \Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-2)\Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^2 x} \dots + \Delta^{n-1} \frac{dV}{d\Delta^2 x}\right)$$
$$+ n\Delta^{n-1} \frac{dV}{d\Delta^n x} = 0,$$

on aura une semblable équation pour chaque variable. Soit ensuite $\Sigma B = B'$, & qu'on veuille que B' soit une différentielle exacte, on aura, par l'opération ci-dessus, les équations de condition en B, & l'on en tirera, par la même méthode, les équations en V qui seront . . . .

$$\frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n-2)\Delta \frac{dV}{d\Delta^2 x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^2 x}$$

$$- 3 \left(\Delta \frac{dV}{d\Delta^3 x} + (n-3)\Delta^2 \frac{dV}{d\Delta^3 x} \ldots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^3 x}\right)$$

$$+ 6 \left(\Delta \frac{dV}{d\Delta^4 x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^4 x}\right)$$

$$\pm \frac{(n-1 \times n)}{2} \Delta^{n-2} \frac{dV}{d\Delta^n x} = 0;$$

& de même pour chaque variable ; on trouvera de même les conditions pour que faiſant $\Sigma B' = B''$, B'' ſoit une différentielle exacte, & ainſi ſucceſſivement juſqu'à la différence du premier ordre ; la loi même qu'elles ſuivent eſt facile à remarquer, & on aura immédiatement les formules cherchées ſans aucun calcul. C. Q. F. T.

PROBLEME III.

Étant donnée l'équation aux différences finies V = 0, *trouver les équations qui doivent avoir lieu pour que* V = 0 *ait une intégrale de l'ordre immédiatement inférieur.*

On multipliera la fonction par A, fonction des variables & de leurs différences juſqu'à $\Delta^n x$, $\Delta^n y$, $\Delta^n z$, &c. A étant tel qu'il ne devienne pas infini lorſque $V = 0$; on prendra enſuite les équations de condition, pour que AV ſoit une différentielle exacte, & on remarquera que chaque différence partielle de A eſt multipliée par V, ΔV, $\Delta^2 V$, $\Delta^2 V$, & que les différences partielles de V, qui ſont données, ne ſont multipliées que par A, ΔA, $\Delta^2 A$, &c. Ces équations doivent être identiques ; or, ſi elles le ſont en faiſant $V = 0$ dans une partie de l'équation, le reſte ſera identique, ou le deviendra en faiſant $V = 0$; & ſi on fait $V = 0$ dans tous les termes qui contiennent des différences partielles de A, ces termes ſeront nuls, puiſque dans l'hypothèſe, A ne devient point infini quand $V = 0$; donc le reſte des équations de condition, c'eſt-à-dire la partie qui ne contient point de différence partielle de A, ſera ou nulle par elle-même, ou le deviendra quand $V = 0$; donc éliminant A

de ces équations, ce qui eſt toujours facile, on aura des équations de condition qui, lorſque $V = 0$ deviendront nulles & qui le ſeront par elles-mêmes. *C. Q. F. T.*

PROBLEME IV.

Étant donnée l'équation V = o, *trouver les équations de conditions pour qu'elle ait une intégrale d'un ordre inférieur de plusieurs unités ou finie.*

On ſuppoſera que $\Sigma A V = B$, & on cherchera les conditions, pour que $B = 0$ ſoit poſſible, ou $A' B$ une différentielle exacte. On ſuppoſera que $B' = \Sigma A' B$ & que $B' = 0$ eſt poſſible, ou $A'' B'$ une différentielle exacte, &c. Cela poſé, on aura, par le Problème ſecond, les valeurs des différences partielles de B, B' B'', &c. en différences partielles de V, A, A', A'', A''', &c. Les différences partielles de A ſeront toutes multipliées par V & ſes différences; celles de A', par $\Sigma A V$ & ſes différences, & ainſi de ſuite; donc faiſant $V = 0$, tous ces termes, où ces quantités ſe trouvent, diſparoîtront; puiſque, par l'hypothèſe, A, A', A'', &c. ne peuvent devenir infinies lorſque $V = 0$; donc le reſte des équations de condition eſt nul, ou par lui-même, ou en faiſant $V = 0$, & ce reſte ne contient plus que les A & leurs différences finies; donc en éliminant les A, on aura des équations de condition où tout ſera connu, & qui devront avoir lieu, ou immédiatement, ou en y faiſant $V = 0$, pour que $V = 0$ ait une intégrale, ou d'un ordre inférieur ou finie. *C. Q. F. T.*

REMARQUE I.

Si l'on ſuppoſe que Δx, &c. Δy, &c. Δz, &c. ſoient dx, &c. dy, &c. dz, &c. dans les équations de condition ci-deſſus, elles deviendront les mêmes que j'ai trouvées ailleurs pour les équations infiniment petites; de plus, le nombre des équations eſt le même dans les deux hypothèſes, ainſi que les conſéquences qu'on peut en déduire pour l'étendue des ſolutions intégrales. Je renvoie donc, ſur ces deux articles, à ce que j'ai dit dans mon *Calcul intégral.*

REMARQUE II.

Si la propofée contenoit, outre les variables ci-deffus, une autre variable dont la différence fût conftante, on n'auroit point de nouvelle équation pour cette variable. En effet, fi l'on examine celles que j'ai cherché à déterminer *(Lettre à M. d'Alembert)*, on trouvera qu'elles font illufoires, en ce qu'elles font toujours identiques; de plus, on a, en cherchant les équations, $d\,\frac{\Delta B}{dx'} = \frac{dV}{dx'} = \Delta\,\frac{dB}{dx'}$; donc $\frac{dV}{dx'}$ doit être une différentielle exacte, ce qui ne donne aucune nouvelle condition. En effet, toute fonction où entre x', dont la différence $\Delta x'$ eft conftante, eft intégrale par rapport à x', parce que la différence $\Delta x'$ peut y être placée arbitrairement; & que par conféquent on peut choifir la manière de l'y placer telle que la fonction ordonnée, par rapport à elle-même, foit de la forme $\frac{dB}{dx'}\Delta x' + \frac{d^2 B}{2\,dx'^2}\Delta x'^2 + \frac{d^3 B}{1 \times 2 \times 3\,dx'^3}\Delta x'^3$, &c. On peut d'ailleurs trouver toujours une férie infinie égale à cette intégrale; mais il eft peut-être poffible qu'alors elle ne fe puiffe préfenter que fous cette forme infinie fans qu'on puiffe déduire de valeur finie.

REMARQUE III.

On a par le Problème I.er des valeurs de $\frac{dB}{dx}$, $\frac{dB}{d\Delta x}$, &c. $\frac{dB}{dy}$, $\frac{dB}{d\Delta y}$, &c. $\frac{dB}{dz}$, $\frac{dB}{d\Delta z}$. Donc, on aura

$$\int \left(\frac{dB}{dx}\,dx, + \frac{dB}{dy}\,dy, + \frac{dB}{dz}\,dz, \&c. \right)$$

$$+ \frac{dB}{d\Delta x}\,d\Delta x, + \frac{dB}{d\Delta y}\,d\Delta y, + \frac{dB}{d\Delta z}\,d\Delta z, \&c. = B.$$

Et par conféquent on aura B par les quadratures ordinaires; s'il y a de plus une variable x' dont la différentielle foit conftante, on prendra B comme s'il ne contenoit pas x'; on différentiera

cette fonction, on la retranchera de la fonction, on intégrera le reste par rapport à x', & on l'ajoutera à la valeur de B. Si la variable ne se trouvoit pas dans $V = dB$, la fonction à ajouter à l'intégrale ne pourra être que ax'. On trouvera B', B'', &c. par la même méthode; & si x' ne se trouve pas dans V, les quantités à ajouter ne seront que
$ax'^2 + b'x$, $ax'^3 + b'x'^2 + cx'$, & ainsi de suite.

Remarque IV.

Lorsque les différences sont infiniment petites, si les plus hautes différences sont supposées sous une forme linéaire, on peut, en supposant que A ne les contienne pas, tirer des équations identiques pour que AV soit une différentielle exacte des équations de conditions où A ne soit pas, sans faire $V = 0$, cela n'a de difficulté que la longueur du calcul; on le pourroit même sans avoir résolu l'équation, par rapport aux plus hautes différences, ni examiner même si elle est résoluble; enfin, on peut même sans connoître B, & quoiqu'il ne contienne pas les plus hautes puissances sous une forme linéaire, trouver de même ces équations, & par conséquent on pourra les trouver pour que V ait une intégrale finie, sans connoître les intégrales intermédiaires & sans faire $V = 0$; l'on n'entre point ici dans le détail de cette solution que personne n'a encore donnée, parce que ma première suffit. J'observerai seulement, au sujet de celle-ci, qu'elle est fondée sur cette remarque générale, que soit $ad^my + bd^mx + c = 0$, l'intégrale d'une équation de l'ordre n la différentiant un nombre $n - m$ de fois, & substituant dans l'équation de l'ordre n les valeurs de d^ny, $d^{n-1}y \ldots d^my$, tirées de l'équation $ad^my + bd^mx + c = 0$ & de ses différences, l'équation qui en résulte, & qui ne contient que des différences partielles de a, b, c doit être identique, & telle que les coëfficiens des puissances des différences de x supérieures à d^nx soient nuls identiquement; ce qui donne le moyen d'avoir des valeurs des différences partielles de a, b, c, & par conséquent les conditions. On doit ici nécessairement supposer que le facteur à éliminer ne contienne pas la plus haute différence, sans quoi les équations finales seroient toujours identiques;

ainſi cette méthode ne peut s'appliquer aux différences finies où les plus hautes différences doivent, dans une infinité de cas, entrer dans le facteur même d'une manière irrationelle.

ARTICLE II.

Des équations de maximum *ou* minimum, *pour les fonctions aux différences finies.*

M. de la Grange a donné ces équations pour un Problème particulier, mais ce Problème renferme preſque toutes les difficultés du Problème général, & les autres auroient été aiſément réſolus par la méthode que cet illuſtre Géomètre a ſuivie en cet endroit. J'ai donné depuis, dans un Éclairciſſement ſur le Calcul intégral, le principe qui m'a ſervi à trouver les formules générales que je vais développer. M. le Chevalier de Borda, en cherchant les mêmes formules pour les différences infiniment petites, en a trouvé qui réſolvent le Problème dans le cas des différences finies. On pourroit également les déduire de celles de M. Euler, dans ſon Ouvrage *de Lineis curvis maximi minimive proprietate gaudentibus.*

PROBLEME I.

Trouver les équations de condition, pour que Σ V *ſoit un* maximum *ou* minimum, V *étant une fonction de* x, y, z, *&c. & de leurs différences finies.*

SOLUTION.

La condition du Problème donne $d\Sigma V = 0$; c'eſt-à-dire, $\frac{d\Sigma V}{dx} = 0$, $\frac{d\Sigma V}{d\Delta x} = 0$, &c. $\frac{d\Sigma V}{dy} = 0$, $\frac{d\Sigma V}{d\Delta y} = 0$, &c. $\frac{d\Sigma V}{dz} = 0$, $\frac{d\Sigma V}{d\Delta z} = 0$, &c. Prenant donc leurs valeurs (comme je l'ai indiqué dans le Problème I.er de l'article I.er) on trouvera que puiſque V n'eſt point une différentielle exacte, $\frac{d\Sigma V}{dx} = P + \Sigma Q\,dx$, $\frac{d\Sigma V}{dy} = P' + \Sigma Q'\,dy$,

$\frac{d\Sigma V}{dz} = P'' + \Sigma Q'' dz$; on aura donc, entre les variables, les équations $Q = 0$, $Q' = 0$, $Q'' = 0$, qui font les mêmes équations qui doivent être identiques, pour que V foit une différentielle exacte.

PROBLEME II.

Trouver les équations de condition, pour que $\Sigma V'$ *foit un* maximum *ou* minimum, V' *contenant* ΣV.

J'ai d'abord les équations $\frac{d\Sigma V'}{dy} = 0$, $\frac{d\Sigma V'}{dx} = 0$; $\frac{d\Sigma V'}{dz} = 0$, &c. dont il faut chercher l'expreffion. Pour cela je fuppofe qu'on ait d'abord par le Problème I.er, article I.er la valeur de Q, Q', Q'', &c. ΣV étant regardé comme conftant, & que $\frac{dV}{d\Sigma V} = R$; il eft aifé de voir qu'il n'y a plus qu'à ajouter à ces valeurs de Q les valeurs femblables qui naiffent de $\Sigma R d \Sigma V$. Pour les trouver, on prendra les valeurs des différences partielles de ΣV par le Problème I.er, article I.er, & on aura les valeurs cherchées en mettant dans les formules du Problème I.er art. II, $\frac{R d\Sigma V}{dx}$, $\frac{R d\Sigma V}{d\Delta x}$, &c. à la place de $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{d\Delta x}$, &c. & de même pour chaque variable. Cela pofé, on obfervera que $\frac{d\Sigma V}{dx}$ renferme un terme $\Sigma S dx$, & que par conféquent il y a ici un terme $\frac{\Sigma R \Sigma S dx}{dx} = \Sigma R \times \frac{\Sigma S dx}{dx} - \Sigma\Sigma (R + \Delta R) \times S$, & qui par conféquent dans la valeur à ajouter à Q, produira un terme $A - \Sigma (R + \Delta R) S$. A étant la valeur de ΣR pour les mêmes points que ceux pour lefquels les équations pour les points particuliers doivent donner des conditions.

Il en fera de même pour les autres variables & pour un plus grand

grand nombre d'intégrales. Voici la formule développée pour une variable & une fonction intégrale.

$$\frac{dV'}{dx} + n\Delta\frac{dV'}{dx}\ldots + R\left(\frac{dV}{d\Delta x} + n'\Delta\frac{dV}{d\Delta x}\ldots\right)$$
$$+ n'\Delta\left[R\left(\frac{dV}{d\Delta x} + n'\Delta\frac{dV}{d\Delta x}\ldots\right)\right]$$
$$- \Delta\frac{dV'}{d\Delta x}\ldots - \Delta\left[R\left(\frac{dV}{d\Delta^2 x} + (n'-1)\Delta\frac{dV}{d\Delta x}\ldots\right)\right]$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ A - \Sigma R + \Delta R \times \left\{\begin{array}{l} \frac{dV}{dx} + n'\Delta\frac{dV}{dx}\ldots\ldots + \Delta^{n'}\frac{dV}{dx}. \\ -\Delta\frac{dV}{d\Delta x} - (n'-1)\Delta^2\frac{dV}{d\Delta x}\ldots - \Delta^{n'}\frac{dV}{d\Delta x}. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

PROBLEME III.

Trouver les conditions pour que V *soit un* maximum, V *étant donné par une équation aux différences finies.*

Soit $V' = 0$, cette équation & $Q = \Sigma A \Sigma A' \Sigma A'' \ldots V'$. Q étant sans différence de V, il est clair qu'il suffit ici de trouver $\frac{dQ}{dx}$, $\frac{dQ}{d\Delta x}$, &c. or, 1.° on a ces valeurs par le Problème précédent. 2.° On remarquera qu'ayant $V' = 0$, on peut négliger, dans toutes ces valeurs, les termes qui contiendroient des différences partielles des A. 3.° On observera qu'il faut de plus, que Q ne contienne pas de différence de V; or, pour remplir cette condition, il faut que les A soient tels que les fonctions AV', $A'\Sigma AV'$, soient des différences exactes, par rapport à V; on aura les équations que donne cette condition, par le Problème IV, article 1er. 4.° On éliminera, par le moyen de ces équations, les A, A', &c. qui restent dans les équations du n.° second, & on aura les équations cherchées.

REMARQUE I.

Il eſt aiſé de voir que, ſi on ſuppoſe ici Δx, Δy, Δz, &c. infiniment petits, les équations ci-deſſus ſe réduiront à celles qu'on ſait avoir lieu pour les différences infiniment petites. On obſervera de plus, que ſi les équations ci-deſſus ſont telles, qu'il ne doive pas y avoir de nouvelles variables dans les intégrales, & qu'aucune différence ne ſoit conſtante ; les conditions, pour le *maximum*, ſeront les mêmes que pour la fonction correſpondante aux différences infiniment petites, à la détermination des arbitraires près.

REMARQUE II.

Si aucune des différences n'eſt ſuppoſée conſtante, le nombre des équations eſt égal à celui des variables, autrement il eſt moindre d'une unité. Dans le premier cas, ſi le nombre des équations peut ſe rappeler à une de moins, le Problème ſera poſſible ſans qu'il y entre de nouvelle variable, quoiqu'il y en ait néceſſairement dans la ſolution générale ; ſinon on aura une équation définitive qui ne contiendra qu'une ſeule variable, mais dont l'intégrale en contienne une nouvelle qui entrera néceſſairement dans la ſolution du Problème. En effet, l'intégrale d'une équation aux différences finies, en contient néceſſairement ; il en eſt de même de l'intégrale d'une équation aux différences infiniment petites au-deſſus du premier ordre, & qui n'a qu'une variable : de-là vient que le Problème des *maxima* n'en eſt pas moins poſſible, quoique, pour une équation aux différences infiniment petites & toutes variables, le nombre des équations différentes égale celui des variables ; mais qu'alors ſeulement le Problème eſt mal propoſé & contient néceſſairement une variable que l'intégration introduit, & que les conditions du Problème doivent déterminer. M. de la Place a remarqué le premier cette eſpèce de ſolution, & en a développé la nature dans ſon Mémoire ſur les *maxima*.

REMARQUE III.

Si les fonctions V, V', des Problèmes I & II, contenoient

une variable dont la différence fût donnée par une équation quelconque, on feroit disparoître cette variable & sa différence; V' seroit alors donné par une équation différentielle, ce qui est le cas du Problème III; on auroit donc par-là les équations qui doivent avoir lieu entre toutes les variables, hors une; & de plus, celle-ci égale à une fonction des autres.

ARTICLE III.

De l'intégration des Équations aux différences finies.

Je parlerai d'abord de celles qui ne contiennent pas de transcendantes; dans ce cas, on déduira des notions préliminaires ci-dessus les remarques suivantes. 1.° Si on suppose l'équation multipliée par un facteur qui la rende une différentielle exacte, ce facteur pourra contenir la plus haute différence.

2.° Il peut contenir la racine d'une équation algébrique; sans qu'on puisse distinguer *à priori* s'il en contient une ou non.

3.° Aucune fonction logarithmique ou transcendante, ne peut disparoître ni par la différentiation, ni avec le facteur: en effet, soit ΔB, la fonction différentielle, il est clair qu'elle est $B + \Delta B - B$, & que la transcendante T entrera dans B, comme la transcendante $T + \Delta T$, qui en est essentiellement différente, entre dans $B + \Delta B$.

4.° Seulement le facteur pourra contenir, mais à tous ses termes, une quantité $e^{ax'}$; en effet, soit $e^{ax'}B$ l'intégrale, on a $e^{ax' + a\Delta x'}(B + \Delta B) - e^{ax'}B = 0$, équation divisible par $e^{ax'}$; ainsi, lorsqu'il sera question de trouver une différentielle exacte, il faudra supposer qu'elle a pour facteur $e^{ax'}$; ou bien, au lieu de la supposer égale à une fonction de cfx', il faudra la supposer égale à $x' + e^{ax'}F\,efx'$.

5.° Si l'équation est du second ordre, le facteur pourra contenir $e^{ax'^2} + N$, & $e^{x' \times a\Delta x'}$; si elle est du troisième ordre, il pourra contenir $e^{ax'^3} + N$, & $e^{ax''\Delta x'}$ & $e^{ax'\Delta x'^2}$, & ainsi de suite; x' est la variable dont la différence est constante.

6.° Il y a une autre espèce de fonction qui peut entrer dans

l'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur & dans le facteur; C'eſt une fonction indéfinie de la forme

$$a \times a + \Delta x' \times a + 2\Delta x' \ldots\ldots\ldots a + x',$$

ou de la forme $a \times a + \Delta x' \ldots\ldots\ldots a + nx'$;

le nombre des termes étant x' ou nx' diviſé par $\Delta x'$; en effet; dans cette ſuppoſition, ſi on met pour x', $x' + \Delta x$, ces produits deviendront

$$a \times a + \Delta x' \ldots\ldots\ldots a + x' \times a' + x' + \Delta x';$$

& par conſéquent ſi je nomme X ce produit, j'aurai $\frac{X + \Delta X}{X} = a + x' + \Delta x'$; & dans le ſecond cas

$$a \times a + \Delta x' \times a + 2\Delta x' \ldots a + nx' \times a + nx' + \Delta x' \ldots a + nx' + n\Delta x'$$

& $\frac{X + \Delta X}{X} = a + nx' + \Delta x' \times a + nx' + 2\Delta x' \ldots a + nx' + n\Delta x'$

quantité d'une forme finie, toutes les fois que n eſt un nombre entier; le nombre de ces produits ſera toujours fini & déterminé, mais quelconque; ils ſe multiplieront ou diviſeront réciproquement & multiplieront la fonction arbitraire, de manière que, ſoit qu'on cherche le facteur, ſoit la différentielle exacte, il faut les ſuppoſer multipliées par une fonction de x', X, telle que l'on ait $\frac{X + \Delta X}{X} = \frac{ax' + b \times a'x' + b' \ldots}{a_{,}x' + b_{,} \times a'_{,}x' + b'_{,} \ldots}$, & chacun de ces facteurs produira une fonction 1; produit indéfini de la première eſpèce ci-deſſus, à laquelle il ſera toujours facile de rappeler la ſeconde.

7.° De ce qu'une fonction de cette eſpèce peut entrer dans l'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur, on peut en conclure qu'il peut entrer dans l'intégrale de l'ordre inférieur de deux unités, une fonction de la forme

$$a + x \times (a + x - \Delta x)^2 \times (a + x - 2\Delta x)^3 \ldots$$

le nombre des termes étant $\frac{x}{\Delta x}$ & celui des produits quelconques, mais fini & déterminé. En effet, cette formule n'eſt autre choſe qu'un produit indéfini des produits conſidérés dans

l'article précédent ; d'où il ſuit que l'on ne peut avoir, dans ce cas, deux intégrales en termes finis, par rapport aux variables : en effet, ſoit la fonction de l'article précédent & l'équation du ſecond ordre, il eſt aiſé de voir qu'on en aura une du premier qui ne contiendra que X' ; mais l'intégrale finie, contenant deux arbitraires & la fonction $X \times X - \Delta X \times X - 2 \Delta X \ldots$ il faudroit, pour avoir une valeur de la ſeconde intégrale du premier ordre, mettre, dans l'intégrale finie, la valeur de X, tirée de la première intégrale ; ce qui donneroit néceſſairement, dans cette ſeconde intégrale, une fonction indéfinie des variables : donc ſi on a ou un facteur, ou une différentielle exacte qui contient de ces produits indéfinis, il faudra employer la méthode des intégrations ſucceſſives, intégrer cette première intégrale trouvée, & chercher une différentielle exacte ou un facteur qui contienne ces produits, & qui ſoit multiplié par Z, Z étant tel que $\frac{Z + \Delta Z}{Z} = \frac{X \times X' \ldots ax + b \ldots}{X, X' \ldots\ldots a,x + b, \ldots\ldots}$, & de même pour les ordres plus élevés.

8.° Si ΔB eſt en même temps $\Delta^2 B'$, alors $x' \Delta B$ eſt encore une différentielle exacte ; & ſi dans ce cas, on a $n - 1$ facteurs ſans x', il y aura un facteur égal à la ſomme de tous les autres multipliés par une conſtante indéterminée, multipliée elle-même par x'. Si ΔB eſt $\Delta^3 B''$, alors $x' \Delta B$, $x'^2 \Delta B$ ſont des différentielles exactes ; & ſi on a $n - 2$ facteurs ſans x', on prendra la ſomme de ces facteurs multipliés par des indéterminées conſtantes, multipliée elle-même par x' & par x'^2 ; on aura les deux autres facteurs & ainſi de ſuite.

9.° Le radical qui pourra entrer néceſſairement dans l'intégrale, ne peut être d'un degré plus élevé que la moitié de celui d'une des plus hautes différences dans la propoſée : ainſi l'équation qui donne le facteur, peut être ſuppoſée d'un degré déterminé.

10.° Lorſque dans les équations aux différences ordinaires, on a différentié pour faire diſparoître les radicaux de ce que les plus hautes différences n'y ſont que ſous une forme linéaire, on conclut qu'aucune des fonctions, dont elle devient la différence,

étant multipliée par un facteur de l'ordre inférieur d'une unité, ne doit contenir d'autres radicaux que les racines d'une équation d'un degré égal à l'ordre de l'équation ; chacune de ces racines donnant une valeur du facteur, & pouvant être sous un signe radical simple, rationnel & indéfini, ou bien la racine d'une équation d'un degré plus élevé d'une unité : la même chose a lieu pour les équations aux différences finies ; mais comme toutes les intégrales y sont algébriques, ou que du moins les transcendantes n'y peuvent contenir de radicaux, on peut prouver que si on différentie une équation proposée & qu'on cherche à intégrer la différentielle, aucune de ses intégrales, du même ordre que la proposée, ne doit contenir de radicaux. Soit en effet V une fonction rationnelle de variables, de leurs différences, de Fef^x, & de $F'ef^x$, je tire des deux équations V & $V + \Delta V$, Fef^x, égale à une fonction rationnelle des variables & de $F'ef^x$; j'appelle A cette équation ; je suppose maintenant qu'ayant fait disparoître Fef^x, à l'aide des deux mêmes équations, celle qui en résulte soit telle que j'aie $F'ef^x$, égale à une fonction rationnelle. Il est aisé de voir que si je substitue la valeur de $F'ef^x$, qui en résulte dans l'équation A, qui contient $F'ef^x$, j'aurai Fef^x aussi égale à une fonction rationnelle ; donc toutes les fois qu'un facteur peut être supposé sans radicaux, les autres le pourront être ; donc, lorsqu'on a différentié une proposée sans radicaux, tous les facteurs pourront être rationnels.

On pourroit objecter ici que les deux équations desquelles on veut tirer une valeur rationnelle de Fef^x, peuvent se réduire à une seule où Fef^x, soit au second degré après qu'on aura mis, au lieu de $F'ef^x$, sa valeur ; mais on observera qu'ici les intégrales doivent être trouvées sans être déterminées, plutôt pour une des racines de l'équation au facteur, que pour une autre, puisque l'équation différentielle est pour toutes à la fois ; donc si on a Fef^x par une équation du second degré, ses deux racines seront deux intégrales de la proposée, ayant lieu en même temps ; donc étant toutes deux algébriques, leur forme ou leur produit, qui est rationnel, sera aussi une intégrale ; donc, &c.

On peut démontrer la proposition ci-dessus, indépendamment

de cette conſidération générale : en effet, appelant N l'arbitraire qui n'eſt donnée que par une équation non linéaire, par exemple, du ſecond degré, & M l'arbitraire qui eſt donnée par une équation rationnelle, je prends une des deux valeurs de N, je la différentie; & ſa différence, qui eſt de l'ordre $n - 1$ & qui contient M, devient nulle lorſque je mets pour M ſa valeur rationnelle. La même choſe a lieu pour l'autre racine; donc ſi on prend leur forme, ou elle ſera nulle par elle-même, ce qui donne N^2 égal à une fonction rationnelle, & par conſéquent une intégrale ſans radicaux, ou bien ſa différence deviendra nulle en y mettant pour M ſa valeur : donc ſi je prends la différence de cette forme, qui eſt rationnelle, en y ſuppoſant M variable, j'aurai 1.° une fonction ſans ΔM, qui deviendra nulle, en y mettant pour M ſa valeur. 2.° Une fonction multipliée par ΔM; donc ſi je différentie cette forme après y avoir ſubſtitué pour M ſa valeur V, elle deviendra nulle quand $\Delta M = 0$; donc j'aurai une différentielle exacte, rationnelle qui aura lieu en même tems que ΔV; donc, &c.

11.° Ce que je viens de dire, ſuppoſe que appelant M & N deux des arbitraires de la propoſée, je puis toujours avoir N & M égales à une fonction en termes finis des variables & de l'ordre $n - 1$, or cela n'eſt pas vrai en général. En effet, ſoit $V + \Sigma X$ une intégrale où X eſt une fonction de x', il eſt aiſé de voir, comme je l'ai dit dans les notions préliminaires, que ΣX peut être toujours exprimé, du moins par une ſérie infinie; mais ſi ΣX ne pouvoit être exprimé en termes finis, alors ſi j'ai une équation qui contienne une arbitraire M ſous ce ſigne d'intégration, & que N ſoit l'arbitraire ajoutée à ΣX, il eſt clair que je ne pourrai avoir une valeur de M ſans N ſous une forme dégagée du ſigne Σ; par conſéquent l'intégrale d'un ordre immédiatement inférieur peut contenir ΣX, X contenant des radicaux, quoique x' ne ſoit dans la propoſée que ſous une forme rationnelle, & qu'on puiſſe avoir une différentielle exacte rationnelle. Il eſt vrai qu'alors le radical ne peut contenir que des x'; en effet, s'il contenoit d'autres variables, il eſt aiſé de voir que prenant la ſomme de toutes les intégrales données par les valeurs du radical,

& les ajoutant enſemble, on auroit, ou cette ſomme rationnelle; ce qui rentre dans le cas d'une intégrale ſans radicaux, ou cette ſomme égale à zéro; or elle ne peut devenir égale à zéro, parce qu'elle contient un terme $n \Sigma X$, n étant l'expoſant du radical, & par conſéquent l'intégrale ne pourra contenir que le même radical qui entre dans X, & tel que la ſomme des n, valeurs de $X = 0$.

Si l'on a une intégrale qui contienne ΣX, il faudra pour intégrer la propoſée, employer la méthode des intégrations ſucceſſives, & ſuppoſer que ΣX entre, ainſi que X, dans le facteur & dans la différentielle exacte, parce que l'intégrale peut contenir un terme $\Sigma X'$, X' étant fonction de X & de x', à moins qu'on ne prouvât que $\Sigma X'$ eſt toujours une fonction finie de X & x', plus une fonction $\Sigma X''$, X'' étant fonction de x' ſeulement. Je ferai de l'intégration des fonctions ΣX l'objet d'un autre Mémoire.

Cela poſé, ſoit une équation propoſée qui ne contienne pas de différence conſtante ou qui en contienne, on l'intégrera en faiſant les opérations ſuivantes.

Première OPÉRATION. On réduira la propoſée à ne contenir que des variables & leurs différences, ſoit abſolues, ſoit conſtantes; s'il y a des différences données par d'autres hypothèſes, on ſuivra ce que j'ai dit, *notions préliminaires, n.° 6:* on pourra dans ce même cas regarder la propoſée & l'équation entre les différences comme deux équations à intégrer à la fois & ſans éliminer. Les principes que j'ai expoſés dans un autre Mémoire pour les différences infiniment petites, s'appliquent ici & d'autant plus facilement que les intégrales ne peuvent contenir de tranſcendantes; cette méthode pourroit avoir quelques avantages.

Deuxième OPÉRATION. On différenciera la propoſée pour faire en ſorte qu'il ne doive pas ſe trouver de radicaux dans ſes intégrales.

Troiſième OPÉRATION. Si la propoſée ne contient pas x', on la multipliera par une fonction de toutes les variables & de leurs différences hors celle dont la différence eſt conſtante; cette fonction ſera indéfinie, algébrique & rationnelle, & on en déterminera les coëfficiens d'après les équations de condition du Problème I.er article I.er en ſuppoſant que la propoſée multipliée par elle devient une différentielle exacte, & que la propoſée

proposée étant égalée à zéro, le facteur ne devient pas infini. Comme le facteur contient la plus haute différence, il est ici d'une forme aussi compliquée que la différentielle exacte qui se trouve en multipliant la proposée par lui; ainsi il sera indifférent de chercher l'une ou l'autre.

Si l'on n'avoit pas fait la seconde opération, alors le facteur pourroit contenir un radical d'un degré égal à celui où monte une des plus hautes différences; par conséquent prenant une équation $Az^m + Bz^{m-1} \ldots\ldots\ldots + P = 0$, m étant donné & A, B, fonctions indéfinies des variables & de leurs différences jusqu'aux plus hautes inclusivement, on pourra supposer le facteur de la forme $\frac{A'z^{m-1} + B'z^{m-2} \ldots + P'}{Q}$, & on détermineroit par le même Problème I.er les coëfficiens des variables dans A, B, &c.

Il faudra supposer que les coëfficiens de chaque terme du facteur soient des constantes multipliées par la fonction $e^{ax'}$, & si a n'est pas nul, il faudra que le facteur qui donnera une autre différentielle exacte, ait $e^{max'^2}$ à tous ses coëfficiens; qu'ils puissent de plus contenir $e^{ax'}$, & que la différentielle exacte devienne la proposée en y faisant $e^{ax'}$ égal à sa valeur trouvée dans sa première intégrale. On supposera ensuite que le facteur contienne $e^{nax'^3}$ à tous ses termes, & que $e^{n'ax'^2}$, $e^{ax'}$ entrent dans ses coëfficiens; on pourroit même, pour plus de facilité, supposer que AV au lieu d'être ΔB est $\Delta e^{max'^2} B$, & on pourroit supposer que B ne contient pas $e^{ax'}$, & que dans $\Delta e^{max'^2} B$ on a mis pour $e^{ax'}$ la valeur donnée par la première intégrale, les m, n, étant des nombres rationnels.

Si la différentielle à intégrer ne contient pas de radicaux, on remarquera que son intégrale est $\frac{A}{B}$, A & B étant des fonctions rationnelles & entières, & que la proposée doit être .... $\frac{B \Delta A - A \Delta B}{B \times (B + \Delta B)}$; ce qui donne le moyen de trouver A & B par la méthode des coëfficiens indéterminés. De plus, soient pris les facteurs rationnels du dénominateur de la différence exacte, & Quatrième OPÉRATION.

qu'ils ſoient C, C', C'', &c. j'aurai néceſſairement $C = B$, & $C \times (C + \Delta C)$ égal au produit du dénominateur de la propoſée par une fonction entière, & où les plus hautes différences n'entrent pas; en effet, il eſt évident que B eſt un de ces facteurs, à moins que B & $B \Delta A - A \Delta B$ n'aient un facteur commun; or cela ne peut avoir lieu, ſans que $A \Delta B$ & B n'aient un facteur commun; or A & B n'en doivent point avoir: donc il faudroit que B & ΔB euſſent un facteur commun, & dans ce cas B eſt encore un facteur du dénominateur; donc on aura B immédiatement, & il ne reſtera que A à déterminer par la méthode des coëfficiens indéterminés. D'ailleurs connoiſſant la différentielle exacte, on peut, par la troiſième remarque du premier article, rappeler l'intégration à celle d'une fonction du premier ordre, aux différences infiniment petites; & comme l'intégrale en eſt néceſſairement algébrique, la ſuppoſant $\frac{A}{B}$, on pourra faire B égal au dénominateur de la différentielle, & l'on n'aura plus que A à déterminer.

Si la propoſée contient des radicaux, il eſt clair qu'on pourra ſuppoſer ici que le radical étant Z, la différentielle exacte ſoit $c^{ax'} \Delta Z + c^{ax' + a\Delta x'} Z$, & alors connoiſſant l'équation en Z par le moyen indiqué *(troiſième opération)*, on aura immédiatement l'intégrale; en général l'intégrale étant toujours algébrique, on pourra la chercher immédiatement & par une ſeule opération, ſans avoir beſoin de chercher d'abord le facteur ou la différentielle exacte.

Cinquième OPÉRATION.

Si après avoir trouvé une des intégrales de la propoſée, elle ne contient pas x', il faudra en chercher une autre *(3.e opérat.)* en ſuppoſant qu'elle contient $c^{max'^2}$ ou bien $c^{bx'}$, & ainſi de ſuite tant que x' n'entrera pas dans l'intégrale; ainſi on pourra ſuppoſer qu'il y entre une fonction $c^{max'^2}$ à tous les termes & $c^{bx'}$ dans les coëfficiens, parce que l'on aura dans un des cas $b = a$, & dans l'autre $m' = a$, & de même pour les ordres plus élevés.

Si x' entre dans une des intégrales, alors pour en avoir une autre, il faudra obſerver que la différentielle exacte contient x', qu'elle peut même ou avoir pour facteur, outre le terme $c^{bx'}$,

$e^{max'^2}$, &c. des produits indéfinis, divisés ou multipliés les uns par les autres, ou bien être la somme d'une fonction de toutes les variables, différentielle exacte, plus une fonction X; l'intégrale de cette fonction n'étant pas susceptible d'une expression finie, la différentielle suivante pourroit contenir outre le terme $e^{nax'^3}$ & les quantités que contient la différentielle précédente ou multipliée par les produits indéfinis de la forme $\overline{a + x'} \times \overline{(a + x' - \Delta x')}^2 \ldots\ldots$ divisés & multipliés les uns par les autres, ou avoir un terme en x' purs, contenant x' & ΣX, dont on ne puisse avoir la somme $\Sigma X'$ & ainsi de suite. On voit comment il sera toujours possible d'avoir ainsi par la méthode des coëfficiens indéterminés, toutes les différentielles exactes; en effet, il faudra qu'elles soient assujetties à deux conditions, la première d'être des différentielles exactes, & la seconde d'avoir lieu en même temps que la proposée, en mettant pour les $e^{ax'}$, $e^{max'^2}$, les ΣX, & pour les produits, leurs valeurs tirées des intégrales déjà trouvées; & l'on pourra trouver ainsi, soit toutes les différentielles, soit toutes les intégrales. Les produits inconnus & les fonctions X dont la somme ΣX, ne peut être finie, peuvent être calculés très-facilement les premiers, parce que si on les appelle P, on a $P + \Delta P = \frac{\overline{ax' + b} \times \overline{a'x' + b'} \ldots}{\overline{a_{,}x' + b_{,}} \times \overline{a'_{,}x' + b'_{,}} \ldots} P$, & que les seconds sont des fonctions de x' seulement & ne peuvent entrer dans les équations de condition, puisque sans ces termes la différentielle est toujours exacte; elles n'entrent donc que dans la comparaison d'une différentielle trouvée avec la proposée, comparaison où les différences de X n'entreront pas; ainsi en cherchant dans ce cas la différentielle exacte qui a lieu en même temps que la proposée, ces sommes & produits n'introduiront point de nouvelles difficultés dans le calcul.

Il n'entrera dans le facteur qu'un radical fonction de x', multipliant une fonction des variables, ou même on pourra supposer la différentielle exacte égale à une fonction rationnelle des variables, plus une fonction X' de x'. Si l'on cherche immédiatement l'intégrale, on aura une fonction rationnelle des variables pour cette intégrale, plus une fonction en x' purs, donnée par une équation $Z + A \Delta Z + B = 0$, A, B, X', pouvant être irrationnels

& contenir X; ou bien on cherchera à résoudre l'intégrale déjà trouvée par rapport à une des plus hautes différences, & si cela est possible on connoîtra que les nouveaux radicaux peuvent entrer dans la seconde intégrale, & si cela ne l'est pas, on pourra supposer qu'il n'y en entre pas.

Passant maintenant aux équations qui contiennent des transcendantes, on observera 1.° qu'aucune transcendante ne peut y entrer sans que sa différence y entre, & qu'ainsi par l'Algèbre ordinaire on séparera ces transcendantes & ces différences, en sorte qu'on puisse les regarder comme de nouvelles variables, & intégrer en conséquence. Les seules qui peuvent faire difficulté, sont celles qui ne contiennent que x'; mais dans ce cas, outre qu'on peut avec plus de peine seulement y employer le même moyen, il est toujours aisé de voir que ni l'intégrale ni le facteur ne contiendront d'autres transcendantes que celles qui se trouvent dans la proposée. 2.° On différentiera aux différences infiniment petites, puis on intégrera par rapport aux différences finies, en regardant les différences infiniment petites comme de nouvelles variables, & il ne restera plus à intégrer que des équations aux différences infiniment petites, pour lesquelles on connoîtra le nombre, la forme des intégrales & souvent plusieurs intégrales même. Ce seroit ici le lieu de traiter en général des équations qui contiennent des différences finies & des différences infiniment petites; mais ces équations sont d'usage pour la détermination des arbitraires dans les équations aux différences partielles, ainsi je me réserve à en parler dans un Mémoire sur ces arbitraires.

EXEMPLE I.

Soit l'équation $(4z^3 + 9z^2y + y)\,\Delta z - (3z^3 + z)\,\Delta y + (6z^2 + 9zy)\,\Delta z^2 + (2z + 3y)\,\Delta z^3 = 0$, elle ne doit point contenir de radicaux, puisque ses différences Δy, Δz ne montent point jusqu'au quatrième degré. Soit pris le facteur de la forme déterminée *(troisième opération)* c'est-à-dire rationnel & multiplié par $c^{ax'}$, & dont il faut trouver les coëfficiens, on trouvera qu'il peut être $\frac{1}{4z^2 + 12yz + 9y^2 + 4z\Delta z + 6y\Delta z + 6z\Delta y + 9y\Delta y}$;

on cherchera les facteurs sans différences de ce dénominateur, & on trouvera $2z + 3y$ qui est par conséquent le dénominateur de l'intégrale, & ensuite on trouvera que son numérateur est $z^3 + z + y$; l'intégrale est donc $\frac{z^3 + z + y}{2z + 3y} + Fef^{x'} = 0$.

EXEMPLE II.

Soit encore l'équation $(z^2 + 2zy - y)\Delta z + (z^2 + z)\Delta y + (z - y)\Delta z^2 + z^2 - 2yz + y^2 = 0$; par la même raison le facteur sera encore sans radicaux, & il se trouvera être $\frac{1}{z^2 - 2yz + y^2 + z\Delta z - z\Delta y - y\Delta z + y\Delta y}$; on trouvera de plus par la remarque troisième . . . .
$$\frac{dB}{dy} = \frac{z + z^2}{z^2 - 2yz + y^2}, \quad \frac{dB}{dz} = \frac{z^2 + 2zy - y}{z^2 - 2zy + y^2};$$
& par conséquent $B = \frac{z^2 + y}{z - y}$, prenant dB & retranchant la différentielle exacte ci-dessus. La différence est 1; donc il faut ajouter à B $\frac{\Sigma \Delta x'}{\Delta x'} = \frac{x'}{\Delta x'}$, & l'intégrale totale est . . . .
$\frac{z^2 + y}{z - y} + \frac{x'}{\Delta x'} + Fef^{x'} = 0$; on trouveroit ici l'intégrale par la même méthode que dans l'article précédent, en ajoutant au numérateur un terme égal au dénominateur multiplié par x' & divisé par $\Delta x'$.

EXEMPLE III.

Soit l'équation $(1 - 4z - 4y)\Delta z^2 + 2\Delta y\Delta z + \Delta y^2 - 2\Delta z^3 - 2\Delta z^2\Delta y + \Delta z^4 = 0$, le facteur pourra contenir un radical du quatrième degré, & l'intégrale un du second. Prenant donc $AZ^2 + BZ + C = 0$, & cherchant à déterminer les coëfficiens de A, B, C, tellement que ΔZ divisé par la proposée ne devienne pas infini lorsque la proposée egale zéro, on trouvera $A = 1$, $B = 2z$, $C = z^2 + z + y$, & par conséquent l'intégrale sera $\sqrt{(z + y)} \pm z + Fef^{x'} = 0$.

Exemple IV.

Soit l'équation du ſecond ordre $(z^3\Delta z + 2z^2\Delta z^2 + z\Delta z^3)$ $\Delta\Delta y - (z^3\Delta^2 z + 2z^2\Delta z^2 + 5z^2\Delta z\Delta^2 z + z^2\Delta^2 z^2 + 2z\Delta z^3 + 4z\Delta z^2\Delta^2 z + z\Delta z\Delta^2 z^2)\Delta y + (3z\Delta z^2\Delta^2 z + z\Delta z\Delta^2 z^2 + 2z\Delta z^3 + 2\Delta z^4 + 3\Delta z^3\Delta^2 z + \Delta z^2\Delta^2 z^2)\, y = 0$, qui eſt poſſible, & qui à cauſe que $\Delta^2 z$ ne monte qu'au ſecond degré & $\Delta^2 y$ au premier, a néceſſairement ſes facteurs rationnels, & un qui ne contiendra que $c^{ax'}$ à ſes coëfficiens. J'aurai premièrement le facteur 1 diviſé par $z^4\Delta z^2 + z^4\Delta z\Delta^2 z + 4z^3\Delta z^3 + 5z^3\Delta z^2\Delta^2 z + z^3\Delta z\Delta^2 z^2 + 5z^2\Delta z^4 + 7z^2\Delta z\Delta^2 z + 2z^2\Delta z^2\Delta^2 z^2 + 2z\Delta z^5 + 3z\Delta z^4\Delta^2 z + z\Delta z^3\Delta^2 z^2$; je chercherai enſuite les facteurs rationnels & ſans $\Delta\Delta z$ de ce dénominateur, je trouve qu'ils ſont Δz, z, & $z + \Delta z$ répété deux fois; & eſſayant toutes leurs combinaiſons, je trouve que $z \times \Delta z \times z + \Delta z$ peut être regardé comme le dénominateur de l'intégrale; j'en cherche enſuite le numérateur, & je trouve $z\Delta y - y\Delta z$, j'aurai donc pour une des intégrales cherchées $\frac{z\Delta y - y\Delta z}{z^2\Delta z + z\Delta z^2} + F' = 0$. On cherchera enſuite une autre valeur du facteur, qui ſera également ſans x' & ne pourra contenir que $c^{ax'}$ à tous ſes coëfficiens, & on le trouvera égal à z diviſé par le même dénominateur que ci-deſſus. Le dénominateur de l'intégrale ſera donc encore le même, mais ſon numérateur ſe trouvera être $z^2\Delta y + 2yz\Delta z - z^2\Delta z - z\Delta z^2 - y\Delta z^2$; l'intégrale ſera donc $\frac{z^2\Delta y - 2yz\Delta z - z^2\Delta z - z\Delta z^2 - y\Delta z^2}{z^2\Delta z + z\Delta z^2} + F'' = 0$; d'où l'on tirera l'intégrale définitive $\frac{z + y}{z} + F'z - F'' = 0$.

Exemple V.

Soit l'équation $(lz + \Delta z) \times y - ylz - lz\Delta y + y^2\Delta y + y\Delta y^2 = 0$, je remarque que la propoſée doit contenir lz qui eſt une logarithmique ſans différence & Δlz; faiſant donc $lz = u$, $\Delta lz = \Delta u$ & ſubſtituant, elle devient $y\Delta u -$

$u\Delta y + y^2\Delta y + y\Delta y^2 = 0$, & intégrant comme dans le premier exemple, en regardant u comme une variable particulière, j'aurai le facteur $\frac{1}{y^2 + y\Delta y}$, le dénominateur de l'intégrale y & le numérateur $u + y^2$; l'intégrale sera donc $\frac{lz + y^2}{y} + Fef^{x'} = 0$. De même différentiant la proposée par les différences infiniment petites pour faire disparoître les logarithmes, ce qui demande deux différentiations, intégrant en regardant dy, d^2y, dz, ddz, comme de nouvelles variables, intégrant par rapport aux différences infiniment petites, cette intégrale, & regardant F comme constant, on aura pour intégrale $\frac{lz + ax' + b + y^2}{y} + F = 0$, ou on trouvera que pour produire la proposée, il faut faire a & b égaux à zéro.

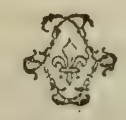
Si l'on veut avoir pour les différences finies une méthode d'approximation, on remarquera qu'ayant une équation en z & x'', la différence de x' constante & z très-petit, & si on a $Az + B\Delta z + C\Delta^2 z \ldots\ldots + P = 0$, & qu'on suppose que le multipliant par Q, fonction de x', il devienne une différentielle exacte, on aura Q par une équation de la forme $A'Q + B'\Delta Q + C'\Delta^2 Q \ldots = 0$, & on trouvera une proposition semblable à celle de M. de la Grange *(tome III de Turin)* pour les équations aux différences infiniment petites. Si on trouve n, valeurs différentes de Q, on aura n intégrales &, en éliminant, l'intégrale cherchée. On ne peut avoir plus de n, valeurs de Q, donnant des intégrales différentes; par conséquent Q ne peut contenir de radicaux d'un ordre plus élevé que $n + 1$, si A, B, C, &c. sont sans radicaux; de plus, on pourra faire $A''Q = Fef^{x'}$, & on aura toujours au moins une valeur de Q algébrique & sans arbitraires, A étant donné par une équation du degré $\frac{1 \times 2 \times 3 \ldots n + 1}{p}$. Ces principes serviront à résoudre cette équation de la même manière que les équations aux différences ordinaires. Mais si l'on ne néglige que le rang $m + 1$, on supposera 1.° que la proposée a tous ses termes; 2.° on les

multipliera par une fonction du même ordre & du degré $m - 1$; & on supposera qu'elle est une différentielle exacte d'une fonction de l'ordre $n - 1$ & du degré m. Or cela est toujours possible; en effet, le nombre des termes dans la proposée multipliée est $\frac{n+2 \times n+3 \ldots n+m+1}{1 \times 2 \times 3 \ldots \ldots m}$, le nombre des coëfficiens indéterminés du facteur est $\frac{n+2 \times n+3 \ldots n+m}{1 \times 2 \ldots \ldots m-1}$, & celle des coëfficiens indéterminés de l'intégrale est $\frac{n+1 \ldots n+m}{1 \times 2 \times 3 \ldots m}$; retranchant les deux derniers de la première, j'ai $\frac{n+2 \times n+3 \ldots n+m}{1 \times 2 \times 3 \ldots m-1}$ multiplié par $\frac{n+m+1-1}{m} - \frac{n+1}{m} = \frac{n+m+1}{m} - \frac{m-n-1}{m} = 0$; donc on n'aura plus, en comparant les coëfficiens, qu'à intégrer des équations linéaires. Si les coëfficiens de ces équations sont des constantes, ce qu'on peut toujours faire ici, on en aura très-facilement les intégrales.

Soit en effet l'équation $Ay + B\Delta y \ldots + Q\Delta^n y = 0$; je fais $y = e^{ax'} F e f^{x'}$, $e f^{\Delta x'} - 1 = 0$, & j'ai $e^{a\Delta x'}$ par une équation du degré n. Soient $e^{a'}$, $e^{a''}$, $e^{a'''}$ ... les racines de cette équation, il est aisé de voir que la valeur générale de y sera

$$e^{\frac{a'}{\Delta x'} x'} F e f^{x'} + e^{\frac{a''}{\Delta x'} x'} F e' f^{x'} + e^{\frac{a'''}{\Delta x'} x'} F e f^{x'} \ldots \ldots$$

Si $a' = a''$, au lieu du second terme, je mettrai $x' e^{\frac{a'}{\Delta x'} x'} F' e f^{x'}$; & si $a' = a'' = a'''$, je mettrai encore au lieu du troisième terme, $x'^2 e^{\frac{a'}{\Delta x'} x'} F e f^{x'}$, & ainsi de suite. Cette solution est absolument pareille à celle qu'on a pour les équations aux différences infiniment petites.



RECHERCHES

RECHERCHES
SUR
QUELQUES CONFORMATIONS MONSTRUEUSES DES DOIGTS DANS L'HOMME.

Par M. MORAND.

ENTRE les écarts de la Nature, dans les conformations monstrueuses qui arrivent à l'espèce humaine, celles qui affectent les doigts des mains & des pieds, méritent quelque considération, & peuvent donner lieu à des recherches au moins intéressantes & peut-être utiles. Il y a de ces monstruosités par défaut & par excès; c'est de ces dernières que je me propose de traiter principalement.

Un sixième doigt à une main, avec lequel naît un enfant, est une chose qui arrive si souvent, que dans plusieurs Traités d'Opérations de Chirurgie, à la suite de l'amputation, il y est fait mention de celle d'un sixième doigt; sur quoi il faut observer plusieurs différences, dont je rapporte ici des exemples curieux.

1.° Un doigt surnuméraire peut être de symétrie avec les cinq autres *(fig. 1 & 2)*; ou bien partir de la première phalange du cinquième doigt, avec deux différences encore; savoir, que le sixième doigt peut faire une même continuité avec l'os de la première phalange du cinquième doigt, duquel il semble sortir par une espèce de bifurcation *(fig. 3)*, ou être simplement attaché à cette première phalange, par une articulation lâche entre deux surfaces plates *(fig. 4)*.

2.° Un sixième doigt peut avoir du mouvement ou en être privé: s'il est de symétrie avec le cinquième, & qu'il ait des mouvemens, il doit être organisé comme les autres; c'est-à-dire, non-seulement fourni des os qui lui sont propres, mais encore des muscles & des tendons nécessaires pour exécuter ses mouvemens,

ou bien un sixième doigt est hors de rang, sans mouvemens particuliers; & alors il est formé d'une ou de plusieurs phalanges revêtues de leur périoste, & en dehors couvertes de la peau, avec une graisse presque de la consistance du suif, remplissant le vide entre les os & la peau, comme la plupart des pattes surnuméraires dans les animaux, sur-tout dans les oiseaux.

Les exemples de six doigts à chaque main *(figures précédentes)*, & à chaque pied *(figures 5 & 6)*, arrangés symétriquement, & jouissant des mouvemens ordinaires, sont moins communs que ceux d'un sixième doigt à une main seule, & cependant ne sont pas absolument rares. A consulter la langue Latine, il sembleroit que cette difformité auroit été originairement très-commune, ou même attachée à une espèce particulière d'hommes, puisque tous les Dictionnaires donnent le mot propre, *sedigitus*, à ceux qui en sont affectés. M. de Maupertuis a hasardé le mot françois, *sexdigitaire* & celui de *sexdigitisme*, pour signifier les familles d'hommes à six doigts. C'est cette espèce de monstruosité qui fait l'objet principal de ce Mémoire.

L'Histoire Sacrée nous en donne le premier exemple aux livres des Rois [a], dans lequel il est dit qu'il y eut une guerre à Geth, où il se trouva un homme extrêmement grand, de la race d'Arapha, qui avoit six doigts aux pieds & aux mains, c'est-à-dire, vingt-quatre en tout.

[a] *Livre II, chap. XXI.*

L'Histoire profane nous apprend qu'un Curiace d'une famille Patricienne, eut deux filles ayant cette singularité, ainsi que Volcatius, Poëte cité par Aulugelle *(a)*.

Plusieurs Auteurs de Médecine & d'Anatomie en donnent des exemples *(b)*. M. de Maupertuis, dans ses Lettres, en a cité trois *(c)*; & l'Académie en a vu trois autres dans ses assemblées, savoir, en 1743 [b], dans un petit garçon présenté par ses père & mère, de Dauphiné; en 1751 [c], un à peu près pareil; & récemment dans une fille âgée de quatorze ans, qui a six doigts

[b] *Hist. p. 60, Mém. p. 338.*
[c] *Hist. p. 77.*

(a) *Voyez* Pline, *lib. II, cap. XCIX.*

(b) *Voyez* Schenckius, Corvi, Posthius, Salmuch, Wolphius, Thomas Bartholin, &c.

(c) Tome II de ses Œuvres, *Lettre XIV.*

à la main droite & sept à la gauche *(fig. 7)*. La sœur de cette fille a une main, laquelle pour tous doigts n'a qu'un pouce. Platerus *(d)*, dans ses observations, donne l'histoire d'un enfant qui avoit vingt-cinq doigts, savoir, six à chaque main, six au pied droit & sept au gauche. Valleriola *(e)* rapporte que l'on voyoit à Arles en 1561 un jeune homme de quinze ans qui avoit six doigts à chaque main & sept à chaque pied, dont le pouce étoit double. Le Journal des Savans *(année 1696)* donne le détail d'un enfant né à Beauvais, ayant à chaque pied sept doigts bien formés, dont deux pouces joints ensemble, & les cinq autres doigts séparés; il avoit aussi sept doigts à la main gauche, dont les deux derniers joints ensemble; enfin, il avoit huit doigts à la main droite, dont le second & le troisième étoient joints ensemble, ainsi que le sixième & le septième.

J'ai fait voir à l'Académie un pied ayant huit doigts *(fig. 8)*, le second n'a que deux phalanges beaucoup plus petites que dans les autres doigts; le dernier os du métacarpe donne racine à deux doigts joints ensemble, & il est beaucoup plus gros que dans l'état naturel *(fig. 9)*.

Le monstre d'Amsterdam, décrit dans Kerkring, qui en a donné le squelette [a], avoit sept doigts à chaque main, huit au pied droit & neuf au gauche; son Observation est intitulée, *Monstrum Polydactilon*. On avoit fait subir à celui-ci une loi ancienne, qui ordonnoit d'étouffer les monstres *(f)*, car il avoit été noyé dans le fleuve Ya près d'Amsterdam, d'où il fut rapporté à M. Ruysch.

[a] *Spicilegium*; *Obs.* XXII.

Enfin Rueff, Chirurgien de Zurich, dans son *Traité de la Génération (g)*, fait mention d'un enfant né avec douze doigts à chaque main & à chaque pied; mais dans la figure jointe au récit, l'enfant paroît avoir deux mains accolées l'une à l'autre, deux pieds de même, & six doigts à chacune de ces parties.

(d) Felicis Plateri Observationes, lib. III.

(e) Lib. IV, Observat. Medicin. II.

(f) Tabula 4, prodigia indomitis mersa sub æquoribus. Tibull. lib. II, eleg. 2.

(g) De conceptu & generatione hominis. Lib. V, cap. III.

Je passe à l'examen des familles à vingt-quatre doigts.

En 1751, M. le Commandeur Godeheu, résidant pour lors à Malte, & Correspondant de l'Académie, lui communiqua une observation, dont il n'est fait qu'une légère mention dans l'Histoire de cette même année [a]; mais l'on n'y a rien perdu, car M. de Reaumur la publia dans son Ouvrage *sur l'art de faire éclore & d'élever des oiseaux domestiques* [b]. Cette observation est ici rendue de manière à en présenter plus exactement toutes les circonstances.

[a] Page 77.

[b] Tome II, page 377.

Gratio Kalleïa, né d'un père qui avoit sept enfans, est venu au monde avec six doigts aux mains & aux pieds; les six doigts des mains sont parfaitement bien formés, & il les remue tous avec une égale facilité; ceux des pieds forment ensemble une espèce de couronne qui les rend difformes; marié à vingt-deux ans, Gratio a eu quatre enfans, dont trois garçons, Salvator, George, André; & une fille, Marie.

Salvator, l'aîné de tous, est né comme son père, avec six doigts aux mains & aux pieds; les mains n'ont pas une aussi belle forme que celles de son père, mais les doigts des pieds sont bien arrangés.

George, second fils de Gratio, est né ayant cinq doigts aux mains & aux pieds, avec quelques difformités aux pouces des mains & aux deux premiers doigts du pied gauche.

André, troisième fils de Gratio, est né bien conformé.

Marie est née avec cinq doigts aux pieds & aux mains, mais ayant aux pouces des mains la même difformité que George.

Je passe aux petits enfans, ou de la troisième génération.

Salvator, marié à l'âge de dix-neuf ans, avoit eu trois garçons & une fille, dont deux garçons & la fille avoient six doigts aux mains & aux pieds.

George a eu trois filles & un garçon; la première & la seconde des filles ont chacune six doigts aux mains & aux pieds; la troisième qui a la même chose aux deux mains & à un pied, n'a que cinq doigts à l'autre; le garçon est dans l'état naturel. Les enfans de George qui ont six doigts, sont pour ainsi dire estropiés; à peine peuvent-ils se servir de leurs mains pour faire quelque

travail; l'un de ces enfans a deux doigs ſans ongles, un autre en a deux crochus & preſqu'immobiles.

André, troiſième fils de Gratio, né bien conformé, a fait pluſieurs enfans qui ſont de même.

Marie, née dans l'état naturel, à un peu de difformités près dans les pouces des deux mains, a eu deux filles & deux garçons, dont un a ſix doigts à un pied.

On voit dans l'hiſtoire de la race de Gratio, une propagation bien ſenſible des ſix doigts contre l'ordre naturel; avec cette circonſtance remarquable, qu'un des pères qui en étoit affecté, l'a communiquée à pluſieurs des ſiens; un autre, né dans l'état naturel, a eu pluſieurs enfans à ſix doigts; un troiſième bien conformé a eu pluſieurs enfans qui l'étoient de même; mais il en réſulte toujours que Gratio, chef de la race, a tranſmis cette monſtruoſité dans ſa famille.

A la fin de la relation de M. le Commandeur Godeheu; lorſqu'il en fit part à M. de Reaumur, il eſpéroit ſuivre ce phénomène; la fille de Salvator avoit alors quatorze ans, & peut-être que ſon mariage auroit pu fournir quelques évènemens remarquables. Voilà donc cette monſtruoſité propagée par les pères.

A peu près dans le même temps où l'hiſtoire de Gratio fut imprimée, M. de Maupertuis publia celle d'une famille où la même conformation avoit été tranſmiſe par les mères *(h)*; je vais en donner le précis.

Éliſabeth Horſtmann, de Roſtoch en Allemagne, étoit née avec ſix doigts à chaque main & à chaque pied; elle eut une fille conformée de même; celle-ci eut de Jean-Chriſtian Rhue huit enfans, dont quatre apportèrent au monde cette ſingularité, & quatre n'avoient rien d'extraordinaire.

Entre les quatre enfans à vingt-quatre doigts, étoit Jacob Rhue, Chirurgien, que M. de Maupertuis avoit vu à Berlin; celui-ci épouſa une fille bien conformée, qui lui donna ſix enfans, dont deux garçons avoient vingt-quatre doigts; l'un d'eux, Jacob

(h) Œuvres de M. de Maupertuis, *tome II, page 275.*

Ernest avoit six doigts au pied gauche, cinq au droit, à la main droite un sixième doigt qu'on lui a coupé, & à la main gauche une verrue à la place qu'auroit occupé un sixième doigt.

Cette généalogie & celle de Kalleia établissent également la propagation des six doigts par les pères & les mères; & il en résulte de plus qu'elle s'altère par l'alliance avec des sujets bien conformés; d'où M. de Maupertuis conclut que par ces alliances répétées, elle doit vraisemblablement s'éteindre; mais il n'auroit pas dû se refuser à une conclusion fort différente par un effet contraire; c'est qu'il est probable moralement, & presque certain physiquement, que cette monstruosité pourroit fort bien se perpétuer par des alliances de pères & de mères qui en seroient entichés. Les superfluités peuvent être héréditaires comme les mutilations, & cette conjecture est fortifiée par ce que rapportent plusieurs Naturalistes *(i)*, qu'il y a une montagne dans l'Inde dont les habitans ont huit doigts à chaque pied, ce qui doit naturellement donner lieu à la question; savoir, si dans la crainte d'établir une nouvelle espèce d'hommes, il ne seroit pas convenable de s'opposer aux mariages entre garçons & filles à six doigts. D'après Gratio Kalleia & Elisabeth Horstmann, j'ai embarrassé plusieurs Jurisconsultes, qui n'ont point encore répondu à ma question.

Entre les exemples précédens, j'ai annoncé un jeune homme, vu par l'Académie en 1754; il est mort à Paris âgé d'environ dix-huit ans; il m'a été permis d'examiner le sujet, & l'on verra dans la suite de ce Mémoire, par rapport aux différentes opinions sur la formation des monstres de cette espèce, de quelle importance étoit la dissection de ses pieds & de ses mains; voici l'histoire de ce jeune homme.

Gerard, son père, est né bien conformé, ainsi que sa mère; ils ont eu huit enfans, dont deux mâles sont nés avec six doigts à chaque main & à chaque pied; le cadet n'a vécu que quinze jours; l'aîné, dont il est question, avoit à la main gauche un sixième doigt, faisant symétrie avec les autres, soutenu par un

(i) Wottoni, *de differentiis animalium, fol.* 50. Pline, *cap.* 11. Solin, *Poly hist. pag.* 299.

os ſurnuméraire du métacarpe, ayant trois phalanges comme les autres doigts, dont la ſeconde & la troiſième fort courtes, le quatrième os de la première du carpe plus large que dans l'état naturel, & préſentant deux facettes pour fournir aux articulations du cinquième & du ſixième doigt.

Les intervalles des cinq os du métacarpe étoient occupés par les muſcles interoſſeux, dont cinq externes & quatre internes; par conſéquent deux de plus que dans l'ordre naturel. Le cinquième & le ſixième doigt recevoient de l'extenſeur commun des tendons propres pour leur extenſion particulière. L'abducteur, le court fléchiſſeur & le métacarpien, muſcles appartenans en propre dans l'ordre naturel au cinquième doigt, étoient tranſmis au ſixième; celui-ci ne recevoit point de tendons du ſublime, mais un du profond, détaché de celui qui ſe portoit au cinquième doigt.

A la main droite, il n'y a que quatre os du métacarpe à l'ordinaire; le quatrième, vu par ſa face externe, eſt beaucoup plus gros & plus large que dans l'ordre naturel, bombé en dehors du côté du doigt annulaire, & creuſé de l'autre, préſentant une facette pour recevoir le ſixième doigt ſurnuméraire; celui-ci eſt abſolument hors de rang, beaucoup plus petit & plus court que le ſixième doigt de la main gauche, compoſé cependant de trois phalanges, dont la ſeconde & la troiſième très-petites, & celle-ci couverte en entier par un ongle.

Quant aux muſcles, l'extenſeur commun donnoit un petit tendon au ſixième doigt, qui avoit auſſi un abducteur propre; le cinquième doigt n'avoit point d'extenſeur particulier. Des fléchiſſeurs, le ſublime donnoit à l'ordinaire un tendon à chacun des doigts *index, medius* & *annularis*, point au cinquième, & un très-petit au ſixième. Le profond fourniſſoit ſes quatre tendons, & de celui qui ſe portoit au cinquième doigt, part de côté un petit tendon qui, perçant le ſublime du ſixième, s'attache à l'ordinaire. Les interoſſeux & les lombricaux ſont dans l'état naturel.

Les deux pieds, très-bien formés, ont les os du tarſe comme ils doivent être, excepté que le quatrième eſt beaucoup plus large du côté du métatarſe, pour ſoutenir le quatrième os, & un cinquième très-large qui donne naiſſance à ceux du cinquième

& du ſixième doigt, & celui-ci beaucoup plus fort que l'autre.

Quant aux muſcles, ils ſont les mêmes aux deux pieds; le long extenſeur des orteils donne un tendon propre au ſixième doigt, & le court ne lui en fournit pas; le long fléchiſſeur donne ſes quatre tendons à l'ordinaire, & n'en donne point au ſixième doigt; le court a ſes quatre tendons ſelon l'ordre naturel, & un de plus pour le ſixième doigt: les deux tendons propres au cinquième vont au ſixième; les interoſſeux ſont à l'ordinaire; & il n'y a en tout que deux lombricaux, l'un pour le ſecond doigt, un autre pour le quatrième.

Cette deſcription manifeſte une organiſation telle que dans les pieds & les mains de Gerard, elle ne faiſoit, contre l'état naturel, que leur donner un peu plus de largeur ſans difformité; mais ce qui mérite d'être obſervé dans la main gauche, c'eſt un ſixième doigt bien fait, qui ne bleſſe point ou preſque point l'exacte ſymétrie, & qui eſt fourni des organes néceſſaires pour faire les fonctions dont les autres doigts ſont capables. Voyons les inductions que l'on peut en tirer, par rapport à la formation des monſtres de cette eſpèce.

Quelles qu'aient été les variétés qu'ils ont pu préſenter, ſoit dans l'homme, ſoit dans les animaux, les Phyſiciens n'ont pu admettre, pour les expliquer, que deux hypothèſes raiſonnables; ſavoir, celle des œufs ou germes naturellement & primitivement monſtrueux, & celle de la confuſion accidentelle de pluſieurs germes dans le ſein de la mère.

L'Académie s'eſt occupée en différens temps de cette matière; en 1702, première époque, M. Méry fit voir deux petites chattes jointes enſemble depuis la tête juſqu'au nombril, ce qu'il explique par la rencontre fortuite de deux œufs, ou ſi l'on veut de deux petits fœtus, dans leur première formation, qui s'étoient attachés & collés l'un à l'autre *: *c'eſt,* dit M. Méry, *par le haſard de la rencontre des fœtus & de certaines directions de vaiſſeaux plus ou moins favorables aux cours des liqueurs, que celles-ci quittent de certains chemins, & en ſuivent d'autres; au moyen de quoi il y a des parties qui périſſent dans l'un des fœtus, & d'autres ſont conſervées doubles.* . . . .

* *Année 1702, Hiſt. p. 28.*

En

En 1706, M. du Verney donna l'anatomie de deux enfans mâles, joints ensemble par la partie inférieure du ventre; la structure intérieure des viscères de ce monstre étoit aussi extraordinaire que leur figure extérieure étoit différente de celle des autres hommes. Après un assez grand détail anatomique, M. du Verney dit que *l'inspection de ce monstre fait voir la richesse de la mécanique du Créateur, au moins autant que les productions les plus réglées*[a].

Jusque-là on voit que les raisonnemens sur la formation des monstres, se réduisent à peu de chose. Ce fut en 1724 qu'elle commença à être traitée en grand par M. Lémery, à l'occasion d'un enfant à deux têtes, dont il tâche d'expliquer la formation par l'union de deux œufs & la confusion des deux germes dans le sein de la mère[b], en excluant absolument toute conformation monstrueuse d'origine. Il trouva dans M. Winslow un adversaire qui en rapportant des exemples de monstres plus bizarres les uns que les autres, faisoit sentir toute la force des difficultés qui se rencontrent dans le système de la confusion des germes. Ce combat physique ne finit qu'à la mort de M. Lémery en 1743; jusque-là il avoit donné sur cette matière huit Mémoires, & M. Winslow cinq. De tous les exemples cités par M. Winslow, pour réfuter le système de la confusion des germes, il n'en trouva point de plus frappant que celui de Gérard, que j'ai montré à l'Académie; & il est vrai de dire que si c'est une pierre d'achoppement pour cette hypothèse, c'est en même temps un argument victorieux en faveur des germes originairement monstrueux. En effet la main gauche de Gérard n'a point du tout l'air d'une main contre nature; non-seulement il remuoit ses six doigts avec la même facilité que nous remuons les nôtres, mais étant très-jeune, il serroit également avec cette main ce qu'on lui donnoit à saisir. Dès-lors il étoit facile de conclure que le sixième doigt avoit les parties propres à exécuter les mouvemens des cinq autres; mais aujourd'hui l'Anatomie les développe à nos yeux, & au lieu d'une main monstrueuse, nous voyons une main organisée comme la nôtre & mieux que la nôtre pour le violon, suivant les connoisseurs: car ils s'accordent à dire qu'il y auroit des avantages à tirer d'un

[a] *Mém. Acad. année 1706, p. 431.*

[b] *Mém. Acad. p. 44.*

ſixième doigt à la main gauche, comme de pouvoir jouir de la demi-poſition ſur toutes les cordes ſans démancher, former les dixièmes ſans extenſion & avec plus de juſteſſe, avoir moins de ſautillement ſur le manche, & plus de facilité pour le renverſement des accords. J'aurois cru que cette organiſation particulière auroit pu fournir auſſi quelqu'avantage pour la harpe, mais les Muſiciens m'ont dit le contraire.

Quelques ſingularités que paroiſſent préſenter les différens phénomènes détaillés dans ce Mémoire, elles ſont naturellement expliquées par le principe des œufs originairement monſtrueux; & je ne doute pas que M. Lémery n'eût été ébranlé dans ſon opinion, s'il avoit pu jouir du ſpectacle préſenté à l'Académie. Lorſqu'on lit ſes Mémoires, l'on eſt étonné du travail qu'ils ont dû lui coûter pour ſoutenir cette opinion; il a la patience, en donnant l'anatomie des parties doubles intérieures des monſtres, d'ajuſter enſemble des morceaux de deux veſſies, des bouts de différens boyaux, &c. de deux germes confondus, pour ne faire qu'un ſeul individu & choſes ſemblables: il me ſemble voir un Phyſicien de beaucoup d'eſprit cependant, tel qu'étoit M. Lémery, vouloir faire dans ſon cabinet avec des pièces de rapport, quelque choſe qu'on appellera *un monſtre*, ou ſi l'on veut, écraſer deux bonnes montres l'une contre l'autre pour en faire une troiſième qui ira fort mal.

Au ſurplus, ceux qui ont ſoutenu cette hypothèſe, n'ont point tenu un langage uniforme; & je conçois qu'ils ont dû être embarraſſés par les cas particuliers qu'ils ont rencontrés & auxquels ils n'ont pu appliquer leur opinion avec avantage. M. Lémery lui-même paroît avoir éprouvé cet embarras; car il y a des cas où il aime mieux dire que c'eſt une maladie organique qui porte des atteintes plus ou moins fortes à la ſanté, même à la vie.

M. Bonnet, Correſpondant de l'Académie, qui ſoutient l'opinion de M. Lémery, & qui ſe ſert de l'hiſtoire de Gratio, tâche d'expliquer la formation des monſtres par l'*évolution irrégulière des molécules organiques*. Ce ſont ſes termes, & il ne me rend pas la choſe plus claire; je mets preſque dans la même cathégorie les molécules organiques & les formes plaſtiques d'Ariſtote. M. Bonnet

avance *(k)* que *les parties excédantes ne sauroient être conformées extérieurement & intérieurement d'une manière précisément semblable à celle dont sont conformées les parties qui se développent dans l'ordre naturel; celles-là doivent différer de celles-ci par des caractères plus ou moins marqués, & la dissection nous donneroit ces caractères; mais nous n'avons point,* dit M. Bonnet, *la dissection des mains & des pieds de Gratio, ni de ses enfans, &c.* Elle vient donc d'être faite, cette dissection tant desirée, en la personne de Gérard, conformé comme Gratio, & l'Académie en jouit aujourd'hui; je crois que c'est la première qui aura été publiée, & je ne serois pas étonné que d'après le détail que j'en ai donné, M. Bonnet vînt à adopter l'opinion des monstres originairement monstrueux.

M. de Buffon a sur cette matière un sentiment à lui dans son grand Ouvrage sur l'Histoire naturelle *(l)*; il explique la symétrie des parties doubles, telles que les mains & les pieds, en disant *qu'elles tirent leur origine des parties simples; qu'il doit résider dans ces parties simples une force qui pousse toujours également les parties doubles de chaque côté de leur base commune, en sorte que le défaut ou l'excès se doit trouver à gauche comme à droite. Par exemple,* ajoute M. de Buffon, *si par un défaut de matière organique, un homme n'a que deux doigts au lieu de cinq à la main droite, il n'aura que deux doigts à la gauche; ou bien, si par un excès de matière organique, il a six doigts à l'une des mains, il aura de même six doigts à l'autre; c'est aussi ce qui arrive assez souvent. La plupart des monstres le sont avec symétrie; le dérangement des parties,* dit encore M. de Buffon, *paroît s'être fait avec ordre, & l'on voit par les erreurs même de la Nature, qu'elle se méprend toujours le moins qu'il est possible.*

Cette explication tout-à-fait ingénieuse semble donner raison de la loi générale dans la formation des parties doubles naturelles, telles que les mains & les pieds; on pourra même, si l'on veut, l'étendre jusqu'au cas dont il est ici question, mais elle ne feroit

(k) Considérations sur les corps organisés, *tome II, page 314.*

(l) Histoire générale des Animaux, *tome II, chap. XI, page 371.*

que servir de preuve au sentiment de quelques Auteurs, savoir; qu'un enfant à six doigts n'est pas un monstre. Ce sentiment semble autorisé par la Loi des douze Tables, qui prononce *(m)* que *le part n'est point réputé monstrueux pour présenter quelque différence avec la figure humaine, si cette différence ne fait qu'augmenter les fonctions des membres naturels, comme dans les enfans à six doigts.* Mais la mauvaise conformation des doigts, sur-tout par excès, a présenté tant de variétés extraordinaires, que le système de la confusion des germes n'y peut tenir; les difficultés contre cette opinion ne font qu'augmenter, lorsque le nombre des doigts surnuméraires est porté au-delà de vingt-quatre, & j'en ai cité des exemples.

Comment expliquer tous les cas énumérés dans ce Mémoire, par l'hypothèse de M. Lémery qui exclut positivement celle des œufs originairement monstrueux? de combien de germes faudroit-il être pourvu pour en tirer tant de doigts & les assortir à un seul tronc? *Il faut*, dit élégamment M. de Mairan, *dévorer bien des prodiges, lorsqu'on dit du bout des lèvres que la formation des monstres peut être expliquée par la confusion des germes**.

* *Hist. Acad. année 1742.*

Dans cette dispute entre M.[rs] Lémery & Winslow, sur une matière purement physique dont j'ai donné le précis, les deux antagonistes y avoient fait entrer du métaphysique & même de la morale: pour moi je pense que c'est rendre hommage à la sagesse & à la toute-puissance du Créateur, que d'adopter les deux systèmes pour expliquer d'une manière raisonnable ces différens phénomènes. M. Winslow avoit embrassé cette conclusion dans son dernier Mémoire, & le célèbre M. Haller dans son Traité *de Monstris,* s'y étoit rendu, *après avoir examiné,* dit-il, *environ cinq cents relations de ces conformations monstrueuses.*

Il me reste à considérer les opérations que la Chirurgie propose pour ôter un sixième doigt difforme ou incommode. On ne peut manquer d'être surpris quand on lit dans les ouvrages de Platerus, célèbre Professeur à Bâle *(n)*, que pour ôter un

(m) Lex duodecim Tabularum. Tab. 4. *de jure patrio, &c.*

(n) Plateri Observationum mantissa, 1680.

ſixième doigt de la main, il avoit commencé par lier fortement ce doigt ſurnuméraire avec du crin de cheval, dans l'endroit où il falloit le ſéparer du cinquième doigt; qu'il avoit enſuite porté le feu avec le cautère potentiel où la ſéparation projetée avoit été marquée par la ligature; qu'il avoit renouvelé l'uſtion quatre fois; que tout cela fait, il avoit enfin coupé le doigt avec un fer bien tranchant, & que l'endroit où l'amputation avoit été faite, étoit reſtée fort unie. Voilà ce que l'on peut appeler faire une grande dépenſe d'imagination pour mettre un malade à la torture.

Effectivement il n'y a rien de plus ſimple que cette opération. Il faut ſe rappeler ce que j'ai dit au commencement de ce Mémoire, qu'un ſixième doigt peut être diſpoſé de deux façons; ou bien il a une articulation particulière avec le cinquième doigt, ou bien l'os qui entre dans ſa compoſition fait une même continuité, tantôt avec l'os du métacarpe qui ſoutient le cinquième doigt, tantôt & le plus ſouvent avec l'os de la première phalange de celui-ci.

Si le ſixième doigt a une articulation différente de la naturelle, il eſt d'autant plus facile à couper dans cette articulation, qu'elle eſt toujours à facette très-plate: je l'ai fait à une petite fille de quatre ans, qui fut guérie en très-peu de temps.

Si l'os de la première phalange du ſixième doigt part de côté d'un autre os du cinquième doigt, il faut le ſcier dans l'endroit de la bifurcation; cette opération eſt d'auſſi peu de conſéquence que la précédente, elle ſera ſeulement un peu plus longue à guérir.

Je finirai ce Mémoire en réſumant les différences dont on voit des exemples dans ces conformations monſtrueuſes des doigts, & j'en connois de quatre eſpèces.

Un ſixième doigt peut être ſi bien organiſé de tous points, qu'il paroît ne rien préſenter de différent des autres: on en voit un exemple dans la main gauche de Gérard.

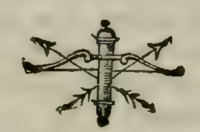
Un ſixième doigt peut partir de la première phalange du cinquième, avec lequel il eſt joint par une articulation lâche & une ſurface plate; on en voit un exemple dans la main droite du même ſujet.

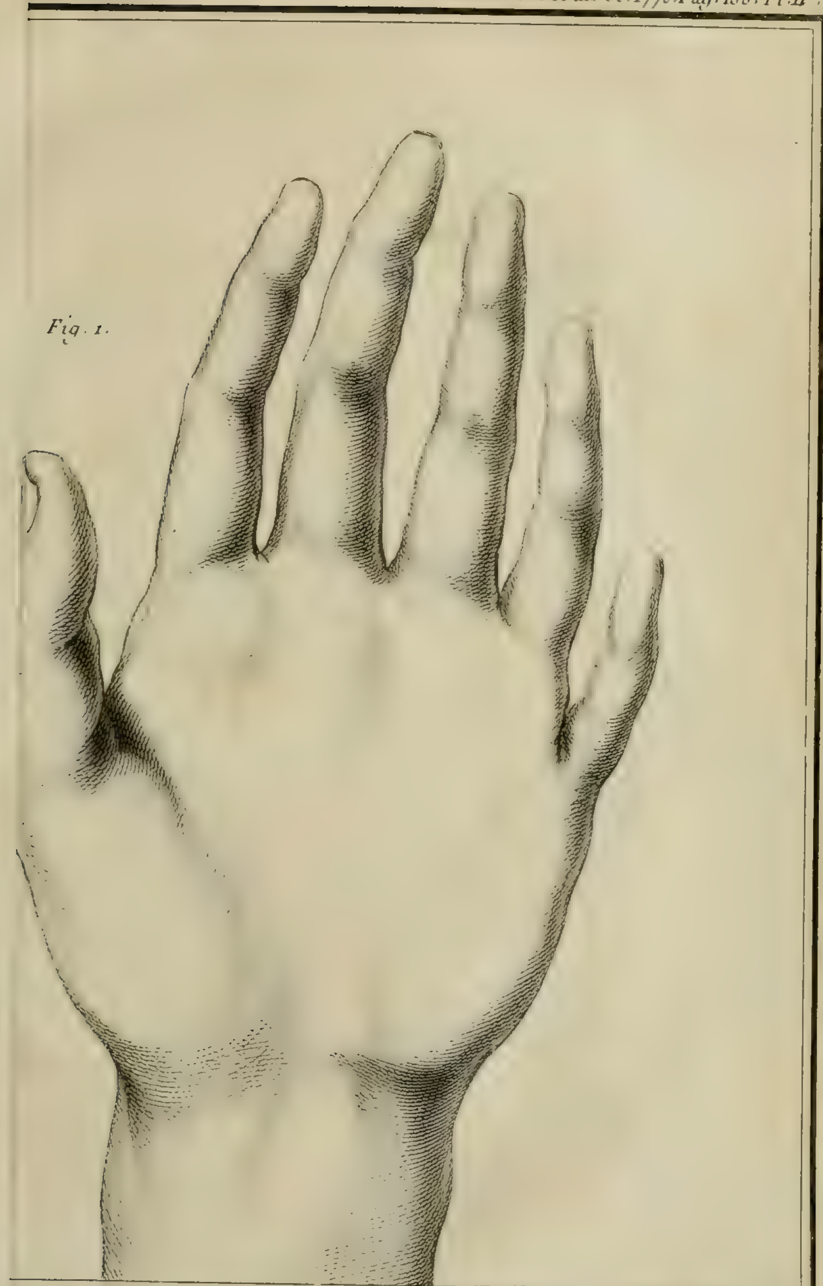
Un ſixième doigt peut être produit par une bifurcation de l'os

du métacarpe du cinquième, j'en ai fait voir de pareils à l'Académie; enfin je connois une autre singularité dans une Dame, dont la troisième phalange du pouce de la main est, comme disent les Latins, *bifida,* chaque portion ayant un os & un ongle particuliers: cette Dame est mère de la petite fille à qui j'ai coupé un sixième doigt.

Les recherches que j'ai faites sur cette matière, m'en ont procuré quelques autres purement curieuses, par lesquelles je finis ce Mémoire.

Dans un grand tableau de la Cène, par Léonard de Vinci, que l'on voit dans le réfectoire des Dominicains à Milan, il y a un Apôtre qui a six doigts à une main; on dit qu'il y en a une copie en petit à Luzarches. Je connois dans le réfectoire d'une grande abbaye un tableau représentant la Pentecôte, dans lequel on voit un Apôtre prosterné la face contre terre, appuyé sur les coudes, les deux mains levées & jointes ensemble exactement par les doigts. L'Apôtre est dans une position telle qu'on peut aisément compter les doigts, & l'on en compte douze bien prononcés, par une distraction du Peintre qui a laissé aux curieux le soin de s'en apercevoir: je n'en fais mention que pour dire qu'occupé de mon objet, j'ai saisi tout ce qui pouvoit y avoir rapport.

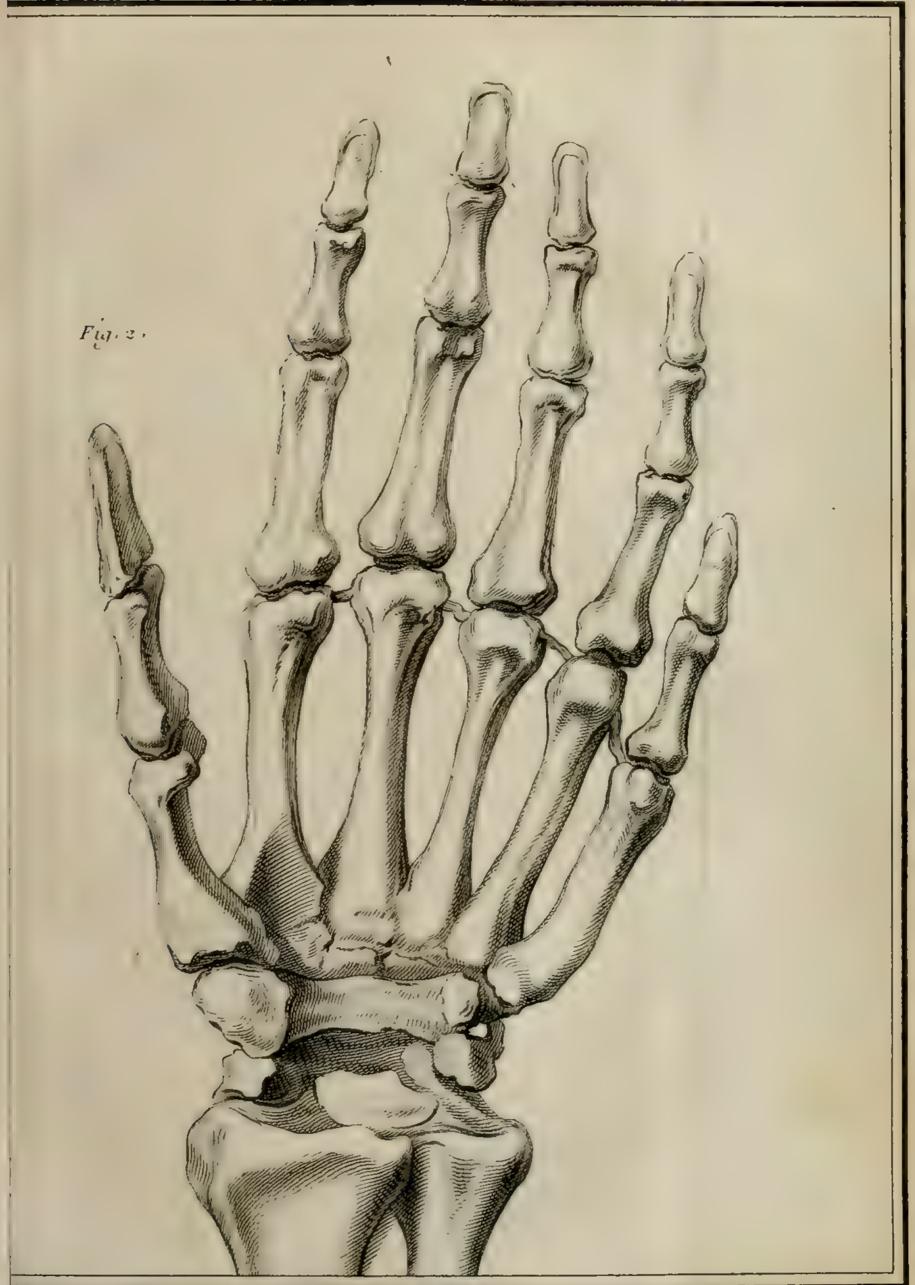




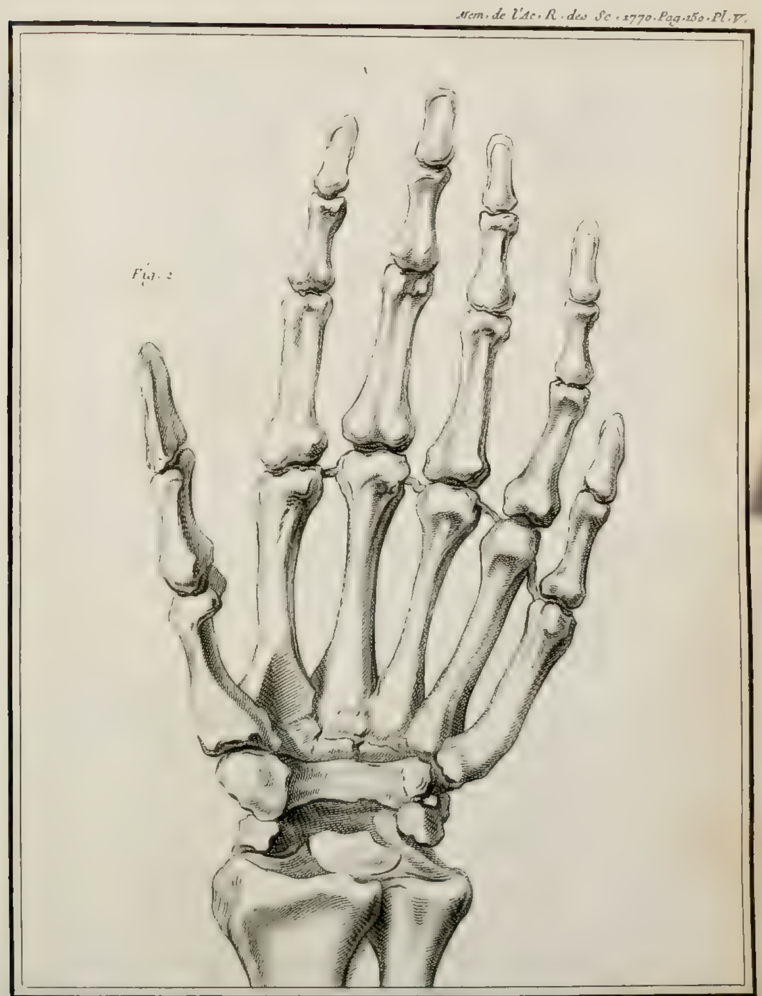
Y. le Gouaz Sculp.



J. Ingram del. Y. le Gouaz Sculp.



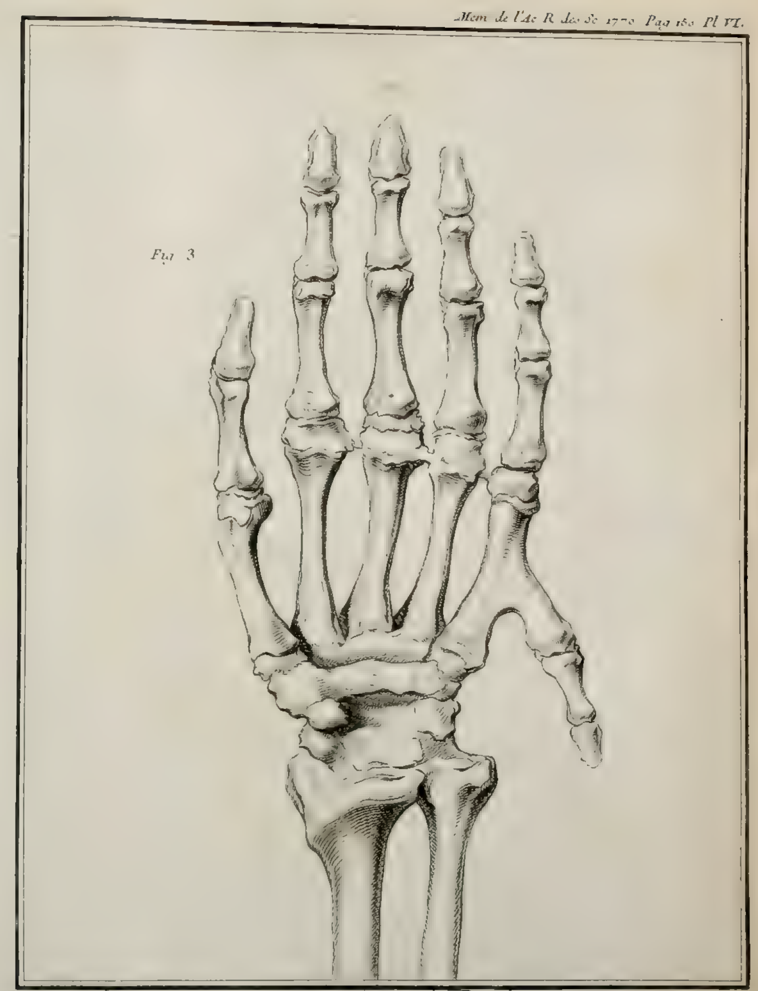
del. Y. le Gouaz Sculp.



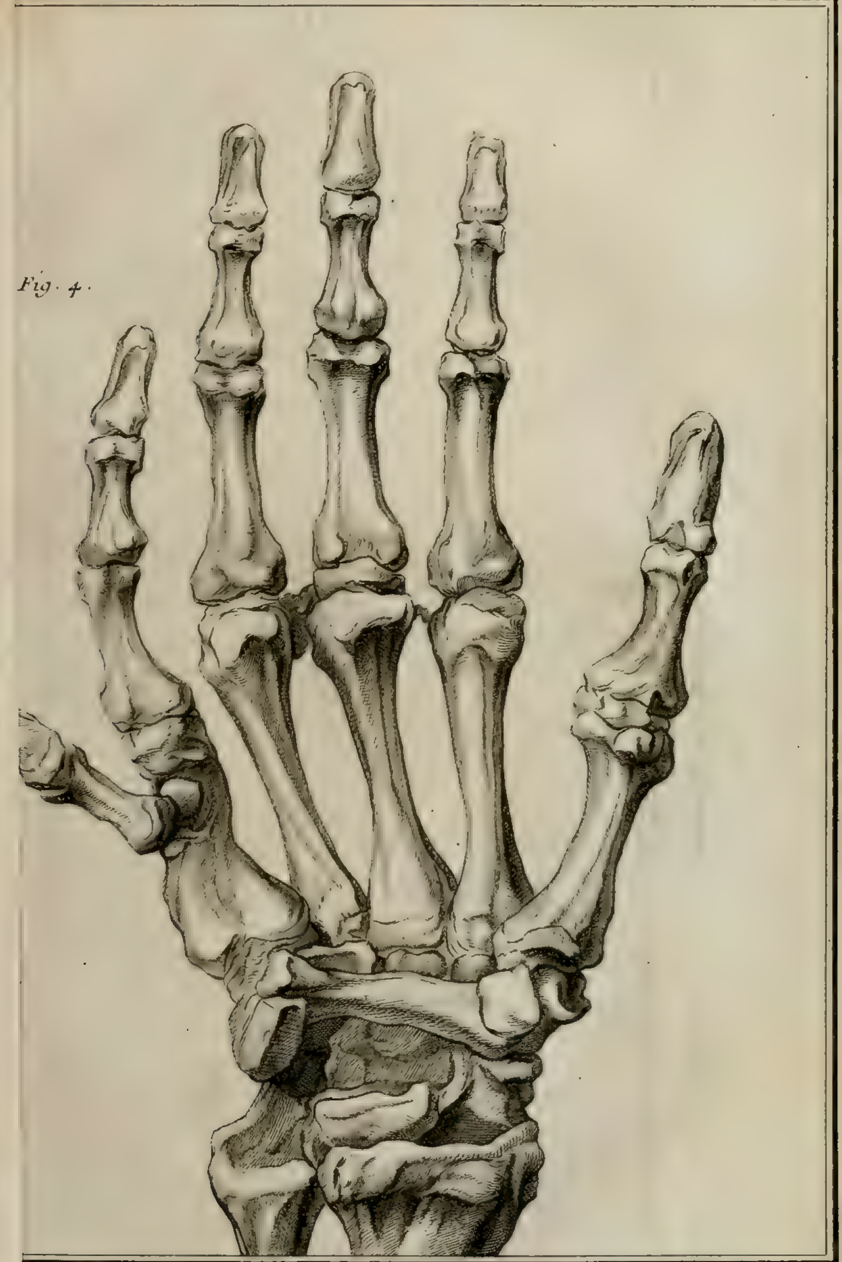
J. Ingram del. Y. le Gouaz Sculp.



Y. le Gouaz Sculp.



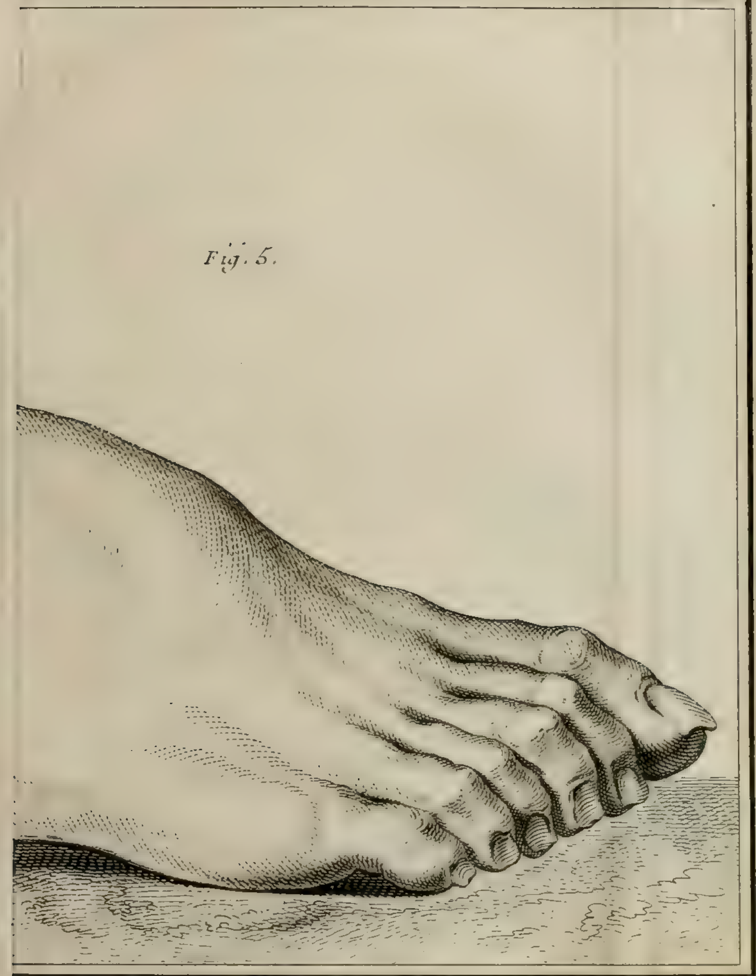
J. Ingram del. Y le Gouaz Sculp



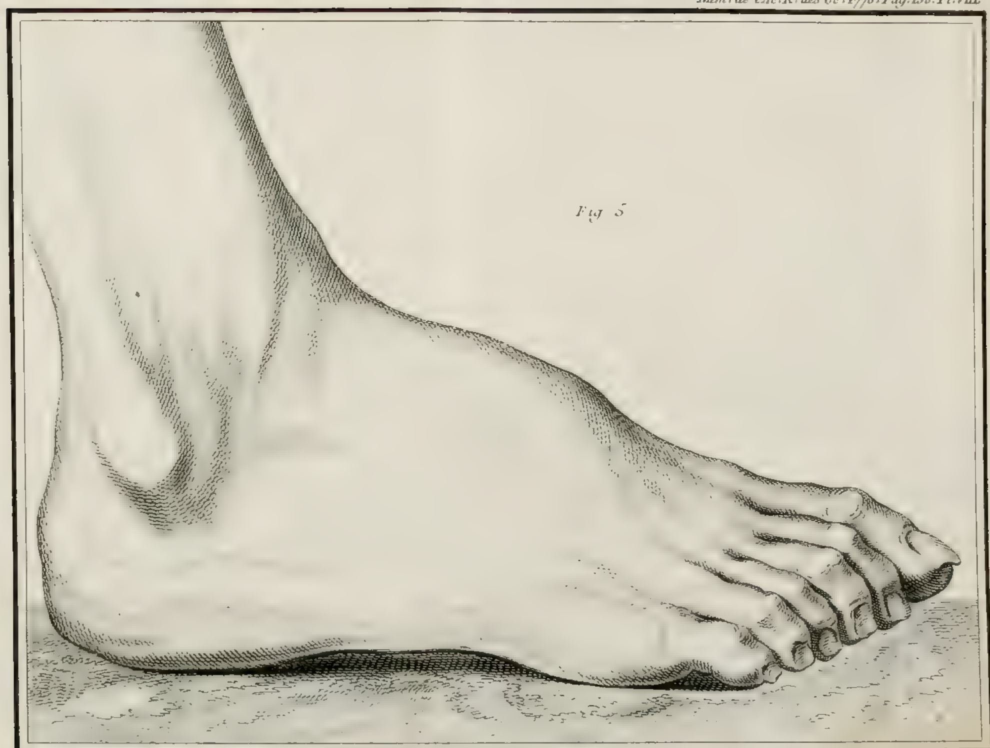
Y. le Gouaz Sculp.



J Ingram del.   Y. le Gouaz Sculp.

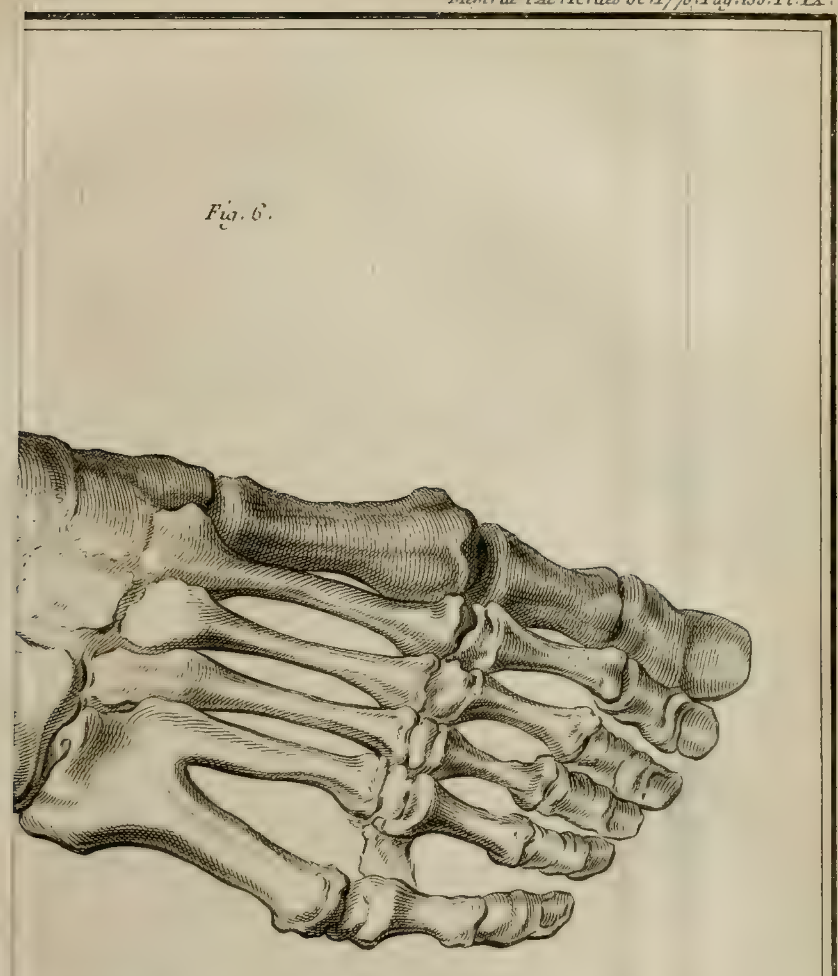


Y. le Gouaz Sculp.



J. Ingram del.

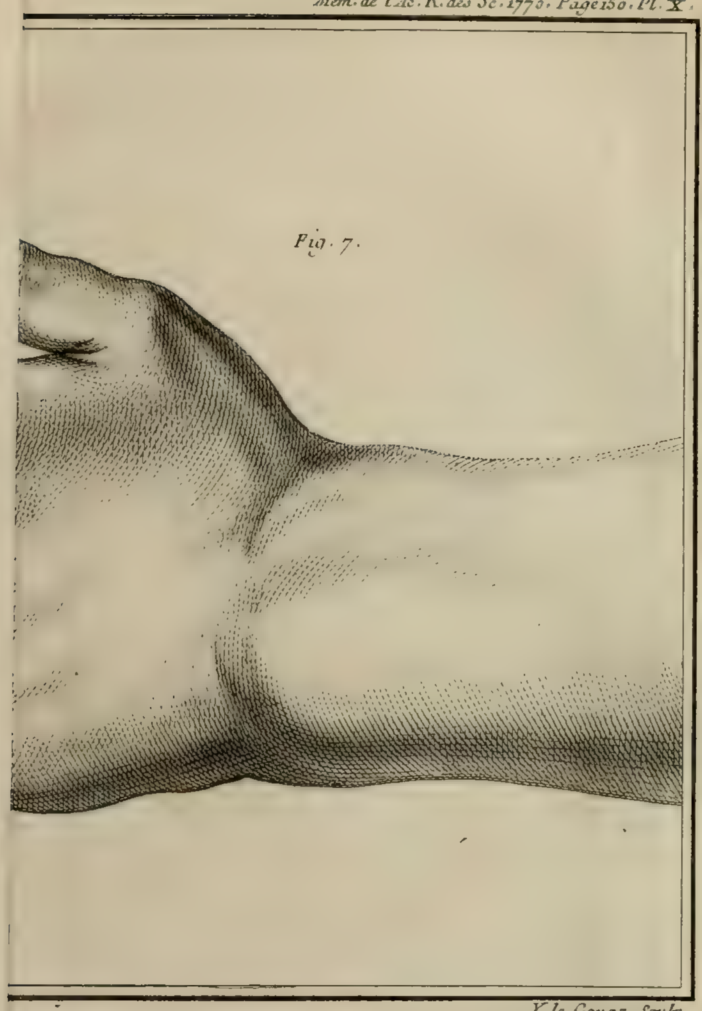
Y. le Gouaz Sculp.



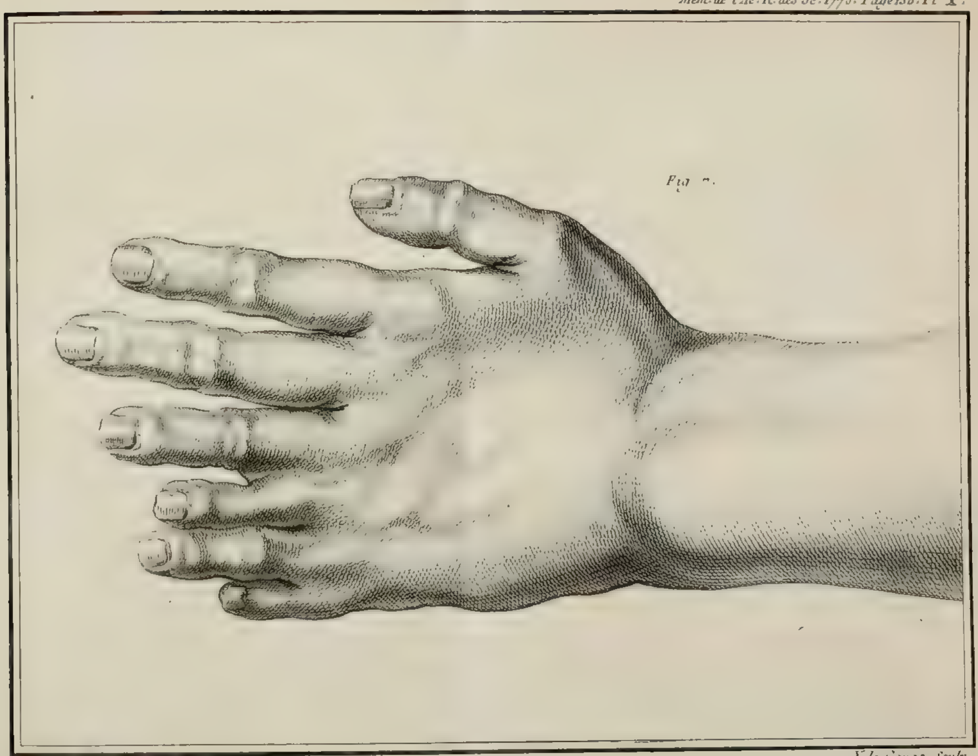
Y. le Gouaz Sculp.



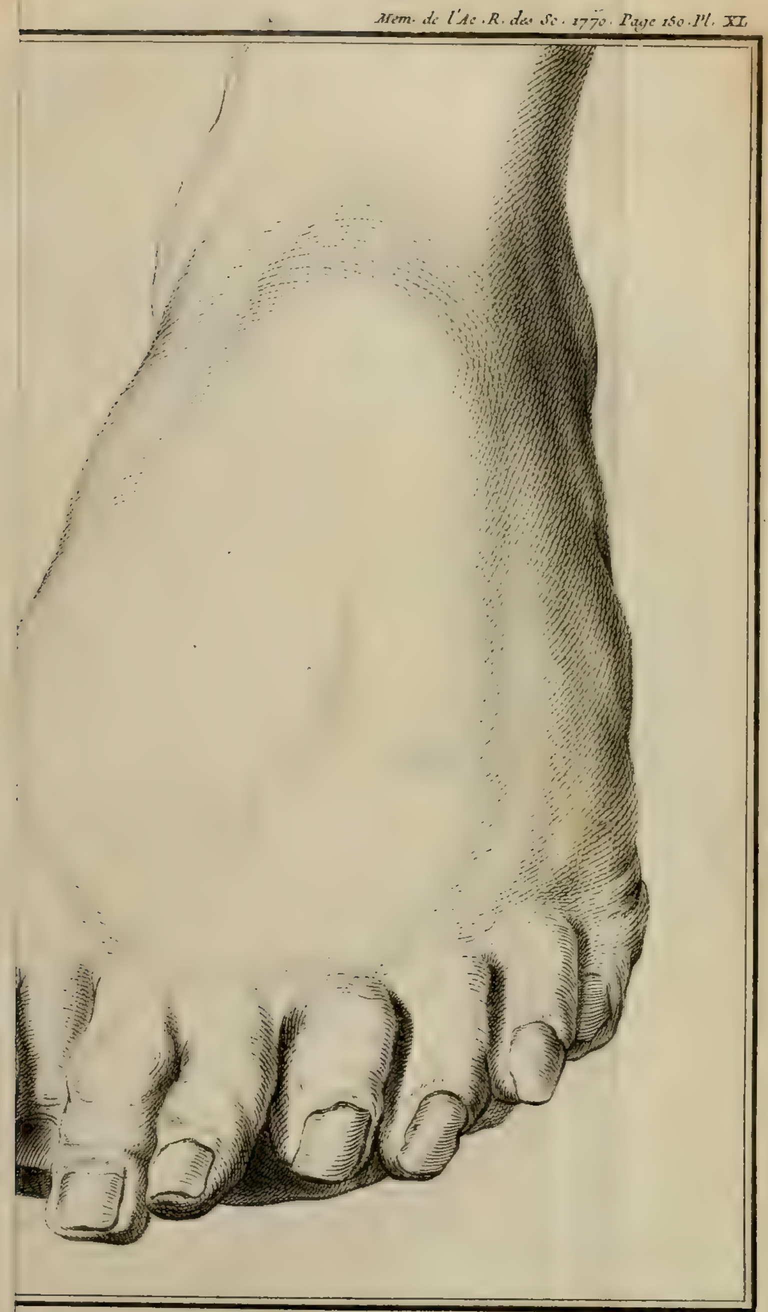
J. Ingram del. Y. le Gouaz Sculp.



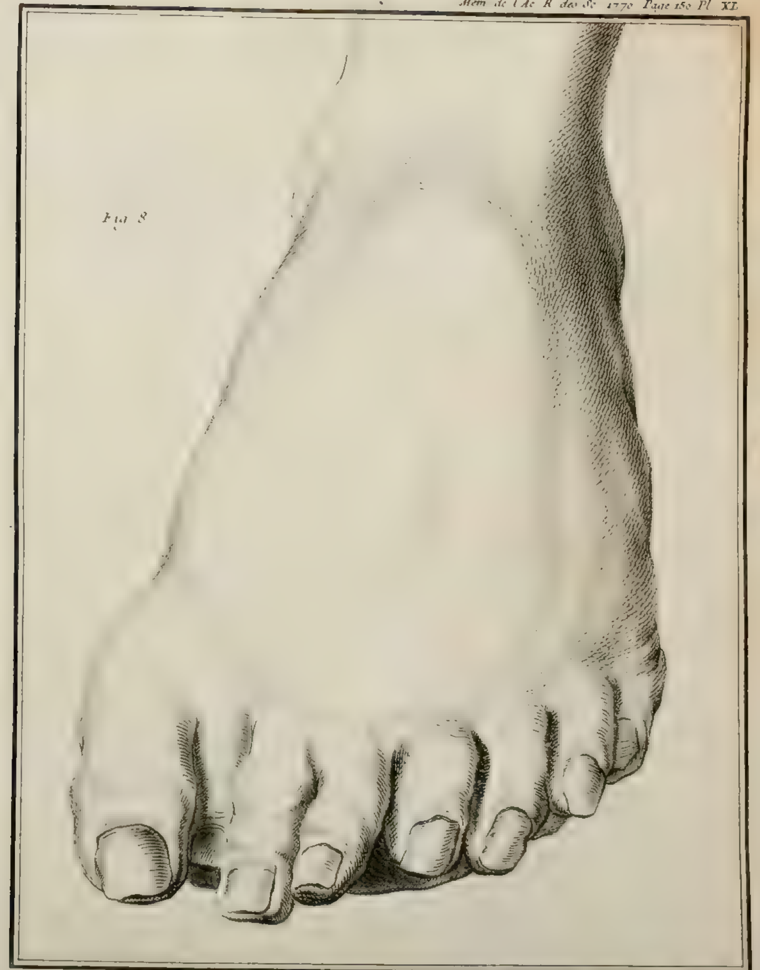
Y. le Gouaz Sculp.



J. Ingram del. Y. le Gouaz Sculp.

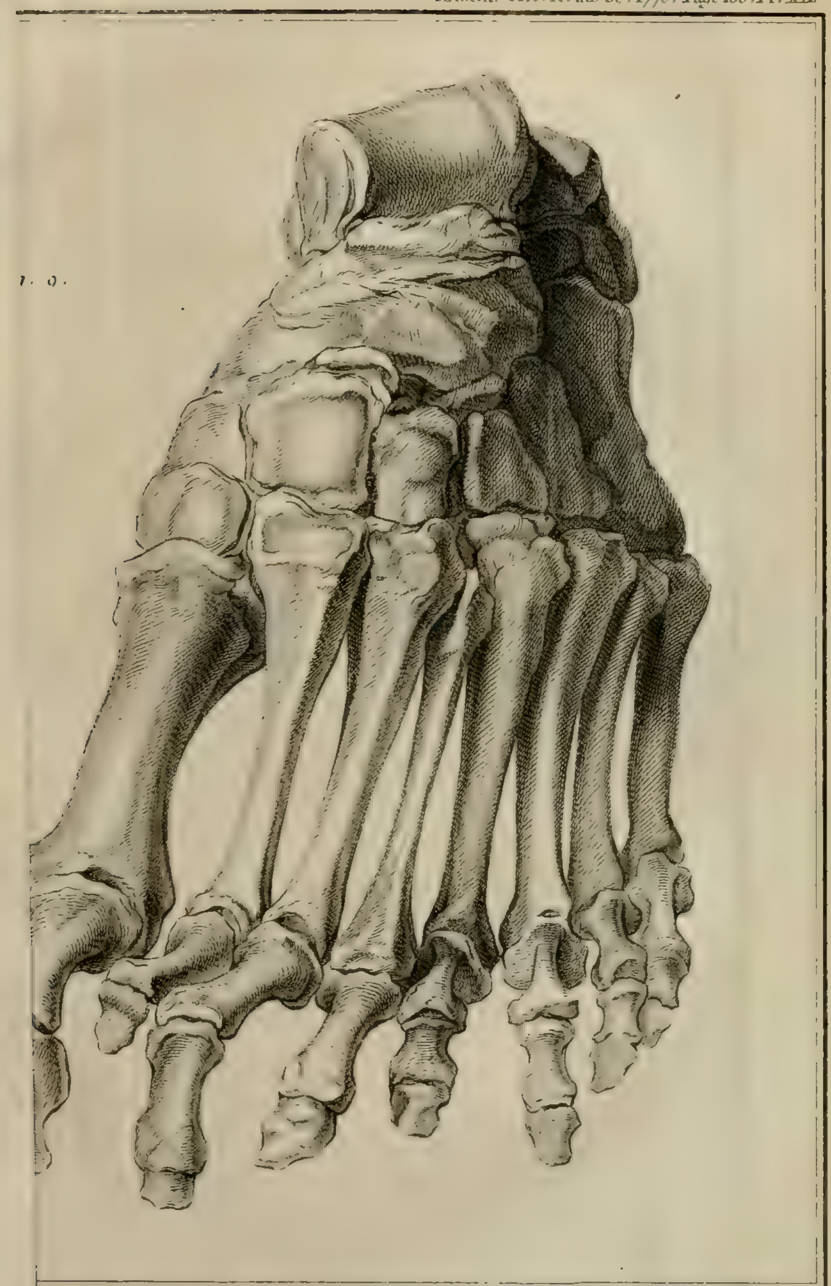


Y. le Gouaz Sculp.

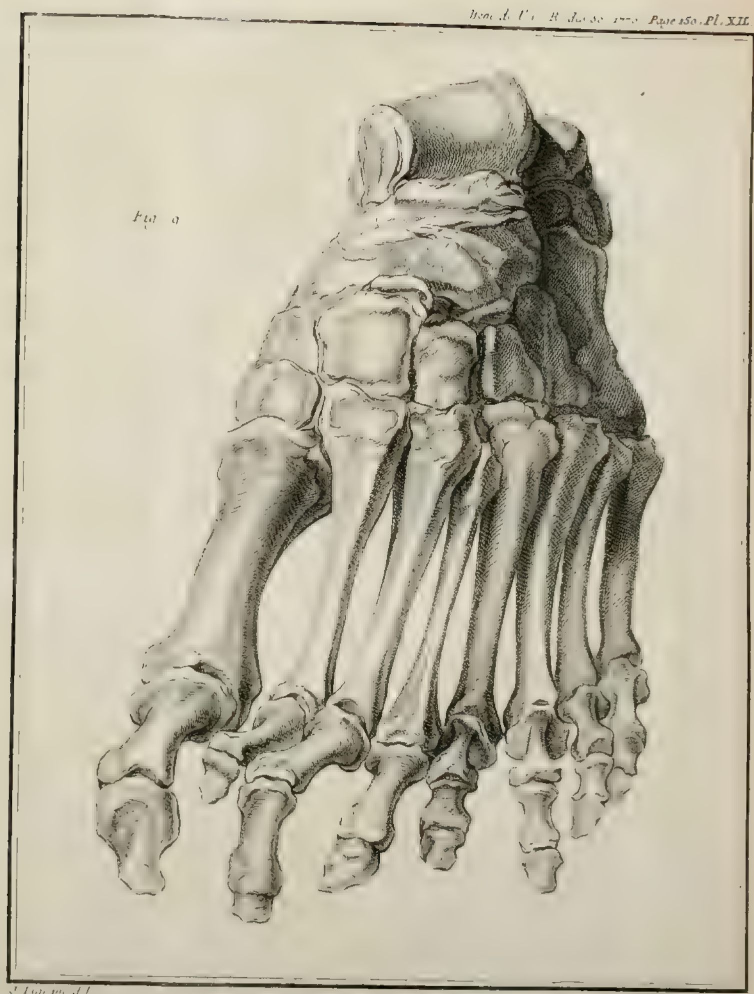


J. Ingram del.

Y. le Gouaz Sculp.



Y. le Gouaz Sculp.



Y. le Gouaz Sculp.

MÉMOIRE
SUR LES
ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES PARTIELLES.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

CE Mémoire aura la même division que le précédent, & j'y traiterai des différences partielles, comme dans l'autre j'ai traité des différences finies; mais son objet est bien plus important, soit par les difficultés qui sont bien plus grandes, soit par l'importance dont ces équations sont pour traiter avec précision la théorie des fluides, & beaucoup d'autres questions de la Philosophie naturelle.

NOTIONS préliminaires.

1.° Dans les équations aux différences ordinaires, soit $Z = 0$ l'intégrale, l'équation différentielle est de la forme
$d^n Z + A d^n Z + B d^{n-2} Z \ldots + PZ = 0$;
par conséquent on peut lui supposer une intégrale de l'ordre $n - 1$; en effet, comparant terme à terme la proposée avec une formule
$d \times (d^{n-1} Z + A' d^{n-2} Z + B d^{n-3} Z \ldots + P'Z) +$
$Q \times (d^{n-1} Z + A' d^{n-2} Z + B' d^{n-3} Z \ldots + P'Z) = 0$,
il se trouve qu'il y a dans la formule autant de coëfficiens à déterminer, que d'équations de comparaison; il n'en est pas de même des équations aux différences partielles; en effet, soit $Z = 0$ l'intégrale, l'équation différentielle peut être de la forme
$d^n Z + A \partial d^{n-1} Z + A' \partial^2 d^{n-2} Z + A'' \partial^3 d^{n-3} Z \ldots$
$+ A_{,} \partial^n Z + B d^{n-1} Z + B' \partial d^{n-2} Z + B'' \partial^2 d^{n-3} Z \ldots$
$+ B_{,} \partial^{n-1} Z \ldots\ldots\ldots + PZ = 0$; lui supposant une intégrale de l'ordre $n - 1$, elle seroit de la forme

$d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \ldots + a_{,}d^{n-1}Z +$
$b d^{n-2}Z + b'\partial d^{n-3}Z \ldots + b_{,}\partial^{n-2}Z \ldots + P'Z = 0$
& par conféquent il faudroit que comparant terme à terme on pût comparer la forme de la propofée à

$$d \times (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \ldots + a_{,}\partial^{n-1}Z \ldots + P'Z)$$
$$+ q \times \partial (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \ldots + a_{,}\partial^{n-1}Z \ldots + P'Z)$$
$$+ q' \times (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + a'\partial^2 d^{n-3}Z \ldots + a_{,}\partial^{n-1}Z \ldots + P'Z) = 0;$$

mais ici le nombre des coëfficiens indéterminés eft $\frac{\overline{n+1} \times n}{1 \times 2} + 1$, & celui des équations de comparaifon eft $\frac{\overline{n+2} \times \overline{n+1}}{1 \times 2} - 1$, & par conféquent plus grand de $n - 1$. On ne peut donc pas fuppofer à toutes les équations poffibles aux différences partielles une intégrale de l'ordre immédiatement inférieur.

2.° Dans toute la fuite de ce Mémoire, dz & ∂z défigneront ou deux différences partielles de z, dont une par rapport à x, l'autre par rapport à y, ou bien dz fera une différentielle totale, & ∂z une difference partielle. Jufqu'ici l'une ou l'autre hypothèfe donne le même réfultat, mais lorfqu'il en fera autrement, j'aurai foin d'avertir de celle dont il fera queftion.

3.° Si on a une équation différentielle qui ne contienne que des différences dz, ∂z & leurs différences par rapport à d, jufqu'à $d^n z$, $\partial d^{n-1} z$, on ne pourra point fuppofer qu'elle foit intégrable par rapport à d, jufqu'à une équation du premier ordre; en effet, la propofée étant de la forme
$d^n Z + A\partial d^{n-1}Z + B d^{n-1}Z + B'\partial d^{n-2}Z \ldots + PZ;$
on ne peut lui fuppofer pour intégrale en général une équation de la forme
$d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z + b d^{n-2}Z \ldots + P'Z = 0;$
parce que comparant terme à terme les deux formules $d^n Z + A\partial d^{n-1}Z \ldots + P$, & $d \times (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z \ldots + P'Z)$ $+ q \times (d^{n-1}Z + a\partial d^{n-2}Z \ldots\ldots + P'Z) = 0$, il ne fe trouve dans la feconde que $2n - 1$ coëfficiens indéterminés, & $2n$ équations; on ne peut non plus lui fuppofer pour intégrale une fonction de l'ordre $n - 1$, qui ne contienne

que

que des différences par rapport à d; en effet, le nombre des équations est toujours $2n$, & celui des fonctions indéterminées n'est que $n + 1$. Si une équation proposée ne contient que des différences de z, par rapport aux caractéristiques d & ∂, sans en contenir, par rapport aux deux caractéristiques à la fois, comme sont ∂dz, $\partial^2 dz$, &c. on trouvera, par la même méthode, que le nombre des coëfficiens de la formule

$$d^n Z + A d^{n-1} Z + B d^{n-2} Z \ldots\ldots + A' \partial^n Z + B' \partial^{n-1} Z + C' \partial^{n-2} Z \ldots + PZ = 0,$$ est $2n + 1$; qu'il y a par conséquent $2n + 1$ équations de comparaison pour que cette proposée puisse être comparée à la formule

$$d^n Z + a d^{n-1} Z + b d^{n-2} Z \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + PZ + q(\partial^{n-1} Z + a' \partial^{n-1} Z + b' \partial^{n-2} z \ldots P'Z) = 0,$$

& que cette formule contenant également $2n + 1$ coëfficiens indéterminés; cette comparaison est toujours possible.

4.° Dans les équations que nous avons considérées (*n.° 1*) le nombre des équations qui, par leur comparaison ont pu produire la proposée, étant égal à celui des différences de l'intégrale z, plus elle-même est ici $\frac{n+2 \times n+1}{1 \quad\; 2}$, & par conséquent le nombre des fonctions transcendantes ou arbitraires constantes que les différentiations ont pu faire disparoître est $\frac{n+2 \times n+1}{1 \quad\; 2} - 1$. Dans les équations aux différences ordinaires, on ne peut faire évanouir que des arbitraires constantes, parce que chaque équation y étant toujours successivement comparée avec sa différentielle, & l'une contenant nécessairement une différence plus élevée de toutes les fonctions qui entrent dans l'autre, il est impossible, par leur comparaison, de faire évanouir aucune de ces fonctions. Par la même raison, les fonctions arbitraires ne peuvent s'évanouir dans les équations aux différences partielles, que par la comparaison d'équations du même ordre, & par conséquent le nombre n'en peut être plus grand que n; en effet, on peut supposer que toutes disparoissent par la comparaison de $n + 1$, équations de l'ordre n; & si on suppose qu'il y eut eu m que la comparaison

de $m + 1$ équations de l'ordre $m < n$ eût fait évanouir, il eſt aiſé de voir que ſi l'on veut que ces fonctions ne paroiſſent plus dans les équations des ordres ſupérieurs, il faut regarder toutes ces équations comme produites par la ſeule équation de l'ordre m, qui ne contient aucune des m fonctions arbitraires; ainſi, par la même raiſon que ci-deſſus, elles ne pourront faire diſparoître que $n - m$, fonctions arbitraires. Si une des différences d eſt totale, & que l'autre ſeulement ſoit partielle, le nombre des fonctions arbitraires ne pourra être plus grand que l'expoſant de l'ordre des ∂ dans la propoſée.

Soit F une fonction arbitraire de φ, & F' une fonction arbitraire de φ', une première différentiation aux différences partielles nous donnera trois équations & quatre inconnues; & deux différentiations nous donneront ſix équations & ſix inconnues, à cauſe de $\frac{ddF}{d\varphi^2}$ & $\frac{ddF'}{d\varphi'^2}$ qu'elles contiennent; donc en général, on ne peut point ſuppoſer que les deux différentiations aient fait diſparoître les deux fonctions, à moins que l'on n'ait dans l'intégrale, avant les différentiations $F' + F$, ſans que F s'y trouve d'ailleurs ou qu'il entre dans $d\varphi'$. Si on différentie trois fois, on aura huit quantités à éliminer & dix équations: ainſi en général, on peut toujours dans ce cas éliminer deux F; mais s'il y a trois fonctions, on voit qu'il y aura douze quantités à éliminer; & qu'ainſi, au lieu de trois fonctions en général pour le troiſième ordre, on ne peut ſuppoſer que trois fonctions avec deux conditions, comme d'avoir dans l'intégrale $F + F' + F''$. Cependant toute équation aux différences partielles du troiſième ordre, qui ne contiendroit que deux F, ne ſeroit formée que par la comparaiſon de neuf équations au lieu de dix; & il y auroit toujours une équation plus élevée, mais qui ne contiendroit pas de différences ∂, au-deſſus du ſecond ordre qui auroit la même intégrale que la propoſée. Ainſi généralement l'intégrale d'une équation du troiſième ordre, qui en a une complette, doit contenir trois fonctions arbitraires, mais ces fonctions ne peuvent y entrer d'une manière quelconque.

5.° J'ai ſuppoſé que l'évanouiſſement de ces fonctions étoit

ſucceſſif, pluſieurs cependant peuvent s'évanouir à la fois; mais ſi d eſt une différence totale, il faudra toujours trois équations pour en faire diſparoître deux, & ainſi de ſuite: ſi d & ∂ ſont tous deux des différences partielles, il faudra par conſéquent pour la même choſe deux équations dont l'ordre, par rapport à d ou ∂, diffère de deux & trois unités, ce qui revient au même: les n, fonctions arbitraires, ſeront telles que la ſeconde pourra renfermer la première, la troiſième, les deux premières, la n^e, les $n - 1$ autres.

La manière dont j'avois autrefois conſidéré ces équations & leur formation, n'étoit pas générale; auſſi la méthode que j'en avois déduite, ne s'applique-t-elle qu'aux équations qui ont des intégrales ſucceſſives, & par conſéquenr il y a des cas où elle ne donne que des ſolutions incomplettes.

6.° Si l'on a $n + 1$, équations de l'ordre, n contenant n, fonctions arbitraires qui ne contiennent pas de différences, il eſt aiſé de voir qu'éliminant $n - 1$ différences partielles, à l'aide de $n + 1$ équations, & différentiant, par rapport à une ſeule caraſtériſtique, pour éliminer toutes celles qui appartiennent à l'autre caractériſtique, on trouvera que l'élimination étant faite, l'équation ſera, par rapport à la caractériſtique qui reſte de l'ordre $\frac{\overline{n+1} \times n}{2}$; que par conſéquent étant intégrée, comme une équation ordinaire, elle donnera $\frac{\overline{n+1} \times n}{2}$ conſtantes arbitraires; ce qui joint aux n, fonctions arbitraires qui y étoient déjà, donnera le nombre de $\frac{n^2 + 3n}{2}$ arbitraires qui doivent y être en tout: on ſuppoſe ici que la caractériſtique qui reſte, eſt une différence totale, ſans cela il faudroit intégrer par rapport à la ſeule différentielle partielle qui reſteroit; mais les fonctions arbitraires qui naîtroient de cette intégration, ſeroient déterminées dans l'intégrale de la propoſée. Si la propoſée eſt telle qu'elle ne contienne que $2n$ arbitraires différentes, la même choſe aura lieu, mais les arbitraires ſe combineront alors les unes avec les autres, & ſe réduiront à $2n$; ſi, au lieu de $n + 1$, équations de

l'odre n, on en avoit m avec les mêmes conditions $m > n + 1$; on aura de même une équation différentielle ordinaire, mais d'un ordre moindre que $\frac{n^2 + n}{2}$, & toujours tel que le nombre des arbitraires, ſoit égal à $\frac{n^2 + 3n}{2}$.

7.° Si j'appelle F une fonction arbitraire de φ, elle ne peut diſparoître que parce que dans la propoſée il n'y a que des termes $\frac{dF}{\partial F} = \frac{d\varphi}{\partial \varphi}$; mais dans les termes de la propoſée qui contiennent F, au lieu de puiſſances de F, il peut auſſi entrer des différences de F indéfiniment, ou même des fonctions de F & φ indéterminées ou données par des équations différentielles, mais à une ſeule caractériſtique: en effet, quelle que ſoit une équation en A & F, dès qu'on ſait que A doit être fonction de F, on peut faire diſparoître les différences partielles, mais ce cas ſe réduit toujours à celui des différences indéfinies de F. En effet, toute autre ſuppoſition qui ne pourroit point s'y rappeler, mèneroit à avoir dans l'intégrale un nombre de conſtantes arbitraires plus grand qu'il ne doit être; & lorſqu'on doit avoir A en F par une équation différentielle, il arrive, ou qu'on peut avoir une autre fonction B de F, telle que F & A ſoient des fonctions de B de ſes différences & de φ, ou que les arbitraires qui entreroient dans l'intégrale de l'équation ſe confondent avec les arbitraires de l'intégrale de la propoſée. Si la fonction qui diſparoît eſt $\frac{d^n F}{\partial^n F} = \frac{d\varphi^n}{\partial \varphi^n}$, il eſt aiſé de voir que φ peut également être φ', pourvu que $\frac{d\varphi'^n}{\partial \varphi'} = \frac{d\varphi^n}{\partial \varphi}$; ce qui, outre $\frac{d\varphi'}{\partial \varphi'} = \frac{d\varphi}{\partial \varphi}$, donne $\frac{d\varphi'}{\partial \varphi'} = \frac{a\,d\varphi}{\partial \varphi}$, a étant les racines de l'équation $a^n - 1 = 0$; & au lieu de $F\varphi$, il eſt évident qu'on pourra mettre $F\varphi + F\varphi' + F''\varphi''$, &c. le nombre de ces équations étant n; ſi c'eſt $\frac{d^n F}{d\varphi^n} + \frac{A d^{n-1} F}{d\varphi^{n-1}} \ldots\ldots + \frac{P dF}{d\varphi}$ qui diſparoît, $d^n F$ étant ici la différence de la fonction diviſée

par $d\varphi$ à chaque différentiation, l'intégrale pourra contenir $F + \frac{A' d F}{d\varphi} + \frac{B' d^2 F}{d\varphi^2} \ldots\ldots$

8.° Si j'ai deux fonctions F' & F dont F' contienne F; on pourra faire disparoître F' avant F, & φ' dont F' est fonction sera tel que $d\varphi'$ ne contiendra point de différences de F plus élevées que celles qui se trouvent dans les équations en F sans F'.

9.° Le nombre des arbitraires constantes ne pouvant être plus grand que $\frac{n^2 + 3n}{1 \quad 2}$ si $a\varphi^{a'} + b\varphi^{b'} + c\varphi^{c'}$, &c. le nombre des termes étant plus grand que $\frac{n^2 + 3n}{1 \times 2}$ entre dans l'intégrale avec ses puissances, ses différences, &c. on en pourra conclure que $F\varphi$ entre aussi dans l'intégrale, & en augmentant le nombre des termes, on en déduira la manière dont $F\varphi$ s'y trouve.

10.° Si on connoît une solution d'une équation proposée aux différences partielles, & qu'on veuille savoir si elle est complette on pourra employer les deux manières suivantes; 1.° par les séries, on supposera que l'intégrale de la proposée est une série indéfinie; on déterminera les coëfficiens de chaque rang, le nombre des coëfficiens qui resteront indéterminés dans chaque rang, quelque loin qu'on pousse la suite, déterminera le nombre des fonctions arbitraires, & il suffira de pousser cette détermination au-delà du $(n + 1)^e$ rang. Connoissant donc le nombre des fonctions arbitraires que doit avoir la solution, & celui des mêmes fonctions qu'a celle qui a été trouvée; on jugera si elle est complette ou incomplette. 2.° On prendra, dans la solution donnée que je suppose finie, n fonctions arbitraires; on les fera disparoître l'une après l'autre par des différentiations successives, si la solution donnée à $m < n$ de ces fonctions, on n'en prendra que $n - m$ nouvelles; on parviendra par-là à une équation qui contiendra ∂^n, dont on connoit la solution complette, & qui a, avec la proposée, une solution commune; donc si la solution commune est complette pour la proposée, substituant

dans la nouvelle équation la valeur de ∂^n prise de la proposée, il en résultera une équation identique; donc, &c.

11.° On pourra, dans la substitution d'une série de l'ordre $n - 1$ dans une proposée de l'ordre n, savoir si elle admet une, deux, $n - 1$ ou n solutions de cet ordre, & même si ces solutions sont dans le cas où la méthode que j'ai proposée dans la préface de mes Essais, donne la solution complette; or, par des différentiations successives & indéfinies, par rapport à la seule différence d supposée totale, on peut toujours amener une proposée à être de cette forme, & si l'on avoit un moyen de connoître pour chaque équation particulière, jusqu'à quel ordre il faut pousser cette différentiation, on pourroit employer pour toutes les équations cette méthode particulière.

12.° En général, comme nous l'avons déjà observé *(n.° 7)*, les fonctions de chaque fonction arbitraire qui se trouvent dans une équation intégrale finie, qui en contient n, & dont la différence sans arbitraires est de l'ordre n, ne peuvent qu'être données par des équations aux différences ordinaires; de même la fonction dont la plus élevée d'elles est fonction arbitraire, peut être donnée par une équation qui ne contienne que ∂^{n-1}, & la dernière par une équation aux différences ordinaires.

13.° Si l'on veut, dans une équation proposée aux différences partielles, substituer d'autres variables, on s'y prendra de la manière suivante. 1.° Si on ne veut que mettre au lieu de x & y, deux autres variables x' & y'; soit x & y donnés en x' & y', on aura $dx = Adx' + Bdy'$, $dy = A'dx' + B'dy'$; donc, à cause de $\frac{dz}{dx}dx + \frac{dz}{dy}dy = \frac{dz}{dx'}dx' + \frac{dz}{dy'}dy'$, on aura $\frac{dz}{dx'} = \frac{dzA}{dx} + \frac{dzA'}{dy}$ & $\frac{dz}{dy'} = \frac{Bdz}{dx} + \frac{B'dz}{dy}$; on pourra donc, par ce moyen, faire disparoître les $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$; les autres quantités n'ont aucune difficulté. 2.° Si on veut au lieu de z substituer aussi une autre variable z', on aura d'abord, par la supposition,

$$dx = A\,dx' + B\,dy' + C\,dz',$$
$$dy = A'dx' + B'dy' + C'dz',$$
$$dz = A''dx' + B''dy' + C''dz';$$

par conséquent

$$A'' + C''\frac{dz'}{dx'} = \left(A + C\frac{dz'}{dx'}\right)\frac{dz}{dx} + \left(A' + C'\frac{dz'}{dx'}\right)\frac{dz}{dy},$$
$$B'' + C''\frac{dz'}{dy'} = \left(B + C\frac{dz'}{dy'}\right)\frac{dz}{dx} + \left(B' + C'\frac{dz'}{dy'}\right)\frac{dz}{dy};$$

ce qui donne le moyen de faire disparoître $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, & le reste n'a plus de difficulté. En effet, les $\frac{ddz}{dx^2}$, &c. disparoîtront à cause de $\frac{d\frac{dz}{dx}}{dx}dx + \frac{d\frac{dz}{dx}}{dy}dy = \frac{d\frac{dz}{dx}}{dx'}dx' + \frac{d\frac{dz}{dx}}{dy'}dy'$ où l'on connoît $\frac{d\frac{dz}{dx}}{dx'}$, $\frac{d\frac{dz}{dx}}{dy'}$ par ce qui précède, & les valeurs de dx & dy, en x', y', z', dy', dx', $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{d'z}{dy'}$ . . . 3.° Si au lieu de x, y, z, qu'on suppose donnés par une équation finie, on les avoit par une équation différentielle, la transformation se fera de même en regardant les A, B, C, comme connues, & mettant ensuite en leur place leurs valeurs telles qu'elles se déduisent des équations différentielles en x, y, z, x', y', z'; d'où on auroit fait disparoître x, y, z, par le moyen des trois équations ci-dessus.

14.° Si la proposée contenoit u, x, y, z, dz, ∂z, $\partial' z$, c'est-à-dire, trois différences partielles, le nombre des équations employées à la produire, pour un ordre n, sera $\frac{n+1 \times n+2 \times n+3}{1 \times 2 \times 3}$; le nombre des équations du même ordre n, qui seront comparées entr'elles, sera $\frac{n+1 \times n+2}{1 \times 2}$; d'où il suit qu'il pourra y avoir $\frac{n+1 \times n+2 \times n+3}{1 \times 2 \times 3} - 1$ constantes arbitraires ou transcen-

dantes, & $\frac{n+1 \times n+2}{1 \times 2} - 1$ fonctions arbitraires. Mais il est aisé de voir que soit $F\varphi, \varphi'$ une fonction arbitraire de φ & de φ' qui sont des fonctions déterminées de x, y, u, z, on aura en différentiant trois fois, $\frac{dF}{d\varphi}\, d\varphi + \frac{dF}{d\varphi'}\, d\varphi'$ dans la première équation, $\frac{dF}{d\varphi}\, \partial\varphi + \frac{dF}{d\varphi'}\, \partial\varphi'$ dans la seconde, $\frac{dF}{d\varphi}\, \partial'\varphi + \frac{dF}{d\varphi'}\, \partial'\varphi'$ dans la troisième, les $\frac{dF}{d\varphi}$ $\frac{dF}{d\varphi'}$ n'étant donnés entre eux par aucune équation. On pourra donc les faire disparoître à l'aide des trois différences de l'intégrale proposée, & cette intégrale ne pourra point contenir de ces fonctions au-delà du nombre de n, comme l'intégrale des équations aux différences partielles contient des autres fonctions arbitraires, & comme les équations aux différences ordinaires contiennent les arbitraires constantes & les coëfficiens qui contiennent les arbitraires, au lieu d'être donnés par des équations aux différences ordinaires, le pourront être par des équations à deux différences partielles, comme on peut s'en assurer en faisant un raisonnement semblable à celui du *n.° 7.*

ARTICLE I.

Des Équations de condition.

1.° Soit une équation aux différences partielles de l'ordre n, selon les réflexions précédentes *(numéro 1.er)* si je suppose que Z en soit l'intégrale, la proposée pourra être supposée de la forme

$$d^n Z + A d^{n-1} \partial Z + B d^{n-2} \partial^2 Z \ldots\ldots + P \partial^n Z$$
$$+ A' d^{n-1} Z + B' d^{n-2} \partial Z \ldots\ldots\ldots + P' \partial^{n-1} Z$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ QZ = 0.$$

Je suppose qu'il y ait une fonction semblable de l'ordre $n - 1$, qui ait lieu en même temps que la proposée, & que je la différentie par rapport à la caractéristique d, il est clair que cette fonction

fonction a $\frac{n \times n + 1}{1 \times 2} - 1$ coëfficiens indéterminés, & qu'elle ne contient pas $\partial^n z$ dans sa différence prise par rapport à d; d'où il suit que comparant terme à terme, cette différence avec la proposée qui doit avoir lieu en même temps, il restera une fonction qu'on pourra supposer de la forme .... $A_{,}\partial^n Z + B_{,}\partial^{n-1} Z \ldots + P_{,}Z$ & qui sera égale à zéro en même temps que la proposée.

2.° Cela posé, soit donnée une équation aux différences partielles, qui contienne x, y, z & z', & les différences de z & z' prises par rapport à x & par rapport à y; je la suppose multipliée par un facteur A, & qu'elle soit devenue la différentielle exacte d'une fonction d'un ordre moindre d'une unité différentiée seulement par rapport à la caractéristique d qui exprime la différence totale; on prendra donc la proposée multipliée par A, on la différentiera par rapport à toutes les quantités ou différences qui y entrent, avec une troisième caractéristique. On différentiera de même la fonction de l'ordre $n - 1$ que j'appelle B, & comparant terme à terme, on trouvera

$$1.^\circ \ \frac{dAV}{dx} - d \times \frac{dAV}{d^2x} + d^2 \frac{dAV}{d^3x} \ldots = 0.$$

$$2.^\circ \ \frac{dAV}{dy} - d \times \frac{dAV}{ddy} + d^2 \frac{dAV}{d^3y} \ldots = 0.$$

& la fonction

$$+ \frac{dAV}{dz} - d \frac{dAV}{ddz} + d^2 \frac{dAV}{d^3z} \ldots \delta z$$

$$+ \frac{dAV}{d\partial z} - d \frac{dAV}{d^2\partial z} + d^2 \frac{dAV}{d^3\partial z} \ldots \partial\delta z$$

$$+ \frac{dAV}{d\partial^2 z} - d \frac{dAV}{d^2\partial^2 z} + d^2 \frac{dAV}{d^3\partial^2 z} \ldots \partial^2\delta z$$

....

$$+ \frac{dAV}{dz'} - d \frac{dAV}{ddz} + d^2 \frac{dAV}{d^3z} \ldots \delta z'$$

$$+ \frac{dAV}{d\partial z'} - d \frac{dAV}{d^2\partial z'} + d^2 \frac{dAV}{d^3\partial z'} \ldots \partial\delta z'$$

$$+ \frac{dAV}{d\partial^2 z'} - d \frac{dAV}{d^2\partial^2 z'} + d^2 \frac{dAV}{d^3\partial^2 z'} \ldots \partial^2\delta z$$

qui doit être nulle en même temps que la proposée ; & de plus, devenir une différentielle exacte par rapport à ∂, étant multipliée par A', ce qui donne trois équations de conditions faciles à déduire de la formule précédente. Il y aura donc en tout cinq équations de conditions qui, toutes devront être nulles lorsque $V = 0$ & A' dans le même cas ne devant pas être infinis, il n'y aura plus de différences de A ou A', hors dA; ∂A, &c. dA', $\partial A'$, &c. en regardant comme nuls les termes multipliés par V & ses différences. Faisant donc disparoître A & A', on aura trois équations de conditions qui, lorsque la proposée sera possible, auront lieu & seront identiques en y faisant $V = 0$.

3.° Soit B la fonction de l'ordre $n - 1$ qu'on suppose avoir lieu en même temps que $AV = 0$, faisant $B = 0$, on aura, pour la possibilité de B, des équations semblables à celles qu'on avoit en V; or, on aura, nommant V' la valeur connue de dB, $\frac{dB}{dx} = \frac{dV'}{ddx} - d \times \frac{dV'}{dddx} + d^2 \times \frac{dV'}{d^4 x} \ldots\ldots\ldots$ $\frac{dB}{dx\,dx} = \frac{dV'}{dx\,d^2 x} - d \times \frac{dV'}{dx\,d^3 x} \ldots\ldots$ & ainsi de suite pour $\frac{dB}{dz}$, &c. $\frac{dB}{dz'}$, &c. $\frac{dB}{dy}$, &c. Donc mettant ces valeurs pour les différences partielles de B, on aura des nouvelles équations de condition qui ne contiendront que des différences des facteurs prises par rapport à d & à ∂, & ainsi de suite; on aura donc, quel que soit l'ordre de l'équation, les équations de condition qui doivent être identiques, ou avoir lieu en même temps que la proposée lorsque celle-ci est possible; au lieu de supposer d une différence totale, on la pourroit supposer prise seulement par rapport à x & ∂, prise par rapport à y; il y auroit alors cette différence que l'équation de condition pour y, devroit contenir A & A': cette seconde manière est même plus régulière que l'autre.

REMARQUE I.

1.° Si l'équation proposée est telle qu'elle ne contienne que des termes $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{dz'}{dy}$, alors les différences

ſupérieures de x & de y pourront être ſuppoſées ne point entrer dans la propoſée, & par conſéquent les deux premières équations de condition ſeront ſuperflues.

2.° Si dans ce cas la propoſée ne contient que x, y, z, il n'y aura point de condition, & elle ſera toujours poſſible.

REMARQUE II.

Si l'on avoit une équation qui contînt des différences partielles de z & z' par rapport à x, à y & à u, on ſuivra la même méthode que ci-deſſus; & on aura, 1.° trois équations de conditions par rapport à x, y, u; 2.° une fonction qui devra être intégrable par rapport à la différence ∂ & à la troiſième différence ∂'; on la traitera par conſéquent comme ci-deſſus, & on aura enfin une fonction qui devra être intégrable par rapport à ∂' ſeulement; ce qui donnera une équation de condition pour chaque z & z', & par conſéquent ſept équations de condition & trois facteurs; ce qui, après les avoir éliminés, donnera quatre équations de condition.

REMARQUE III.

Si on peut mettre une équation propoſée qui contient x, y, z, dz & ∂z, &c. ſous la forme

$$\frac{Ad^n z + B\partial d^{n-1} z \ldots\ldots + P}{A'd^n z + B'\partial d^{n-1} z \ldots\ldots + P'} = \frac{Q \times (Ad^{n-1}\partial z + B\partial d^{n-2} z \ldots + R)}{A'\partial d^{n-1} z + B'\partial d^{n-2} z \ldots + R'}$$

& que l'on ait

$$S' \times (Ad^n z + B\partial d^{n-1} z \ldots + P) + S(A'd^n z + B'd^{n-1}\partial z + P')$$

une différentielle exacte par rapport à d, & que

$$S'Q(A\partial d^{n-1} z + B\partial^2 d^{n-2} z \ldots + R) + S(A'd^{n-1}\partial z + Bd^{n-1}\partial^2 z + R');$$

ſoit une différentielle exacte de la même intégrale, mais par rapport à ∂ la propoſée aura une intégrale de l'ordre $n - 1$, qui la pourra produire par une double différentiation, & ſi $S(A'd^n z + B'd^{n-1}\partial z \ldots\ldots + P')$ eſt une différentielle exacte par rapport à d & $S(A'd^{n-1}\partial z \ldots + \ldots R')$ par rapport à ∂, la propoſée ſera toujours intégrable en général, par la méthode que j'ai donnée ailleurs. Or, puiſque S & S' ſont ici

des fonctions de l'ordre $n - 1$, & que les conditions ci-dessus doivent donner des équations identiques, on pourra toujours les éliminer & avoir en général des équations de condition, qui serviront à distinguer pour chaque équation proposée, si elle est susceptible ou non d'être résolue par cette méthode.

REMARQUE IV.

On auroit pu résoudre le Problème général ci-dessus par une méthode semblable à celle que M. Euler a employée dans ses Institutions pour les équations ordinaires à trois variables. En effet, soit 1.° une équation aux différences partielles entre z, x, y, si elle a une intégrale finie, il faut que $\frac{dz}{dy}$, $\frac{dz}{dx}$ soient des fonctions finies de x, y, z, ainsi que $\frac{ddz}{dx^2}$ $\frac{ddz}{dy\,dx}$, &c. Donc, après avoir fait entrer dans la proposée tous les dz, $d^2 z$, &c. qui peuvent s'y trouver; on y regardera les autres fonctions comme des fonctions de x, y, z, & on prendra les équations de condition dans cette hypothèse, pour que AV soit différentielle exacte. Les équations seront au nombre de trois; la première contiendra $\frac{dAV}{dx}$; la seconde, $\frac{dAV}{dy}$; & la troisième, $\frac{dAV}{dz}$; les autres termes ne contiennent point de différences partielles des $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, &c. les trois premiers termes développés seront

$$\frac{d(AV)}{dx} + \frac{d(AV)}{dx \frac{dz}{dx}} \; \frac{d(dz)}{\frac{dx}{dx}} + \frac{d(AV)}{dx \frac{dz}{dy}} \; \frac{d(dz)}{\frac{dy}{dx}}, \text{ \&c.}$$

$$\frac{d(AV)}{dy} + \frac{d(AV)}{dx \frac{dz}{dx}} \; \frac{d(dz)}{\frac{dx}{dy}} + \frac{d(AV)}{dx \frac{dz}{dy}} \; \frac{d(dz)}{\frac{dy}{dy}}, \text{ \&c.}$$

$$\frac{d(AV)}{dz} + \frac{d(AV)}{dx \frac{dz}{dx}} \; \frac{d(dz)}{\frac{dx}{dz}} + \frac{d(AV)}{dx \frac{dz}{dy}} \; \frac{d(dz)}{\frac{dy}{dz}}, \text{ \&c.}$$

Multipliant donc ces équations par dx, dy & dz, la première par dx, & la troisième par ∂z, différence de z par rapport à x, puis ajoutant les produits, ces termes deviennent dans la première équation

$$\frac{d(AV)}{dx}dx + \frac{d(AV)}{dy}dy + \frac{d(AV)}{dz}dz + \frac{d(AV)}{d\frac{dz}{dx}}d\frac{dz}{dx} + \frac{d(AV)}{dx\frac{dz}{dy}}d\frac{dz}{dy}, \text{ \&c.}$$

& dans la seconde,

$$\frac{d(AV)}{dx}dx + \frac{d(AV)}{dx}\partial z + \frac{d(AV)}{dx\frac{dz}{dx}}\partial \times \frac{dz}{dx};$$

j'aurai donc deux équations d'où j'éliminerai A, & qui me donneront une équation de condition. Les équations suivantes, pour que B soit possible, n'ont aucune difficulté, parce qu'elles ne contiennent pas de différences partielles des $\frac{dz}{dx}$ $\frac{ddz}{dxdy}$, &c.

2.° Si la proposée étoit entre x, y, z & u, & qu'elle contînt $\frac{dz}{du}$, la même méthode serviroit, & on n'auroit aucune nouvelle difficulté; mais si elle contenoit z', $\frac{dz'}{dx}$, $\frac{ddz'}{dx^2}$, $\frac{ddz'}{dydx}$, &c. alors on remarqueroit que $\frac{dz'}{dx}$; $\frac{ddz'}{dxdy}$, &c. sont fonctions de y, x, z, z' & $\frac{dz}{dx}$ $\frac{ddz}{dydx}$, &c. mais avec cette condition que si leurs valeurs étoient substituées dans AV, $\frac{dz}{dx}$ $\frac{ddz}{dxdy}$, &c. ne s'y trouveroient plus, ce qui donne $\frac{d(AV)}{d\frac{dz}{dx}} = \frac{d(AV)}{d\frac{dz'}{dx}} \frac{d\frac{dz'}{dx}}{\frac{dz'}{dx}}$ & ainsi de suite; & on trouvera des équations semblables à celles pour trois variables, dont on tirera deux équations de condition comme ci-dessus. On aura les autres en remarquant que si l'on fait pour z les mêmes suppositions que pour z', les équations de condition que donnent ces suppositions doivent également avoir lieu; enfin on pourra faire $dz + Adx + Bdy + Cdz' = 0$,

mettre dans la proposée pour les différences partielles de z les valeurs que donne cette équation, & supposer que le reste est une équation intégrable par rapport à une seule caractéristique & qui ne contienne plus de différence partielle de z'; cela donnera les équations, qui avec celle qu'on a entre A, B, C, seront les conditions cherchées.

REMARQUE V.

Si toutes les équations de condition, pour que la proposée ait une intégrale finie, se trouvent être identiques ou avoir lieu en même temps que $V = 0$, cette équation aura une solution complette, c'est-à-dire, qu'elle contiendra autant de constantes arbitraires ou de fonctions arbitraires qu'en peut contenir une équation du même ordre & de cette même forme; si au contraire les équations de condition conduisent à des équations moins étendues que $V = 0$, qui soient nulles en même temps que $V = 0$ & que ces équations de condition, l'intégrale finie de la proposée sera la même que celle de ces équations, & ce sera elle qu'il faudra intégrer: il suit de-là qu'une équation aux différences partielles, qui admet une solution complette, contient nécessairement des fonctions arbitraires, sans quoi la comparaison avec des équations de condition, conduiroit à une équation aux différences ordinaires, qui auroit la même intégrale.

REMARQUE VI.

La supposition de $V = 0$, que je fais toujours, est légitime; mais on peut s'en passer ici, comme pour les différences finies; en effet, il n'y a qu'à comparer $A \delta V$ avec $\delta \Delta B$, ou δdB, au lieu de comparer AV avec ΔB ou dB, & on aura les mêmes équations de condition sans faire $V = 0$; mais alors de ce qu'on aura A par des équations qui ne contiendront pas de différences partielles de A; on ne conclura pas que l'on peut en tirer des valeurs de A, parce que la valeur de A, ainsi trouvée, est égale seulement à sa vraie valeur où l'on auroit fait $V = 0$, & non indépendamment de cette hypothèse, puisqu'on peut ajouter

à volonté à AdV une fonction quelconque, pourvu qu'elle soit nulle en faisant $V = 0$.

ARTICLE II.

Des Équations de maximum.

M. de la Grange a résolu un Problème particulier de ce genre dans le second volume des *Mémoires de Turin*, & M. le Chevalier de Borda en a donné la solution pour une formule très-générale *. On pourroit la trouver également par les principes de M. de la Grange. Je me propose ici de les appliquer au Problème le plus général qu'on se puisse proposer sur cette matière.

PROBLEME.

Soit une équation entre z', z, x, y, *& qu'elle contienne des différences partielles de* z' *&* z ; *on demande les équations de condition, pour que* z' *soit un* maximum.

Je suppose que la différence d soit par rapport à y seulement, & ∂ par rapport à x; que $\int$ soit le signe d'intégration répondant à d, & Σ le signe d'intégration répondant à ∂. Cela posé, soit $V = 0$, je la différentie par rapport à une caractéristique δ, j'ai $\delta V = 0$; je multiplie successivement cette équation & les intégrales qui en naissent par des facteurs A, A', A'', &c. & je parviens à une équation qui ne contient plus que des $\delta z'$, δz, $\partial \delta z$, &c. les intégrales étant prises par rapport à d, je multiplie ensuite cette nouvelle équation & ses intégrales prises par rapport à ∂ par B, B', B'', &c. & je parviens à n'avoir plus que $\delta z'$, δz, δy, δx, dans le terme qui contient $\delta z'$, on fera égale à zéro successivement chaque fonction qui sera sous un double signe d'intégration; dans le terme en δz, on ne fera égal à zéro que le coëfficient

* M. Monge, Professeur de Mathématiques à Mézières, vient d'en donner de générales pour tous les cas où l'on a la quantité qui doit devenir un *maximum* égal à une fonction donnée des quantités dont elle dépend, de quelque manière que les deux signes d'intégration entrent dans cette fonction.

de δz, en réduiſant la fonction à la forme $\int \Sigma \Pi' \delta z$ par un moyen ſemblable à celui qu'on emploie pour les différences ordinaires, & en mettant les termes $\Sigma P \int Q \delta z$ ſous la forme $\Sigma \int R \delta z$; la première claſſe d'équation donnera le moyen d'éliminer les A & les B, l'autre équation donnera celle qui doit avoir lieu entre les variables. On auroit de même une autre équation en égalant à zéro le coëfficient de δx, & une pour celui de δy, ſi l'équation propoſée étoit de nature à l'exiger.

Voy. le Mémoire de M. Monge.

REMARQUE I.

On voit aiſément ce qu'il faudroit faire ſi l'équation propoſée, outre les variables & les différences ci-deſſus, contenoit encore u & une troiſième différence partielle, ou ſi elle contenoit z'' & ſeulement ſes différences par rapport à d ou ∂, & ainſi de ſuite.

REMARQUE II.

On pourroit réſoudre, à ce qu'il me ſemble, le même Problème par une méthode différente, fondée ſur les principes ſuivans.

1.° Que ſi j'ai une équation donnée en z, & d'autres variables, que je cherche dans quels cas z devient un *maximum*, & que je ſache que c'eſt lorſque j'ai une certaine équation entre z' & les autres variables, les équations pour le *maximum* ſont les mêmes, ſoit que je les cherche pour l'équation en z, en ayant égard aux conditions que la nouvelle équation que j'ai entre les variables donne entre les différences $\delta z'$, δz, δy, δx du *maximum*; ſoit que je veuille les avoir pour l'équation en z, qui a lieu après avoir éliminé une des variables à l'aide des deux équations; en effet, dans l'un & dans l'autre cas, on trouve ces équations pour que z ſoit la plus grande poſſible, les deux équations ayant lieu en même temps.

2.° Que ſi au lieu d'une équation déterminée entre z & les variables, qui doit avoir lieu entre les variables dans le cas de *maximum*, on en prend une indéterminée, mais qui ſoit de la forme qui doit néceſſairement avoir lieu, & qu'on la ſubſtitue dans la propoſée; qu'on prenne enſuite les équations de *maximum*, en

en y supposant toujours que l'équation hypothétique a lieu, on aura les équations de condition qu'on auroit eues si on avoit immédiatement cherché le *maximum*; cela posé, en suivant la marche de la remarque IV de l'article ci-dessus, on aura une des conditions de *maximum*, & par conséquent successivement toutes les autres.

ARTICLE III.

De l'intégration des Équations aux différences partielles.

Je traiterai uniquement des équations qui ne contiennent que deux différences & qui sont entre trois variables; les mêmes méthodes résolvent celles qui en ont un plus grand nombre.

§. I.

Sur l'intégration en général.

On sait que le nombre des fonctions transcendantes ne peut être que $\frac{n+1 \times n+2}{1 \times 2} - 1$, ni celui des arbitraires plus grand que n. Mais 1.° toutes ces fonctions peuvent contenir des irrationnalités de tous les ordres; 2.° la manière dont les arbitraires entrent dans les transcendantes, ou réciproquement, n'est pas déterminée par les principes que j'ai établis; on sait seulement que parmi les transcendantes, il y en a n qui ont pu disparoître par la différentiation des quantités dont on a des fonctions arbitraires, ce qui réduit à $\frac{n \times n+1}{1 \times 2}$ le nombre des autres. 3.° Il suit de-là que les $\frac{n \times n+1}{1 \times 2}$ transcendantes qu'on a fait disparoitre sans éliminer aucune fonction arbitraire, peuvent être supposées égales à une fonction algébrique & sans fonctions arbitraires des variables & de toutes les différences; & par conséquent on peut supposer que $F\varphi$ étant une fonction arbitraire, $d\varphi$ est algébrique.

Si de ces connoissances, les seules qu'on ait jusqu'ici sur la nature de ces intégrales, on veut tirer une méthode générale de

les résoudre, on pourra d'abord juger par la difficulté de résoudre généralement les équations aux differences ordinaires, de celle dont doivent être celles-ci où les intégrales sont bien plus compliquées. On observera ensuite que s'il est dans la nature des équations aux différences partielles, que les fonctions arbitraires n'entrent dans leurs coëfficiens que d'une manière déterminée qu'il seroit question de découvrir; ou bien si en les faisant évanouir successivement, en différentiant d'abord par rapport à d, ensuite par rapport à ∂, & comparant ces équations & leurs différentielles par rapport à une seule caractéristique, l'ordre des différentiations nécessaires est déterminé d'après l'ordre de la proposée; la difficulté sera diminuée de beaucoup; mais en attendant, voici sur cette méthode quelques vues générales qui pourront être utiles aux Géomètres qui voudront aller plus loin, & qui sont déduites de la théorie générale des équations aux différences partielles.

Je suppose que A étant donné par une équation différentielle ordinaire de l'ordre $\frac{\overline{n+1} \times n}{2} + 1$, j'aie une fonction rationnelle, algébrique & entière de x, y, z & leurs différences jusqu'à l'ordre n, excepté $\partial^n z$ & $d^n y$, ∂ étant la caractéristique de la différence prise par rapport à y seulement, de A & de ses différences jusqu'à $\frac{d^n A}{dx^n} \dots \frac{d^n A}{dy^n}$, dont les coëfficiens soient des fonctions de A' fonction de $x, y, z \dots A, \frac{dA}{dx} \dots \frac{dA}{dy} \dots \frac{d^n A}{dx^n} \dots \frac{d^n A}{dy^n}$ donnée par une équation du degré n; une de ces fonctions FA' étant arbitraire & les autres coëfficiens donnés par des équations aux différences ordinaires en FA' & A'. Je dis que si cette fonction égalée à zéro, donne une équation qui ait lieu en même temps que la proposée, elle en sera une intégrale.

Pour comparer l'intégrale B proposée avec l'équation donnée, on différentiera la première par rapport à y, un nombre ν de fois, on y mettra à chaque fois la valeur de $\partial^n z$ tirée de la proposée, & il faudra que les équations qui résulteront de cette substitution aient lieu en même temps que $B, dB, d^2B, \dots d^\nu B = 0$.

Si pour faire cette comparaison, il a suffi d'une seule différen-

tiation, on pourra ſuppoſer les coëfficiens de la forme FA', A' étant une des racines de l'équation en A'.

Mais s'il en a fallu néceſſairement deux, ce qu'on vérifiera après avoir d'abord déterminé l'intégrale, alors on aura un coëfficient de la forme $FA' + F'A'_{,}$, A' & $A'_{,}$ étant deux des racines de l'équation en A', & les autres données par des équations poſſibles aux différences ordinaires en $FA' + F'A'_{,}$, A' & $A'_{,}$ & ainſi de ſuite.

Dans le cas de ces deux fonctions arbitraires, il eſt aiſé de voir que de l'intégrale & de la propoſée on peut immédiatement tirer une nouvelle intégrale qui ne contienne ni $\partial^{n-1}z$, ni $d\partial^{n-1}z$, & de même pour un plus grand nombre.

Chaque racine de l'équation en A' donnera une intégrale différente, n racines en donneront n; mais quoique cela ſoit vrai en général, ſi on craint qu'il n'y ait quelqu'exception, on prendra deux des intégrales ainſi trouvées, on s'en ſervira pour éliminer $\partial^{n-1}z$ & $d\partial^{n-1}z$, & on aura par-là une équation qui ſera une intégrale de la propoſée, ſi les deux intégrales trouvées d'abord ſont réellement des intégrales différentes.

Si je n'ai trouvé par cette manière qu'une intégrale, pour en avoir une ſeconde, je traiterai la première comme j'ai traité la propoſée, à cela près que

1.° Cette nouvelle intégrale ne contiendra pas $\partial^{n-1}z$.

2.° Qu'au lieu de A, on aura une fonction B donnée par une équation en x, y, z . . . . . de l'ordre $m + 1$, m étant égal à $\frac{\overline{n+1} \times n}{2}$ moins le nombre des tranſcendantes contenu dans A, & les coëfficiens de cette équation étant des fonctions de FA' & de A'.

3.° Qu'au lieu de A', B' ſera une fonction donnée par une équation du degré $n - 1$ des variables de B, dont les coëfficiens ſeront fonctions de FA' & A'.

Enfin, qu'un des coëfficiens de l'intégrale ſera $F'B'$, multiplié par une fonction de FA' & A' & les autres des fonctions données par des équations aux différences ordinaires en $F'B'$, FA', B' & A', & ainſi de ſuite.

On cherchera ainsi des intégrales jusqu'à ce qu'on en ait n différentes; lorsqu'on les aura, on en déduira une qui ne contiendra plus de différences partielles de z.

Ainsi toute la difficulté se réduira à l'intégration d'une équation ordinaire de l'ordre $\frac{\overline{n+1}\times n}{2}$, qui cependant pourroit n'être pas intégrable, tant que les fonctions arbitraires resteront indéterminées.

On pourroit trouver d'autres méthodes, ou plutôt d'autres manières d'employer la même méthode, mais toutes seroient également compliquées. L'utilité de ce que je viens de dire est de circonscrire dans des limites la forme dont sont susceptibles les intégrales & la recherche qu'on en peut faire: il ne sera plus question que de resserrer les limites, soit par des remarques générales sur la nature des équations, soit par des observations particulières sur différentes classes de ces équations.

§. II.

Des Équations linéaires.

Si j'ai l'équation

$$\frac{d^n z}{dx^n} + \frac{a\,d^n z}{dx^{n-1}dy} + \frac{b\,d^n z}{dx^{n-2}dy^2} \ldots \frac{p\,d^n z}{dy^n} + Q = 0;$$

où $a, b, \ldots p$ sont des constantes & Q une fonction sans z, & que je suppose que l'intégrale en soit $V =$

$$\frac{d^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{A\,d^{n-1}z}{dx^{n-2}dy} + \frac{B\,d^{n-1}z}{dx^{n-3}dy^2} \ldots + \frac{P\,d^{n-1}z}{dy^{n-1}} + Q' = 0;$$

où $A, B, \ldots P$ sont des constantes, & Q' une fonction sans z; j'aurai, en différentiant cette intégrale par rapport à x, puis par rapport à y, retranchant de la première différence cette seconde différence, multipliée par une constante R, $\frac{dV}{dx} + \frac{R\,dV}{dy}$ égal terme à terme à la proposée, & par conséquent R sera donné par une équation du degré n, $A, B, C \ldots P$, donnés en R &

Q, par l'équation $\frac{dQ'}{dx} + \frac{RdQ'}{dy} = Q$ équation du premier ordre; on voit donc dans ce cas, 1.° que la proposée est susceptible d'avoir des intégrales de l'ordre immédiatement inférieur, & d'être produite par elle; 2.° que par conséquent son intégration peut se rappeler à celle d'une équation du premier ordre, & qu'elle y est ici rappelée d'une manière fort simple; 3.° que si les n valeurs de R sont différentes, on a n intégrales de l'ordre immédiatement inférieur, qu'on trouvera toutes en résolvant les n équations $\frac{dQ'}{dx} + \frac{RdQ'}{dy} = Q$, & en éliminant, on trouvera z égal à une fonction de x & de y.

S'il y a des racines égales, on intégrera l'intégrale

$$\frac{d^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{Ad^{n-1}z}{dx^{n-2}dy} \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{Pd^{n-1}z}{dy^{n-1}} + Q' = 0,$$

comme on a intégré la proposée; & dans l'équation $\frac{dQ''}{dx} + \frac{R'dQ''}{dy} = Q'$ qui restera à résoudre, & qui est du premier ordre, Q' contiendra une fonction arbitraire, & ainsi de suite.

M. Euler, & depuis M. Monge, ont donné une solution complette de ces équations pour différentes valeurs données de Q.

Si j'ai l'équation

$$\begin{aligned} &\frac{d^n z}{dx^n} + \frac{ad^n z}{dx^{n-1}dy} \ldots + \frac{pd^n z}{dy^n} + Q = 0. \\ &+ \frac{a'd^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{b'd^{n-1}z}{dx^{n-1}dy} \ldots + \frac{p'd^{n-1}z}{dy^{n-1}} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\qquad\qquad + a_{,}z \end{aligned}$$

où toutes les lettres désignent des constantes, excepté Q qui est une fonction sans z, je suppose que la fonction

$$c^x + fy \left\{ \begin{aligned} &\frac{d^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{Ad^{n-1}z}{dx^{n-2}dy} \ldots + \frac{Pd^{n-1}z}{dy^{n-1}} + Q' = 0. \\ &+ \frac{A'd^{n-2}z}{dx^{n-2}} + \frac{B'd^{n-2}z}{dx^{n-3}dy} \ldots + \frac{P'd^{n-2}z}{dy^{n-2}} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\qquad\qquad + A_{,}z \end{aligned} \right.$$

en ſoit l'intégrale que j'appelle V, & je compare avec la propoſée, terme à terme, la fonction $\frac{dV}{dx} + R\ \frac{dV}{dy}$. Il eſt clair que le nombre des coëfficiens indéterminés eſt plus petit d'un nombre $n - 1$ que celui des équations de comparaiſon; d'où il ſuit 1.° que cette ſolution ne réuſſit en général que pour le premier ordre; 2.° que pour qu'elle réuſſiſſe pour les autres, il y a $n - 1$ équations données entre les coëfficiens de l'équation; que ſi ces conditions ont lieu, f eſt donnée par une équation du degré $\frac{n \times n + 1}{2} - 1$, les autres coëfficiens & R donnés en f & Q' par l'équation $\frac{d \times e^{x+fy} Q'}{dx} + R\ \frac{d \times e^{x+fy} Q'}{dy} = e^{x+fy} Q$. D'où il ſuit 1.° que ſi on a réſolu cette équation pour $\frac{n + 1 \times n}{2} - 1$, valeurs différentes de f, on a z en x & y; 2.° que ſi on a réſolu cette équation pour n, valeurs de f, on a z en x & y par une équation aux différences ordinaires; 3.° que ſi on n'a qu'un plus petit nombre, on ſera obligé d'intégrer de nouveau par une même méthode les intégrales déjà trouvées, ce qui conduit à des équations du premier ordre, ces fonctions données Q & Q'' renfermant une ou pluſieurs fonctions arbitraires. Il peut arriver que ces conditions entre les coëfficiens de la propoſée ſoient tels que f n'ait en tout qu'un nombre moindre que n de valeurs égales ou inégales; alors on emploiera à réſoudre les intégrales trouvées la même méthode que ci-deſſus: mais il n'eſt pas certain alors qu'elle conduira à l'intégrale définitive; il paroît même que le contraire doit toujours arriver, & qu'ainſi, dans ce cas, la propoſée n'eſt ſuſceptible d'intégrales de l'ordre immédiatement inférieur, que juſqu'à un certain point.

Si on a maintenant $a, b \ldots\ldots\ldots p$ fonctions de x & y,

on ſuppoſera que l'intégrale eſt

$$\frac{d^{n-1}z}{dx^{n-1}} + \frac{A\,d^{n-1}z}{dx^{n-2}\,dy} + \frac{B\,d^{n-1}z}{dx^{n-3}\,dy^2} \ldots\ldots\ldots + \frac{P\,d^{n-1}z}{dy^{p-1}}$$

$$+ \frac{A'\,d^{n-2}z}{dx^{n-2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{P'\,d^{n-2}z}{dy^{n-2}}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ A_{,}z + Q' = V = 0.$$

& on comparera terme à terme avec la propoſée multipliée par R, l'expreſſion $\frac{R\,dV}{dx} + \frac{R'\,dV}{dy}$; on aura donc entre les coëfficiens de la propoſée $n - 1$, conditions pour que cette ſuppoſition ſoit poſſible, & on obſervera que s'il en réſulte une équation aux différences partielles pour déterminer R, il ſuffira d'en avoir une intégrale particulière pour connoître Q', & par conſéquent une intégrale, en réſolvant l'équation $\frac{R\,dQ'}{dx} + \frac{R'\,dQ'}{dy} = Q'$. Mais dans ce cas, par la même raiſon que j'ai dite dans mes Recherches ſur la ſolution des équations linéaires aux différences ordinaires, il peut arriver qu'on n'ait qu'une valeur particulière de R égale à une fonction de x, y, ſans fonctions tranſcendantes; ainſi il faut ici recourir à la méthode des intégrations ſucceſſives. Il en ſera de même ſi R n'étant plus donnée que par une équation, ou finie ou aux différences ordinaires, on n'en a pas aſſez de valeurs différentes pour avoir toutes les intégrales.

§. III.

Méthodes d'approximation.

Si on ſait que z eſt fort petit, & qu'on peut négliger z^2, on aura par l'article précédent une méthode d'avoir z dans bien des cas.

Si on ne peut négliger que z^3 ou z^4, on mettra au lieu de z, $nz' + n^2z'' + n^3z''' \ldots\ldots n$ étant une quantité très-petite, & on aura z' par une équation linéaire, & z'', z''', &c. également par des équations linéaires, & on ſera z égal à $nz' + n^2z''$,

ou à $n z' + n^2 z'' + n^3 z'''$, &c. en mettant les valeurs approchées de z', z'', z''', &c. Ou comme on a z', z'', z''', &c. par des équations linéaires, connoiſſant ces équations & ayant $z = n z' + n^2 z''$, &c. on aura, en éliminant, z par une équation linéaire, quel que ſoit le degré qu'on néglige.

Comme on peut par une différentiation faire diſparoître x & y, on peut toujours ſuppoſer les coëfficiens conſtans; mais puiſque même dans ce cas, on ne peut pas toujours rappeler la ſolution de la propoſée à l'intégration d'une équation du premier ordre, on pourra, ſi l'on veut ſe contenter d'avoir en ſérie une valeur approchée, employer la méthode ſuivante qui eſt générale, & par laquelle on aura une infinité de valeurs de z qui ſatisferont aux conditions du Problème; & on connoîtra quelle eſt la forme & l'étendue de la ſolution générale, ſans la connoître elle-même. Lorſque l'équation eſt linéaire, on fera $z = a e^{m \times x + ny}$, & l'on aura une équation en m & n; on pourra faire z égal à une infinité de termes ſemblables, pourvu qu'il y ait cette équation entre deux quantités. Si l'équation en m & n étoit telle qu'on eût deux valeurs égales, alors il faudroit multiplier une ſeule exponentielle $a e^{m(x + ny)}$ par $m(x + ny) + b$, & ainſi de ſuite. Si m ne dépend point de n, & qu'il reſte arbitraire, alors au lieu de la ſuite en $e^{m(x + ny)}$, on peut mettre $F(x + ny)$; ſi l'on ne veut négliger que z^p, l'équation n'étant pas linéaire, ſans avoir beſoin de l'y rappeler de la manière indiquée ci-deſſus, on fera $z^p + a e^{m(x + ny)} z^{p-1} + b e^{2m(x + ny)} z^{p-2}$ &c. $= 0$.

Je me ſuis contenté de donner ici une idée de cette méthode, que j'eſpère développer davantage quelque jour, & qui ſera auſſi bonne qu'aucune méthode d'approximation, ſi on peut traiter les valeurs de z qu'elle fournit, de manière à ſatisfaire aux conditions qui ſervent à la détermination des fonctions arbitraires. Je me propoſe d'examiner ces objets dans les Mémoires pour l'année 1772.

§. IV.

Remarques générales ſur la ſolution des Problèmes analytiques.

Les réflexions que j'ai faites ſur l'eſpèce de différences partielles qui

qui m'a occupé jusqu'ici, s'applique à toutes les équations où quatre, cinq, &c. variables sont différentiées par rapport à trois caractéristiques, en variant le nombre & la nature des fonctions arbitraires à raison de celui des équations de l'ordre *n* qui peuvent avoir produit la proposée.

On peut imaginer encore d'autres hypothèses auxquelles je ne m'arrêterai point, & je finirai par des remarques sur la manière de résoudre en général les Problèmes analytiques; j'entends par-là ceux qui sont mis en équation.

1.° La première chose dont on doive s'assurer, c'est de la possibilité de la solution cherchée; on le peut de deux manières, d'abord en examinant la nature de l'équation en elle-même; c'est ainsi qu'on a donné des équations de condition pour les équations différentielles, ou bien d'après le Problème en lui-même: par exemple, si on suppose qu'un corps animé de forces quelconques décrive une ligne & qu'on cherche cette ligne d'après les équations différentielles, on n'a point besoin de s'assurer de leur possibilité, puisqu'on sait qu'il est possible qu'un corps soit animé de telles forces, & qu'il y a une courbe qu'il doit alors décrire; mais cette dernière manière doit s'employer avec précaution, parce qu'en général on doit en prendre beaucoup lorsqu'on substitue le raisonnement au calcul, parce qu'il est possible d'introduire des hypothèses contradictoires en mettant le problème en équation, parce qu'enfin plusieurs équations d'un problème possible peuvent ne point l'être, & qu'il suffit que le système total conduise à des équations définitives qui le soient.

On a un exemple de ce dernier cas dans le Problème des trois corps & dans tous ceux où l'on a éliminé la variable dont la différentielle est constante, car alors les équations peuvent être impossibles.

2.° Si le problème est possible, il faudra examiner l'étendue de la solution dont il est susceptible; cela peut se déduire encore de la nature de l'équation ou de celle du problème; pour que la dernière méthode ne soit pas fautive, il faut qu'en mettant le problème en équation, on n'ait pas laissé indéterminé dans l'équation ce qui est déterminé dans le problème, ou tenir compte de

ces indéterminées; & alors à la place du problème proposé, on en considèrera un autre qui aura absolument la même étendue que l'équation. Quand on auroit seulement besoin d'une solution particulière, il faudroit toujours connoître l'étendue de la solution générale, parce que c'est la seule qui puisse servir à déterminer la forme de cette solution; cette règle a deux exceptions, 1.° lorsqu'il suffit de trouver une solution particulière quelconque; 2.° lorsqu'on en connoît d'ailleurs la forme.

3.° Si l'on a une équation finie qui ait lieu en même temps que la proposée, & qu'on veuille savoir si elle a la même étendue, on prendra cette équation, on lui donnera la forme de la proposée où à laquelle on rappelle celle-ci, & on aura soin de remarquer quelle étendue on donne par-là à cette équation, la comparant alors avec la proposée; si la valeur d'une des variables de celles-ci rend nulle l'autre équation, on aura la solution complette, sinon on ne l'aura pas.

4.° Toutes les fois qu'un problème a une solution finie, il y a toujours une fonction indéfinie, qui égalée à zéro, en donne la solution. Or pourvu qu'on connoisse de quelles variables elle est fonction indéfinie, quand même les variables seroient données elles-mêmes par des équations indéfinies & seroient en nombre indéfini, on trouvera toujours la solution par la méthode des coëfficiens indéterminés. En effet, substituant d'abord des fonctions de m termes, & contenant n variables, on substituera ensuite des fonctions de $m + 1$ & $n + 1$ variables, de $m + 2$ termes & $n + 2$ variables, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à une fonction convenable; par-là on pourra trouver une solution trop compliquée, mais qui se réduira toujours. Ainsi pour qu'un Problème possible soit résoluble par la méthode des coëfficiens indéterminés, il suffit de savoir de quelle forme sont susceptibles les fonctions de variables qui doivent entrer dans son équation finale; il n'est pas même nécessaire de savoir le nombre de ces fonctions & leur degré déterminé de complication.



REMARQUES
SUR LES HAUTEURS DE LA LUNE
PRISES AU CAP FRANÇOIS À S.T DOMINGUE,
POUR EN DÉDUIRE LA LONGITUDE GÉOGRAPHIQUE.

Par M. LE MONNIER.

M. d'Après m'a donné la longitude du Cap, tirée des Cartes du Dépôt & qui diffèrent trop entr'elles : je n'ai pas trouvé possible d'y avoir aucun égard ; mais je l'ai établie, d'après d'autres résultats, de 74^d 10′; je l'ai adoptée de cette quantité dans un Mémoire sur le passage de Vénus, lû à l'Assemblée publique d'après la Saint-Martin. Cependant les résultats des passages, ou, ce qui revient au même, les deux entrées de Vénus sur le Soleil, indiquent assez qu'il falloit l'augmenter d'un quart de degré ou environ.

Les hauteurs de la Lune, observées au Cap-françois à Saint-Domingue, & que l'on a enfin communiquées à l'Académie, sont en très-grand nombre : elles ont été observées à l'occident plus de trois heures après le passage de la Lune au méridien. Elles pourroient donc donner la longitude géographique, si l'erreur des Tables en longitude & en latitude étoit connue; en un mot, s'il n'y avoit nulle erreur dans ces élémens, ni dans les hauteurs.

C'est à quoi se réduit la plus grande difficulté de cette recherche, parce que des deux élémens dont je viens de parler, se déduit la déclinaison, laquelle est très-essentielle à bien connoître pour résoudre le triangle sphérique, dont l'angle au pôle donnera l'ascension droite pour chaque hauteur de la Lune.

Les Observateurs, qui diffèrent trop au méridien, se sont servis de deux quarts-de-cercles différens, qu'ils assurent avoir bien vérifiés peu de temps auparavant au Fort-royal de la Martinique.

Ils ont employé aussi, pour connoître l'erreur des Tables, la

Période lunaire de dix-huit ans, &c. je conviens que cette période indique s'il n'y a pas quelqu'erreur confidérable de la part des Tables: elle eft très-utile d'ailleurs pour les ufages nautiques; mais quant à la Géographie, elle ne peut donner la précifion requife pour la recherche du lieu de Vénus.

* *Pièces juftificatives envoyées, &c.*

J'en vais donner quelqu'idée par ce qui fuit; il eft dit* que dans les additions aux Tables de M. Caffini, la Lune a été obfervée le 30 Mai & le 1.er Juin 1751, & qu'on y a comparé les Tables de M. Clairault. Or, je ne trouve pas de réfultat pour le défaut des Tables, à chacune des obfervations que l'on cite; mais il eft dit qu'en réduifant au 10 Juin à 14^h au méridien de Paris, l'erreur en longitude étoit de $\frac{1}{5}$ de minute en excès, & de même de $\frac{1}{8}$ en latitude.

Je comparerai ici les obfervations de 1751 que l'on cite aux miennes, pour que l'on juge d'abord du degré de jufteffe qu'entraînent avec foi les obfervations.

A l'Obfervatoire royal.	*Dans mon Obfervatoire.*
1751 le 30 Mai à $5^h\ 11'\ 23''$ paff. du centre de la ☾.	Le 1.er bord $5^h\ 10'\ 18''\frac{1}{2}$... $4^f\ 24^d\ 17'\ 33''$... $5^d\ 01'\ 11''$.
fa longitude $4^f\ 24^d$ 17. 50. fa latitude $5^f\ 01'\ 30''$	
31 Mai..........	5. 55. 45 $\frac{1}{2}$... 5. 07. 36. 17.... 5. 16. 17 $\frac{1}{2}$.
1.er Juin $6^h\ 40'\ 15''$..........	1.er bord 6. 39. 10 .... 5. 20. 31. $34\frac{2}{3}$... 5. 14. 29.
$5^f\ 20^d$ 31. 30 .... $5^d\ 14'\ 40''$	

J'ai augmenté de $0'\frac{1}{4}$ la parallaxe horizontale, tirée des Inftitutions; mais fans recourir à la période qui eft moins exacte que les obfervations correfpondantes & immédiates, nous avons des obfervations faites le même jour 11 Juin 1769, au paffage de la Lune par le méridien, lorfqu'elle étoit dans fa plus grande latitude auftrale, environ 12 heures après fon premier quartier, & 16 heures après l'obfervation faite au Cap-françois à Saint-Domingue. J'ai même obfervé, avec mes deux meilleurs quarts-de-cercles muraux & mobiles, cette hauteur méridienne à deffein de vérifier l'inclinaifon de l'orbite & la parallaxe fur laquelle les Aftronomes ne s'accordent pas. Le jour précédent il pleuvoit au paffage de la Lune; mais fi l'on veut comparer les Tables aux obfervations, celles du 9 Juin de la Lune & de la même étoile,

ſavoir l'épi de la Vierge, ſont-elles à une diſtance ſuffiſante pour vérifier les moindres défauts des Tables, quand même on les regarderoit comme uniquement fondées ſur la théorie de la gravitation? Cette théorie ébauchée, ſi elle s'accordoit aux Tables, & par conſéquent aux obſervations, ſeroit dans le cas préſent l'article le plus eſſentiel de nos recherches.

J'obſerverai en ce cas que les conditions du Problème que j'ai propoſé autrefois pour trouver le lieu de la Lune par les hauteurs, ſont ici abſolument remplies, puiſque la déclinaiſon de la Lune a été déduite de l'obſervation immédiate, quoique faite ſous un autre méridien; car on ſera toujours en état de vérifier *, s'il eſt néceſſaire, la vraie latitude du Cap-françois.

** Doutes ſur la latitude du Cap.*

1769 le 11 Juin à $6^h\ 20'\ 12''$ paſſage du 1.er bord de la ☾ ♍ $27^d\ 20'\ 59''$ latitude auſtrale $5^d\ 17'\ 02''\frac{1}{2}$
Les Tables des Inſtitutions donnent ♍ $27^d\ 20'\ 32''\frac{1}{3}$, c'eſt-à-dire, $26''\frac{2}{3}$ moins avancée;
celles de M. Clairault.......... ♍ 27. 20. 29 $\frac{1}{2}$.......... 29 $\frac{1}{2}$ moins avancée.

Quant à la latitude, les 1.res & les 2.es Tables donnent $5^d\ 16'\ 52''$ & $53''$; ainſi l'erreur en latitude ſeroit encore plus grande, quoique le grand quart-de-cercle mural m'ait donné $5''$ d'excès dans l'inclinaiſon ou $5^d\ 17'\ 38''\frac{1}{2}$.

On lit préſentement ce qui ſuit au bas du feuillet n.° 37 de la relation du voyage à S.t-Domingue: *Que le 10 Juin 1769, à 14 heures au méridien de Paris, les Tables de Clairault étoient en erreur de + 11",4 ſur la longitude, & de 7",0 ſur la latitude;* qu'ainſi on a diminué les longitudes de la Lune & ſes latitudes, de ces mêmes quantités pour chaque obſervation de la hauteur du Soleil.

Mais je vois au contraire qu'il falloit les augmenter de quantités bien plus conſidérables; d'où l'on voit que la longitude du Cap-françois à Saint-Domingue eſt moindre que $74^d\ 35'\frac{1}{2}$, comme il a été conclu par les Obſervateurs dénués pour lors d'une obſervation correſpondante, faite à Paris en 1769.

Premières conclusions.

On remarquera que j'avois adopté cette longitude dans mon Mémoire ſur la comparaiſon du paſſage de Vénus, de $74^d\ 10'$; mais que j'indiquerai plus exactement cette longitude géographique, lorſque le mouvement de la Lune ſera connu du 9 au 11 Juin, s'il s'en trouve d'autres obſervations que celle du 9 Juin.

que j'ai faite pareillement au méridien par un temps fort ferein; favoir, à $4^h\ 51'\ 16''\frac{1}{2}$, temps vrai du paffage du 1.er bord,

la longitude du centre............	♍ $0^d\ 45'\ 21''$, fa latitude boréale $4^d\ 52'\ 15''$;	
les Tables des Inftitutions donnent...	♍ 0. 46. 15.......	$0'\ 54''$ plus avancée;
les nouvelles publiées en 1764........	0. 46. $06\frac{1}{3}$.......	0. $45\frac{2}{3}$.

Si les Tables des Inftitutions varioient fur les mouvemens obfervés de la Lune en longitude, proportionnellement aux temps écoulés, il eft vifible que du 9 au 11 Juin en $49^h\frac{1}{2}$ la variation ayant été d'environ 81", relativement aux longitudes obfervées, on n'auroit pour 16^h que 27"; ainfi l'erreur des Tables des Inftitutions qu'on a conclu de $26''\frac{2}{3}$ dont elles faifoient la longitude de la Lune moins avancée que felon l'obfervation, doit être diminuée précifément de cette quantité, & l'erreur auroit été par conféquent nulle à l'inftant des obfervations faites au Cap-françois à Saint-Domingue.

Feu M. Clairault a intitulé fes Tables fi extraordinairement, qu'il fembleroit qu'on peut compter fur leur mouvement diurne, puifqu'il prétend qu'elles font uniquement fondées fur la théorie phyfique de la gravitation. S'il avoit réfolu le fameux Problème, qui eft aujourd'hui le principal fujet du Prix que l'Académie propofe aux Mathématiciens de l'Europe, il eft vifible que nous n'héfiterions nullement à conclure de notre obfervation du 11 Juin après midi, l'erreur des Tables qui auroit été la même feize heures auparavant. *Voyez les premières conclufions ci-deffus.*

Revenons à la période antérieure, pour un feul inftant, & examinons, puifque le ciel y a paru plus ferein, l'erreur des Tables newtoniennes le 30 Mai 1751 & les deux jours fuivans;

	au foir				
le 30 Mai	à $5^h\ 10'\ 18''\frac{1}{2}$ longit. de la ☾	♌ $24^d\ 17'\ 33''$	moins avancée de $55''$	} que felon les Tables.
31......	5. 55. $45\frac{1}{2}$............	♍ 7. 36. 17	.... $0'\ 36$	
le 1.er Juin	6. 39. 10.................	20. 31. $34\frac{1}{3}$	moins avancée 0. $34\frac{1}{2}$	
2......	7. 21. 37...............	♎ 3. 08. 49	moins avancée 0. 50	
4......	8. 47. $15\frac{1}{2}$...............	27. 47. $46\frac{1}{2}$	moins avancée 1. $58\frac{1}{2}$	

OBSERVATIONS
SUR LA STRUCTURE DES PARTIES DE LA GÉNÉRATION DE LA FEMME.

Par M. PORTAL.

LES parties de la génération de la Femme ont fixé l'attention des Médecins les plus célèbres: chaque âge, chaque siècle ont été fertiles en découvertes; cependant bien loin d'en avoir une description complette, les Anatomistes les plus instruits avouent qu'il est un nombre infini d'objets à découvrir.

Tout est devenu en Anatomie un sujet de controverse; les uns veulent que la matrice soit ronde, d'autres triangulaire; quelques-uns lui ont donné dans leurs planches la figure d'un parallélogramme; & ce qu'il y a de plus extraordinaire, c'est que depuis les premiers temps de l'Anatomie jusqu'à nous, on dispute si l'hymen existe ou s'il est un être de raison.

L'on n'est pas plus d'accord sur les développemens de la matrice pendant la grossesse, certains Anatomistes soutiennent que les parois de la matrice s'épaississent, & d'autres se plaisent à soutenir un sentiment contraire.

Depuis Galien jusqu'à Mundinus, on a cru que la femelle étoit pourvue des mêmes parties que le mâle, & qu'elle avoit la matrice de plus. Les Arabes ont composé des Dissertations pour en établir le parallèle. Charles Étienne & Fernel, Médecins célèbres de la Faculté de Paris, ont détruit cette opinion: des erreurs moins grossières s'étoient déjà introduites. Hermondavile soutenoit vers le milieu du douzième siècle, que la matrice étoit une espèce d'animal que la Nature avoit fixé avec des liens les plus forts; Gabriel de Zerbis trouvoit, dans la matrice, de la ressemblance à un vaisseau; il attribuoit à quelques ligamens l'usage des voiles,

& il aſſignoit à d'autres celui des rames. On a voulu preſque de nos jours accorder à la matrice un troiſième ovaire; Naboth propoſa cette opinion, mais Ruyſch l'a détruite peu après qu'elle a paru; cependant dans toutes ces deſcriptions ſurannées, informes & ſouvent ſuperſtitieuſes, on trouve pluſieurs objets importans & qui ont échappé aux connoiſſances des Modernes.

Pour procéder avec ordre, je propoſerai d'abord les obſervations que j'ai faites ſur les parties intérieures de la génération de la femme; je traiterai dans un autre Mémoire des parties externes.

I.

La poſition de l'utérus *(planche I, fig. 1)* n'eſt pas la même dans tous les âges de la vie. L'utérus eſt preſque au dehors & au-deſſus du baſſin dans les fœtus de trois ou quatre mois; ſi l'on tire une ligne des os pubis à l'os ſacrum, elle tombe très-près du col; dans les enfans qui viennent de naître, la matrice eſt plus enfoncée dans le baſſin, cependant elle excède de beaucoup le niveau de la ſurface ſupérieure des os pubis; dans la fille de quinze à trente-cinq ans, la matrice eſt placée au-deſſous des os pubis; & dans la vieille femme elle eſt très-enfoncée dans le baſſin.

L'axe de la matrice eſt preſque perpendiculaire dans le fœtus, au lieu qu'il paroît preſque horizontal dans la matrice de la vieille femme; ces différences dans la poſition ſont la ſuite du développement du baſſin, que j'ai décrit dans mon Mémoire ſur l'ouraque.

I I.

La matrice ſe préſente ſous différentes figures dans les divers âges; elle reſſemble en quelque manière à un priſme dans le fœtus & dans les enfans *(pl. I, fig. 2 & 3)*, elle eſt preſque triangulaire dans l'adulte, & elle eſt irrégulièrement arrondie dans les vieilles femmes, même chez celles qui n'ont point fait d'enfans.

Ces différences, quoique très-apparentes, ſont à peine indiquées dans les Auteurs; Harvey a obſervé un autre changement non moins véritable, & auquel les Anatomiſtes qui lui ont ſuccédé n'ont point fait attention; il a écrit dans ſon Traité de la génération, que l'utérus des fœtus eſt blanc, que celui de la fille nubile eſt rouge,

rouge, & que l'utérus pâlit dans la vieilleſſe: cet Obſervateur a été plus loin, il a dit que la matrice d'une fille nubile avoit la figure & le volume d'une poire, & que celle d'une femme de vingt-cinq à trente-cinq ans avoit celle d'un œuf d'oïe: ces faits quoique groſſièrement rendus, ſont importans, & prouvent que la matrice ſe préſente ſous diverſes formes dans les divers âges, & que ſes vaiſſeaux ſanguins ſont plus ou moins développés; je ſuis ſurpris que ces obſervations aient échappé aux recherches des hiſtoriens de l'Anatomie. La cavité de la matrice varie à proportion; mais comme pour l'obſerver commodément il faut développer la matrice du péritoine qui la revêt & des ligamens qui la forment, je vais faire quelques remarques ſur cet objet.

I I I.

La matrice eſt recouverte dans preſque toute ſon étendue par une duplicature du péritoine *(pl. II & III)*, il n'y a que la face extérieure du col qui ſoit au dehors, & cette même portion de la matrice eſt recouverte par un repli du vagin plus prolongé en arrière & en bas qu'en avant & en haut.

La lame du péritoine qui revêt la face antérieure de la matrice, ſe replie proche du vagin, & de telle manière qu'il en réſulte deux eſpèces de ligamens placés à coté du col de la veſſie *(pl. II)*; en haut & ſur les côtés, elle revêt deux paquets de vaiſſeaux & forme les deux ligamens ronds; cette lame antérieure s'étend ſur les côtés de la matrice, forme la lame antérieure des ligamens larges, & adhère aux muſcles iliaques; d'où elle ſe réfléchit en avant, recouvre la portion antérieure du muſcle iliaque & ſe joint avec la lame antérieure du péritoine. La lame poſtérieure de la matrice forme par deux replis deux eſpèces de ligamens circulaires, dans leſquels M. Suë croit avoir trouvé deux muſcles; ces ligamens embraſſent l'inteſtin rectum, &c. on les voit dans la *pl. III, fig. 3.*

Les ligamens larges ont beaucoup moins d'étendue en hauteur, lorſque la matrice eſt developpée chez les femmes groſſes; ils cèdent à l'action de la matrice, les feuillets membraneux antérieur & poſtérieur s'écartent proche du vagin, & ſont tiraillés lorſque le fond de la matrice remonte; les replis antérieurs & poſtérieurs

du péritoine ſont preſque effacés, de ſorte qu'il paroît que parmi divers uſages tous ces ligamens ont celui de faciliter le développement de la matrice.

Les ligamens larges diviſent le baſſin en deux loges, dont l'une eſt antérieure & l'autre eſt poſtérieure. Dans l'adulte, la loge antérieure eſt plus petite que la poſtérieure, parce que l'os ſacrum eſt plus déjeté en arrière; mais dans les enfans qui ont l'os ſacrum preſque droit & incliné en avant, la loge antérieure eſt à peu-près égale, par ſa capacité, à la loge poſtérieure.

On ſépare avec aſſez de facilité les deux lames membraneuſes des ligamens dans leſquels on voit un réſeau vaſculeux, que je décrirai dans la ſuite; & quoique le péritoine adhère fortement à la ſurface externe de la matrice, principalement à ſon fond, on peut la dépouiller de cette enveloppe & la ſortir du bas-ventre ſans ouvrir la vraie lame du péritoine; cependant il faut déchirer pluſieurs productions cellulaires qui s'enfoncent entre les fibres & qui ſemblent leur donner des gaines communes. On voit deux de ces gaînes d'une manière fort apparente vers les parties latérales & inférieures de la matrice qui accompagnent les vaiſſeaux utérins & les revêtent, ainſi que la capſule du foie revêt la veine-porte, comme *Walæus* l'a remarqué avant Gliſſon, à qui de ſavans Anatomiſtes accordent la découverte: c'eſt cette capſule qui maintient les vaiſſeaux dans leurs contours, qui les attache à la propre ſubſtance de la matrice, avec les trouſſeaux muſculeux; elle s'enfonce en donnant des prolongemens d'un vaiſſeau à l'autre, comme Malpighi l'a obſervé dans le rein & dans la rate; car ces viſcères ſont pourvus, ſuivant ce célèbre Auteur, de leur capſule; laquelle exiſte en effet, mais que les plus ſavans Anatomiſtes qui lui ont ſurvécu n'ont point décrite.

On trouve dans quelques matrices la gaine cellulaire des vaiſſeaux chargée de graiſſe; & dans certaines hydropiſies de matrice, on la voit remplie d'eau par une eſpèce d'infiltration: en examinant une veine de la matrice, beaucoup plus groſſe que le tuyau d'une plume à écrire, je croyois reconnoître une varice, mais je fus détrompé lorque j'en recherchai la ſtructure; je trouvai de l'eau entre la gaine cellulaire & la veine, qui me parut plutôt rétrécie

qué dilatée. J'ai autrefois obſervé une hydropiſie de l'aorte à peu près ſemblable[1], & je l'ai décrite dans l'*Hiſtoria Anatomico medica* de M. Lieutaud.

De huit ligamens qui fixent la matrice, il en eſt quatre de ſupérieurs & qui ont été décrits par tous les Anatomiſtes; quatre ſont inférieurs, mais que très-peu d'Anatomiſtes ont obſervé : je connoiſſois à Montpellier les ligamens inférieurs & poſtérieurs; j'en accordois la découverte au célèbre M. Ferrein; je ſuivis la même maxime dans le premier cours d'Anatomie que je fis à Paris; mais je fus très-ſurpris de voir mes Auditeurs diviſés à ce ſujet; les uns accordoient à M. Petit la découverte de ces ligamens, d'autres les attribuoient à M. Suë, un troiſième parti réclamoit en faveur de quelques autres Anatomiſtes.

J'ai reſté dans cette incertitude juſqu'à l'année dernière que j'ai conſulté le volume de cette Académie, de l'année 1760, qui contient un Mémoire de M. Petit, intitulé: *Deſcription de deux nouveaux ligamens de la Matrice*, &c. Je l'ai lû, & j'ai trouvé que cet Anatomiſte s'en approprioit la découverte; mais bien loin qu'elle ſoit nouvelle, elle remonte à la plus haute antiquité.

Les plus anciens Anatomiſtes ont connu les ligamens de la matrice; Hippocrate n'en fixa pas le nombre, mais Gallien n'en décrivit que quatre; les Anatomiſtes qui lui ont ſuccédé marchèrent ſur ſes traces juſqu'à Hermondaville, qui profeſſoit l'Anatomie en France vers le milieu du treizième ſiècle; cet Auteur dit, dans ſa Chirurgie manuſcrite, que l'on conſerve à la Bibliothèque du Roi, & dans celle de Sorbonne, que la matrice eſt fixée par huit ligamens, & la manière dont il s'exprime à ce ſujet eſt aſſez ſingulière. Gabriel de Zerbis décrivit ces ligamens vers la fin du quinzième ſiècle; voici ſes propres paroles: *Colligatur primò matrix fortibus ligamentis poſteriùs cum dorſo in directo, ſeu ad partem renum ſuperiorem & anteriorem; alligatur ſimiliter veſicæ quæ jacet anteriùs ... alligatur etiam oſſibus ancharum ... deinde aliis mediis qua ſequuntur ipſam matricem inteſtino recto, quod poſt ipſam eſt retro.*

Le Vaſſeur, Médecin de Châlons-ſur-Marne, diſciple de Jacques Sylvius, Profeſſeur au Collége royal, parle de ces mêmes ligamens dans un Ouvrage connu des meilleurs Bibliographes,

quoiqu'il contienne des faits les plus importans; Piccolhomini en a donné une description que j'ai consultée avec fruit pour composer la mienne; mais Sanctorini & Gunzius les ont décrits avec tant de précision, que leur description eut pu servir de modèle aux Anatomistes qui en ont parlé depuis. C'est ainsi qu'en réunissant les travaux de plusieurs grands hommes, dont on ne lit presque plus les ouvrages, je suis parvenu à connoître nombre d'objets qui me paroissent intéressans.

I V.

La cavité de la matrice varie dans les différens âges; dans l'enfant elle est formée de quatre plans *(planche I)*, un antérieur qui a la figure d'un parallélogramme *(fig. 2)*, deux latéraux & postérieurs qui se joignent *(fig. 3)*, & un fond *(fig. 4)* dont la figure approche de celle d'un triangle; la face postérieure, quoique formée des deux plans inclinés l'un vers l'autre, & qui forment au derrière de la matrice un angle saillant, est bombée en dedans vers le milieu; la paroi antérieure, vue du côté de la matrice, présente une pareille élévation *(fig. 6)*; entre les trois plans, l'antérieur & les deux postérieurs, sont creusées deux espèces de rigoles, dans lesquelles on observe plusieurs lignes circulaires saillantes; à cet âge la matrice est beaucoup plus épaisse vers le col que vers son fond, l'inverse de ce qu'on observe dans l'adulte; cette dernière remarque appartient à M. Suë, célèbre Anatomiste.

On voit sur la surface interne différentes lignes saillantes, il y en a une longitudinale au milieu de la face postérieure *(pl. IV, fig. 1)*, elle naît du segment postérieur de l'ouverture du col de la matrice, où elle est plus élevée qu'elle n'est par son autre extrémité, qui est quelquefois fourchue, comme M. Suë l'a observé; mais cette *bifurcation* ne se retrouve pas dans tous les sujets; bien plus au lieu d'une ligne saillante on en observe quelquefois deux ou trois parallèles jusque vers le milieu de la face postérieure où elles s'écartent en s'inclinant vers les côtés.

Aux parties latérales de ces lignes aboutissent plusieurs autres lignes saillantes, qui font tout le contour de la matrice, ou qui se joignent à une tige longitudinale, placée quelquefois au milieu

de la face antérieure *(planche IV, figure 2)* de la matrice, il semble que ce sont autant des branches qui se joignent à un seul tronc & qu'il en résulte une espèce d'arbre, qu'on pourroit nommer *arbor vivificans*, pour le distinguer de celui du cervelet, que quelques Anatomistes ont appelé *arbor vitæ*, non d'après Cortesius, comme Douglass le croyoit, mais d'après des Anatomistes beaucoup plus anciens; Arantius & Varoli avoient connu l'arrangement symétrique de la substance blanche du cervelet, & l'avoient comparée à un arbre.

Dans une jeune personne l'arbre de la matrice a quelque ressemblance à une branche de palmier, dont les feuilles aboutissent à une tige commune; on le trouve grossièrement dépeint dans les planches de Graaff, quoique l'Auteur n'en ait rien dit dans ses explications: cet exemple prouve que les Peintres voient souvent mieux que les Anatomistes; les branches de cet arbre diminuent à proportion qu'elles s'éloignent de leur tronc, comme on peut le voir dans les *figures 4 & 5;* les inférieures sont plus grosses que les supérieures.

Entre les branches, & principalement proche du tronc & de l'ouverture du col, on observe plusieurs trous qui sont l'aboutissant d'autant de canaux excréteurs de quelques corps ganglioformes, desquels coule une certaine quantité de matière visqueuse quand on comprime la paroi de la matrice; & il n'est pas de meilleure méthode pour les rendre apparens, que de faire *rôtir* une matrice à un feu violent.

La cavité de la matrice est beaucoup plus mince & plus lice dans l'âge adulte qu'elle ne l'est dans le fœtus ou dans l'enfant; le tronc de l'arbre & ses branches ou s'effacent ou la substance intermédiaire s'élève; je n'ai rien de positif à ce sujet: les côtés de la matrice s'inclinent, avec le temps, l'une vers l'autre par leur milieu, ce qui rétrécit la cavité de ce viscère.

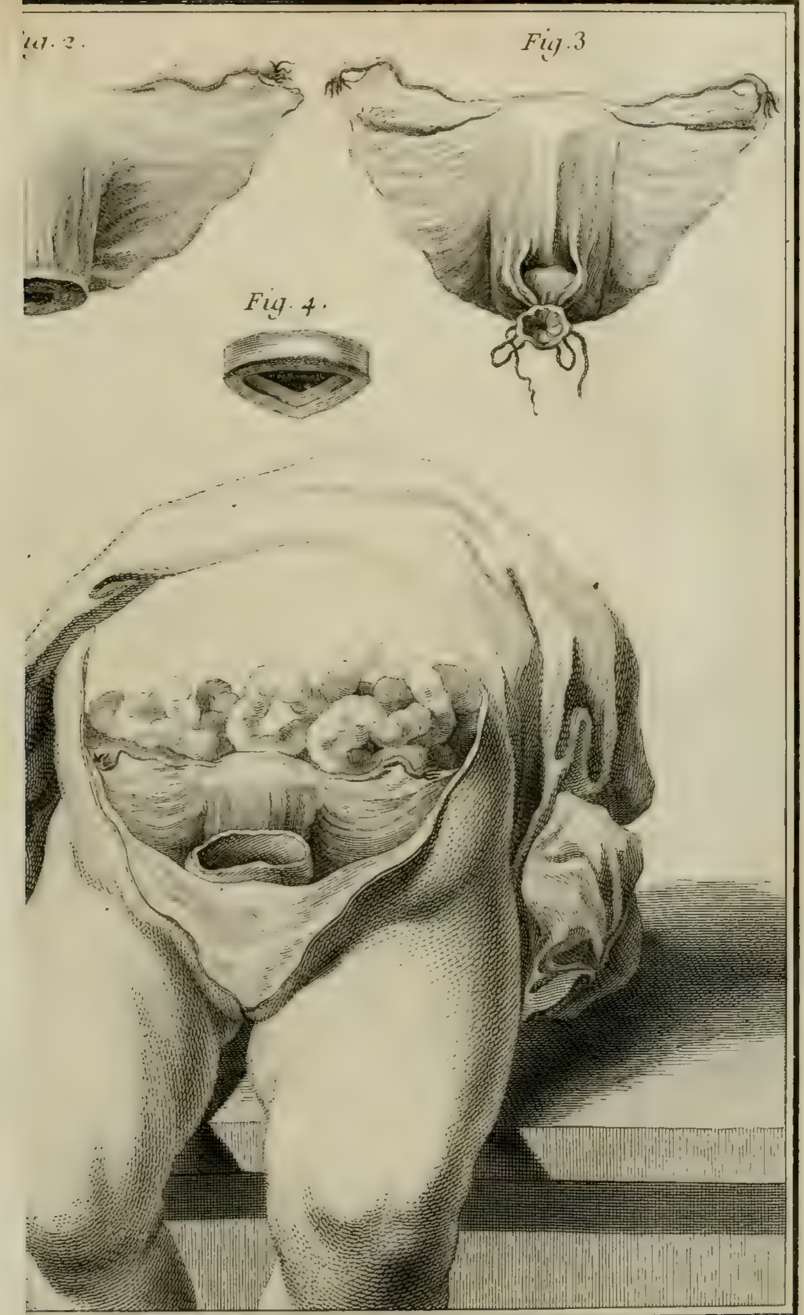
Quoi qu'il en soit, j'ai toujours trouvé dans les matrices de tous les âges, les parois latérales plus épaisses que la paroi postérieure & antérieure; ce surcroît d'épaisseur est produit par les troncs artériels & veineux *(aa, bb de la figure 6)* qui rampent entre les fibres des parois latérales de la matrice, & comme ces vaisseaux

ne pénètrent la matrice qu'à une certaine distance de l'orifice de l'utérus, le fond de la matrice sera plus épais que son col lorsqu'ils seront gorgés de sang, comme cela arrive dans la grossesse.

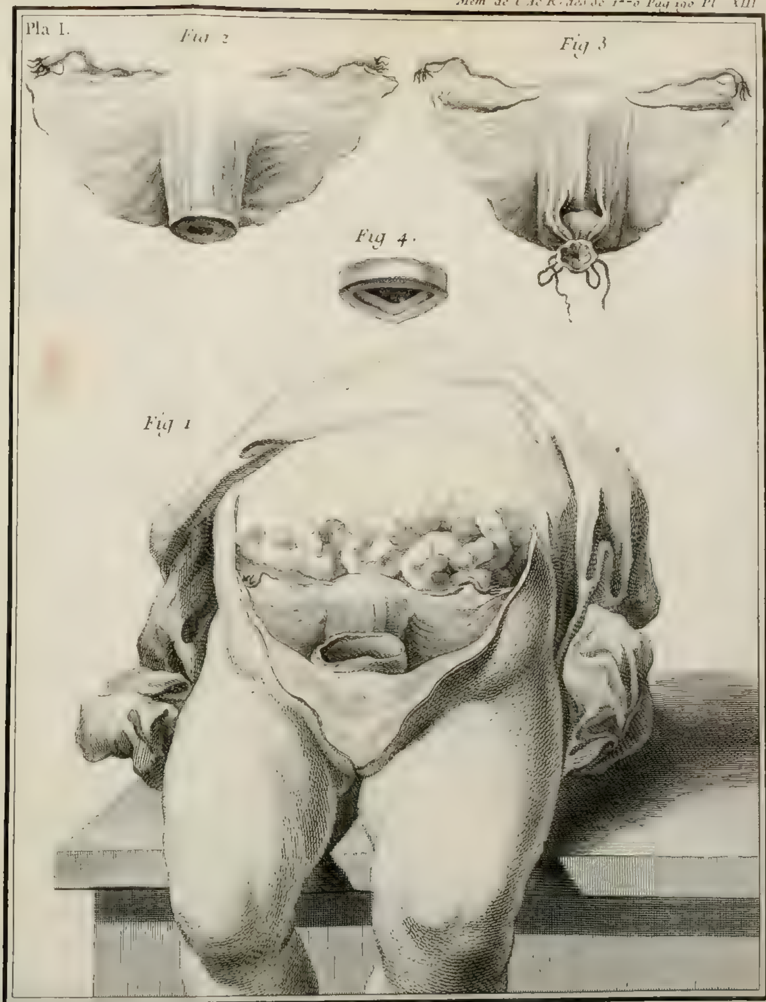
Il s'élève fréquemment sur la paroi interne des matrices des vieilles femmes *(figure 7)*, même chez celles qui n'ont pas fait d'enfans, des excroissances; les Auteurs les ont décrites, mais ils n'ont point observé qu'elles fussent aussi communes qu'elles le sont, je les ai trouvées sur treize femmes de vingt que j'ai ouvertes à ce dessein & en différens temps, à l'Hôtel-Dieu & dans mon amphithéâtre.

La surface interne de la matrice est extrêmement irritable; j'ouvris la matrice d'une chienne vivante, vers sa face antérieure, & après en avoir extrait trois fœtus, je versai quelques gouttes de vinaigre, la matrice se contracta & se dilata alternativement pendant plusieurs minutes, les contractions commencèrent presque toutes vers le fond & finissoient au col: c'est d'après cette observation que je conclus que la surface interne de la matrice est très-irritable. Harvée rapporte, dans son Traité de la génération, un fait à peu près semblable: ce savant Observateur a vu la matrice extraite d'un animal vivant se mouvoir en différens sens pendant un assez long espace de temps. Je n'ai pas trouvé la paroi extérieure de la matrice aussi irritable, ce qui s'accorde avec les expériences que M.[rs] Senac & Haller ont faites sur le cœur; ces célèbres Anatomistes ont prouvé par l'expérience, que la surface extérieure du cœur n'étoit presque point irritable, quoique la surface interne des ventricules le fût beaucoup.





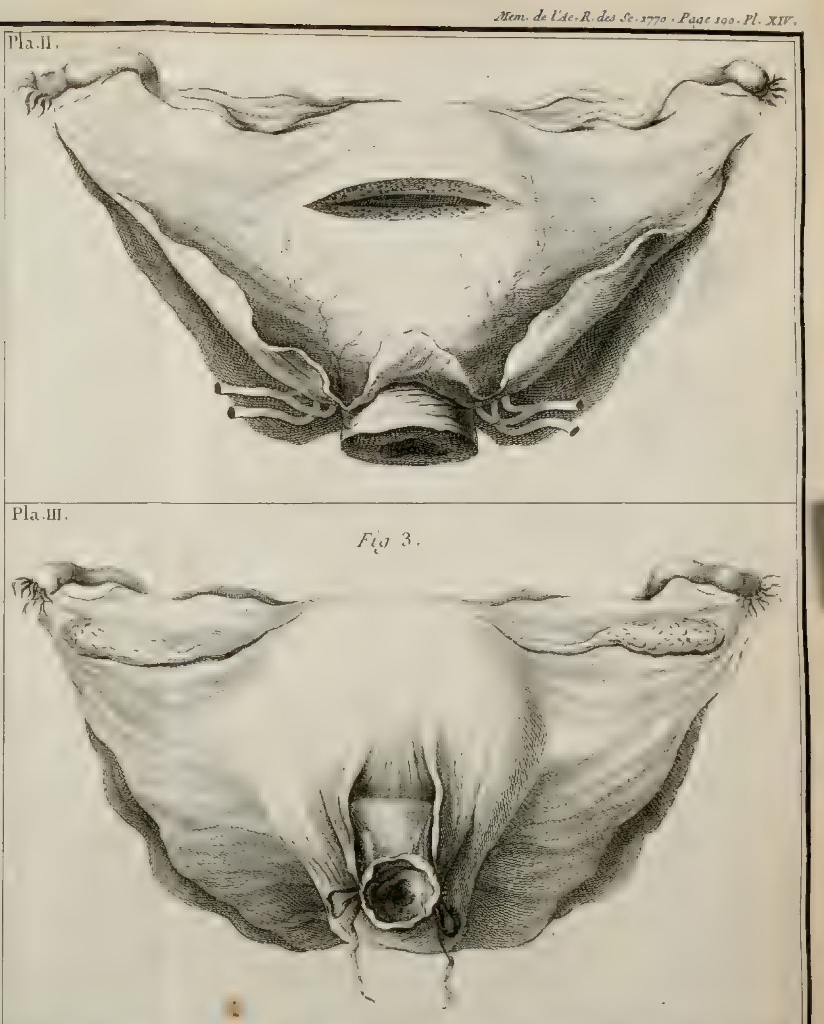
Y. le Gouaz Sc.



Fossier del. *Y. le Gouaz Sc.*

Fig. 3.

Y. le Gouaz Sc.



Fossier del.

Y. le Gouaz Sc.



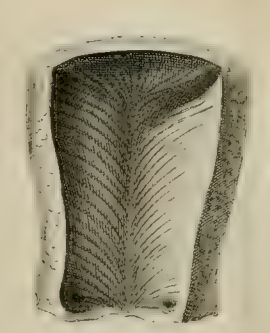
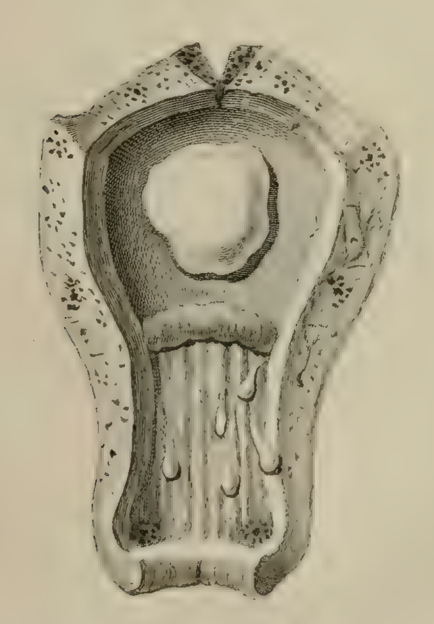


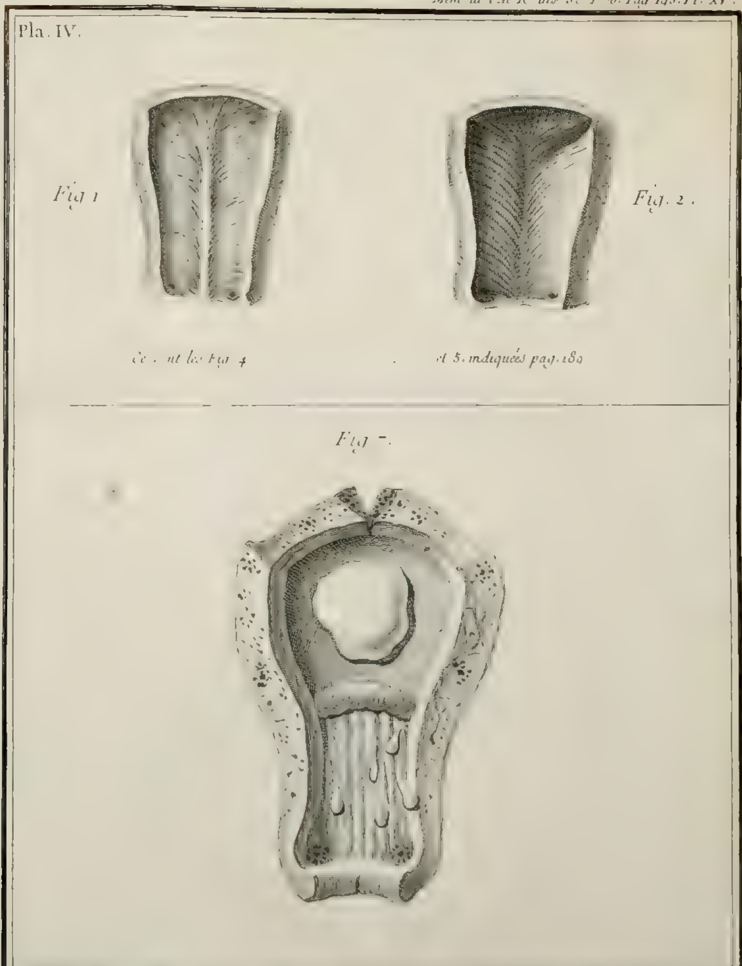
Fig. 2.

sont les Fig. 4 .... et 5. indiquées pag. 180.

Fig. 7.

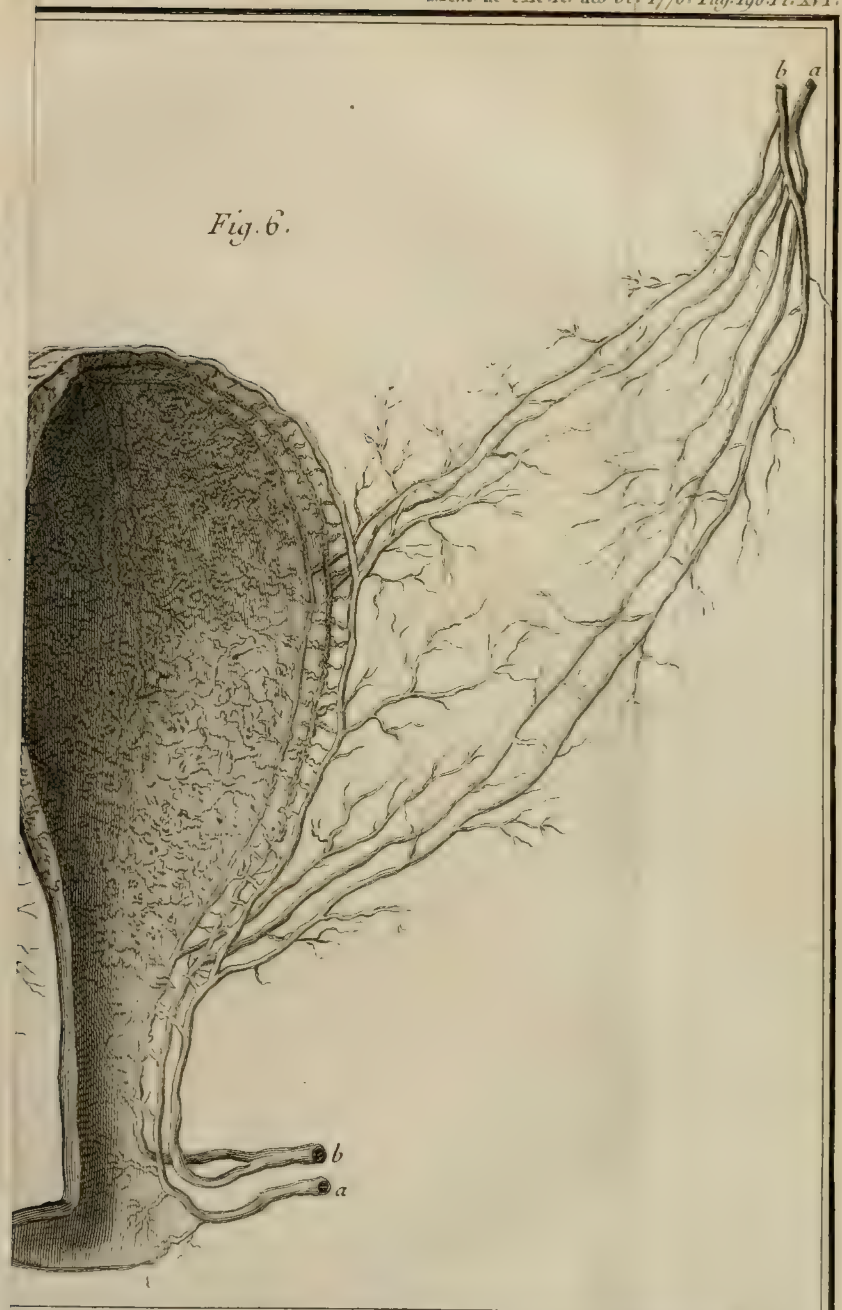


Y. le Gouaz Sc.

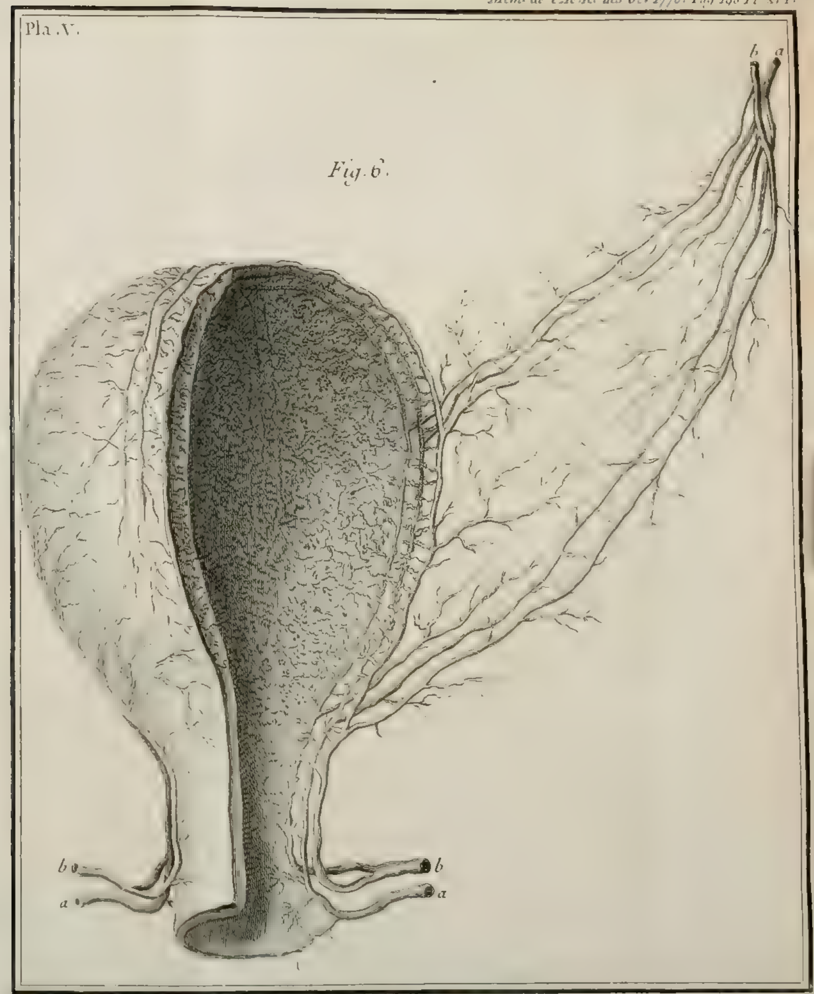


Ce sont les Fig. 4 et 5. indiquées pag. 180

Fossier del. Y. le Gouaz Sc.



Y. le Gouaz Sc.



Fossier del.

Y. L. Gouaz Sc.

MÉMOIRE
SUR LES
ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

NOTIONS préliminaires.

I. LORSQU'ON a un certain nombre d'équations différentielles entre un nombre plus grand de variables, on peut toujours, en différentiant & éliminant, trouver une équation définitive qui ne contienne qu'autant de variables que leur nombre surpasse celui des équations diminué de l'unité, en sorte que soit m le nombre des variables, & m' celui des équations, l'équation définitive contiendra $m - m' + 1$ variables. Cette équation sera de l'ordre n', n' étant la somme des exposans de l'ordre de chaque équation.

II. Si l'équation définitive admet une solution complette qui contienne un nombre n' d'arbitraires, on aura entre $m - m' + 1$ des variables prises à volonté, une équation finie, contenant un pareil nombre d'arbitraires, & de plus on aura chaque variable égale à une fonction de $m - m' + 1$, variables prises aussi à volonté.

III. Une pareille intégrale étant supposée connue, on ne pourra avoir immédiatement ni les équations finies entre $m - m' + 1$, autres variables prises à volonté, ni chaque variable égale à une fonction de $m - m' + 1$, autres prises aussi à volonté, que lorsque l'on pourra tirer de chacune de ces équations la valeur de chaque variable en une fonction des autres, quoiqu'on ait toujours chaque variable de celles qui ne sont point entrées dans l'équation définitive, égale à une fonction des $m - m' + 1$ qui y entrent; & par conséquent on ne pourra avoir la

ſolution complette de toutes les propoſées, qu'en réſolvant autant d'équations de l'ordre n' entre $m - m' + 1$ variables, qu'il y a dans m variables de combinaiſons de $m - m' + 1$ variables différentes.

IV. Si on a une équation intégrale entre $m - m' + 1$ variables, & chaque autre variable égale à une fonction finie de ces $m - m' + 1$, on aura m' équations finies entre les m variables. Soient, par exemple, V, V', V'' des fonctions algébriques de x, y, & que j'aie $l(V + lV') + V'' = 0$, & $z = xlV' + l(V + lV')$, j'aurai $z = xlV' - V''$, & $(lV + \frac{z + V''}{x}) + V'' = 0$, équations du premier ordre.

V. De ces m' équations finies entre les m variables, on peut tirer l'équation définitive, par exemple, de $z = xlV' - lV''$, & $(lV + \frac{z + V''}{x}) + V'' = 0$; on tirera $(lV + lV') + V'' = 0$; mais ces m', équations entre les m variables, ne donnent pas toutes les équations finies définitives; en effet, dans l'exemple précédent on n'a point z en y ou z en x, V, V', V'' reſtant quelconques.

VI. Si on a chaque variable égale à une fonction de $m - m' + 1$ variables quelconques, & de plus ou une des intégrales définitives, ou m' équations finies, la ſolution complette ſera trouvée.

VII. On peut, indépendamment de l'intégration, s'aſſurer ſi on a la valeur d'une variable quelconque en $m - m' + 1$ autres variables. En effet, ſoit z cette variable, & que j'aie $A + Bz = 0$ & $A' + B'z = 0$, j'aurai $\frac{A}{B} - \frac{A'}{B'} = 0$ pour équation définitive; & la valeur de $z = -\frac{A}{B} = -\frac{A'}{B'}$ ne deviendra $\frac{0}{0}$ en ſubſtituant dans A, B ou $A' B'$ les valeurs des différences tirées de l'équation définitive, que lorſqu'on aura $A = A'$, $B = B'$; ainſi toutes les fois que l'équation définitive viendra

viendra de la comparaison de deux valeurs de z, on aura une valeur finie de z.

VIII. Il peut arriver que j'aie des équations entre m variables au nombre de m', & que je n'en puisse tirer une équation définitive entre $m - m' + 1$ variables. Soit donc $Z = 0$ & $Z' = 0$ deux équations en x, y, z qui contiennent chacune une transcendante, & telles qu'on n'en puisse tirer une seule valeur de z en x, y. Si je différentie ces équations pour faire disparoître les fonctions transcendantes, & que j'élimine dz, j'aurai z en x, y, dx, dy; j'aurai également en supposant dx constant, une équation du second ordre en x & y, qui sera possible; tirant de son intégrale une valeur de $\frac{dy}{dx}$ & la substituant dans la valeur de z, j'aurai z égale à une fonction finie des deux variables x, y, ce qu'on ne pouvoit tirer immédiatement des deux proposées. La cause de ce paradoxe que je ne sais pas avoir encore été remarqué, est que la fonction $z - Fx, y$ qu'on cherche, est toujours donnée par une équation entr'elle Z, Z', & les variables, mais qu'elle n'est pas toujours donnée égale à une fonction de Z, Z' & des variables, & que l'équation entre cette fonction, Z, Z' & les variables étant ordonnée par rapport à cette fonction, peut n'être pas séparable.

IX. Dans la même hypothèse, ayant différentié & éliminé dz & substitué dans chaque équation la valeur de z en $x, y, \frac{dy}{dx}$, on aura deux intégrales du premier ordre pour l'équation du 2.e ordre en x & y, mais on n'en pourra point tirer l'intégrale finie. Soient en effet $lA + B = 0$, $lA' + B' = 0$, ces deux équations où A, B, A', B', sont des fonctions algébriques; & qu'après les substitutions on puisse tirer de ces équations une valeur de $\frac{dy}{dx}$, il faudra que A ou B, ou A' ou B', ou $A \times A'^m$ ou $B + mB'$ soient sans $\frac{dy}{dx}$, ou bien qu'on puisse supposer égaux à zéro $A \times A'^m$, ou $B + mB'$; or, toutes ces sup-

positions ne peuvent avoir lieu sans qu'on ait immédiatement z en x, y, à l'aide des deux équations ; ce qui est impossible par la supposition : dans l'hypothèse de deux intégrales du premier ordre d'une équation du second, on ne peut donc pas toujours tirer l'intégrale finie. Ce paradoxe s'expliquera comme dans l'article précédent, soient en effet $lV + V' = 0$, $lV'' + V''' = 0$. deux équations intégrales du premier ordre dont on peut tirer l'intégrale finie ; il est clair que toutes les autres intégrales du même ordre & de même forme qui sont $F(lV + V')(lV'' + V''')$, ne peuvent être que $lV + mlV'' + V' + mV''' = 0$, donc de deux quelconques, on déduira toujours l'intégrale finie ; mais celles de ces intégrales qui sont données par une équation non séparable entr'elles & $lV + V'$, $lV'' + V'''$, peuvent se trouver de la même forme, sans être assujetties à cette condition. Ce que je viens de dire est général pour tous les ordres ; lors donc qu'on a des intégrales desquelles on ne peut éliminer les différences supérieures, on en cherchera d'autres jusqu'à ce qu'on en ait trouvées où cette élimination soit possible. *Voyez mon premier Mémoire dans le cinquième Volume des Mémoires de l'Académie de Turin*, où j'ai déjà fait cette remarque qui rend l'intégration plus difficile. *Voyez aussi le n.° 4 du second Mémoire.* La remarque que je viens de faire rend plus incertaine la méthode d'avoir des équations de condition que j'y ai déduite des calculs de M. Fontaine.

X. Lorsque toutes les variables ne sont pas égales à une fonction de $m - m' + 1$ variables, & qu'une seule dépend d'une équation du premier ordre, l'équation définitive devient du $n' - 1$ & du $n' - 2$, si l'autre équation est du second ; si la même chose arrive pour plusieurs variables, l'ordre de l'équation définitive varie à proportion, & l'on aura les variables par l'intégration de leurs équations différentielles qu'on rendra possible à l'aide de l'équation définitive & de ses intégrales, ou bien par l'intégration des autres équations définitives.

Tout ceci posé, je vais dans la suite de ce Mémoire, 1.° donner la manière de trouver les formules des équations de condition,

pour un nombre quelconque d'équations & de variables, & pour un ordre quelconque. 2.° Tracer la méthode de les intégrer & d'en tirer la ſolution complette, c'eſt-à-dire, toutes les équations définitives. 3.° De ce ſecond article je tirerai une méthode d'intégrer une ſeule équation propoſée, & je la comparerai avec celle des Mémoires de Turin déjà cités. 4.° Je traiterai du cas où toutes les variables ſont ſous une forme linéaire, hors celle dont la différence eſt conſtante. 5.° J'examinerai celui où toutes les variables hors une, ſont telles qu'on puiſſe en négliger une puiſſance donnée, 6.° J'appliquerai les principes précédens ou Problèmes des trois corps.

ARTICLE PREMIER.

Des Équations de condition.

Soient $V = 0$, $V' = 0$, $V'' = 0$, &c. des équations entre les variables $x\ y\ z\ u$, &c. je multiplie V par A, V' par A' V'' par A'', &c. j'ajoute enſemble toutes ces équations, je prends les équations de condition pour que $AV + A'V' + A''V''$... ſoit une différentielle exacte, & elles ſont au nombre de m; j'y ſuppoſe $V = 0$, $V' = 0$, $V'' = 0$, &c. ce qui fait diſparoître les termes multipliés par ces fonctions ou leurs différences, & qui contiennent des différences partielles de A, A', A''... On éliminera ces facteurs, & on aura les équations de condition pour que $AV + A'V' + A''V''..... = dB$, enſuite on prendra la valeur de dB qu'on a dans cette ſuppoſition, & on fera $A_{,}V + A'_{,}V' ... + A_{''}\,dB$ égal à une différentielle complette, le coëfficient de $A_{''}$ diſparoîtra; on pourra faire $dA_{''} = A_{'''}$, & on prendra les nouvelles équations de condition. Comme dans cette nouvelle opération, on a néceſſairement négligé une des équations en V, on aura, en la répétant autant de fois qu'il y a de V, & les négligeant ſucceſſivement, avoir de nouvelles équations de condition; mais il ſera plus rigoureux de faire $A_{,}V + A'_{,}V' ..... + A_{''}\,dB = dB'$ & $aV + a'V' .... + a_{,}\,dB + a_{''}\,dB'$ égale à une différence exacte, en ôtant deux des équations V & ainſi de ſuite.

Lorſqu'il ſera queſtion d'avoir les équations de condition pour que les V aient des intégrales finies, il ſuffira de traiter les B, B', comme on a traité les V. De ce que je viens de dire de la ſubſtitution indiquée dans l'article III.[e], & de la quatrième remarque de l'article I.[er] du Mémoire ſur les différences finies, imprimé dans ce volume, on déduira une méthode de trouver les équations de condition ſans faire $V = 0$, qui s'étendra juſqu'à la poſſibilité des intégrales finies.

Article II.

De l'intégration des équations différentielles, ſans avoir éliminé.

Soit un nombre m de variables & m' équations différentielles qu'il faille intégrer ſans éliminer, on fera les trois obſervations ſuivantes.

1.° On peut ſuppoſer que toutes ces équations ſont du même ordre n; en effet, s'il y en a une d'un ordre inférieur, on peut lui ajouter une de celles de l'ordre le plus élevé, & prendre l'équation qui réſulte de leur ſomme au lieu de la propoſée. On peut également ſuppoſer que les différences les plus élevées de toutes les variables y ſont ſous une forme linéaire; en effet, ſi cela n'étoit pas, on pourroit toujours les rappeler à cette forme, du moins par la différentiation au défaut d'autres moyens.

On pourra donc rendre les propoſées une différentielle exacte d'une fonction de toutes les variables, en multipliant chaque équation par une fonction algébrique des variables, de leurs différences, excepté la plus élevée & des radicaux qui entrent dans les propoſées. Au reſte, on peut ſuppoſer qu'il n'y ait point de radicaux, parce qu'on peut les faire diſparoître comme les puiſſances les plus élevées des plus hautes différences.

Ces facteurs F pourront être donnés chacun par une équation de la forme

$$A + BF^p + CF^{2p} + \ldots \ldots \ldots = 0,$$

p étant ici un nombre entier quelconque, & l'équation étant pour F^p du degré nm', en ſorte que F^p puiſſe avoir nm', valeurs

données par cette équation, nombre égal à celui des intégrales qu'on peut avoir. *Voyez le tome IV des Mémoires de Turin, à la fin.* On peut ſuppoſer ici que l'on ait une équation de la forme

$$A + BR + CR^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + QR^{nm'} = 0;$$

& que chaque facteur ſoit donné par une équation $F^p + P = 0$, P étant une fonction rationnelle des variables & de R, dans laquelle, à cauſe de l'équation en R, R n'entrera qu'au numérateur, & ne ſera qu'au degré $nm' - 1$, & l'on peut, à volonté, ou ſuppoſer l'équation en R ſans ſecond terme, ou faire $P = R$ pour un des facteurs ſeulement.

Même ayant trouvé F on pourra ſuppoſer que les autres facteurs ſoient égaux à F multiplié par une fonction rationnelle des variables & de R.

Si on peut ſuppoſer $F = 0$, ou égal à une conſtante, alors l'équation en R ne ſera que du degré $nm' - 1$, & ainſi de ſuite s'il y a pluſieurs facteurs qui ſoient dans les mêmes cas.

La forme de F, priſe comme ci-deſſus, donne toujours un facteur, quoiqu'elle puiſſe ne pas les donner tous par une même formule.

Cette forme pour les facteurs a cet avantage, que lorſqu'on ſubſtitue dans les équations de condition les valeurs hypothétiques des facteurs en m, ces équations ſont du premier ordre; la quantité F en peut diſparoître & qu'il n'y reſte que R & le coëfficient p; enſorte qu'il n'y entre point de quantités avec des expoſans indéterminés. Si les facteurs qu'on a trouvé par cette méthode, n'ont qu'une valeur & ne donnent qu'une ſolution, il faudra en chercher une nouvelle où R ne montera qu'au degré $nm' - 1$; & ſi ces facteurs ſe trouvent toujours être rationnels on cherchera ſucceſſivement l'ordre des équations étant n, un nombre n de valeurs de chaque facteur, d'où l'on tirera une intégrale finie, & pour avoir les m' intégrales finies, il faudra en avoir nm'.

La raiſon pour laquelle j'ai ſuppoſé ci-deſſus que le degré des F^p égal à nm', eſt que le nombre des valeurs doit être nm' le coëfficient de ces valeurs reſtant arbitraire, & que toute autre forme

ſemble devoir donner un plus grand nombre de valeurs, on pourra ſe rappeler à celle-ci; comme, ſi je ſuppoſois qu'une valeur de F fût multipliée par un coëfficient irrationnel tel qu'on ne put faire évanouir les irrationnalités en l'élevant à la puiſſance p, il eſt aiſé de voir, qu'appelant F' cette valeur, l'équation du degré p, qui ſerviroit à faire évanouir ce coëfficient, ſeroit homogène par rapport à F & F', en ſorte que le dernier terme en F'^{p} étant appelé F'', on auroit toujours $F = b\sqrt[p]{F''}$, & F'' ayant ſeulement un nombre $m'n$ de valeurs.

Cependant, comme pour les équations déterminées au-deſſus du 4.e degré, & par conſéquent pour les équations différentielles au-deſſus du troiſième ordre, cette théorie des racines n'eſt pas encore aſſez développée, s'il reſtoit quelques doutes ſur la légitimité de la preuve ci-deſſus, il faudroit prendre, au lieu d'une équation du degré $m'n$ en F^{p} une équation du degré....
$\frac{1 \times 2 \times 3 \ldots\ldots m'n - 1 \times m'n}{n'}$, n' eſt ici le plus petit diviſeur de $m'n$ autre que l'unité, en obſervant que cette forme générale eſt trop compliquée pour la plupart des cas. Si $p = 1$ l'équation du degré $m'n$ ne peut avoir de ſecond terme, ſans qu'il y ait un facteur rationnel, car la ſomme de toutes ces racines donne également un facteur, mais ſi ce terme manque il eſt aiſé de voir que ces $m'n$ racines ne donnent que $m'n - 1$, facteurs différens à cauſe que chaque facteur eſt égal à moins la ſomme des $m'n$ autres; on pourroit donc ſuppoſer dans ce cas l'équation du degré $m'n + 1$.

On obſervera ici que cela retomberoit dans le cas expoſé ci-deſſus, ſi ſans avoir égard aux coëfficiens des radicaux les $m'n$ fonctions F qui ſont ſous le ſigne radical dans la racine de l'équation du degré $m'n + 1$ peuvent être donnés par une équation de la forme $A + BF^{p} + CF^{2p} \ldots + QF^{m'np} = 0$, ou, ce qui eſt la même choſe, ſi une quantité dont le coëfficient eſt arbitraire, & qui n'a que $m'n$ valeur peut-être toujours ſuppoſée de cette forme; alors en effet le facteur ſeroit $F^{\frac{1}{m'n+1}}$

ou $F^{\frac{1}{p}}$, & la même ſormule renfermeroit les deux cas. Mais ſi cela n'étoit pas vrai en général, il faudroit que l'équation en R ſut ſuppoſée du degré $\frac{1 \times 2 \times 3 \ldots\ldots m'n \times m'n + 1}{q}$, q étant un diviſeur de $m'n + 1$ autre qne l'unité.

2.° En ſuppoſant les équations ſans radicaux, les équations pour les facteurs contiendront (nulle différence n'étant conſtante) un nombre $n\,m$ de variables; ils ſeront au nombre de m' donnés par m' équations, où il y aura des différences de l'ordre $2\,n - 1$, & il en faudra déterminer au moins $n\,m'$ valeurs. Si on avoit cherché l'intégrale d'une équation définitive trouvée par l'élimination, on auroit eu un ſeul facteur, donné par $m - m' + 1$, équations où il y auroit des différences de l'ordre $2\,n\,m' - 1$, il faudroit également au moins $n\,m'$ valeurs du facteur, ſon équation contiendroit $(m - m' + 1) \times m'n$ variables, ce dernier nombre étant plus grand que $m\,n$, excepté lorſque $m' = 1$, ou il ſeroit $n\,m'$ comme ci-deſſus. Si une des variables eſt ſuppoſée conſtante, le nombre des conditions pour déterminer les facteurs diminuera d'une unité, dans chaque manière d'enviſager le Problème; & le nombre des variables qui entrent dans les équations aux facteurs, diminuera pour le premier cas de $n - 1$ unités, & de $m'n - 1$ dans le ſecond, en ſorte que l'un eſt $m\,n - n + 1$, & l'autre $(m - m') \times m'n + 1$, quantités qui ſont égales dans le cas de $m = m' + 1$ qui eſt le plus commun, & dans celui de $m' = 1$, mais dans tout autre cas le ſecond nombre eſt plus grand que le premier. Il paroît donc que pour la détermination des facteurs; il eſt à peu près égal pour la complication & la longueur des calculs, d'intégrer avant ou après l'élimination.

3.° De ce que je connois m' intégrales finies des propoſées, il ne ſuit pas que je puiſſe connoître immédiatement une équation définitive finie entre $m - m' + 1$ variables, bien loin de les connoître toutes, de même que connoiſſant une de ces équations définitives, je n'en puis pas tirer immédiatement les autres équations définitives, mais en cherchant d'autres intégrales finies

entre les m variables, je parviendrai toujours à en trouver de telles que l'élimination ſoit poſſible, & que j'aie toutes les équations définitives. Soit données en effet une équation définitive du ſecond ordre en x, y, deux équations du premier ordre en z, x, y, les intégrales du premier ordre de la première telles qu'on en puiſſe tirer l'intégrale finie, & les deux intégrales finies des équations en x, y, z, ſans qu'on puiſſe en éliminer z; il eſt clair que différentiant ces deux équations finies, on en peut tirer $\frac{dy}{dx}$ égal à une fonction algébrique de x, y, z; donc la ſubſtituant dans les intégrales du premier ordre, d'où on peut éliminer $\frac{dy}{dx}$; on en aura de nouvelles en x, y, z, d'où l'on pourra éliminer z. Donc, &c. La même choſe ſe démontrera pour un ordre & un nombre de variables quelconques; on pourra donc, en intégrant avant d'éliminer, trouver des intégrales telles qu'on en puiſſe déduire immédiatement toutes les équations définitives, comme on les auroit eues en intégrant ſucceſſivement après l'élimination chacune des différentielles correſpondantes. Il ſera donc indifférent, quant aux derniers réſultats, d'intégrer avant ou après l'élimination. Les difficultés ſont abſolument les mêmes, & les calculs paroiſſent devoir être à peu près également longs & compliqués.

ARTICLE III.

Nouvelle méthode d'intégrer une Équation propoſée.

Soit une équation du ſecond ordre ſans radicaux entre les deux variables x, y, $Ad^2y + B = 0$, je fais dans A & dans B $\frac{dy}{dx} = z$, & comme dx eſt conſtant, j'ai entre les trois variables x, y, z, les deux équations $Adz + Bdx = 0$, $dy - zdx = 0$; je les ſuppoſe multipliées par A' & A'' fonctions algébriques de x, y, z, & je ſuppoſe que $A'zdx - A'dy + A''Adz + A''Bdx$ ſoit une différentielle exacte d'une fonction de x, y, z; j'ai par conſéquent les trois équations de

de condition $\frac{dA'}{dz} + \frac{A\,dA''}{dy} + \frac{A''dA}{dy} = 0$, & $\frac{dA'}{dx} + \frac{z\,dA'}{dy} + \frac{B\,dA''}{dy} + \frac{A''dB}{dy} = 0$, $\frac{d(A''A)}{dx} = \frac{d(Az + A''B)}{dz}$, A' & A'' étant donnés par des équations $A'^{2p} + BA'^{p} + C = 0$, $A''^{2p} + B'A'^{p} + C' = 0$, ou plutôt par ces équations $A'^{p} + aR + b = 0$, $A'' = A' \times a'R + b'$, & $R^2 + a''R + b'' = 0$. Les deux valeurs de A', A'', que donnent les deux racines de l'équation en R, donnent deux ſolutions; & ſi elles ſont telles qu'on puiſſe en éliminant en déduire l'intégrale finale, la ſolution ſera achevée, ſinon il faudra chercher d'autres facteurs.

Il peut arriver, ou que l'équation en R ait deux racines, ou qu'elle n'en ait qu'une. Dans le ſecond cas on n'aura qu'une ſolution, & il en faudra chercher une ſeconde; dans l'autre on auroit les deux valeurs de facteurs, ſans autre radical que $\sqrt[p]{}$; les a, b; a', b'; a'', b'' ſont toujours des fonctions rationnelles, on aura donc (en faiſant les ſubſtitutions néceſſaires pour faire évanouir dans les équations de conditions les différences de A', A'') des équations qui ne contiendront que R, les fonctions a, b; a', b'; a'', b'', & leurs différences; & mettant les deux équations qui reſtent, ſous la forme $a'''R + b''' = 0$, $a^{\text{IV}}R + b^{\text{IV}} = 0$, on aura a''', b'''; a^{IV}, b^{IV}, fonctions de a, a', a''; b, b', b'', & de leurs différences; & ces dernières quantités qui ſont rationnelles doivent être telles que a''', b'''; a^{IV}, b^{IV}, s'évanouiſſent.

On pourra, pour faciliter le calcul, ſuppoſer un dénominateur commun à toutes ces fonctions; & même ſans limiter la forme des facteurs, ſuppoſer en général $a'' = 0$, ou bien $b = 0$ & $a = 1$.

Soit $Ad^3y + B = 0$, je fais $\frac{dy}{dx} = z$, $\frac{dz}{dx} = u$; & j'ai entre les quatre variables x, y, u, z, les trois équations $dy - z\,dx = 0$, $dz - u\,dx = 0$, $A\,du + B\,dx = 0$. Je ſuppoſe que $A'dy - A'z\,dx + A''dz - A''u\,dx + A'''A\,du + A'''B\,dx = 0$; ce qui me donne les trois équations de condition

$$\frac{d(A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A'''Bdx)}{dy} - dA' = 0.$$

$$\frac{d(A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A'''Bdx)}{dz} - dA'' = 0.$$

$$\frac{d(A'dy - A'zdx + A''dz - A''udx + A'''Adu + A'''Bdx)}{du} - dAA''' = 0.$$

On cherchera ici, comme ci-dessus, à déterminer A', A'', A''' par trois équations de la forme $A'^{3P} + BA'^{2P} + CA'^{P} + D = 0$; ou bien, prenant une équation $R^3 + aR^2 + bR + c = 0$, on aura $A'^{P} + a'R^2 + b'R + c' = 0$,

$$A'' = A' \times a''R^2 + b''R + c''$$
$$A''' = A' \times a'''R^2 + b'''R + c''',$$

dans lesquelles a, b; a', b', c', &c. sont des fonctions rationnelles. Substituant dans les équations de condition les valeurs hypothétiques des facteurs, on déterminera ces fonctions rationnelles par la méthode des coëfficiens indéterminés, & on aura des valeurs pour les facteurs cherchés.

On peut faire ici à volonté ou $a = 0$; ou a', $c' = 0$, & $b' = 1$; & cette dernière supposition est toujours légitime, parce que le seul cas où elle ne le seroit pas, est celui où a', & b' seroient zéro; or dans ce cas les quantités qui multipliant A', donnent les deux facteurs, sont les trois racines d'une équation du troisième degré, dont la somme est rationnelle, n'est pas égale à zéro, & donne aussi une des valeurs de ces quantités; donc, &c.

On pourroit ici, comme dans ce qui précède, donner un coëfficient différent de l'unité à R^3, & à R^2, & alors on n'auroit plus à chercher par la méthode des coëfficiens indéterminés que des fonctions rationnelles & entières. Dans ce cas il faudroit augmenter chaque variable d'une constante indéterminée, & alors on trouveroit que dès qu'un rang manque dans une de ces fonctions, tous les rangs supérieurs manquent également; ce qui sans cette substitution ne seroit pas généralement vrai & rendroit très-compliquée & souvent difficile & incertaine la détermination de ces fonctions.

Cette supposition aura encore cet avantage, que ce coëfficient

de R^3 ſera égal à zéro dans les cas où l'équation en R n'eſt que du ſecond ou premier degré, cas où ſans cela il faudroit, quoiqu'il ſoit plus ſimple en lui-même, avoir également une équation du troiſième degré où toutes les racines ſeroient égales, ou bien qui auroit un facteur inutile.

Au lieu de l'équation $R^3 + aR^2 + bR + C = 0$, il faudroit ſuppoſer l'équation $R^{12} + aR^{11} \ldots\ldots + q$, & les coëfficiens de A' pour donner A'' & A''' contiendroient un terme $a''R^{11}$, ſi la nature des équations déterminées exigeoient qu'on prît la forme plus compliquée que j'ai propoſée dans l'article précédent. C'eſt donc cette forme qu'il faudra employer juſqu'à ce qu'on ait des preuves plus certaines que l'autre eſt d'une généralité ſuffiſante; connoiſſant par ce moyen un, deux, trois facteurs, on verra s'ils peuvent donner trois intégrales différentes, ſinon on cherchera de nouvelles valeurs des facteurs, mais R étant alors donné par une équation du ſecond degré, ou étant rationnel & ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'on trouve trois intégrales réellement différentes, & dont on puiſſe tirer une ſolution définitive.

Il eſt aiſé de voir que les mêmes principes donneront également la ſolution des équations de tous les ordres; & ſi on compare cette ſolution à celle que j'ai donnée dans les Mémoires de Turin, on verra que les $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, &c. y ſont repréſentés par les z, u, &c. que ces variables entrent de la même manière dans les intégrales de l'ordre inférieur, qu'il faut par conſéquent employer les mêmes moyens pour réſoudre les mêmes difficultés, & avoir égard à celles dont j'ai parlé au commencement de ce Mémoire.

Exemple I.

Soit l'équation différentielle du ſecond ordre $(x^2 + 2xy + 2y^3 + 2xy^2 + y^4)\, d^2y + (2x - 2y^2)\, dy^2 - (4y + x^2 + 2xy + 2xy^2 + 2y^3 + y^4)\, dy\, dx - (x + y^2 + 1)\, dx^2 = 0$, je fais comme ci-deſſus $\frac{dy}{dx} = z$, & j'ai les deux équations $(x^2 + 2xy + 2xy^2$

$+ 2y^3 + y^4)dz + (2xz^2 - 2y^2z^2 - 4yz - x^2z - 2xyz - 2xy^2z - 2y^3z - y^4z - x - y^2 - 1)\,dx = 0$, & $dy - z\,dx = 0$; & cherchant par la méthode des coëfficiens indéterminés une valeur de A', & A'' dans les équations ci-dessus, je trouve que leur valeur est rationnelle, & que leur dénominateur commun peut être $x^2 + 2xy^2 + y^4 + x^3z + 2yx^2z + 3y^2x^2z + 4y^3xz + 3y^4xz + 2y^5z + y^6z$. Le numérateur du facteur de la première équation est $a + azx + 2azy + azy^2 + bx + by^2$, $a_,$ & $b_,$ étant arbitraires, & tout le numérateur étant multiplié par l'un ou par l'autre comme cela arrive nécessairement, parce que si V est une différentielle exacte, nV l'est aussi lorsque n est une constante. Quant au numérateur du facteur de la seconde, il sera $2bxz - 2by^2z - 2bxy - 2by^3 + a(1 + zx + 2zy + 2y^2 x\, 2xz - 2y^2z - 4y - x^2 - 2xy - 2xy^2 - 2y^3 - y^4)$.

Faisant mention $a = 0$, $b' = 1$, $a' = 1$, $b = 0$, qui sont les deux suppositions les plus simples, j'aurai pour la seconde l'équation intégrale

$$l(x + y^2) + \frac{yx + y^3 - 2yz - xz - y^2z - 1}{x + y^2} + N' = 0,$$

& pour la première équation

$$l(1 + 2yz + xz + y^2z) - l(x + y^2) - x + N = 0.$$

Tirant de l'une ou de l'autre la valeur de z, j'aurai pour l'intégrale finie définitive

$$l(x + y^2) + y + e^{x-N} + N' = 0;$$

ou bien $l\,[l(x + y^2) + y + N'] - x + N = 0$; équations qui rentrent l'une dans l'autre.

EXEMPLE II.

Soient les trois équations $xydx + xydy + xy^2zdx + x^2yzdx + xy^2udy + x^2yudy + xy^2dx + y^3dx + x^2ydy + x^3dy = 0$, $xdu - dx = 0$, $ydz - dy = 0$; je trouve que les deux dernières sont intégrables par elles-mêmes, & que leurs intégrales sont $ly = z + N$, $lx = u + N'$;

je n'ai plus beſoin que d'une ſeule valeur des trois facteurs. Cette valeur eſt donc donnée par des équations $A'^p + B = 0$, $A'' = A' \times C$, $A''' = A'' \times D$, $B, C; D$, étant rationnels. Cela poſé, je trouve qu'ici p peut être ſuppoſé égal à l'unité, & que le dénominateur commun doit être $xy^2 + yx^2$, le numérateur de la première étant 1, celui de la troiſième ſera $x^3 + x^2y$, & celui de la ſeconde $y^3 + y^2x$; intégrant, j'aurai l'équation $l(x + y) + yu + xz + N'' = 0$, & en x & y l'équation définitive $l(x + y) + ylx + yN' + xly + xN + N'' = 0$. Cet exemple donne la manière de réſoudre par cette méthode les équations qui contiennent des tranſcendantes ou des radicaux ſans aucune nouvelle différenciation; & l'on voit que ſi l'équation qui les contient eſt du premier ordre, les équations hypothétiques pour les facteurs ſeront comme pour les équations du premier ordre, & ainſi de ſuite.

ARTICLE IV.

Des Équations différentielles linéaires.

C'eſt à M. d'Alembert qu'on a l'obligation de la méthode d'intégrer ſans avoir éliminé ces équations différentielles pour un très-grand nombre de cas, & il en a fait les plus heureuſes applications: je vais faire ici quelques réflexions ſur leur ſolution générale avec un exemple de celle que je propoſe. Faiſant les mêmes ſubſtitutions que ci-deſſus; ſi le nombre des variables eſt n, celui des équations $n - 1$, l'ordre de chacune m, on aura $m \times (n - 1)$ équations du premier ordre en $m \times (n - 1) + 1$ variables, les multipliant enſuite chacune par un facteur $A, A', A'' \ldots$ les ajoutant & prenant les équations de condition, pour que leur ſomme ſoit une différentielle exacte, j'aurai $m \times (n - 1)$ équations pour $m \times (n - 1)$ facteurs; chacun de ces facteurs peut être ſuppoſé égal à une fonction linéaire d'un autre & de ſes différences juſqu'à celle de l'ordre $m \times (n - 1) - 1$, & cet autre ſera donné par une équation de l'ordre $m \times (n - 1)$, par conſéquent cet A ni les autres ne pourront avoir plus de $m \times (n - 1)$ valeurs différentes; donc les fonctions algébriques

qui entrent dans les équations algébriques $dA + cA = 0$, qu'on peut ſuppoſer avoir lieu, ne peuvent contenir de radicaux du degré $m \times (n - 1) + 1$, parce qu'ils donneroient néceſſairement alors un plus grand nombre de valeurs; je ſuppoſe enſuite que j'aie un nombre $m \times (n - 1)$ d'équations (P) entre $m \times (n - 1) + 1$ variables, & qu'elles ſoient de la forme $ay + bz + cu \ldots\ldots + B + BZ + B''Z^2 \ldots\ldots + B_{,}Z^p = 0$, & que j'aie (Q) $C + C'Z + CZ^2 + C''Z^3 + \ldots\ldots C_{,}Z^{p+1} = 0$, $a_{,} b_{,} c_{,} \ldots\ldots B_{,} B' \ldots\ldots B_{,}$, $C_{,} C'_{,} \ldots\ldots C_{,}$ étant des fonctions rationnelles de x, je différencie les équations (P), j'y ſubſtitue pour Z^{p+1} ſa valeur tirée de l'équation (Q), j'ai $2 \times m \times (n - 1)$ équations; donc ſi p n'eſt pas plus grand que $m \times (n - 1)$, j'élimine Z & ſes puiſſances, en ſorte qu'il me reſte $m \times (n - 1)$ équations rationnelles du premier ordre entre les variables; donc A peut contenir des radicaux du degré $m \times (n - 1) + 1$ & c du degré $m \times (n - 1)$ & des degrés inférieurs; on pourra donc le ſuppoſer donné par une équation du degré p égal au produit de tous les facteurs des nombres $1, 2, 3, 4 \ldots\ldots\ldots\ldots p, p = m \times (n - 1)$ chaque c étant égal à une fonction de chaque autre c rationnelle & du degré $p' - 1$, on aura entre ces c un nombre $m \times (n - 1)$ d'équations dont les coëfficiens ſeront rationnels algébriques & entiers, & dans leſquels on déterminera les coëfficiens conſtans des puiſſances de x, en faiſant dans ces équations de condition pour chaque A, $dA + cA = 0$, & les prenant tels qu'ils ſatisfaſſent à ces nouvelles équations; ayant les c on aura les A par les quadratures, & les intégrales cherchées par une nouvelle quadrature. Si A à $m \times (n - 1)$ valeurs différentes, toutes les intégrales ſeront trouvées; mais s'il n'eſt que q, par exemple, on prendra ces intégrales, & il reſtera, en éliminant, q variables, $m \times (n - 1) - q$ équations entre $m \times (n - 1) - q + 1$ variables qu'on traitera comme les propoſées; mais ſi dans leurs coëfficiens il entre des radicaux, il faudra les faire également entrer dans les coëfficiens des nouvelles équations en c, ce qui pourra les rendre auſſi compliquées que les premières. J'ai dit *dans les Mémoires de 1769*, pourquoi on

ne pouvoit pas toujours supposer que c eût $m \times (n - 1)$ valeurs algébriques.

Soient les deux équations du premier ordre

$$Xz + X'y + X''dz + X'''dy + X^{\text{iv}} = 0.$$
$$X_,z + X'_,y + X''_,dz + X'''_,dy + X^{\text{iv}}_, = 0.$$

Je multiplie la première par A, & la seconde par A' & j'ai les deux équations de condition

$$(X - dX'')A - X''dA + (X_, - dX''_,)A' - X''_, dA' = 0.$$
$$(X' - dX''')A - X'''dA + (X_, - dX'''_,)A' - X'''_, dA' = 0.$$

Je fais $Ac + dA = 0$, $A'c' + d'A' = 0$, & mettant pour $dA'_,$ & dA leurs valeurs, j'ai les deux équations

$$(X - dX'' + X'')cA + (X'_, - dX''_, + X''_,)c' \times A' = 0,$$
$$(X' - dX''' + X''')cA + (X'_, - dX'''_, + X'''_,)c' \times A' = 0,$$

d'où je tire $\frac{X - dX'' + X''c}{X_, - dX''_, + X''_,c'} = \frac{X' - dX''' + X'''c}{X'_, - dX'''_, + X'''_,c'}$, & différentiant l'une des deux équations en A & A', substituant & éliminant $\frac{Xc - dX''c + X''c^2 - dX + d^2X'' - cdX'' - X''dc}{X - dX'' + X''c}$

$$= \frac{X_,c' - dX''_,c' + X''_,c'^2 - dX_, + d^2X''_, - c'dX''_, - X''_,dc'}{X_, - dX''_, + X''_,c'}$$

Supposant de plus

$c^2 = Bc + P$, $dc = B'c + P'$ & $c' = Dc + E$, où B', & P' sont des fonctions données de B, P, dB, dP, j'aurai définitivement deux équations de la forme $Rc + Q = 0$, $R'c + Q' = 0$, je ferai $R = 0$, $Q = 0$, $R' = 0$ $Q' = 0$, & à l'aide de ces quatre équations, je déterminerai les coëfficiens de B, P, D, E, qui doivent être des fonctions algébriques & rationnelles de x & des radicaux & transcendantes qui se trouvent dans les X, ou bien je ferai

$$B = \frac{B_,}{A_,},\ P = \frac{P'}{A_,},\ D = \frac{D_,}{A_,},\ E = \frac{E_,}{A_,},$$

je les substituerai dans les équations ci-dessus, & je déterminerai les coëfficiens constans de $A_,$, $B_,$, $C_,$, $D_,$, $E_,$ en les supposant des

fonctions finies algébriques rationnelles & entières de x, & des fonctions irrationnelles ou transcendantes qui entrent dans les X.

Soit, par exemple, X^{IV} quelconque $X_{,}^{\text{IV}} = 0$, $X''' = 0$, $X_{,}''' = 1$, $X'' = 1$, $X_{,}'' = 0$, $X' = \frac{3x^4 + 6x^2 + 4}{(x^2 + 1)^2} dx$, $X_{,}' = 0$, $X = \frac{4x^3 + 5x}{2x^2 + 2} dx\, l$, $X_{,} = - dx$, j'aurai, en suivant les procédés détaillés ci-dessus, $B = -2x$, $P = 1$, $c^2 + 2cx - 1 = 0$, $A = e^{\int [-x \pm \sqrt{(1 + x^2)}] dx}$, $A' = -\frac{(c + 4x^3 + 5x)}{x^2 + 1} A_{,}$ & les intégrales seront . . . $e^{\int [-x \pm \sqrt{(1 + x^2)}] dx} \left(z + \frac{[5x^3 + 6x \mp (1 + x^2)\;]}{1 + x^2}\right) y + \int e^{\int [-x \pm \sqrt{(1 - x^2)}] dx} X^{\text{IV}} dx + N = 0$; en prenant alternativement les deux signes, elles seront donc $az + by + e = 0$, $a'z + b'y + e' = 0$, & les équations définitives $y + \frac{a'e - e'a}{ba' - ab'} = 0$, $z + \frac{b'c - c'b}{ab' - ba'} = 0$; or $\int [x \pm \sqrt{(1 + x^2)} dx$ se trouve par les logarithmes ou par la quadrature de l'hyperbole & $\int e^{\int [-x \pm \sqrt{(1 + x^2)}] dx} X^{\text{IV}} dx$ ne peut être que $e^{\int [-x \pm \sqrt{(1 + x^2)} dx]}$ multipliée par une fonction algébrique de x & des fonctions transcendantes contenues dans X^{IV} parce que toute nouvelle transcendante de nature à disparoître, par la différentiation, donneroit une arbitraire qui ne doit pas être dans l'intégrale.

ARTICLE V.

Des intégrales approchées pour un degré quelconque.

1.° Je suppose que j'aie un nombre m d'équations de l'ordre n entre $m + 1$ variables telles que je puisse supposer que m de ces variables soient très-petites, & négliger leur puissance m', que je les aie mises sous une forme rationnelle & entière, & que les ayant

ayant ordonnées par rapport aux variables très-petites, la plus haute différence de chaque variable ne s'y trouve qu'au premier degré, & se trouve à chaque rang. Il est aisé de voir que je puis toujours remplir ces conditions par des différentiations & des substitutions convenables. Ensuite multipliant chaque équation par une fonction entière du degré $m' - 1$ de toutes les variables & de leurs différences jusqu'à l'ordre $n - 1$, & les ajoutant, je dis que je puis supposer cette somme une différentielle exacte, ces coëfficiens étant des fonctions inconnues de x; en effet il faut pour cela que chaque rang soit une différentielle exacte, prenant une fonction du degré m', & de l'ordre $n - 1$ qui soit l'intégrale du premier rang, ceux au-dessus de m étant négligés, & où les coëfficiens soient indéterminés; il est aisé de voir que leur nombre est celui des termes d'une fonction homogène & du degré m' de mn variables; que celui des coëfficiens indéterminé dans tous les facteurs est, pour le premier rang, le nombre des termes d'une fonction homogène des mêmes mn variables du degré $m' - 1$, multipliée par celui des facteurs; c'est-à-dire, par mn; or, le nombre des termes de la différentielle correspondante est précisément égal à celui de ces coëfficiens indéterminés; en effet, elle est composée de la somme de chaque différence multipliée par une fonction du degré $m' - 1$ plus une fonction du degré m'. On aura donc, pour le premier rang, autant d'indéterminées que d'équations. On trouvera la même chose pour le second, pour le troisième, & ainsi de suite; les équations qui serviront à déterminer les coëfficiens des facteurs seront toutes linéaires, elles seront au nombre de p pour $p + 1$ variables, & par conséquent résolubles par la méthode expliquée dans l'article précédent.

2.° Soit x la variable dont la différentielle est constante, on pourra toujours l'éliminer des équations du Problème, elles seront toujours susceptibles de la forme ci-dessus, & les équations linéaires pour déterminer les coëfficiens des facteurs auront pour coëfficiens des constantes & non des fonctions de x; appelant donc ces facteurs A, A', A'', A''', &c. & faisant $A = e^{fx}$, $A' = CA$, $A'' = C'A$, $A''' = C'A$, &c. on aura des

équations déterminées, d'où on tirera définitivement

$$f^n + af^{n-1} + bf^{n-2} \ldots\ldots + p = 0$$
$$C = a'f^{n-1} + b'f^{n-2} \ldots\ldots + p'$$
$$C' = a''f^{n-1} + b''f^{n-2} \ldots\ldots + p''$$

& ainſi de ſuite.

Chaque valeur de f donne une valeur des facteurs, & par conſéquent une intégrale de la propoſée de l'ordre immédiatement inférieur d'une unité, & le nombre de ces valeurs eſt ſuffiſant pour en donner toutes les intégrales finies, ſi toutes ſont inégales. S'il y en a deux égales, au lieu de $A = ef^x$, on fera $d^2A + adA + bA = 0$; d'où $A = ef^x (a + bx)$, au lieu de deux valeurs de ef^x on prendra ef^x & xef^x, & on aura $A' = C'ef^x + D'xef^x$ &c. s'il y en a trois égales, on fera de même $d^3A + ad^2A + b^2dA + CA = 0$, & pour une ſolution $A = ef^x\, a + bx + cx^2)$; au lieu de trois valeurs de cf^x on prendra ef^x, xef^x, $x^2\, ef^x$ & on aura $A' = C'A + D'dA$, $A' = C''A + D''dA + E''d^2A$ & ainſi de ſuite pour un plus grand nombre de racines égales.

On peut ſe diſpenſer ici de ſuppoſer les propoſées multipliées par des facteurs; en effet, prenant $e^{fx}Z$, Z étant une fonction de toutes les variables du degré m' & de l'ordre $n - 1$; la différentiant & y mettant pour les plus hautes différences leurs valeurs rationnelles & entières, tirées des propoſées, on n'aura qu'à égaler à zéro ces coëfficiens pour déterminer ainſi ceux de Z, & enfin f; chaque valeur de f donnera une ſolution, & ſi af a pluſieurs valeurs égales, on prendra e^{fx} pour une valeur, xe^{fx} pour une autre, x^2c^{fx} pour une troiſième, & on déterminera en

conséquence les coëfficiens de Z; cette dernière manière est facile à réduire en formule pour chaque cas particulier.

3.° Le degré au-dessus duquel on néglige étant m', & ayant mn intégrales entre les mn variables & x, j'aurai pour chaque variable une équation entre x & elle du degré m'^{mn}, & chaque coëfficient de y en x sera composé de m'^{mn-1} termes e^{fx}, ou $(a+bx)\,e^{fx}$, $(a+bx+a)^2\,e^{fx}$, &c. ces derniers termes étant comptés pour 2, 3, &c.

4.° L'équation qui donnera f n'est point ici d'un degré égal à la somme des exposans des ordres des équations, mais au nombre des termes qui entrent dans une fonction de mn variables & du degré m' en sorte qu'il est égal à $+\frac{mn+1 \times mn+2 \times mn+3 \ldots\ldots mn+m'+1}{1,\,2,\,3,\,4 \ldots\ldots m'}$, mn valeurs de f donneront une valeur finie de chaque variable en x par une équation du degré m'^{mn}, & toutes ces valeurs en donneront une linéaire; mais la première n'aura que mn arbitraires, & la seconde en aura $\frac{+mn+1 \times mn+2 \ldots\ldots + mn+m'+1}{1,\,2,\,3 \ldots\ldots m'}$; de même si on prend les proposées mises sous une telle forme que les plus hautes différences n'aient que des coëfficiens constans; les différentiant, mettant à la place de ces plus hautes différences leurs valeurs prises des proposées, & ainsi de suite, en négligeant toujours les termes au-dessus de m', on trouvera un nombre d'équations de différens ordres, assez grand pour faire évanouir tous les termes au-dessus du premier degré, & la somme des ordres dans toutes les équations linéaires qui en résulteront, sera comme ci-dessus $\frac{mn+1 \ldots\ldots + mn+m'+1}{1,\,2,\,3 \ldots\ldots m'}$, & il y aura dans la valeur de chaque variable en x un pareil nombre d'arbitraires. Cette dernière manière de résoudre ces équations a été donnée par M. d'Alembert dans ses Opuscules, pour le cas d'une seule équation & d'une seule variable; mais il étoit aisé de voir qu'elle s'étend en général au cas de m équations & de m variables.

ARTICLE VI.

Du Problème des trois Corps.

SECTION PREMIÈRE.

Du mouvement de deux Corps autour d'un troisième, lorsque le milieu est sans résistance, & qu'on cherche une solution rigoureuse.

Le corps autour duquel les autres se meuvent étant à l'origine des coordonnées, appelant x, y, z celles du corps dont la masse est M; x', y', z' celles du corps dont la masse est M', M'' la masse du corps auquel on rapporte le mouvement immobile, F la distance entre M & M', F' la distance entre M & M'' & $F_{,}$ la distance entre M' & M''; faisant $F^3 = \frac{1}{f}$, $F'^3 = \frac{1}{f'}$, $F_{,}^3 = \frac{1}{f_{,}}$, & dt désignant l'élément constant du temps, on aura les quinze équations.

(B) $dX + M'fxdt - M'fx'dt + M''f'xdt + Mf'xdt + M'f_{,}x'dt = 0.$

(B') $dY + M'fydt - M'fydt + M''f'ydt + Mf'ydt + M'f_{,}y'dt = 0.$

(B'') $dZ + M'fzdt - M'fz'dt + M''f'zdt + Mf'zdt + M'f_{,}z'dt = 0.$

(B''') $dX' + (Mfx' - Mfx + M''f_{,}x')dt + M'f_{,}x'dt + Mf'xdt = 0.$

(B^iv) $dY' + (Mfy' - Mfy + M''f_{,}y')dt + M'f_{,}y'dt + Mf'ydt = 0.$

(B^v) $dZ + (Mfy' - Mfy + M''f_{,}y'dt) + M'f_{,}z'dt + Mfz'dt = 0.$

$(B^{VI})\ dx - Xdt = 0.$

$(B^{VII})\ dy - Ydt = 0.$

$(B^{VIII})\ dz - Zdt = 0.$

$(B^{IX})\ dx' - X'dt = 0.$

$(B^{X})\ dy' - Y'dt = 0.$

$(B^{XI})\ dz' - Z'dt = 0.$

$(B^{XII})\ [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2] \times df + [(3x - 3x')(X - X') + (3y - 3y')(Y - Y') + (3z - 3z')(Z - Z')] \times fdt = 0.$

$(B^{XIII})\ (x^2 + y^2 + z^2)\ df' + (3xX + 3yY + 3zZ)\ f'dt = 0.$

$(B^{XIV})\ (x'^2 + y'^2 + z'^2)\ df_, + (3x'X' + 3y'Y' + 3z'Z')\ f_,dt = 0.$

Je les multiplie chacune successivement par un facteur $A, A', A'' \ldots A^{XIV}$, & j'ai les quinze équations de condition;

1. $B\frac{dA}{dX} + B'\frac{dA'}{dX} + B''\frac{dA''}{dX} + B'''\frac{dA'''}{dX} + B^{IV}\frac{dA^{IV}}{dX} + B^{V}\frac{dA^{V}}{dX} + B^{VI}\frac{dA^{VI}}{dX} - A^{VI}dt + B^{VII}\frac{dA^{VII}}{dX} + B^{VIII}\frac{dA^{VIII}}{dX} + B^{IX}\frac{dA^{IX}}{dX} + B^{X}\frac{dA^{X}}{dX} + B^{XI}\frac{dA^{XI}}{dX} + B^{XII}\frac{dA^{XII}}{dX} + (3x - 3x')\,A^{XII}fdt + B^{XIII}\frac{dA^{XIII}}{dX} + 3xA^{XIII}f'dt - dA = 0.$

2. $B\frac{dA}{dY} + B'\frac{dA'}{dY} + B''\frac{dA''}{dY} + B'''\frac{dA'''}{dY} + B^{IV}\frac{dA^{IV}}{dY} + B^{V}\frac{dA^{V}}{dY} + B^{VI}\frac{dA^{VI}}{dY} + B^{VII}\frac{dA^{VII}}{dY} + B^{VIII}\frac{dA^{VIII}}{dY} + B^{IX}\frac{dA^{IX}}{dY} + B^{X}\frac{dA^{X}}{dY} + B^{XI}\frac{dA^{XI}}{dY} + B^{XII}\frac{dA^{XII}}{dY}$

$$+ (3y - 3y')\, A^{xii} f dt + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dY} + 3y\, A^{xiii} f' dt$$

$$+ B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dY} - A^{vii} dt - dA' = 0.$$

$$3.\quad B \frac{dA}{dZ} + B' \frac{dA'}{dZ} + B'' \frac{dA''}{dZ} + B''' \frac{dA'''}{dZ} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dZ}$$

$$+ B^{v} \frac{dA^{v}}{dZ} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dZ} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dZ} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dZ}$$

$$+ B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dZ} + B^{x} \frac{dA^{x}}{dZ} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dZ} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dZ}$$

$$+ (3z - 3z')\, A^{xii} f dt + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dZ} + 3z A^{xiv} f' dt$$

$$+ B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dZ} - A^{viii} dt - dA'' = 0.$$

$$4.\quad B \frac{dA}{dX'} + B' \frac{dA'}{dX'} + B'' \frac{dA''}{dX'} + B''' \frac{dA'''}{dX'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dX'}$$

$$+ B^{v} \frac{dA^{v}}{dX'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dX'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dX'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dX'}$$

$$+ B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dX'} + B^{x} \frac{dA^{x}}{dX'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dX'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dX'}$$

$$+ (3x' - 3x)\, A^{xii} f dt + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dX'} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dX'}$$

$$+ 3x' A^{xiv} f_{,} dt - A^{ix} dt - dA''' = 0.$$

$$5.\quad B \frac{dA}{dY'} + B' \frac{dA'}{dY'} + B'' \frac{dA''}{dY'} + B''' \frac{dA'''}{dY'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dY'}$$

$$+ B^{v} \frac{dA^{v}}{dY'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dY'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dY'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dY'}$$

$$+ B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dY'} + B^{x} \frac{dA^{x}}{dY'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dY'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dY'}$$

$$+ (3y' - 3y)\, A^{xii} f dt + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dY'} + B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dY'}$$

$$+ 3y' A^{xiv} f_{,} dt - A^{x} dt - dA^{iv} = 0.$$

$$6.\quad B \frac{dA}{dZ'} + B' \frac{dA'}{dZ'} + B'' \frac{dA''}{dZ'} + B''' \frac{dA'''}{dZ'} + B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dZ'}$$

$$+ B^{v} \frac{dA^{v}}{dZ'} + B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dZ'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dZ'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dZ'}$$

$$+ B^{IX}\frac{dA^{IX}}{dZ'} + B^{X}\frac{dA^{X}}{dZ'} + B^{XI}\frac{dA^{XI}}{dZ'} + B^{XII}\frac{dA^{XII}}{dZ'}$$
$$+ (3z' - 3z)A^{XII}fdt + B^{XIII}\frac{dA^{XIII}}{dZ'} + B^{XIV}\frac{dA^{XIV}}{dZ'}$$
$$+ 3z'A^{XIV}f_{,}dt + A^{XI}dt - dA^{V} = 0.$$

7. $$B\frac{dA}{dx} + A\frac{dB}{dx} + B'\frac{dA'}{dx} + B''\frac{dA''}{dx} + B'''\frac{dA'''}{dx}$$
$$+ A'''\frac{dB'''}{dx} + B^{IV}\frac{dA^{IV}}{dx} + B^{V}\frac{dA^{V}}{dx} + B^{VI}\frac{dA^{VI}}{dx}$$
$$+ B^{VII}\frac{dA^{VII}}{dx} + B^{VIII}\frac{dA^{VIII}}{dx} + B^{IX}\frac{dA^{IX}}{dx} + B^{X}\frac{dA^{X}}{dx}$$
$$+ B^{XI}\frac{dA^{XI}}{dx} + B^{XII}\frac{dA^{XII}}{dx} + (3X - 3X')A^{XII}fdt$$
$$+ B^{XIII}\frac{dA^{XIII}}{dx} + 3XA^{XIII}f'dt - dA^{VI} +$$
$$(2x - 2x')A^{XII}df + 2xA^{XIII}df' = 0.$$

8. $$B\frac{dA}{dy} + B'\frac{dA'}{dy} + A'\frac{dB'}{dy} + B''\frac{dA''}{dy} + B'''\frac{dA'''}{dy}$$
$$+ B^{IV}\frac{dA^{IV}}{dy} + A^{IV}\frac{dB^{IV}}{dy} + B^{V}\frac{dA^{V}}{dy} + B^{VI}\frac{dA^{VI}}{dy}$$
$$+ B^{VII}\frac{dA^{VII}}{dy} + B^{VIII}\frac{dA^{VIII}}{dy} + B^{IX}\frac{dA^{IX}}{dy} + B^{X}\frac{dA^{X}}{dy}$$
$$+ B^{XI}\frac{dA^{XI}}{dy} + B^{XII}\frac{dA^{XII}}{dy} + (3Y - 3Y')A^{XII}fdt$$
$$+ B^{XIII}\frac{dA^{XIII}}{dy} + 3XA^{XIII}f'dt + B^{XIV}\frac{dA^{XIV}}{dy} - dA^{VII}$$
$$+ (2y - 2y')A^{XII}df + 2YA^{XIII}df' = 0.$$

9. $$B\frac{dA}{dz} + B'\frac{dA'}{dz} + B''\frac{dA''}{dz} + A''\frac{dB''}{dz}$$
$$+ B'''\frac{dA'''}{dz} + B^{IV}\frac{dA^{IV}}{dz} + B^{V}\frac{dA^{V}}{dz} + A^{V}\frac{dB^{V}}{dz} + B^{VI}\frac{dA^{VI}}{dz}$$
$$+ B^{VII}\frac{dA^{VII}}{dz} + B^{VIII}\frac{dA^{VIII}}{dz} + B^{IX}\frac{dA^{IX}}{dz} + B^{X}\frac{dA^{X}}{dz}$$
$$+ B^{XI}\frac{dA^{XI}}{dz} + B^{XII}\frac{dA^{XII}}{dz} + (3Z - 3Z')A^{XII}fdt$$

$$+ B^{xiii}\frac{dA^{xiii}}{dz} + 3XA^{xiii}f'dt - dA^{viii} + (2z - 2z') - A^{xii}df + 2zA^{xiii}df = 0.$$

10. $$B\frac{dA}{dx'} + A\frac{dB}{dx'} + B'\frac{dA'}{dx'} + B''\frac{dA''}{dx'} + B'''\frac{dA'''}{dx'} + A'''\frac{dB'''}{dx'} + B^{iv}\frac{dA^{iv}}{dx'} + B^{v}\frac{dA^{v}}{dx'} + B^{vi}\frac{dA^{vi}}{dx'} + B^{vii}\frac{dA^{vii}}{dx'} + B^{viii}\frac{dA^{viii}}{dx'} + B^{ix}\frac{dA^{ix}}{dx'} + B^{x}\frac{dA^{x}}{dx'} + B^{xi}\frac{dA^{xi}}{dx'} + B^{xii}\frac{dA^{xii}}{dx'} + (3X' - 3X)A^{xii}fdt + B^{xiii}\frac{dA^{xiii}}{dx'} + B^{xiv}\frac{dA^{xiv}}{dx'} + 3X'A^{xiv}f_{,}dt - dA^{ix} + (2x' - 2x)A^{xii}df + 2x'A^{xi}{}'df_{,} = 0.$$

11. $$B\frac{dA}{dy'} + B'\frac{dA'}{dy'} + A'\frac{dB'}{dy'} + B''\frac{dA''}{dy'} + B'''\frac{dA'''}{dy'} + B^{iv}\frac{dA^{iv}}{dy'} + A^{iv}\frac{dB^{iv}}{dy'} + B^{v}\frac{dA^{v}}{dy'} + B^{vi}\frac{dA^{vi}}{dy'} + B^{vii}\frac{dA^{vii}}{dy'} + B^{viii}\frac{dA^{viii}}{dy'} + B^{ix}\frac{dA^{ix}}{dy'} + B^{x}\frac{dA^{x}}{dy'} + B^{xi}\frac{dA^{xi}}{dy'} + B^{xii}\frac{dA^{xii}}{dy'} + (3Y' - 3Y)A^{xii}dft + (2Y' - 2Y)A^{xii}df + B^{xiii}\frac{dA^{xiii}}{dy'} + B^{xiv}\frac{dA^{xiv}}{dy'} + 3Y'A^{xiv}f_{,}dt + 2Y'A^{xiv}df - dA^{x} = 0.$$

12. $$B\frac{dA}{dz'} + B'\frac{dA'}{dz'} + B''\frac{dA''}{dz'} + A''\frac{dB''}{dz'} + B'''\frac{dA'''}{dz'} + B^{iv}\frac{dA^{iv}}{dz'} + B^{v}\frac{dA^{v}}{dz'} + A^{v}\frac{dB^{v}}{dz'} + B^{vi}\frac{dA^{vi}}{dz'} + B^{vii}\frac{dA^{vii}}{dz'} + B^{viii}\frac{dA^{viii}}{dz'} + B^{ix}\frac{dA^{ix}}{dz'} + B^{x}\frac{dA^{x}}{dz'} + B^{xi}\frac{dA^{xi}}{dz'} + B^{xii}\frac{dA^{xii}}{dz'} + (3Z' - 3Z)A^{xii}fdt + (2z' - 2z)A^{xii}df + B^{xiii}\frac{dA^{xiii}}{dz'} + B^{xiv}\frac{dA^{xiv}}{dz'} + 3Z'A^{xiv}f_{,}dt + 2zA^{xiv}df - dA^{xi} = 0.$$

13.

13. $B\frac{dA}{df} + A\frac{dB}{df} + B'\frac{dA'}{df} + A'\frac{dB'}{df} + B''\frac{dA''}{df}$
$+ A''\frac{dB''}{df} + B'''\frac{dA'''}{df} + A'''\frac{dB'''}{df} + B^{\text{IV}}\frac{dA^{\text{IV}}}{df}$
$+ A^{\text{IV}}\frac{dB^{\text{IV}}}{df} + B^{\text{V}}\frac{dA^{\text{V}}}{df} + A^{\text{V}}\frac{dB^{\text{V}}}{df} + B^{\text{VI}}\frac{dA^{\text{VI}}}{df}$
$+ B^{\text{VII}}\frac{dA^{\text{VII}}}{df} + B^{\text{VIII}}\frac{dA^{\text{VIII}}}{df} + B^{\text{IX}}\frac{dA^{\text{IX}}}{df} + B^{\text{X}}\frac{dA^{\text{X}}}{df}$
$+ B^{\text{XI}}\frac{dA^{\text{XI}}}{df} + B^{\text{XII}}\frac{dA^{\text{XII}}}{df} + (3x - 3x') \times (X - X')A^{\text{XII}}dt$
$+ (3y - 3y') \times (Y - Y')A^{\text{XII}}dt + (3z - 3z')$
$\times (Z - Z')A^{\text{XII}}dt + B^{\text{XIII}}\frac{dA^{\text{XIII}}}{df} + B^{\text{XIV}}\frac{dA^{\text{XIV}}}{df}$
$- A^{\text{XII}}[(2x - 2x') \times (dx - dx') + (2y - 2y')$
$\times (dy - dy') + (2z - 2z') \times (dz - dz')]$
$+ [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z'^2)]\,dA^{\text{XII}} = 0.$

14. $B\frac{dA}{df'} + A\frac{dB}{df'} + B'\frac{dA'}{df'} + A'\frac{dB'}{df'} + B''\frac{dA''}{df'}$
$+ A''\frac{dB''}{df'} + B'''\frac{dA'''}{df'} + A'''\frac{dB'''}{df'} + B^{\text{IV}}\frac{dA^{\text{IV}}}{df'}$
$+ A^{\text{IV}}\frac{dB^{\text{IV}}}{df'} + B^{\text{V}}\frac{dA^{\text{V}}}{df'} + A^{\text{V}}\frac{dB^{\text{V}}}{df'} + B^{\text{VI}}\frac{dA^{\text{VI}}}{df'}$
$+ B^{\text{VII}}\frac{dA^{\text{VII}}}{df'} + B^{\text{VIII}}\frac{dA^{\text{VIII}}}{df'} + B^{\text{IX}}\frac{dA^{\text{IX}}}{df'} + B^{\text{X}}\frac{dA^{\text{X}}}{df'}$
$+ B^{\text{XI}}\frac{dA^{\text{XI}}}{df'} + B^{\text{XII}}\frac{dA^{\text{XII}}}{df'} + B^{\text{XIII}}\frac{dA^{\text{XIII}}}{df'}$
$+ (xX + yY + zZ)^3 A^{\text{XIII}}dt + B^{\text{XIV}}\frac{dA^{\text{XIV}}}{df'}$
$+ (x^2 + y^2 + z^2)\,dA^{\text{XIII}} - A^{\text{XIII}}(2x\,dx + 2y\,dy$
$+ 2z\,dz) = 0.$

15. $B\frac{dA}{df_{,}} + A\frac{dB}{df_{,}} + B'\frac{dA'}{df_{,}} + A'\frac{dB'}{df_{,}} + B''\frac{dA''}{df_{,}}$
$+ A''\frac{dB''}{df_{,}} + B'''\frac{dA'''}{df_{,}} + A'''\frac{dB'''}{df_{,}} + B^{\text{IV}}\frac{dA^{\text{IV}}}{df_{,}} + A^{\text{IV}}\frac{dB^{\text{IV}}}{df_{,}}$
$+ B^{\text{V}}\frac{dA^{\text{V}}}{df_{,}} + A^{\text{V}}\frac{dB^{\text{V}}}{df_{,}} + B^{\text{VI}}\frac{dA^{\text{VI}}}{df_{,}} + B^{\text{VII}}\frac{dA^{\text{VII}}}{df}$

$$+ B^{VIII} \frac{dA^{VIII}}{df_{,}} + B^{IX} \frac{dA^{IX}}{df_{,}} + B^{X} \frac{dA^{X}}{df_{,}} + B^{XI} \frac{dA^{XI}}{df_{,}}$$
$$+ B^{XII} \frac{dA^{XII}}{df_{,}} + B^{XIII} \frac{dA^{XIII}}{df_{,}} + B^{XIV} \frac{dA^{XIV}}{df_{,}} + 3 A^{XIV}$$
$$(x'X' + y'Y' + z'Z')\,dt - (x'^2 + y'^2 + z'^2)\,dA^{XIV}$$
$$- A^{XIV} (2x'dx' + 2y'dy' + 2z'dz') = 0.$$

On remarquera enſuite, 1.° qu'on pourra ſuppoſer qu'au moins une des valeurs des A ne contient pas t; 2.° qu'on connoît immédiatement trois intégrales telles qu'on en tire à volonté une des variables qui y entrent, égale à une fonction des autres, puiſque toutes trois ſont algébriques, ce qui facilitera la détermination des intégrales définitives; 3.° ſi je multiplie l'équation B par $\frac{y}{M'} + \frac{y - y'}{M''}$, l'équation B' par $\frac{x' - x}{M''} - \frac{x}{M'}$, l'équation B''' par $\frac{y'}{M} + \frac{y' - y}{M''}$, l'équation B^{IV} par $\frac{x - x'}{M''} - \frac{x'}{M}$, l'équation B^{VI} par $-\frac{Y}{M'} + \frac{Y' - Y}{M''}$, B^{VII} par $+\frac{X}{M'} - \frac{X' - X}{M''}$, B^{IX} par $-\frac{Y'}{M} + \frac{Y - Y'}{M''}$ & B^{X} par $+\frac{X'}{M} - \frac{X - X'}{M''}$, on aura une équation intégrable, dont l'intégrale ſera $\frac{yX - Yx}{M'} + \frac{y'X' - Y'x'}{M} + \frac{y'X' - y'X - yX' + yX - Y'x' + Y'x + Y'x - Yx}{M''} - N = 0$; N étant une arbitraire, & comme au lieu de x, y; x' y' on peut prendre également x, z; x', z' ou y, z; y' z', on aura trois intégrales ſemblables.

De même ſi je multiplie les équations B par $\frac{X}{M'} + \frac{X' - X}{M''}$, B''' par $\frac{X'}{M} + \frac{X - X'}{M''}$, les équations B', B^{IV} par $\frac{Y}{M'} + \frac{Y' - Y}{M''}$, $\frac{Y'}{M} + \frac{Y - Y'}{M''}$, B'', B^{V} par $\frac{Z}{M'} + \frac{Z' - Z}{M''}$, $\frac{Z'}{M} + \frac{Z - Z'}{M''}$, l'équation B^{XII} par $-(M + M' + M'')$

$\frac{1}{M''f^{\frac{1}{3}}}$, B^{xiii} par $-(M + M' + M'')\frac{1}{M'f'^{\frac{1}{3}}}$ & B^{xiv} par $-(M + M' + M'')\frac{1}{Mf_{,}^{\frac{1}{3}}}$; & on aura en les ajoutant, une fonction intégrable dont l'intégrale sera

$$\frac{X^2+Y^2+Z^2}{2M'} + \frac{X'^2+Y'^2+Z'^2}{2M} + \frac{(X-X')^2+(Y'-Y)^2+(Z'-Z)^2}{2M''}$$

$$-(M+M'+M'')\left(\frac{1}{M''f^{\frac{1}{3}}} + \frac{1}{M'f'^{\frac{1}{3}}} + \frac{1}{Mf_{,}^{\frac{1}{3}}}\right)$$

$+ N = 0$, N étant une arbitraire. Je dois à un Ouvrage manuscrit d'un très-grand Géomètre, cette manière de trouver ces quatre intégrales.

Cela posé, puisque les A sont des fonctions algébriques & qu'on peut avoir huit intégrales différentes, outre les sept déjà connues par ce qui précède; on trouvera, par la même méthode que dans l'article troisième, que l'on doit prendre une équation de la forme $aR^9 + bR^8 + cR^7 \ldots\ldots\ldots qR^2 + rR + s = 0$, que $A^p + R = 0$ & $A' = A.\ a' + b'R + c''R^2 \ldots\ldots + q'R^8$, $A'' = A + b''R + c''R^2 \ldots\ldots\ldots + q''R^8$ & ainsi de suite. On fera $dR = a_{,} + b_{,}R + c_{,}R^2 \ldots\ldots + q_{,}R^8$ & on aura $RdR = -\frac{sq_{,}}{a} - \left(\frac{rq_{,}}{a} - a_{,}\right)R - \left(\frac{qq_{,}}{a} - b_{,}\right)R^2 \ldots\ldots + p_{,} - \frac{bq_{,}}{a}R^8, R^2dR = \frac{bq_{,}s}{a^2} - \frac{p_{,}s}{a} + \left(\frac{bq_{,}r}{a^2} - \frac{p_{,}r}{a} - \frac{sq_{,}}{a}\right)R \ldots\ldots$ On voit de-là comment tous ces termes se forment les uns des autres, & par conséquent dès qu'on aura une fois l'expression de dR & par conséquent de $\frac{dR}{dy}$, $\frac{dR}{dx}$, $\frac{dR}{dz}$, &c. on aura des équations qui ne contiendront plus que des puissances de R au-dessous de 9, & des fonctions rationnelles & entières. Comme ces équations sont identiques, on sera obligé de faire égaux à zéro les coëfficiens de chacune des différences qui restent dans les équations de

condition. Les coëfficiens de chaque puiſſance de R doivent auſſi être égales à zéro dans chacune. On a ſuppoſé ici que l'on pouvoit regarder les facteurs comme donnés par des équations du degré 9 ou du degré indéfini 8^p, pourvu que l'équation en A^p fût du huitième; mais ſi on doit la ſuppoſer du degré $2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 3 . p$, l'équation en A^p étant du $2 . 3 . . . 8 . 3$, la ſolution du problème deviendra d'une bien plus grande complication. Or comme nous l'avons déjà obſervé, nous n'avons encore aucune raiſon bien démontrée de croire que cette dernière forme plus générale ne ſoit jamais néceſſaire. Au reſte il ſuffira ici de connoître ſeulement huit valeurs des facteurs, puiſqu'on connoît déjà ſept facteurs de quinze que le Problème exigeoit, & il faut que ces huit valeurs donnent des intégrales différentes & telles que l'élimination des différences ſoit poſſible.

Puiſque les quinze équations ſont identiques, on peut trouver chacun de A égale à une fonction d'un autre A qui reſteroit indéterminé; mais cette fonction ſeroit donnée par une équation beaucoup plus compliquée; d'ailleurs on trouvera de même ici à chaque opération tous les coëfficiens donnés en un ſeul qui reſtera à déterminer par une ou pluſieurs équations.

DEUXIÈME SECTION.

Du Problème des trois corps dans les mêmes hypothèſes, en ſuppoſant de plus un milieu réſiſtant, comme le quarré de la vîteſſe, & 1.° d'une denſité uniforme, 2.° d'une denſité proportionnelle à une puiſſance de la diſtance du Soleil.

PREMIÈRE HYPOTHÈSE. *Denſité uniforme.*

Si l'on veut réſoudre ici ce problème dans toute ſa rigueur, on verra qu'il ne ſuffit pas de connoître l'orbite relative de chaque corps, mais qu'il faut connoître ſon orbite abſolue, ce qui donne d'abord vingt-une équations & vingt-une variables au lieu de quinze; on verra de plus qu'il faut ajouter pour chaque corps M, M' & M'' dans chaque équation, au coëfficient de dt une quantité

NrX, ou NrY, &c. ou $N'r'X'$, &c. ou $N''r''X''$, &c. ou N eſt une conſtante dépendante du volume de chaque corps & r étant tel qu'on ait $r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$, & de même pour chaque corps; ce qui ſera en différentiant pour éviter les irrationnalités, vingt-quatre équations qui auront ſeulement ſix intégrales connues. Mais on voit d'abord que ſi la denſité uniforme eſt très-petite, on pourra regarder le changement qui a lieu dans le mouvement réel du Soleil, comme abſolument négligeable, & dans ce cas il ſuffira d'ajouter à l'équation $(B) - NXrdt$, à $(B') - NYrdt$, à $(B'') - NZrdt$, à $(B''') - N'X'r'dt$, à $(B^{\text{IV}}) - N'Y'r'dt$, & à $(B^{\text{VI}}) - N'Z'r'dt$, & l'on aura de plus les deux équations

$$(B^{\text{XV}})\; rdr - XdX - YdY - ZdZ = 0,$$
$$(B^{\text{XVI}})\; r'dr' - X'dX' - Y'dY' - Z'dZ' = 0.$$

ainſi d'abord on ajoutera aux quinze équations du Problème, à cauſe de $A^{\text{XV}}B^{\text{XV}} + A^{\text{XVI}}B^{\text{XVI}}$ qu'il faut ajouter à la fonction qui devient une différentielle exacte, $B^{\text{XV}}\frac{dA^{\text{XV}}}{dX} + B^{\text{XVI}}\frac{dA^{\text{XVI}}}{dX}$ pour la première, $B^{\text{XV}}\frac{dA^{\text{XV}}}{dY} + B^{\text{XVI}}\frac{dA^{\text{XVI}}}{dY}$ pour la ſeconde, & ainſi de ſuite; de plus ſi on ajoute aux ſix premières équations

$- NArdt + (dA^{\text{XV}}X)$ pour la première,
$- NA'rdt + (dA^{\text{XV}}Y)$ pour la ſeconde,
$- NA''rdt + (dA^{\text{XV}}Z)$ pour la troiſième,
$- NA'''rdt + (dA^{\text{XVI}}X')$ pour la quatrième,
$- N'A^{\text{IV}}rdt + (dA^{\text{XVI}}Y')$ pour la cinquième,
$- N'A^{\text{V}}r'dt + (dA^{\text{XVI}}Z')$ pour la ſixième,

on aura enſuite les deux équations

$$16.\; B\frac{dA}{dr} - NXAdt + B'\frac{dA'}{dr} - NYA'dt + B''\frac{dA''}{dr}$$
$$- NZA''dt + B'''\frac{dA'''}{dr} + B^{\text{IV}}\frac{dA^{\text{IV}}}{dr} + B^{\text{V}}\frac{dA^{\text{V}}}{dr}$$
$$+ B^{\text{VI}}\frac{dA^{\text{VI}}}{dr} + B^{\text{VII}}\frac{dA^{\text{VII}}}{dr} + B^{\text{VIII}}\frac{dA^{\text{VIII}}}{dr} + B^{\text{IX}}\frac{dA^{\text{IX}}}{dr}$$

$$+ B^{x} \frac{dA^{x}}{dr} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dr} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dr} + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dr}$$
$$+ B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dr} + B^{xv} \frac{dA^{xv}}{dr} - A^{xv} dr - r dA^{xv}$$
$$+ B^{xvi} \frac{dA^{xvi}}{dr} = 0.$$

17. $$B \frac{dA}{dr'} + B' \frac{dA'}{dr'} + B'' \frac{dA''}{dr'} + B''' \frac{dA'''}{dr'} - N'X'dA''' dt$$
$$+ B^{iv} \frac{dA^{iv}}{dr'} + N'Y'A^{iv}dt + B^{v} \frac{dA^{v}}{dr'} - N'Z'A^{v}dt$$
$$+ B^{vi} \frac{dA^{vi}}{dr'} + B^{vii} \frac{dA^{vii}}{dr'} + B^{viii} \frac{dA^{viii}}{dr'} + B^{ix} \frac{dA^{ix}}{dr'}$$
$$+ B^{x} \frac{dA^{x}}{dr'} + B^{xi} \frac{dA^{xi}}{dr'} + B^{xii} \frac{dA^{xii}}{dr'} + B^{xiii} \frac{dA^{xiii}}{dr'}$$
$$+ B^{xiv} \frac{dA^{xiv}}{dr'} + B^{xv} \frac{dA^{xv}}{dr'} + B^{xvi} \frac{dA^{xvi}}{dr'} - A^{xvi} dr'$$
$$- r' dA^{xvi} = 0.$$

Enfin il eſt clair que l'on a ici immédiatement cinq équations intégrales algébriques, mais les quatre intégrales trouvées ci-deſſus n'auront plus lieu, ainſi il en reſtera douze à trouver, ce qui augmentera le degré de l'équation au ſacteur, & de plus le nombre des variables ſera augmenté de deux.

DEUXIÈME HYPOTHÈSE. *Le milieu réſiſtant comme une puiſſance indéterminée de la diſtance au Soleil.*

Dans ce cas, la réſiſtance étant ou nulle ou infinie pour le Soleil, on pourra ou en faire abſtraction, ou le ſuppoſer immobile dans le premier cas.

On aura ici à ajouter aux ſix premières équations $- NRrXdt$ pour (B) $- NRrYdt$ pour (B') $- NRrZdt$ pour (B'') $- N'R'r'X'dt$ pour (B''') $- N'R'r'Y'dt$ pour (B^{iv}) $- N'R'r'Z'dt$ pour (B^{v}), & de plus deux équations $f'dR - nRdf' = 0$ (B^{xvii}) $f_{,}dR' - nR'df_{,} = 0$ (B^{xviii}); il faudra donc ajouter ici aux dix-ſept équations de condition, à cauſe des deux nouvelles équations

$B^{xvii} \frac{dA^{xvii}}{dX} + B^{xviii} \frac{dA^{xviii}}{dX}$ pour la première;

$B^{xvii} \frac{dA^{xvii}}{dY} + B^{xviii} \frac{dA^{xviii}}{dY}$ pour la ſeconde; & ainſi de ſuite; de plus on ajoutera aux ſix premières

$- NARrdt + XdA^{xv} + A^{xv}dX$ pour la première;

$- NA'Rrdt + YdA^{xv} + A^{xv}dY$ pour la ſeconde;

$- NA''Rrdt + ZdA^{xv} + A^{xv}dZ$ pour la troiſième;

$- N'A'''R'r'dt + X'dA^{xvi} + A^{xvi}dX'$ pour la quatrième;

$- N'R'r'A^{iv}dt + Y'dA^{xvi} + A^{xvi}dY'$ pour la cinquième, &

$- N'R'r'A^{v}dt + Z'dA^{xvi} + A^{xvi}dZ'$ pour la ſixième.

Enſuite on ajoutera à la quatorzième $+ (n + 1) A^{xvii}dR + nRdA^{xvii}$, & à la quinzième $+ (n + 1) A^{xviii}dR' + n'R'dA^{xviii}$. Enfin on aura les deux nouvelles équations

$$18.\ B\frac{dA}{dR} - NrXAdt + B'\frac{dA'}{dR} - NrYA'dt + B''\frac{dA''}{dR} - NrZA''dt + B'''\frac{dA'''}{dR} + B^{iv}\frac{dA^{iv}}{dR} + B^{v}\frac{dA^{v}}{dR} + B^{vi}\frac{dA^{vi}}{dR} + B^{vii}\frac{dA^{vii}}{dR} + B^{viii}\frac{dA^{viii}}{dR} + B^{ix}\frac{dA^{ix}}{dR} + B^{x}\frac{dA^{x}}{dR} + B^{xi}\frac{dA^{xi}}{dR} + B^{xii}\frac{dA^{xii}}{dR} + B^{xiii}\frac{dA^{xiii}}{dR} + B^{xiv}\frac{dA^{xiv}}{dR} + B^{xv}\frac{dA^{xv}}{dR} + B^{xvi}\frac{dA^{xvi}}{dR} + B^{xvii}\frac{dA^{xvii}}{dR} - (n+1)A^{xvii}df' - fdA^{xvii} + B^{xviii}\frac{dA^{xviii}}{dR} = 0.$$

$$19.\ B\frac{dA}{dR'} + B'\frac{dA'}{dR'} + B''\frac{dA''}{dR'} + B'''\frac{dA'''}{dR'} - N'r'X'A'''dt + B^{iv}\frac{dA^{iv}}{dR'} - N'r'Y'A^{iv}dt + B^{v}\frac{dA^{v}}{dR'} - N'Z'r'A^{v}dt + B^{vi}\frac{dA^{vi}}{dR'} + B^{vii}\frac{dA^{vii}}{dR'} + B^{viii}\frac{dA^{viii}}{dR'} + B^{ix}\frac{dA^{ix}}{dR'} + B^{x}\frac{dA^{x}}{dR'} + B^{xi}\frac{dA^{xi}}{dR'} + B^{xii}\frac{dA^{xii}}{dR'} + B^{xiii}\frac{dA^{xiii}}{dR'}$$

$$+ B^{xiv}\frac{dA^{xiv}}{dR'} + B^{xv}\frac{dA^{xv}}{dR'} + B^{xvi}\frac{dA^{xvi}}{dR'} + B^{xvii}\frac{dA^{xvii}}{dR'}$$
$$+ B^{xviii}\frac{dA^{xviii}}{dR'} - n + 1\, A^{xviii}df_{,} - f_{,}dA^{xviii} = 0.$$

L'on aura immédiatement ici ſept équations intégrales algébriques, ou du moins ſéparables, ſelon que n ſera rationnel ou irrationnel, & le nombre des intégrales non connues, reſtant toujours le même, & le reſte ſera dans le cas de la réſiſtance conſtante, le nombre des variables étant ſeulement encore augmenté de deux. Si le Soleil étoit ſuppoſé immobile, cette hypothèſe ne feroit d'autre changement que de ſimplifier les ſix premières équations.

Je crois devoir obſerver que j'aurai pu ſimplifier la ſolution indiquée ci-deſſus, quant au nombre des variables & des équations; en effet, 1.° au lieu des équations en $f, f', f_{,}; r, r_{,}$, & les variables connues, j'aurois pu n'en ſuppoſer qu'une ſeule qui contînt toutes les irrationnalités, l'appelant q j'aurois eu f, f', &c. égales à une fonction rationnelle de q & des variables, que j'aurois miſes dans les équations, au lieu de ces quantités, & je n'aurois plus eu que treize équations différentielles rationnelles, au lieu de 15, 17, 19. 2.° Dans le cas de la première ſection, où je connois quatre intégrales, j'aurois pu faire évanouir $X'\, x'$, $Y'\, y'$ immédiatement, & il me ſeroit reſté huit équations & huit variables, & comme une ſeule équation étant ajoutée ſuffit pour faire diſparoître toutes ces irrationnalités, ſans même qu'il ſoit beſoin de réſoudre les équations dont elles dépendent, au lieu de quinze ou treize équations & variables, il y eut eu ſeulement neuf équations & neuf variables, ces équations étant à la vérité plus compliquées, & le degré des équations aux facteurs reſtant le même dans tous les cas. Mais il faut remarquer de plus que ſi je ne fais aucune réduction, les x, y, z, &c. & les autres quantités entrent d'une même manière dans les équations, de même que les M, M', les équations étant ſemblables dans chaque claſſe. Cette ſymétrie peut ſervir beaucoup à ſimplifier les recherches.

Je n'eſſaierai point ici de pouſſer plus loin cette méthode qui paroîtra ſans doute impraticable; mais j'ai cru que cette eſquiſſe d'une

d'une ſolution directe & exacte d'un Problème ſi célèbre, ne déplairoit pas aux Géomètres, & qu'ils me ſauroient quelque gré de l'avoir ainſi réduite à des opérations purement élémentaires.

TROISIÈME SECTION.

Du Problème des trois Corps réſolu par approximation dans l'hypothèſe du vide.

En ſuppoſant toujours ici que le mouvement ſe fait autour de M'', on aura les ſix équations :

$$1.\ d\,.\,\frac{dr \cos. x - r \sin. x\,dx}{dt} + \frac{M'' r \cos. x\,dt}{f'^{\frac{3}{2}}} + \frac{M'r \cos. x - r' \cos. x'}{f^{\frac{3}{2}}}\,dt + \frac{M r \cos. x\,dt}{f'^{\frac{3}{2}}} + \frac{M' r' \cos. x\,dt}{f_{,}^{\frac{3}{2}}} = 0.$$

$$2.\ d\,.\,\frac{dr \sin. x + r \cos. x\,dx}{dt} + \frac{M'' r \sin. x\,dt}{f'^{\frac{3}{2}}} + \frac{M'r \sin. x - r' \sin. x'}{f^{\frac{3}{2}}}\,dt + \frac{M r \sin. x\,dt}{f'^{\frac{3}{2}}} + \frac{M' r' \sin. x\,dt}{f_{,}^{\frac{3}{2}}} = 0.$$

$$3.\ d\,.\,\frac{dz}{dt} + \frac{M'' z\,dt}{f'^{\frac{3}{2}}} + \frac{M'z - z'}{f^{\frac{3}{2}}}\,dt + \frac{M z\,dt}{f'^{\frac{3}{2}}} + \frac{M' z'\,dt}{f_{,}^{\frac{3}{2}}} = 0.$$

$$4.\ d\,.\,\frac{dr' \cos. x' - r' \sin. x'\,dx'}{dt} + \frac{M'' r' \cos. x'\,dt}{f_{,}^{\frac{3}{2}}} + \frac{M r' \cos. x' - r \cos. x}{f^{\frac{3}{2}}}\,dt + \frac{M' r' \cos. x'\,dt}{f_{,}^{\frac{3}{2}}} + \frac{M r \cos. x\,dt}{f'^{\frac{3}{2}}} = 0.$$

$$5.\ d\,.\,\frac{dr' \sin. x' + r' \cos. x'\,dx'}{dt} + \frac{M'' r' \sin. x'\,dt}{f_{,}^{\frac{3}{2}}} + \frac{M r' \sin. x' - r \sin. x}{f^{\frac{3}{2}}}\,dt + \frac{M' r' \sin. x'\,dt}{f_{,}^{\frac{3}{2}}} + \frac{M r \sin. x\,dt}{f'^{\frac{3}{2}}} = 0.$$

$$6.\ d\,.\,\frac{dz'}{dt} + \frac{M'' z'\,dt}{f_{,}^{\frac{3}{2}}} + \frac{M(z - z')}{f^{\frac{3}{2}}}\,dt + \frac{M' z'\,dt}{f_{,}^{\frac{3}{2}}} + \frac{M z\,dt}{f'^{\frac{3}{2}}} = 0.$$

$f\,f'\,f_{,}$ ſont ici les quarrés des diſtances des corps entr'eux, r & r' des rayons vecteurs pour la projection des orbites réelles ſur un même plan toujours parallèle à lui-même, qui paſſe par l'axe des x, & celui des y; z, & z' ſont les perpendiculaires abaiſſées ſur ce

plan, & $x_{,}$ & x' ſont les angles parcourus. Je ſuppoſe qu'on commence à les compter de la ligne des nœuds, lorſque les lignes des nœuds des deux orbites, avec le plan de projection, coïncident entr'elles ; c'eſt-à-dire que je prends, pour plan de projection, celui de l'orbite d'un des corps à un inſtant donné.

Suppoſant maintenant que les corps M & M' décrivent à peu près des ellipſes autour de M'', dans un même plan, le plan fixe étant celui où ſe meut à peu près M; on aura $r = \frac{A}{B + C \text{ coſ. } x} + R$, $z = Z$, $\frac{dt}{dx} = pr^2 + T$, ou $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{PR^2} + X$, $r = \frac{A'}{B' + C' \text{ coſ. } x'} + R'$, $z' = n r' \text{ ſin. } x' + Z' = \frac{n A' \text{ ſin. } x'}{B' + C' \text{ coſ. } x'} + n \text{ ſin. } x' R' + Z''$, $\frac{dt}{dx} = P' r'^2 + T$, ou bien $\frac{dx'}{dt} = \frac{1}{P' R^2} + X'$, ſelon qu'on préférera les hypothèſes de dt, dx ou dx' conſtans. Les ſix variables R, R'; Z, Z'; X, X'; ou T & T' reſteront très-petites, du moins pendant un long eſpace de temps, faiſant les ſubſtitutions ci-deſſus, j'aurai ſix équations où les différentielles de quatre premières variables monteront au ſecond ordre, celles des deux autres au premier, & qui, outre ces ſix variables, contiendront encore ſin. x, coſ. x; ſin. x', coſ. x'. On fera en ſorte que l'on ait deux équations contenant dX, dX'; ou dT & dT' ſans aucune des ſecondes différences; ce qui eſt facile, puiſqu'elles ſont toutes linéaires; on tirera de ces équations des valeurs de $f\frac{1}{2}$, $f'\frac{1}{2}$, $f_{,}\frac{1}{2}$, auſſi linéaires; on les ſubſtituera dans les quatre autres; on les fera diſparoître des deux premières, en quarrant; enſuite de ces deux premières, on tirera des valeurs de ſin. x', & coſ. x', qu'on ſubſtituera dans les quatre autres, & il en reſtera une cinquième, ſans différences ſecondes & contenant coſ. x; on la différentiera, & comparant, on aura coſ. x égal à une fonction rationnelle, qui contiendra ddX, ddX', ou ddT, ddT', & les ddr, ddr'; ddz, ddz'. On fera diſparoître ces différences ſecondes, par le moyen des équations qui les contiennent,

on ſubſtituera cette valeur dans les quatre équations; alors on différentiera de nouveau l'équation qu'on a en ddX, ddX', d^2T, ddT', pour avoir une deuxième valeur de coſ. x & l'éliminer; on aura une pareille équation & différentiant la valeur trouvée de coſ. x'', & éliminant; par-là on aura ſix équations linéaires, par rapport à $d^2R\,d^2R'$, ddz, ddz', d^3X, d^3X', ou d^3T, qui ne contiendront plus d'autres variables, & auxquelles la méthode ci-deſſus s'applique immédiatement. Après avoir donc rappelé à un même dénominateur les valeurs linéaires de toutes les plus hautes différences, & pris une fonction d'un ordre inférieur avec des coëfficiens indéterminés, dont chacun eſt multiplié par ef^x; l'avoir différentiée & comparée avec la propoſée; on aura, ſelon qu'on néglige les 2, 3, ... n degrés 12, $\frac{13 \times 14}{2}$ $+$ 12, ...12 $+$ $\frac{13 \times 14}{2}$ ... $\frac{+ 13 \times 14 \ldots 13 + n - 2}{1 \times 2 \times 3 \ldots\ldots\ldots n - 1}$ coëfficiens indéterminés donnés par des équations linéaires dont les coëfficiens ſeront de la forme $af + b$: a, b, étant des quantités connues, & 13, $\frac{13 \times 14}{1 \times 2}$ $+$ 13 ..... 13 $+$ $\frac{14 \times 15}{2}$ ..... $\frac{+ 13 \times 14 \ldots\ldots 13 + n - 2}{1 \times 2 \ldots\ldots n - 1}$ équations.

On voit qu'il y a dans cette ſolution autant d'arbitraires que de valeurs de f, & qu'il faudra les déterminer en général par autant d'obſervations. Mais 1.° on pourra obſerver que l'équation qu'on a eue pour que tout fut linéaire, donne une valeur $f = 0$, & la conſtante correſpondante auſſi égale à zéro. 2.° Si on ignore la valeur des maſſes, on peut employer pour les déterminer les obſervations priſes immédiatement; mais l'équation qui en réſulte pour les maſſes peut être très-élevée; ſi donc on veut, même ſans les connoître à peu près, les déterminer immédiatement par des obſervations, il faudroit en tirer des valeurs des équations ci-deſſus, & différentier chacune de ces valeurs; on auroit alors, en employant la méthode d'approximation de ce Mémoire, deux équations & deux variables de plus, & on connoîtroit trois

valeurs de $f = 0$, & les arbitraires à ajouter feroient telles qu'on auroit une fonction égale à M arbitraire, une à M', une à M'', & par conféquent on aura, d'après les obfervations, ces maffes par une équation linéaire. Par les mêmes moyens, fi l'on connoiffoit feulement que l'orbite approchée eft une ellipfe, & qu'on en ignorât les élémens, on pourroit également réfoudre le Problème des perturbations, & déterminer enfuite les élémens par les obfervations; ce qui, dans quelques cas, pourroit être utile dans la pratique.

Si dans les équations de cette fection l'on avoit eu égard à la réfiftance de l'éther, les équations n'auroient pas été plus compliquées, quant à l'ordre & au nombre des variables.

Si on vouloit avoir égard à la figure non-fphérique des corps, on auroit, en fuivant les mêmes procédés, des équations auxquelles la méthode s'appliqueroit immédiatement; mais leur nombre feroit 32, fi on négligeoit le fecond degré; 35 × 16 fi on ne négligeoit que le troifième, & par conféquent la valeur de chaque quantité très-petite auroit 32 termes dans le premier cas, & 35 × 16 dans le fecond.

En fuivant cette méthode, on trouvera que fi on a pour la quantité exponentielle f, une équation qui ait un nombre de racines inégales, égal à celui des variables, on pourra les avoir par des équations qui ne contiendront point d'arcs de cercle, quoique fi on prenoit les autres valeurs de f, on pût avoir des valeurs qui en continffent, & que dans les deux cas on eût négligé un même ordre de quantités. Les équations fans arcs ne pourront à la vérité donner que des valeurs non linéaires, & par conféquent il fera encore poffible qu'elles foient infinies, quoique l'équation qui les donne ne contienne que des finus & cofinus. *Voyez l'article V, page 211.*

Telle eft la folution approchée du Problème des trois corps, en confidérant en même temps & cherchant à déduire à la fois toutes les équations; mais fi pour éviter la complication qui refte encore dans cette hypothèfe, l'on veut confidérer à part chaque corps & féparer les équations dûes à la non-fphéricité du corps de celles qu'on a pour les perturbations de l'orbite, on aura des équations beaucoup moins compliquées, mais on remarquera

que si on se contente de négliger le second degré, le nombre total des équations sera le même dans les deux cas, & que si on pousse l'approximation plus loin, la méthode ci-dessus ne paroît plus sûre, sans compter que si on veut un même degré d'approximation pour toutes les quantités, l'autre ne sera pas moins compliquée.

Je finirai ce Mémoire par des remarques qui paroîtront peut-être étrangères à l'objet que j'y traite, mais qui peuvent être curieuses. De ce que j'ai dit ci-dessus, il suit, que supposant y une quantité très-petite & donnée par une équation inconnue en y & en t, on aura $y = e^{ft} + e^{f't} + e^{f''t} \ldots$ le nombre des f dépendant de l'ordre de l'équation en y & en t & du degré de y qu'on peut négliger. On pourra donc en prenant pour t des valeurs successives a, $2a$, $3a \ldots\ldots$ & les valeurs correspondantes de y, déterminer e^{fa}, $e^{f'a}$, $e^{f''a}$, & par conséquent e^{ft}, $e^{f't}$, $e^{f''t}$, &c. & la valeur générale de y; si cela ne se pouvoit pas & qu'on trouvât une valeur illusoire pour e^{fa}, on prendroit au lieu de la série précédente $y = e^{ft} + ate^{ft} + e^{f't}$ &c. ou bien $y = e^{ft}(1 + at + bt^2) + e^{f't} \ldots\ldots\ldots\ldots$ ainsi si l'on connoît seulement la puissance de y qu'il est possible de négliger, & l'ordre de l'équation qu'on peut avoir pour déterminer y, on aura la valeur par des observations sans connoître l'équation en elle-même.

L'ordre de l'équation se déduit de la nature du Problème & du nombre des arbitraires qui doivent y rester. Dès qu'on sait, par exemple, qu'un Problème ne contient pas de différences partielles, & qu'on connoît le nombre de quantités qui, déterminées pour chaque point & chaque instant, varient avec eux; on peut supposer l'ordre égal au nombre de ces quantités: cette manière de déduire des phénomènes les loix que la Nature nous cache, peut conduire à des calculs au-dessus de la patience & du courage des hommes; aussi la donnai-je ici moins comme une manière pratique de découvrir ces loix que comme un

exemple des ressources de l'analyse en elle-même, & de ce qu'on pourroit en attendre pour la connoissance de la Nature, si on trouvoit moyen de simplifier & d'abréger les méthodes de calculer.

La méthode des coëfficiens indéterminés, que j'ai employée ici pour la détermination du facteur des équations, devient une méthode directe toutes les fois qu'on a déterminé *à priori* la forme de la quantité cherchée. Cette méthode, qui s'applique à toutes les questions d'analyse, est par cela même souvent moins élégante & plus compliquée que toute autre méthode plus particulière, qui résolveroit également le Problème; mais aussi arrive-t-il quelquefois qu'il n'y en a point d'autre qui puisse le résoudre dans toute son étendue. Celui de la recherche du facteur est dans ce cas; en effet, si nous considérons une équation différentielle du second ordre où dx soit constant, il est aisé de voir que si V & V' sont les deux facteurs qui rendent la proposée une différentielle exacte, B & B' les deux intégrales correspondantes $(F B, B') V + (F' B, B') V'$, sera la valeur générale du facteur, avec cette seule condition que $\frac{d(F B, B')}{d B'} = \frac{d (F' B, B')}{d B}$.

Donc l'équation définitive du facteur sera à trois différences partielles. De quelque manière donc qu'on jugera à propos de considérer les conditions d'intégrabilité, ou elles limiteront la proposée à une forme particulière, ou on aura le facteur par une équation de cette étendue; & si au lieu du facteur on prend ou (l'équation étant mise sous la forme $ddy + addx + b$) une valeur de a inconnue & différente de $\frac{-dy}{dx}$, ou un terme qui, ajouté à la proposée, permettra de la regarder comme homogène, on aura encore un même résultat. Mais dans des cas particuliers; c'est-à-dire, si l'on suppose que le facteur ne contient pas $\frac{dy}{dx}$, ou que a soit donné & différent de $\frac{-dy}{dx}$, alors on pourra avoir des conditions d'intégrabilité qui donneront le

facteur par une équation beaucoup plus ſimple; parce que dans ces cas particuliers le nombre des variables qui entrent dans le facteur eſt diminué, ou bien qu'on l'aſſujettit à rendre la propoſée différentielle exacte du ſecond ordre; ce qui limite la forme générale du facteur. Ces deux cas ont été traités; celui du facteur ſans $\frac{-dy}{dx}$ par M. Bezout, & l'autre par M. Fontaine; mais il y auroit encore à faire ſur ce dernier pluſieurs obſervations aſſez importantes, & qu'il ſeroit facile de déduire des remarques que j'ai faites dans les Mémoires de l'Académie de Turin. M. Fontaine qui, dans ſa première méthode de calcul intégral, a cherché à déterminer le facteur par des conditions d'intégrabilité qu'il trouve ſurpaſſer de l'unité le nombre des inconnues, s'eſt aſſuré qu'en général la valeur algébrique & linéaire qu'il paroît devoir trouver pour ce facteur, eſt $\frac{0}{0}$, excepté dans le cas dont je viens de parler, mais il n'avoit point dit pourquoi cela arrive ainſi. J'ai cru devoir entrer dans ce détail, pour prévenir le travail en pure perte que pourroient faire des commençans, en cherchant, par une méthode ſemblable à celle de M. Fontaine une quantité que ce grand Analyſte auroit trouvée ſi elle avoit pu l'être par de pareils moyens.

La limitation que j'ai donnée au facteur, & qui conſiſte à le ſuppoſer algébrique, & toutes celles de cette eſpèce qui ne limitent point la forme de la propoſée ne peuvent point entrer comme condition dans celle de l'intégrabilité; & par conſéquent la méthode des coëfficiens indéterminés eſt la ſeule qui puiſſe être générale.



CONTACT INTERNE

DU DISQUE DE VÉNUS AU DISQUE DU SOLEIL;

Obſervé à Saron par M. le Préſident BOCHART DE SARON, *& communiqué à l'Académie.*

Par M. LE MONNIER.

28 Février 1770.

ON a lû l'été dernier à l'Aſſemblée les deux momens de ce deuxième contact, qu'on a jugé, avec une lunette achromatique qui groſſiſſoit 68 fois, à $7^h 43' 53$ & $60''$; d'où ôtant, ſuivant le rapport qu'on en a fait à l'Académie, $5' 6''$ de différence des méridiens, il en réſultoit, pour l'inſtant du contact interne, $7^h 38' 47$ ou $54''$ pour le méridien de Paris.

Comme le Soleil étoit à Saron, qui eſt au ſud-eſt de Paris & à vingt-cinq lieues de diſtance, beaucoup plus bas qu'à Paris, la décompoſition des rayons, qui a dû avoir lieu par l'effet des réfractions, n'y auroit pas été la même qu'à Paris. Comment a-t-on prétendu faire accorder cette obſervation à 2 ou 3 ſecondes près, avec celles qui ont été faites à l'Obſervatoire royal? c'eſt ce que j'ignore abſolument, quoiqu'on ait déjà imprimé cette obſervation dans différens journaux, & vraiſemblablement ſans l'agrément de l'Auteur.

Je trouve que Saron eſt à l'orient de Paris de 52902 toiſes, & plus au ſud de 14823 toiſes, ce qui répond à $0^h 5' 42'' \frac{1}{2}$ de différence des méridiens.

Il s'enſuit donc que le deuxième contact doit être corrigé, & qu'il a dû arriver, en réduiſant au méridien de Paris, à $7^h 38' 10$ à $15''$.

A Kergars, contact interne, ſelon M. DA PRÈS, *à* $7^h 15' 50''$; *ajoutez-y* $22' 00''$: *donc à Paris* $7^h 37' 50''$.

A Caen, M. PIGOTT *avec une lunette achromatique de* $6\frac{1}{2}$ *pieds, dans un lieu bas, mais l'horizon net, a vu le deuxième contact ou interne à* $7^h 26' 25''$ *ou* $27''\frac{1}{2}$: *on admet Caen* $10' 47''$ *à l'oueſt de Paris; ou bien par une lettre du 16 Août 1769, les Satellites ont donné* $0^h 10' 05''$: *négligeant la différence des parallaxes, on auroit* $7^h 37' 05''$, *ou bien* $7^h 36' 30''$ *pour le contact interne.*

SUPPLÉMENT

SUPPLÉMENT AUX OBSERVATIONS DU PRINTEMPS DE L'ANNÉE 1735.

Par M. LE MONNIER.

CES Obſervations, ainſi que les erreurs des Tables des Inſtitutions aſtronomiques, ont été déjà communiquées à M.rs de Charnières & de Verdun: celui-ci ſe prépare, l'année prochaine, à en retirer les éclairciſſemens néceſſaires à la recherche des Longitudes par les mégamètres & octans.

Il eſt inutile de détailler ici les cauſes qui ont nui à l'obſervation du quart-de-cercle mural en 1735, lorſque l'alidade en fut démontée & qu'il étoit queſtion de l'emporter au Pérou. Dans les cahiers *in-folio*, on ne trouve que la moitié de la 91.e lunaiſon & la deuxième quadrature obſervée uniquement pendant la 92.e lunaiſon, ce que me procura l'obſervation de *Sirius*, dont la Lune ce jour-là rencontroit le parallèle; en ſorte qu'à la lunette murale je vis les paſſages de l'un & de l'autre à deux fils: quoiqu'ils fuſſent ſituées un peu à l'orient du méridien, l'erreur de la poſition de ces fils n'eſt nullement à craindre; mais il faudra avoir égard à la parallaxe d'aſcenſion droite de la Lune, à cauſe que le deuxième fil donnoit une minute plus tôt qu'au vrai méridien.

Les lunaiſons ſe comptent, comme l'on ſait, depuis le paſſage du Nœud par la ſection d'*Ariès*.

JOURNAL des Longitudes de la Lune, comparées aux Tables

	JOURS DU MOIS.	TEMPS VRAI.	☾ — ☉	ARG. ANN.
ANNÉE		H. M. S.	S. D. M.	S. D. M.
1753	8 Mars au soir.	2. 25. 19¼	1. 09. 13	1. 17. 21⅖
91.e lunaison.	9 1.er bord...	3. 15. 03½	1. 21. 41	1. 18. 16¼
	10..........	4. 04. 27½	2. 04. 30	1. 19. 11
	13..........	6. 57. 23	3. 15. 09	1. 21. 56⅓
	16..........	9. 48. 57½	4. 27. 34	1. 24. 41
	18 centre......	11. 38. 24½	5. 25. 32¼	1. 26. 31¾
	21 au matin....	1. 24. 28½	6. 22. 29	1. 28. 20
	22 2.d bord.....	2. 16. 50½	7. 05. 27½	1. 29. 14⅔
	24..........	4. 00. 18	8. 00. 25	2. 01. 03⅔
	26..........	5. 40. 27	8. 24. 13½	2. 02. 52½
	31..........	9. 29. 20½	10. 21. 17⅓	2. 07. 23¼
92.e lunaison.	11 Avril au soir.	6. 54. 08½	3. 11. 19⅗	2. 17. 18⅗
	12 1.er bord...	7. 48. 56	3. 25. 18⅔	2. 18. 12½
	13..........	8. 42. 15	4. 09. 13	2. 19. 06⅖
	15..........	10. 26. 14¼	5. 06. 31¾	2. 20. 54
	16 centre......	11. 18. 56	5. 19. 49½	2. 21. 48
	18 centre matin.	0. 10. 35½	6. 02. 50	2. 22. 42
	20 2.d bord....	1. 56. 07¼	6. 27. 56½	2. 24. 29⅗
	21..........	2. 48. 00¼	7. 10. 05	2. 25. 23
	23..........	4. 27. 58	8. 03. 41⅓	2. 27. 10⅓
	25..........	6. 01. 56¼	8. 26. 43½	2. 28. 57⅓
	27..........	7. 30. 12	9. 19. 38¼	3. 00. 43¾



pendant la 91.e & la 92.e lunaison, en l'année 1753.

JOURS du MOIS.		LONGITUDE OBSERVÉE.	LES TABLES.	ERREUR.
ANNÉE		D. M. S.	D. M. S.	M. S.
1753	8 Mars.	♈ 28. 02. 07½	28. 00. 42½	— 1. 25
	9.....	♉ 11. 27. 46½	11. 26. 45	— 1. 01½
	10.....	25. 09. 42	25. 07. 03½	— 2. 38½
	13.....	♋ 8. 06. 34	8. 05. 09	— 1. 25
	16.....	♌ 25. 07. 10	23. 37. 05	— 0. 05
	18.....	♍ 24. 08. 50	24. 07. 51¾	— 0. 58
	21.....	♎ 23. 36. 05	23. 36. 15½	+ 0. 10½
	22.....	♏ 7. 43. 17	7. 42. 23	— 0. 54
	24.....	♐ 4. 36. 30	4. 35. 43	— 0. 47
	26.....	♑ 0. 03. 47½	0. 02. 07½	— 1. 40
	31.....	♓ 1. 40. 07	1. 39. 45⅓	— 0. 22
	11 Avril.	♌ 3. 04. 20⅓	3. 01. 38	— 2. 42⅓
	12.....	17. 55. 46	17. 51. 59	— 3. 47
	13.....	♍ 2. 47. 48	2. 43. 56⅓	— 3. 52
	15.....	♎ 2. 18. 12½	2. 15. 34	— 2. 38⅓
	16.....	16. 46. 34½	16. 46. 08½	— 0. 26
	18.....	♏ 1. 00. 13	1. 00. 25	+ 0. 12
	20.....	28. 29. 44½	28. 28. 30	— 1. 14½
	21.....	♐ 11. 43. 07½	11. 41. 34½	— 1. 33
	23.....	♑ 7. 15. 17	7. 13. 42	— 1. 35
	25.....	♒ 1. 58. 18	1. 58. 08½	— 0. 09½
	27.....	26. 30. 55⅔	26. 32. 18⅓	+ 1. 22⅔



OBSERVATIONS SUR DIVERS POINTS D'ANATOMIE.

Par M. PORTAL.

OBSERVATIONS ſur des iſchuries ſurvenues à la ſuite d'un racorniſſement de la veſſie.

POUR que l'excrétion de l'urine ſe faſſe d'une manière & dans un temps convenable, il doit y avoir une juſte proportion entre la matière de l'urine que le rein ſépare & la capacité de la veſſie qui la reçoit.

Les Auteurs ont connu & détaillé les effets qui ſont la ſuite d'une augmentation dans la capacité de la veſſie par rapport à l'excrétion de l'urine, mais ils ont peu inſiſté ſur ceux qui peuvent, dans un âge avancé, provenir de l'imminution dans la capacité de ce réſervoir; ils méritent cependant, à ce qu'il me ſemble, d'être examinés, & c'eſt ce qui m'engage à communiquer les obſervations ſuivantes.

J'ai trouvé à Montpellier en 1764, en diſſéquant le cadavre d'une femme âgée d'environ ſoixante ans, que je deſtinois à la démonſtration de la Névrologie, la veſſie ſi rapetiſſée qu'elle n'étoit pas plus groſſe qu'une petite noix. Son col étoit très-racorni, ſemblable à du parchemin brûlé; l'ouverture par laquelle elle communique avec l'urètre, totalement oblitérée; ſes parois de l'épaiſſeur d'un écu de ſix livres, ſemblables à un cartilage; ſa cavité preſque anéantie; les uretères étoient très-gros & remplis d'urine, du reſte le canal de l'urètre en très-bon état; les reins étoient livides, & ſes vaiſſeaux gorgés de ſang. Je ne pus abſolument ſavoir les ſymptômes de la maladie dont cette femme étoit morte; vraiſemblablement c'étoit à la ſuite d'une ſuppreſſion d'urine; la couleur livide des reins, la tuméfaction des vaiſſeaux annonçoient qu'il y avoit eu inflammation.

Un homme âgé de quatre-vingt-douze ans, après avoir mené une vie laborieuſe, ſur-tout fort voyagé à cheval, reſſentit à la verge des douleurs fort vives; il les rapportoit en différens endroits,

tantôt au gland & tantôt au col de la veſſie. Les douleurs ceſſèrent d'elles-mêmes quelques jours après; cependant l'urine qui juſqu'ici avoit eu un libre cours, diminuoit chaque jour en quantité. On adminiſtra en vain les diurétiques les plus forts; le Chirurgien ordinaire du malade voyant le peu d'efficacité des médicamens adminiſtrés, alloit recourir aux bougies, lorſqu'on vit l'urine couler par l'ombilic & par la verge.

Dans la ſuite, la voie naturelle lui fut entièrement interdite; le malade vécut encore environ ſix mois, il mourut d'une maladie qui ne reconnoiſſoit pour cauſe aucun vice dans les voies urinaires.

A l'ouverture du cadavre on trouva un canal de communication entre l'ombilic & la veſſie; le col étoit entièrement oblitéré, froncé & racorni.

Je trouvai l'année ſuivante, en diſſéquant le cadavre d'un vieillard, la veſſie & ſes uretères remplis d'urine; le col de la veſſie étoit racorni & totalement oblitéré; la cavité de la veſſie très-diminuée par le reſſerrement de ſon corps; les parois de ce viſcère avoient l'épaiſſeur de huit à neuf lignes: cependant par un examen réfléchi je vis que la membrane interne étoit la ſeule qui eût acquis du volume; l'extérieure fournie par le péritoine étoit dans ſon état naturel; les trouſſeaux muſculeux étoient peu apparens, & ſi intimement collés à la membrane externe, qu'on pouvoit à peine les ſéparer.

La membrane intérieure reſſembloit à un cartilage; ſon épaiſſeur n'étoit pas égale par-tout; elle étoit double vers la face inférieure du col de la veſſie, c'eſt-à-dire à l'endroit où M. Lieutaud a placé ſon trigone, & où Nicolas Maſſa dit que les tuniques de la veſſie ſont plus épaiſſes qu'ailleurs.

En examinant vers la face interne de la membrane, il étoit fort difficile d'apercevoir la direction de ſes fibres, mais on les voyoit plus facilement quand on inciſoit la membrane; elle paroiſſoit formée de différentes couches de tiſſu cellulaire. Pour mieux me convaincre de ſon exiſtence, je la fis macérer dans de l'eau pendant quelques jours; c'eſt pour lors que je diviſai cette membrane en pluſieurs feuillets, & que je vis qu'ils n'étoient formés que par du tiſſu cellulaire.

J'ai réitéré mes recherches ſur pluſieurs autres veſſies de vieillards,

& j'ai fréquemment trouvé leurs parois beaucoup plus épaisses qu'elles n'ont coutume d'être, la cavité de beaucoup diminuée, & l'ouverture de l'urètre très-rétrécie.

Plusieurs autres viscères sont sujets à de pareils changemens, par exemple, l'estomac du vieillard est toujours plus petit, & ses parois beaucoup plus épaisses & plus denses que ne sont celles du ventricule d'un adulte ou d'un enfant; l'ouverture du pylore diminue sensiblement, & le bourlet circulaire est beaucoup plus gonflé.

Par ces observations sur la vessie faites en très-peu de temps, il est à présumer que les ischuries produites par le racornissement de ce viscère ne sont pas rares chez les vieillards; cependant elles ne me paroissent pas avoir été décrites par les Auteurs. Les Lithotomistes ont parlé des épaississemens de la vessie, produits des calculs, &c. Ruysch, Detharding, Morgagni & M. Lieutaud en ont rapporté plusieurs exemples. Morgagni nous a appris qu'on trouvoit communément l'estomac de ceux qui ont fait un fréquent usage de boissons spiritueuses, racorni, épais, rapetissé; mais il n'a pas parlé du racornissement des parois & de l'oblitération du col de la vessie des vieillards.

OBSERVATION sur un Spina bifida, *& sur le canal de la moëlle épinière.*

Il n'y a pas long-temps que les Anatomistes connoissent le *spina bifida;* Tulpius est le premier qui en a donné une description suivie; Lechelius, Zwinger & M. de Haller dans ses thèses chirurgicales, en ont parlé fort au long. Ces Auteurs sont d'accord sur les signes, mais ils se contredisent sur la nature de cette tumeur; les uns veulent que ce soit une infiltration dans la membrane vaginale de la moëlle épinière; d'autres assurent que l'eau est amassée entre la pie & la dure-mère.

Ces contradictions apparentes dans les Auteurs, me faisoient desirer depuis long-temps une occasion de m'assurer de la vérité par moi-même; un heureux hasard me l'offrit.

Je disséquai l'hiver dernier un fœtus hydrocéphale venu à terme, & qui étoit attaqué d'un *spina bifida;* la tumeur avoit son siége au-dessus de l'os sacrum; j'incisai les tégumens avec circonspection, j'enlevai les muscles grands-dorsaux, je séparai les longs-dorsaux &

les demi-épineux des lombes, & je mis la tumeur bien à découvert.

La dernière vertèbre des lombes n'avoit point d'apophyse épineuse, & on voyoit un espace rhomboïde à travers lequel sortoit une excroissance qui cédoit au tact & dont la couleur étoit d'un rouge pâle. Je l'incisai légèrement, il s'écoula une petite quantité d'eau rougeâtre; après cet écoulement il parut une masse blanchâtre filamenteuse, je l'ouvris, j'y trouvai un canal rempli d'une eau limpide; je suivis ce canal jusqu'aux vertèbres cervicales, il étoit plus dilaté vers le bas que vers le haut où il se rétrécissoit sensiblement; sa surface interne étoit très-unie, il me parut qu'il y avoit une membrane très-fine qui en formoit la paroi.

Je fis dans la suite plus d'attention à cette observation, que dans le temps que je m'adonnois à ces recherches; je soupçonnai qu'il y avoit un canal dans la moëlle épinière, qui communiquoit avec les ventricules du cerveau: j'ouvris divers fœtus & les cadavres de plusieurs adultes, mais mes peines & mes soins furent superflus; un évènement plus heureux satisfit à ma curiosité. J'ouvris à la rue du Regard, en présence de M. Maloet, célèbre Médecin de la Faculté de Paris, le cadavre d'un homme de trente à trente-cinq ans, mort à la suite d'une longue maladie, & dont M. Maloet avoit dirigé le traitement.

Comme le malade avoit eu des douleurs vives dans les extrémités, nous ouvrimes le canal spinal & la moëlle épinière; je trouvai dans la portion médullaire cervicale un canal dans lequel on pouvoit insinuer sans peine un assez gros stilet jusque vers la quatrième ou cinquième vertèbre cervicale.

Ce fait réuni au précédent me fit penser qu'il y avoit un canal dans la moëlle épinière qui existoit toujours, mais qui étoit plus apparent dans certains sujets que dans d'autres; j'écrivis à ce sujet un Mémoire, je le communiquai à M. Senac; il m'avoit déjà prévenu dans mes travaux, car il me dit avoir vu ce canal: il existe donc, & il est surprenant que les Anatomistes modernes l'aient passé sous silence; je l'ai trouvé depuis décrit dans les plus anciens Auteurs, & je dois leur rendre justice en leur accordant la découverte qui leur appartient. Charles Étienne, en décrivant la moëlle épinière, dit qu'il y a un canal au milieu de sa substance, qui se propage du cerveau à la moëlle épinière, & qu'il se

remplit quelquefois d'une liqueur jaunâtre: *cæterum quod ad interiora ipsius medullæ spectat, cavitatem in internum ejus substantiæ manifestam reperire licet, quæ ceu quidam ipsius ventriculus esse conspicitur, in quo aquosus quidam humor subflavus continetur, paulò tamen liquidior, quàm qui in anterioribus cerebri delitescit*[a].

[a] Page 337.

Columbus a été plus loin, il a déterminé la figure & la grandeur de ce canal, en le comparant à une plume à écrire[b]. La description que cet Anatomiste donne du canal de la moëlle épinière, est exacte; plusieurs Auteurs qui lui ont succédé ont aussi parlé de ce canal, mais l'ont différemment décrit. Il est surprenant qu'une découverte aussi intéressante & si curieuse ait resté perdue dans les livres de ses Auteurs, il en est un grand nombre d'autres qui se trouvent dans le même cas. Ce canal ne favoriseroit-il pas les mouvemens de la moëlle épinière que quelques Physiologistes disent y avoir observés? Je puis assurer avoir vu la moëlle épinière se gonfler & s'affaisser dans un chat auquel on avoit ouvert le canal spinal en arrière & en haut vers les vertèbres cervicales inférieures: ces mouvemens dans la substance médullaire vertébrale ne répondoient point à ceux des artères; ils me parurent au contraire répondre aux mouvemens du cerveau. L'espace vide que l'on observe dans les cadavres entre la moëlle & le canal vertébral, pourroit bien permettre ces gonflemens & affaissemens alternatifs de la moëlle épinière: au reste, Paaw prétendoit autrefois que la moëlle épinière se mouvoit dans son canal, comme le cerveau se meut dans le crâne[c].

[b] *De re Anat.* pag. 194.

[c] *Voyez notre Hist. de l'Anat. t. II, p. 401.*

HYDROPISIE particulière des ventricules latéraux du cerveau, & sur la cloison qui les sépare.

Depuis Galien jusqu'à Varoli, les Anatomistes ont presque tous regardé les ventricules latéraux comme deux cavités particulières & indépendantes l'une de l'autre; Varoli a prétendu qu'ils communiquoient entr'eux & qu'ils se joignoient au-dessous de la voute à trois piliers. Les Anatomistes qui lui ont succédé ont généralement suivi son opinion; si quelques-uns s'en sont écartés, ils ont admis une membrane mince & transparente au-dessous du *septum lucidum,* mais qu'ils ont dit être percée en différens endroits.

M. Winslow a décrit les trous de communication fort au long, l'observation suivante me fit douter de l'exactitude de sa description.

Je disséquois

Je disséquois, il y a environ trois ans, le cerveau d'un jeune enfant de trois à quatre ans, mort de la petite vérole; sa tête étoit plus grosse qu'elle n'a coutume d'être à cet âge, quoique la substance du cerveau fût sèche. A l'ouverture des ventricules qui étoient fort dilatés, je trouvai une très-grande quantité de sérosité; le droit étoit rempli d'une sérosité limpide, le gauche d'une sérosité rougeâtre: cette différence dans la couleur me frappa, je craignis d'avoir ouvert quelque vaisseau qui eût versé son sang dans le ventricule gauche & qui eût troublé la transparence de la sérosité; je crus devoir attendre un certain temps avant de toucher au cerveau, pour voir si la différence de couleur dans l'eau des ventricules subsisteroit telle que je l'observois. Au bout d'une heure je trouvai le ventricule gauche rempli de la sérosité limpide, & le ventricule droit de la sérosité rougeâtre; je soupçonnai pour lors qu'il n'y avoit aucune communication entre les ventricules: je fis d'ultérieures recherches pour m'assurer de la vérité, j'emportai autant que je pus de la substance de l'hémisphère gauche du cerveau, j'ouvris le ventricule du même côté; l'eau qu'il contenoit s'épancha sans qu'il s'écoulât sensiblement une seule goutte de l'eau rougeâtre contenue dans le ventricule gauche; c'est pour lors qu'il m'a été aisé d'apercevoir une cloison membraneuse qui séparoit complètement les ventricules.

Plusieurs des Étudians qui suivoient le cours d'Anatomie que je faisois cette année dans la rue de la Harpe, furent témoins de mes recherches.

Cependant l'eau rougeâtre contenue dans le ventricule gauche, rompit la membrane que je décrivois à mes auditeurs, & mon plaisir fut de courte durée. J'ai eu depuis occasion de la voir plusieurs fois dans l'homme, sans aucune ouverture apparente; mais il faut avouer qu'on ne la rencontre telle que par d'heureux hasards; la substance du cerveau est si mince & la cloison si fragile, qu'on la déchire en soulevant la voûte à trois piliers.

Je pourrois appuyer mon opinion sur l'existence d'une cloison entière entre les ventricules, de diverses observations puisées dans des Auteurs dignes de foi, mais qui n'ont tiré aucune conclusion sur la structure des parties. Je ne rapporterai que les plus frappantes. Tulpius parle d'un hydrocéphale qui avoit deux livres d'eau dans

un des ventricules, l'autre étant à ſec. En parcourant l'hiſtoire de l'ouverture du corps de Malpighi, faite par Baglivi, j'ai vu qu'on avoit trouvé un des ventricules du cerveau de ce célèbre Anatomiſte rempli d'eau, quoiqu'il n'y en eût preſque point dans l'autre: j'ai auſſi trouvé dans un des Journaux de Médecine un fait à peu près pareil.

On a autrefois écrit qu'on ſoupçonnoit qu'il y eût une cloiſon parfaite qui ſéparoit les ventricules & qui interceptoit toute communication. L'obſervation que je viens de rapporter, jointe à celles des Auteurs, & qui ſont preſque inconnues, prouve l'exiſtence de cette cloiſon qu'on eſt quelquefois aſſez heureux de conſerver dans ſon intégrité.

OBSERVATION ſur une Boſſe particulière.

Une Dame d'une très-grande condition, d'une taille au-deſſous de la médiocre, âgée de ſoixante-ſix ans & mère de pluſieurs enfans, avoit l'épine extraordinairement contournée ſur les côtés; elle formoit trois courbures: la ſupérieure étoit produite par les vertèbres cervicales & les deux premières vertèbres dorſales; la moyenne par les dix vertèbres dorſales ſuivantes, & la troiſième par les vertèbres lombaires. La convexité de la première étoit à gauche, celle de la moyenne à droite & celle de la troiſième étoit à gauche. Cette Dame parvint, ainſi conformée, à un âge fort avancé ſans reſſentir aucune incommodité de la diſtorſion de ſon épine: elle avoit accouché pluſieurs fois heureuſement; cependant elle avoit fait un uſage très-fréquent des corps, mais ſans ſuccès; les boſſes ne ſe redreſſèrent pas par de tels ſecours. Quelques années avant ſa mort il lui ſurvint un accident très-remarquable: environ trois ou quatre heures après ſon repas, elle reſſentoit au bout du pied gauche une douleur des plus vives, une légère difficulté de reſpirer & une ſenſation déſagréable dans le bas-ventre au-deſſous de l'hypocondre gauche; les ſymptômes duroient deux ou trois heures; ils perſiſtoient davantage & étoient plus vifs lorſqu'elle avoit mangé plus qu'à ſon ordinaire. On appela pluſieurs Médecins & divers Chirurgiens, chacun fit des remèdes particuliers, il y en eut qui conſeillèrent des topiques ſur le bout du pied gauche; cependant la

maladie résista à ce secours, la Dame vécut avec cette infirmité, & elle périt de toute autre maladie. M. de Bordeu, qui en étoit le Médecin, curieux de connoître la cause de la douleur que cette Dame avoit ressentie au bout du pied gauche, m'appela pour faire l'ouverture de son cadavre : je trouvai les deux dernières fausses côtes gauches renversées dans le bas-ventre; la dernière recouvroit le colon qui étoit très-rétréci, & son extrémité étoit appliquée sur le plexus lombaire; le colon étoit très-adhérent à ce même plexus & au muscle grand psoas.

C'est à ce renversement des côtes dans le côté gauche, que nous attribuames la cause de la douleur que cette Dame avoit ressentie au bout du pied du même côté; lorsque les excrémens parvenoient à l'endroit du colon qui en étoit recouvert, ils le dilatoient; & comme cet intestin ne pouvoit se porter en avant à cause de la côte qui lui opposoit un obstacle invincible, l'effet de la compression se transmettoit aux nerfs lombaires & de-là aux nerfs cruraux qui se prolongent sur le pied. Cette observation est curieuse, c'est ce qui m'engage à la communiquer à l'Académie; je crois qu'on doit attribuer le renversement des deux dernières côtes aux corps dont la Dame avoit fait usage pour se redresser l'épine: rien n'est plus dangereux que l'application de pareils habillemens.

Je n'en rapporterai pas les inconvéniens, parce qu'on les a détaillés fort au long dans divers Ouvrages; ce qu'il y a de particulier, c'est que les plus anciens Anatomistes en ont blâmé l'usage, & qu'on ne s'est pas corrigé. Charles Étienne en parlant de l'omoplate blâme la conduite des nourrices qui bandent le corps des enfans, ou qui avant qu'ils soient assez forts pour se soutenir, les obligent de marcher en les soutenant avec des lisières : « à cet âge, dit-il, les parties sont souples & cèdent facilement à la pression; la position « naturelle des os se dérange, & les muscles qui s'y attachent sont « obligés de s'accommoder à ce déplacement. » Peu de Médecins ont fait attention à ce précepte; l'usage des corps & des maillots s'est fortifié par le temps, les Médecins eux-mêmes l'ont préconisé ou n'ont point connu son inconvénient. Riolan plus judicieux a fait les mêmes réflexions que Charles Étienne; il dit que les Dames Françoises ont pour la plupart une épaule plus haute que l'autre; la vérité se fait toujours connoître; Riolan l'a saisie, il a bien fait

de la manifester, mais il a tort de passer sous silence le nom de Charles Étienne. Il est vrai que plusieurs autres Ecrivains qui lui ont succédé ont marché sur ses traces, ils ont écrit sur l'abus des corps, mais sans citer ni Charles Étienne, ni Riolan qui en avoient connu les inconvéniens; je me fais un honneur & un devoir de leur rendre ce qui leur appartient.

OBSERVATION sur la capacité des ventricules du cœur.

La Nature varie dans tous les âges, & l'on ne peut avoir en Anatomie un résultat certain de ses opérations, qu'en la considérant sous les diverses formes qu'elle se présente : c'est en la suivant dans sa marche, qu'on pourra faire les plus grandes découvertes, & qu'on parviendra à concilier beaucoup d'opinions qui ne paroissent contraires que parce qu'on les a faites sur des sujets d'un âge différent.

Depuis Hippocrate jusqu'à Lower, les Anatomistes ont cru que le ventricule droit ou antérieur étoit plus grand que le ventricule gauche ou postérieur. Lower fut le premier qui osa contredire l'opinion reçue; il tâcha de prouver, par des calculs & par des expériences faites sur le cœur, que les ventricules étoient également amples : son sentiment fut adopté de M.rs Sanctorini, Michelotti & Lieutaud, qui l'étayèrent de nouvelles preuves.

Cette opinion n'a pas été celle de M. Helvétius; ce Médecin pensa avec les Anciens que le ventricule droit étoit plus grand que le ventricule gauche. Pour le prouver, il remplit d'eau les ventricules du cœur; le ventricule droit du premier cœur dont il se servit pour son expérience, contint seize dragmes & demie d'eau, & le ventricule gauche n'en contint que quinze : il entra vingt-quatre dragmes de liqueur dans le ventricule droit du second cœur qu'il employa à ses recherches, quoique le ventricule gauche n'en contînt que vingt dragmes.

La différence des ventricules lui parut donc plus grande dans la seconde expérience que dans la première; mais il en résulta toujours que le ventricule droit étoit plus grand que le ventricule gauche.

L'opinion de M. Helvétius fut adoptée de plusieurs Savans; M.rs Nicolaï, Lieberkuhn, Winslow & Senac lui ont donné leur suffrage; je la suivois, plutôt conduit par l'autorité que par l'expérience, lorsque le cœur du fœtus fixa mon attention; la pointe du

ventricule gauche formoit une grande élévation, & étoit plus saillante que celle du ventricule droit; ce qui me fit penser que si le ventricule droit étoit plus large, le ventricule gauche étoit, à cet âge, plus long; & ces différences dans les dimensions me déterminèrent à réitérer les expériences de M. Helvétius. Je remplis d'eau les deux ventricules; le gauche en contint sept dragmes, quoique le droit n'en contînt que six & demie: je pris dans le même moment le cœur d'un vieillard & je remplis ses ventricules de la même liqueur; le ventricule droit contint dix-huit dragmes d'eau, le gauche n'en contint qu'environ dix-sept dragmes & quelques grains.

Il falloit, pour décider la question, évaluer la quantité d'eau qui entroit dans les ventricules d'un troisième cœur; j'allai à l'Hôtel-Dieu où je trouve ordinairement les sujets qui me sont nécessaires, je pris le cœur d'un jeune enfant dont je remplis les ventricules, ils continrent une égale quantité de liqueur.

Des expériences faites sur trois sujets d'un âge différent, & qui m'avoient donné trois résultats différens, me firent présumer que la capacité des ventricules du cœur varioit suivant les âges; je réitérai mes expériences & je trouvai que le fœtus avoit le ventricule gauche plus ample que le droit; que dans les enfans les cavités ou les ventricules du cœur sont à peu-près égales, & que dans l'adulte la cavité antérieure ou droite est plus ample que la cavité gauche.

En considérant ainsi la Nature dans les différens âges, on rend raison de la diversité des opinions des Auteurs, & on donne une solution exacte de la difficulté. Il seroit à desirer que l'on suivît en Anatomie cette méthode pour développer la structure des autres parties, on verroit que l'on peut concilier des sentimens sur divers objets qui paroissent opposés.

La raison peut venir au secours de l'expérience dans l'examen des ventricules du cœur; le ventricule droit des fœtus ne reçoit pas une aussi grande quantité de sang que le ventricule gauche; une très-grande partie de celui de l'oreillette droite coule dans l'oreillette gauche par le trou de Galien ou trou ovale de Carcanus, que l'ignorance a adjugé à Botal; ce sang parvient dans le ventricule gauche sans pénétrer le ventricule droit, & comme les

quantités du ſang qui coule dans les ventricules ſont inégales, puiſque celle qui entre dans le ventricule gauche eſt plus grande que celle qui pénètre le ventricule droit, il faut que le ventricule gauche ſoit plus ample que le droit.

L'ordre de la circulation change dans l'enfant qui vient au monde; dès qu'il commence à reſpirer, le canal artériel s'oblitère par l'élévation de la bronche gauche qui ſoulève l'aorte, à laquelle adhère le canal artériel; la valvule du trou ovale, ſoulevée par ſes fibres muſculeuſes, comme Carcanus nous l'a appris, bouche le trou ovale, & intercepte toute voie de communication entre les oreillettes: le ſang aborde pour lors en plus grande quantité dans le ventricule droit & le diſtend, juſqu'à ce qu'il ſoit auſſi ample que le ventricule gauche; les quantités de ſang qui les pénètrent étant égales, leurs cavités doivent l'être. Cette proportion ſubſiſteroit ainſi juſqu'à la fin de la vie, ſi les parois des ventricules du cœur avoient la même épaiſſeur; mais comme la paroi du ventricule droit eſt plus mince que celle du ventricule gauche, elle réſiſte moins à l'effort latéral du ſang, & par-là le ventricule droit doit s'agrandir. Nous ne diſconviendrons cependant pas qu'il ne ſe préſente quantité d'exceptions à la règle générale que nous établiſſons. Une diſpoſition intérieure du cœur, quelque vice des vaiſſeaux ſanguins, ſoit qu'ils ſoient rétrécis, ſoit qu'ils ſoient dilatés, peuvent produire des dilatations dans l'un ou l'autre ventricule.

OBSERVATIONS anatomiques pour ſervir à l'hiſtoire des Muſcles.

On trouve au-deſſous des muſcles deſtinés à mouvoir les os longs des extrémités, & qui recouvrent l'articulation d'un membre, des muſcles qui d'une part ſont attachés aux os, & de l'autre à la capſule articulaire: ils ſont très-grêles, preſque pyramidaux; leurs fibres s'épanouiſſent ſur la capſule articulaire où elles ſe perdent; chacune d'elles eſt recouverte d'une gaine de tiſſu cellulaire, qu'on aperçoit facilement lorſqu'on ſoulève le muſcle, & les fibres du muſcle d'un côté paſſent obliquement ſur celles de l'autre. Il y a de pareils muſcles dans preſque toutes les articulations; il en eſt pluſieurs qui ont échappé aux recherches des Anatomiſtes, & d'autres qui leur ſont connus, mais auxquels ils attribuent des uſages différens de ceux qu'ils rempliſſent.

On voit au-deſſous des muſcles ſous-ſcapulaires de l'omoplate, vers ſon angle ſupérieur, un muſcle très-grêle qui d'une part s'attache à la lèvre interne du bord ſupérieur de l'omoplate, & de l'autre à la capſule articulaire de l'épaule. Pluſieurs fibres ſe répandent ſur la ſurface externe, d'autres ſe réuniſſent & forment un tendon plat qui s'insère à l'omoplate même, en confondant quelques-unes de ſes fibres avec le tendon du biceps qui ſe contourne ſur le bord de la cavité glénoïde; ce tendon avec celui du muſcle que je décris, forme un rebord tendineux que les Anatomiſtes ont cru être ligamenteux. Le ſegment extérieur du bourlet appartient au tendon brachial du muſcle biceps; l'intérieur à celui du nouveau muſcle ſous-ſcapulaire de l'omoplate: il n'eſt beſoin d'aucune préparation pour apercevoir cette ſtructure, & il eſt ſurprenant que les Anatomiſtes n'aient point fait attention à la continuité de ce bourlet avec le tendon des muſcles. Véſale avoit avancé qu'un des tendons du muſcle biceps s'implantoit au haut de la cavité glénoïde, & les Anatomiſtes qui lui ont ſuccédé ſont tombés dans la même erreur. Rolfinckius a cependant entrevu que le tendon du biceps ſe contournoit pour former le bourlet: il étoit ſur la voie de la vérité; ſes contemporains ou les Anatomiſtes qui lui ont ſuccédé s'en ſont écartés en ſuivant Véſale. M. Winſlow même l'a ſuivie de trop près.

La direction des fibres du muſcle capſulaire de l'omoplate eſt toujours différente de celle du muſcle ſous-ſcapulaire, & par-là on peut facilement le diſtinguer: la ſéparation eſt quelquefois naturelle dans certains ſujets, mais il ne faut pas être bien inſtruit dans les diſſections pour ſe convaincre que les muſcles ſont d'une nature différente.

Au côté externe & au-deſſous du muſcle brachial interne, on aperçoit ſans aucune préparation un muſcle particulier; d'une part il eſt attaché à la face intérieure du condyle antérieur de l'humérus, & de l'autre à la capſule articulaire du coude: cependant pluſieurs de ſes fibres s'implantent à l'apophyſe coronoïde du cubitus; la direction de ſes fibres eſt telle qu'elles ſont dirigées de dehors en dedans & de haut en bas, au lieu que celles du muſcle brachial vont du dedans en dehors, &c. de ſorte que les fibres de ces deux muſcles s'entrecroiſent, ce qui prouve aſſez leur différence.

L'inſpection ſeule ſuffit pour la connoître, car après avoir levé la peau, on obſerve la ligne de ſéparation.

La capſule articulaire de la hanche eſt pourvue de pareils muſcles, on en trouve deux à la partie antérieure, bien différens de l'iliaque, du pectiné ou du pſoas; ſouvent il ſuffit de détacher ces muſcles du fémur, & de les relever pour voir les deux muſcles capſulaires; d'une part ils s'attachent aux os pubis, & de l'autre à la partie antérieure de la capſule, l'un vers ſon bord externe, & l'autre vers ſon bord interne.

J'ai été conduit à ces recherches par la découverte des muſcles *ſous-cruraux* de M. Albinus. Cet Anatomiſte célèbre a trouvé au-deſſous du muſcle crural deux muſcles deſtinés ſelon lui à élever la capſule du genou; il les a nommés *muſculi ſubcrurales.* En étendant mes recherches ſur les autres articulations, je ſuis parvenu à découvrir de pareils muſcles; il paroît que M. Winſlow les avoit entrevus; il a dit dans ſon Traité de Miologie, & en décrivant le deltoïde, le ſus-épineux & le petit feſſier, que pluſieurs des fibres de ces muſcles ſe perdoient à la capſule de l'articulation.

Les muſcles capſulaires rempliſſent les plus grands uſages dans l'économie animale, ſans eux nous ne pourrions mouvoir les extrémités; car par leur moyen les capſules articulaires ſont à l'abri de tout froiſſement, tandis que les muſcles les plus puiſſans élèvent les os, les nouveaux muſcles élèvent la capſule & l'éloignent des ſurfaces oſſeuſes qui la comprimeroient & la pinceroient.

Les muſcles que je viens de décrire ne ſont pas les ſeuls qui rempliſſent cet uſage; il en eſt d'autres qui concourent à leur action: tel eſt le ſus-épineux qui ſert à l'élévation & de l'humérus & de ſa capſule; tel eſt le petit feſſier qui ſoulève la capſule de la hanche & qui concourt à étendre le fémur. Le poplité doit être rangé parmi ces muſcles, & c'eſt dans la même claſſe qu'on doit placer le long palmaire, le plantaire grêle, les lombricaux; car ou ils ſoulèvent, en ſe contractant, les capſules articulaires, ou ils élèvent les gaines qui revêtent les tendons des muſcles.

Sur les muſcles dentelés poſtérieurs.

Les muſcles dentelés poſtérieurs qu'on a coutume de diviſer en poſtérieurs ſupérieurs, & en poſtérieurs & inférieurs, ſont ſouvent

ſouvent confondus entre eux par une large aponévroſe, dont les feuillets ſont continus dans pluſieurs ſujets; dans d'autres l'aponévroſe du muſcle dentelé inférieur paſſe par-deſſous celle du dentelé ſupérieur; mais il règne toujours tout le long de l'épine une membrane qui recouvre les muſcles extenſeurs du tronc, & qui eſt confondue vers les lombes avec l'aponévroſe du grand dorſal, & aſſez diſtincte & ſéparée vers le dos; elle forme une gaine qui maintient les muſcles dans leur ſituation, & s'oppoſe à leur déplacement; il arrive cependant quelquefois à la ſuite de violens mouvemens du tronc; & c'eſt ce déplacement que M. Lieutaud a connu ſous le nom de *luxation* des muſcles de l'épine, &c. dont Beverovicius avoit eu quelques notions.

J'ai eu occaſion de diſſéquer le cadavre d'un homme qui après une chûte d'une certaine hauteur, s'étoit plaint d'une très-vive douleur au dos; on y ſentoit une tumeur dure, placée ſur la huitième, neuvième & dixième côte, à peu de diſtance des vertèbres: cet homme ne pouvoit fléchir le tronc, quelqu'effort qu'il fît, & le plus léger étoit très-douloureux; il périt dans les convulſions, à l'ouverture du corps on trouva beaucoup de ſang épanché dans le crâne, & l'on vit que la tumeur au dos étoit formée par le déplacement d'une partie du muſcle long dorſal, qui s'étoit inſinué entre les fibres de l'aponévroſe commune aux deux dentelés, ou qui les avoit déchirées. Je crois que ſi un pareil cas ſe préſentoit, il faudroit, après avoir tenté les moyens recommandés, faire une inciſion à la peau, inciſer le ligament & débrider les parties pour en détruire l'étranglement & procurer la réduction.

Sur les muſcles des yeux.

Les muſcles des yeux ont fixé l'attention des Anatomiſtes les plus célèbres; Galien en admettoit ſept pour mouvoir le globe, & deux pour relever la paupière ſupérieure. Véſale adopta ſes travaux; Fallope fut le premier qui oſa le contredire; il découvrit le releveur de la paupière, & la poulie dans laquelle s'engage le tendon du grand oblique. Cet Anatomiſte judicieux nous apprit que le globe de l'œil n'avoit que ſix muſcles, que le grand oblique avoit deux portions charnues jointes à un tendon; c'eſt

à ce tendon que les Anatomistes précédens divisoient le grand oblique, & par-là trouvoient sept muscles, quoiqu'il n'y en eût que six. Galien avoit avancé que les muscles des yeux s'attachoient à la dure-mère. On a suivi cette description jusqu'au milieu du dix-septième siècle. Arantius, un des plus grands Anatomistes qu'ait fourni l'Italie, crut ne devoir s'en rapporter qu'à lui-même; il fit de nouvelles recherches, & vit que ces muscles s'attachoient autour du trou optique, si l'on en excepte le petit oblique, qui, selon lui, adhère à la partie inférieure & externe de l'orbite, entre l'os maxillaire & celui de la pomette.

Voilà le premier pas de fait vers la vérité. Les Anatomistes qui ont survécu à Arantius, pour avoir une histoire complette des muscles de l'œil, n'auroient eu qu'à examiner quels étoient ceux qui s'attachoient en dedans, en dehors, en haut & en bas du trou optique, & ils auroient eu une idée exacte des muscles moteurs des yeux. Bien loin de suivre ce plan de recherches, ils ont plutôt consulté leur imagination que la Nature, & ont embrouillé la question au lieu de l'éclaircir.

Valsalva a écrit dans la suite que les muscles de l'œil formoient un anneau autour du trou optique, qui embrassoit exactement le nerf qui y passe. M. Winslow, quelque temps après, observa que le trou optique étoit placé plus près de l'angle interne que de l'angle externe de l'œil, & il conclud que les muscles droits de l'œil étoient inégaux en longueur, que le droit interne étoit plus court que l'externe. Cette conséquence paroissoit naturelle; cependant M. Winslow l'adopta, & tomba dans l'erreur, ce qui doit nous faire voir que le raisonnement le plus vraisemblable est souvent éloigné de la vérité, & qu'il peut séduire les Anatomistes les moins crédules. M. Lieutaud douta de la découverte de M. Winslow, il en appela au cadavre: son doute fut fondé; il trouva les muscles droits d'une égale longueur. « Les quatre muscles du globe, » dit-il, forment tous ensemble un cône, dont la pointe est diamé- » tralement opposée au centre de la prunelle, ce qui est, dit cet » Auteur, contraire aux observations de M. Winslow, qui a prétendu » que la pointe de ce cône étoit occupée par le trou optique, & que » par conséquent l'adducteur étoit plus court que son antagoniste,

& les autres deux étoient obliques, par rapport à l'axe de la « cavité; ce qui seroit très-véritable, si la pointe du cône répondoit « au trou optique; mais le centre de ce trou est éloigné de celui « de la pointe du cône d'environ trois lignes. » Zinnius, Anatomiste de Gottingen, qui a écrit sur le même objet, a adopté la description de M. Lieutaud.

J'ai trouvé les trois muscles droits; savoir, l'interne, l'inférieur & l'externe, réunis à un seul tendon grêle & court, qui est implanté au bord inférieur & postérieur du trou optique; le muscle droit supérieur & le releveur de la paupière se joignent en un tendon commun, qui est fixé au bord supérieur & antérieur du trou optique. Ces tendons sont très-apparens chez les vieillards, ils se trouvent aussi dans l'enfant, mais ils sont moins gros; ils sont éloignés de quelques lignes du trou optique, & ils semblent se ramifier dans l'os; les deux muscles droits supérieur & interne, sont placés obliquement sur le nerf optique, qui est plus interne que le tendon de communication.

Avicenne, ce prince des Médecins Arabes, est celui qui s'est le plus approché de la Nature, il dit, en parlant des muscles de l'œil, que les muscles droits se réunissent en un seul tronc, *qui musculi in unum truncum cocunt.* Cette remarque est exacte, à quelques égards. Les muscles droits, par leurs extrémités antérieures, s'épanouissent en une membrane indépendante de celle que les Anatomistes ont appelée *albuginée;* on peut suivre la membrane des muscles droits jusque sur la cornée transparente, en conservant l'albuginée dans son intégrité. Le muscle grand oblique s'implante à l'orbite vers le bord interne du trou optique, il n'y a aucun muscle vers le segment inférieur du trou optique; Valsalva a donc eu tort d'avancer que les muscles de l'œil formoient un anneau autour du trou & du nerf optique, & ceux qui ont ajouté foi à sa description sont tombés dans une erreur grossière & préjudiciable à l'art de guérir: car c'est à la contraction subite de cet anneau musculeux qu'ils ont attribué la cause de quelques gouttes sereines; mais comme l'anneau musculeux est un être de raison, les effets qu'ils en déduisent sont aussi éloignés de la vérité.

MÉMOIRE

Sur la nature du terrein de la Montagne de Saint Germain-en-Laie, & la comparaison d'un morceau de bois fossile qui y a été trouvé avec le jayet.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

M. PERRONET ayant instruit l'Académie des différentes couches qui composent la montagne de Saint Germain, & des circonstances qui y ont accompagné la découverte d'un morceau de bois fossile qu'il lui a présenté; je rapporterai ici ces détails & je terminerai ce Mémoire par comparer ce bois avec le fossile connu sous le nom de *jayet.*

On sait par tradition que la montagne de Saint Germain-en-Laie a eu, de temps immémorial, une source d'eau assez abondante, qui causoit de temps en temps des éboulemens, & qui, depuis quelques années, ruinoit les meilleurs travaux qu'on avoit faits pour la sûreté & la commodité de la voie publique.

Pour empêcher ces dégradations on a fait des tranchées, c'est en formant une de ces tranchées qu'on a coupé plusieurs lits de matières très-hétérogènes; ces lits, parallèles entr'eux, conservoient la même inclinaison que la montagne qui est de 18 à 20 pouces par toise: nous allons parler de la nature & de l'épaisseur de ces différens lits & des morceaux qu'ils renferment.

Le premier lit qui recouvre la montagne est une terre légère d'un brun-terne, d'un pied environ de profondeur, quoiqu'il semble à peu-près de la même nature que le second qui est tout-à-fait stérile & de deux pieds d'épaisseur; ce premier est propre à la végétation. Seroit-ce la culture, ou des matières étrangères qu'on y auroit amenées, qui, avec le temps, auroient rendu fertile cette première couche? Le second lit a neuf pieds d'épaisseur, c'est une espèce de tuf; on y trouve des morceaux d'une pierre tendre qui paroissent de la même nature que la terre qui l'environne, & dont quelques morceaux ont acquis un peu plus ou un peu moins de dureté. Le

troisième lit a trois pieds de hauteur, il est d'une couleur verdâtre; c'est un mélange de sable, de coquilles & autres productions de mer pétrifiées. Le quatrième a neuf pieds six pouces d'épaisseur, il est composé d'un sable gris, en quelques parties orangé, graveleux & approchant de la nature du grès; on en a même trouvé quelques morceaux d'environ un pied en tout sens, & il devient d'autant plus glaiseux qu'il est plus profond : c'est dans ce banc qu'on a trouvé beaucoup de coquillages, la plupart bien conservés.

Les fouilles ont conduit à un cinquième lit de glaise couleur d'ardoise, de sept pieds d'épaisseur, c'est entre ce lit & le précédent que les eaux avoient établi leur cours ordinaire, & qu'on a trouvé deux morceaux de lave de trois ou quatre pouces de diamètre; ce lit est terminé par une couche de six pouces d'épaisseur composée de glaise & de craie marbrée, noire, brune & blanche.

On a trouvé dans la glaise noire un morceau de bois fort lourd couleur de café brûlé & d'un beau noir d'ivoire en certains endroits; on en ignore la longueur parce qu'il étoit à travers la tranchée & qu'on ne l'a pas suivie, sa grosseur est de quatre à six pouces; ce bois étoit couché suivant la pente de la montagne, & rempli, dans ses nœuds & fentes, de pyrites faites en forme de lingots.

On a découvert, à cette même profondeur, un plancher de ces mêmes pyrites, de deux pouces d'épaisseur, dont la cristallisation est fort irrégulière; ces pyrites sont sulfureuses & vitrioliques, elles fleurissent aisément à l'air, & si on en décompose dans de l'eau, on lui donne la même odeur & le même goût que l'eau d'une source minérale, qui sort de cette même côte au-dessous du Château neuf, & qui opère de bons effets; d'où il semble qu'on peut inférer qu'elle passe sur des pyrites semblables à celles-ci : ce banc porte sur un sixième d'une espèce de craie très-blanche dont on n'a pas sondé toute la profondeur, elle est douce sous les doigts & s'y réduit en poudre fine. Ces détails qui font connoître la nature de la montagne de Saint Germain, ne sont point indifférens, sans doute, pour l'examen du morceau de bois qu'on y a trouvé, & la comparaison que je me propose d'en faire avec le jayet. On sait que le jayet ordinaire dont on faisoit autrefois plus d'usage dans les Arts, & qu'on emploie maintenant encore, mais très-peu en Médecine, se trouve en carrières

plus ou moins profondes & par morceaux de différentes dimenſions, aſſez ſouvent poſés les uns ſur les autres & preſque toujours formés de lames ou couches ſur pluſieurs deſquelles on aperçoit des fibres.

La couleur du jayet eſt noire, mais la ſuperficie de ces lames n'a point ce luiſant qu'offre l'intérieur du morceau dans une caſſure; c'eſt auſſi ce qu'il eſt aiſé de reconnoître dans le morceau de bois de Saint Germain. Dans l'intérieur d'une fente ou d'un morceau rompu, on voit une couleur d'un noir d'ivoire bien plus brillant que ſur la ſurface du morceau. La dureté du jayet & du morceau de bois eſt à peu près la même, elle n'eſt pas grande dans ces deux foſſiles, l'outil les entame aiſément, cependant ils ſe poliſſent très-bien, & également tous deux, & étant polis, ils offrent la même nuance de couleur au point de les croire provenus du même morceau. Le bois foſſile de Saint Germain & le jayet ordinaire, brûlent & donnent de la flamme ſur les charbons, le jayet répand une odeur bitumineuſe ou de pétrole; certains morceaux du bois dont nous parlons, donnent auſſi une odeur aſſez ſemblable, ſur-tout ſi l'on choiſit les morceaux où il ne ſe rencontre point de pyrites; car dans les autres, l'odeur vive & ſuffoquante du ſoufre qui brûle domine celle du jayet. Par la diſtillation dans des vaiſſeaux fermés, ces deux foſſiles offrent les mêmes principes, en choiſiſſant des morceaux de bois entièrement exempts de pyrites.

Il réſulte donc de cette comparaiſon, en conſidérant les caractères non-équivoques du morceau de bois, trouvé dans la montagne de Saint Germain que M. Perronet a dépoſé à l'Académie; qu'il eſt changé en jayet, & il ſervira à confirmer le ſentiment de ceux qui croient le jayet produit par des végétaux; car le plus ou le moins de bitume ou de matières inflammables dans le jayet ne peut pas faire ſéparer de la claſſe, celui qui en contiendroit en plus ou en moindre quantité. Il auroit été à deſirer que l'on eût pu reconnoître l'eſpèce de bois qui produit le jayet, s'il eſt dans la claſſe des réſineux; & enſuite les circonſtances néceſſaires pour qu'il ſe change en jayet: mais voici un premier pas qui conduit à la découverte de ces autres queſtions, & l'on ſait que ſouvent on marche lentement dans la connoiſſance des ſecrets de la Nature.

ÉLÉMENS DE L'ORBITE DE LA COMÈTE

Découverte par M. MESSIER, le 14 Juin 1770.

Par M. PINGRÉ.

LIEU du nœud aſcendant.................. 4ˢ 16ᵈ 39′ 5″

Lieu du périhélie......................... 11. 26. 7. 16

Logarithme de la diſtance périhélie........... 9,799056.

Diſtance périhélie......................... 0,629587.

On ſuppoſe la moyenne diſtance de la Terre au Soleil de 1,000000.

Sens du mouvement......................... direct.

Inclinaiſon de l'orbite......................... 1ᵈ 44′ 29″

Temps moyen à l'Obſervatoire.

Paſſage au périhélie le 9 Août à................ 0ʰ 19′ 17″

Sur ces élémens, j'ai calculé le lieu de la Comète pour le midi vrai de chaque jour juſqu'au mois de Septembre.

JOURS du MOIS.	LONGITUDE de la COMÈTE.	LATITUDE de la COMÈTE.	DISTANCE de la COMÈTE à la TERRE.
	S. D. M.	*D. M.*	
Juillet 19	3. 2. 17	0. 57 Bor.	0,277.
20	3. 2. 27	0. 45	
21	3. 2. 38	0. 33	
22	3. 2. 51	0. 23	
23	3. 3. 5	0. 14	
24	3. 3. 20	0. 5	
25	3. 3. 36	0. 3 Auſt.	0,379.
26	3. 3. 53	0. 10	
27	3. 4. 11	0. 17	
28	3. 4. 30	0. 23	
29	3. 4. 50	0. 28	
30	3. 5. 10	0. 33	
31	3. 5. 31	0. 37	

JOURS du MOIS.	LONGITUDE de la COMÈTE.	LATITUDE de la COMÈTE.	DISTANCE de la COMÈTE à la TERRE.
	S. D. M.	D. M.	
Août. 1	3. 5. 53	0. 41 Auft.	0,506.
2	3. 6. 17	0. 45	
3	3. 6. 42	0. 48	
4	3. 7. 9	0. 51	
5	3. 7. 37	0. 54	
6	3. 8. 6	0. 57	
7	3. 8. 36	0. 59	0,621.
8	3. 9. 7	1. 1	
9	3. 9. 39	1. 3	
10	3. 10. 12	1. 5	
11	3. 10. 46	1. 6	
12	3. 11. 21	1. 8	
13	3. 11. 56	1. 9	0,737.
14	3. 12. 32	1. 10	
15	3. 13. 9	1. 11	
16	3. 13. 46	1. 12	
17	3. 14. 24	1. 13	
18	3. 15. 2	1. 14	
19	3. 15. 41	1. 15	0,850.
20	3. 16. 20	1. 15	
21	3. 16. 59	1. 16	
22	3. 17. 38	1. 16	
23	3. 18. 17	1. 16	
24	3. 18. 56	1. 17	
25	3. 19. 36	1. 17	0,957.
26	3. 20. 15	1. 17	
27	3. 20. 54	1. 17	
28	3. 21. 33	1. 17	
29	3. 22. 11	1. 17	
30	3. 22. 49	1. 17	
31	3. 23. 26	1. 17	
Septem. 1	3. 24. 3	1. 17	1,069.

NOUVELLES

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES POUR CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE;

Et en général pour réduire les Observations de cet Astre, faites à la surface de la Terre, au lieu vu du centre.

HUITIÉME MÉMOIRE,

Dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les Mémoires précédens.

Par M. DU SÉJOUR.

POUR l'intelligence de ce qui suit, le Lecteur se rappellera

(1.) Que dans toutes mes équations,

r exprime le demi-petit axe de la Terre, que je suppose d'ailleurs égal au rayon des Tables.

ρ le demi-grand axe.

v l'arc de 15^d rectifié.

θ le sinus, ψ le cosinus de l'inclinaison de l'orbite corrigée.

Cette inclinaison se détermine par l'équation suivante;

Tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée $=$

$$\frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. hor. de la ☾ en latit. évalué en secondes de degré}}{\text{sin. (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ⊙)}}.$$

ξ le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

Année 1764.

s le ſinus, c le coſinus, de la latitude corrigée de l'Obſervateur (*2.d Mém. §. 20; Table I*), c'eſt-à-dire d'un angle qu'il faut ſubſtituer à la latitude vraie, & qui ſe conclut de cette latitude.

g le ſinus, h le coſinus, de l'angle horaire du Soleil.

p le ſinus, q le coſinus, de la déclinaiſon du Soleil à l'inſtant pour lequel on calcule.

Ω le coſinus de l'obliquité de l'écliptique.

$$\chi = \sqrt{(q^2 - \Omega^2)}.$$

ω le ſinus, t la tangente, φ le coſinus, de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil parallèle ou équatorial* de l'Obſervateur ſuppoſé au centre de la Terre. Cet angle ſe détermine par l'équation ſuivante,

$$\omega = \frac{\theta\,\Omega}{q} + \frac{\psi\,\chi}{q}.$$

π le ſinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'inſtant pour lequel on calcule.

π' le ſinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi'\,\xi}{\pi}.$$

$$l = r \times \frac{\text{ſin. de la lat. de la ☾ à l'inſt. de la conj. vue du centre de la Terre}}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'inſtant de la conjonction}}$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\text{ſin. verſe (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. horaire du ☉)}}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'inſtant de la conjonction}}$$

$$\varkappa = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{ſin. (mouv. horaire de la ☾ en longit. — mouv. horaire du ☉)}}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'inſtant de la conjonction}}$$

(2.) Que dans toutes les équations, j'ai ſuppoſé que les quantités précédentes étoient poſitives; qu'il pouvoit arriver cependant que quelques-unes de ces quantités deviniſſent négatives.

(3.) Que dans toutes les Écliples de Soleil, les quantités r, ϱ, υ, ψ, ξ, c, q, Ω, ϕ, π, π', ζ, γ, $\varkappa$, étoient eſſentiellement poſitives; que par conſéquent le changement de leurs valeurs abſolues ne pouvoit faire varier le ſigne des termes dans leſquels elles entroient.

(4.) Qu'il n'en étoit pas de même des quantités θ, b, s, g, h, p, χ, t, ω, l.

* Dans les premiers Mémoires, j'avois appelé *fil horaire* ce que l'on nomme ordinairement *fil parallèle* ou *équatorial;* je reprends la définition adoptée par les Aſtronomes.

Que la quantité l devenoit négative, lorſque la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre, étoit auſtrale à l'inſtant de la conjonction.

Que la quantité θ devenoit négative, lorſque l'Éclipſe arrivoit dans le nœud deſcendant de la Lune.

Que b devenoit négatif, lorſque l'inſtant pour lequel on calcule précédoit l'inſtant de la conjonction.

Que s devenoit négative, lorſque la latitude de l'Obſervateur étoit auſtrale.

Que g devenoit négatif, lorſque l'heure donnée étoit entre minuit & midi.

Que h devenoit négative, lorſque l'heure étoit entre ſix heures du ſoir & ſix heures du matin.

Que p devenoit négatif, lorſque la déclinaiſon du Soleil étoit auſtrale.

Que χ devenoit négatif, lorſque le Soleil étoit dans les ſignes deſcendans, c'eſt-à-dire depuis le ſolſtice d'été juſqu'au ſolſtice d'hiver.

Que le ſigne de ω, & de t qui en eſt une conſéquence, étoit déterminé par la formule du *§. 1.er*

(5.) J'ai ſuppoſé dans ce Mémoire que pour l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit les Élémens ſuivans.

Heure que l'on comptoit lors de la conjonction, dans l'obſervatoire de M. Short à Londres, 10h 21′ 28″ du matin.

Lieu de la conjonction	12d	9′	56″	du Bélier.
Mouvement horaire du Soleil	0.	2.	27,7	
Mouvement horaire de la Lune en longitude.	0.	29.	39	
Latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction.	0.	39.	32	boréale.
Mouvement horaire de la Lune en latitude.	0.	2.	44	Éclipſe dans le nœud aſcendant.
Parallaxe horizontale polaire de la Lune	0.	54.	1,5	
Obliquité de l'Écliptique	23.	28.	21	
Déclinaiſon du Soleil à l'inſtant de la conjonction.	4.	48.	50	boréale.
Parallaxe horizontale du Soleil	0.	0.	10	

Demi-diamètre du Soleil tiré des Tables	0^d	$16'$	$1''$
Demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation*	0.	15.	56
Inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune	0.	0.	5

$$\text{finus (demi-diam. horizont. de la ☾)} = \frac{9000}{32887}\ \text{finus (parallaxe horizont. polaire)};$$

Demi-diamètre horizontal de la Lune	0.	14.	47,1	
Rapport des axes de la Terre, comme 177 à 178.				
Variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune	0.	0.	0,5	négative
Variation horaire de la déclinaison du Soleil...	0.	0.	58	positive.

D'où j'ai conclu

			Logarithme...
r	= + 100000.	r	= 10,0000000.
ρ	= + 100565.	ρ	= 10,0024467.
v	= + arc de 15^d rectifié.	v	= 9,4179686.
θ	= + finus. $5^d\ 44'\ 26''$	θ	= 9,0001044.
ψ	= + cofin. 5. 44. 26.	ψ	= 9,9978165.
ξ	= + cofin. 0. 39. 32.	ξ	= 9,9999711.
p	= + finus. 4. 48. 50.	p	= 8,9238624.
q	= + cofin. 4. 48. 50.	q	= 9,9984653.
Ω	= + cofin. 23. 28. 21.	Ω	= 9,9624884.
χ	= + 38936.	χ	= 9,5903565.
ω	= + finus. 28. 44. 30.	ω	= 9,6820198.
t	= + tang. 28. 44. 30.	t	= 9,7391209.
φ	= + cofin. 28. 44. 30.	φ	= 9,9428989.
π	= + finus. 0. 54. 1,5	π	= 8,1963030.
π'	= + finus. 0. 0. 10.	π'	= 5,6855749.
ζ	= + 99692.	ζ	= 9,9986603.

Logar.	fin. de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction....	= 8,0606800.
	fin. verse (mouv. hor. de la ☾ en long. — mouv. hor. du ☉)	= 5,4972284.
	fin. (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉)	= 7,8981331.

* J'ai distingué deux différens demi-diamètres du Soleil, celui tiré des Tables, & celui que je suppose dépouillé de l'irradiation; on verra (*§. 32 & suivans*) les raisons sur lesquelles cette distinction peut être fondée.

$$\begin{array}{ll} l = + 73177. & \\ r = + \quad 200. & \\ n = + 50581. & \text{Logarithme...} \\ \frac{nr}{\zeta} = + 50737. & \end{array} \left\{ \begin{array}{l} l = 9,8643770. \\ r = 7,3008965. \\ n = 9,7039847. \\ \frac{nr}{\zeta} = 9,7053244. \end{array} \right.$$

206265″ = le nombre de secondes de degré que contient le rayon du cercle, lorsqu'on le compare à la circonférence.

(6.) Je suppose également que le lecteur a présent à l'esprit ce que j'ai dit *(§. 28 du 3.e Mém.)* sur la relation entre le nombre de chiffres dont chaque quantité qui se trouve dans les formules, doit être composée, & la caractéristique de son logarithme. *Année 1765.*

Qu'il se rappelle l'exception relative au nombre de secondes, soit d'heure, soit de degré.

Qu'il n'a pas oublié la division du disque du Soleil en quatre angles égaux, établie par l'*article III du même Mémoire*, & la manière de déterminer dans lequel de ces angles l'Observateur rapporte le centre de la Lune.

Qu'il a présent à la mémoire la manière de distinguer chacun des termes d'une équation, en le surmontant d'un chiffre & d'une lettre; d'une lettre, pour signifier la quantité dans l'expression de laquelle se trouve le terme en question; d'un chiffre pour indiquer le rang de ce terme.

Je suppose encore que le Lecteur n'a pas oublié que dans toutes les formules, par la latitude d'un lieu j'entends sa latitude corrigée. Cette latitude est réductible à la latitude vraie; ou réciproquement, la latitude vraie est réductible à la latitude corrigée, par la première Table du §. 20 de mon second Mémoire. *Année 1764.*

(7.) Dans ce Mémoire j'ai changé la latitude de la Lune, l'instant de la conjonction, & le demi-diamètre du Soleil, employés précédemment; j'ai pareillement altéré d'une demi-seconde l'inflexion des rayons solaires. Je me suis cru fondé dans ces changemens, ainsi que le lecteur en pourra juger d'après les réflexions

que je lui préſenterai: d'ailleurs comme les élémens ne ſont qu'hypothétiques, ces changemens ſont abſolument indifférens.

(8.) Dans les précédens Mémoires j'avois ſuppoſé, d'après les
Année 1765. remarques du *§. 28* de mon troiſième Mémoire,

$$\text{Logarithme}\begin{cases} 1'' = 0{,}0000000, \\ 10 = 1{,}0000000, \\ 100 = 2{,}0000000, \end{cases}$$

& ainſi de ſuite. Avec cette notation on a un nombre négatif pour le logarithme d'une fraction de ſeconde. Afin d'éviter cet inconvénient, je ſuppoſerai dans ce Mémoire

$$\text{Logarithme}\begin{cases} 0'',01 = 0{,}0000000, \\ 0{,}1 = 1{,}0000000, \\ 1 = 2{,}0000000, \\ 10 = 3{,}0000000, \\ 100 = 4{,}0000000, \end{cases}$$

& ainſi de ſuite. Je négligerai toutes les quantités au-deſſous d'un centième de ſeconde, c'eſt-à-dire toutes celles dont le logarithme ſeroit négatif. Dans cette nouvelle notation

$$\text{Logarithme}\begin{cases} 3600'' = 5{,}5563025. \\ 206265 = 7{,}3144255. \end{cases}$$

(9.) On a pu remarquer *(§. 5)* que lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune étoit négative; & qu'au contraire la variation horaire de la déclinaiſon du Soleil étoit poſitive. En général, la variation horaire de la parallaxe de la Lune eſt poſitive, lorſque cet aſtre tend de l'apogée au périgée, c'eſt-à-dire dans les 180 premiers degrés d'*anomalie*, elle eſt négative dans les 180 derniers degrés d'*anomalie:* c'étoit le cas de l'éclipſe du 1.er Avril 1764.

Quant à la variation horaire de la déclinaiſon du Soleil, cet élément eſt poſitif dans les ſignes aſcendans, c'eſt-à-dire, depuis le ſolſtice d'hiver juſqu'au ſolſtice d'été; il eſt négatif dans les ſignes deſcendans, c'eſt-à-dire, depuis le ſolſtice d'été juſqu'au ſolſtice d'hiver.

ARTICLE PREMIER.

Recherches préliminaires.

SECTION PREMIÈRE.

Expoſition du ſujet.

(10.) J'ai ſuppoſé connus juſqu'ici, les élémens de l'Éclipſe; & j'ai fait voir comment on en peut déduire les circonſtances futures. Il y a un autre genre de Problèmes peut-être plus intéreſſans par leur objet, & dont la ſolution n'eſt pas moins difficile. On peut en effet demander des méthodes pour conclure, d'après les obſervations, les élémens de l'Éclipſe, & la poſition reſpective des différens lieux où elle a été obſervée.

(11.) Je me propoſe aujourd'hui de réſoudre cette dernière queſtion dans toute ſa généralité. Ce Problème devoit naturellement entrer dans la troiſième partie de mon Ouvrage; l'utilité actuelle dont il peut être relativement au dernier paſſage de Vénus, qui, par une circonſtance heureuſe, ſe trouve lié à l'obſervation d'une Éclipſe de Soleil; le deſir que quelques Aſtronomes ont paru témoigner de connoître ma méthode, m'a fait intervertir l'ordre que je m'étois propoſé d'abord; j'ai cru que cette intervertion pouvoit m'être d'autant plus permiſe, que ma méthode ne ſuppoſe les élémens connus qu'avec l'exactitude que l'on a droit d'attendre de bonnes Tables aſtronomiques. J'ajouterai que mes équations ſerviront à rectifier ces élémens.

(12.) On a pu remarquer qu'une des attentions que j'ai cru ne devoir jamais négliger, a été de porter juſqu'à l'évidence la plus ſcrupuleuſe, l'exactitude des méthodes; ce même eſprit me fait examiner d'abord pluſieurs queſtions, que l'on pourroit regarder au premier coup d'œil, comme ſuperflues.

(13.) Dans la ſuite de cet Ouvrage, j'ai fait, avec tous les Aſtronomes, une ſuppoſition dont il s'agit d'apprécier la légitimité. J'ai ſuppoſé que ſi par le centre de la Lune, on faiſoit

passer à chaque instant un plan mobile, perpendiculaire au rayon vecteur de la Terre, c'est-à-dire, à la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre; la trace que laisseroit le centre de la Lune sur ce plan mobile, seroit une ligne droite. Dans la rigueur géométrique, cette supposition n'est pas exacte. En effet, puisque
Année 1764. j'ai fait voir *(2.e Mémoire, §. 21)* que toutes les courbes tracées sur le plan mobile de projection sont entièrement semblables, soit de grandeur, soit de position, à celles tracées sur le plan particulier, passant par le centre de la Terre, & que j'ai appelé l'*horizon absolu;* la trace du centre de la Lune sur le plan mobile de projection, est entièrement semblable à la projection orthographique de l'orbite de la Lune sur l'horizon absolu. Il s'agit donc de déterminer 1.° dans quel cas cette projection est rigoureusement une ligne droite; 2.° combien cette projection diffère de la ligne droite, lorsqu'elle est portion de courbe. Je fais voir que dans les cas extrêmes, la différence entre les ordonnées à la ligne droite & à la courbe, soutend un angle, qui est à peine un neuf millième de la parallaxe horizontale polaire de la Lune.

(14.) Si l'on jette les yeux sur mes formules, on verra facilement que la connoissance exacte des grandeurs dont elles sont composées, dépend en partie des élémens du Soleil, & en partie des élémens de la Lune. Quoique peut-être j'eusse pu supposer connus plusieurs de ces élémens, tels que les parallaxes du Soleil & de la Lune, les mouvemens horaires, la déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction, &c. je n'ai cependant regardé aucune de ces quantités comme absolument déterminée par les Tables astronomiques. On pourroit, sous ce point de vue, taxer de superfluité une partie de mon travail, mais j'ai préféré de présenter la question dans toute sa généralité, sauf à négliger, dans chaque cas, la portion des équations dont on se croira dispensé de faire usage.

(15.) Quoique dans la suite de ce Mémoire je regarde comme indéterminés les élémens de l'Éclipse, il se rencontre cependant dans les différentes équations, de certaines valeurs qui semblent

ſemblent dépendre de ces élémens, & que je regarde comme rigoureuſement données par les Tables: ce ſont celles dont les variations ſont trop inſenſibles, relativement aux erreurs poſſibles des Tables, pour entrer en ligne de compte dans les réſultats.

(16.) Je paſſe enſuite à la ſolution d'un Problème qui peut être utile dans un grand nombre de circonſtances. Il arrive ſouvent que pendant la durée d'une Éclipſe, la déclinaiſon du Soleil & la diſtance de la Lune à la Terre varient d'une manière ſenſible. Quelque légère que ſoit la différence que cette variation d'élémens apporte dans les calculs, il eſt indiſpenſable d'y avoir égard lorſqu'il s'agit d'un réſultat rigoureux. Le moyen qui ſe préſente naturellement eſt de ſuppoſer variables la déclinaiſon du Soleil, la diſtance de la Lune à la Terre, & d'employer pour chaque obſervation particulière, les élémens qui ont lieu à cet inſtant. Quelque ſimple que paroiſſe cette méthode au premier coup d'œil, lors cependant que l'on veut comparer par des formules analytiques, des obſervations faites dans des temps différens, on peut élever quelque doute ſur ſa légitimité; les formules ſuppoſent eſſentiellement que les élémens ſont les mêmes pour les différentes obſervations, il ne ſeroit pas poſſible autrement de parvenir à un réſultat analytique; l'élimination des variables les unes par les autres ſeroit ou impoſſible ou inexacte; il faut donc avoir recours à une méthode de correction qui permette d'employer les mêmes élémens pour toutes les obſervations: cette méthode conſiſte dans la ſolution de deux queſtions que l'on peut réduire en une de la façon ſuivante.

Étant donnée une diſtance des centres du Soleil & de la Lune, obſervée dans un lieu & à une heure quelconques; déterminer quelle eût été la diſtance obſervée dans le même lieu & à la même heure, ſi la diſtance de la Lune à la Terre & la déclinaiſon du Soleil n'euſſent pas varié depuis l'inſtant de la conjonction *.

(17.) Après avoir réſolu ces queſtions préliminaires, je viens enfin

* On peut également, dans le calcul, faire uſage de la véritable diſtance obſervée des centres, pourvu que l'on ait des formules pour corriger le réſultat, relativement à la variation de la parallaxe de la Lune & de la déclinaiſon du Soleil; j'emploierai indiſtinctement ces deux méthodes.

à la solution du Problème qui fait un des principaux objets de ce Mémoire. Je suppose les élémens de l'éclipse déterminés d'une manière quelconque, soit par de bonnes Tables astronomiques, soit par des observations déjà calculées, & je donne dans cette hypothèse, une formule pour conclure la différence en longitude de deux observatoires où l'on aura observé deux distances des centres quelconques.

(18.) Parmi toutes les phases possibles qui peuvent également servir à la détermination des Longitudes, deux sur-tout m'ont paru mériter une attention particulière, celles du commencement & de la fin de l'Éclipse, de la formation & de la rupture de l'anneau; quoique le Problème soit traité d'une manière générale, je fais singulièrement attention à ces phases importantes.

(19.) Si l'on pouvoit se flatter de connoître les véritables élémens de l'Éclipse, on pourroit regarder ce premier résultat comme l'expression rigoureuse de la Longitude, & c'est sous ce point de vue qu'on a coutume de l'envisager en Astronomie. Lorsqu'on fait attention cependant que cette première valeur renferme des quantités sur lesquelles les Astronomes ne sont nullement d'accord, il me paroît assez difficile de lui accorder une entière confiance: j'ai donc cru qu'il seroit utile de ne présenter ce résultat que comme hypothétique, & de chercher la forme la plus générale que puisse avoir l'équation à la Longitude.

(20.) Lorsqu'on calcule une observation, on peut supposer une erreur quelconque dans la latitude du lieu, les diamètres du Soleil & de la Lune, les parallaxes, le rapport des mouvemens horaires, les quantités absolues de ces mouvemens, le rapport des axes de la Terre, la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, la déclinaison du Soleil, l'heure précise des observations, soit que cette dernière erreur provienne du dérangement de la pendule, soit qu'elle provienne de l'inattention de l'observateur ou de l'imperfection des instrumens qu'il a employés. Il est donc sensible que l'équation générale à la Longitude doit renfermer; 1.° le terme hypothétique, c'est-à-dire celui qui est donné par les élémens dont on est parti pour calculer; 2.° toutes les corrections

que l'on doit faire à ce premier résultat relativement aux différences qui peuvent se trouver entre les élémens supposés & les véritables élémens de l'Éclipse; entre les observations que l'on a faites & les observations que l'on auroit dû faire.

(21.) J'ai supposé dans cet ouvrage, que les méridiens terrestres sont elliptiques, cette supposition peut renfermer quelqu'inexactitude; je remarquerai cependant que la figure elliptique étant donnée par la théorie dans l'hypothèse que la Terre ait été primitivement fluide, il est probable qu'elle ne doit pas s'écarter beaucoup de la véritable figure de notre globe; les mesures géodésiques que l'on a prises dans les différentes parties de la Terre déposent en faveur de cette opinion. Je fais voir qu'en supposant les méridiens terrestres peu différens d'une ellipse, il est possible dans la rigueur géométrique de partir pour les calculs de l'hypothèse elliptique; il suffit de supposer variable le rapport des axes de l'ellipse.

(22.) On sait qu'il y a des parties de notre globe fort élevées au-dessus du niveau de la mer; cette élévation doit certainement influer d'une manière quelconque sur l'observation; quelque légère que l'on suppose l'erreur du résultat dûe à cette cause, elle n'est pas nulle, & s'il est possible de l'éviter, par un calcul simple & facile, on ne doit pas s'en dispenser. Je me propose donc de démontrer comment il est possible d'avoir égard dans le calcul, à l'élévation de l'observateur au-dessus du niveau de la mer. Cette recherche m'a paru d'autant plus curieuse que c'est à ce niveau que l'on peut attribuer plus probablement la figure elliptique.

(23.) Après avoir détaillé les différens termes qui doivent composer l'équation générale à la Longitude, il est aisé de sentir la manière dont j'ai formé cette équation; j'ai différencié l'expression indéterminée de la Longitude, en regardant successivement comme variables toutes les quantités qu'elle renferme; chaque différenciation m'a donné un des termes dont la réunion est l'équation complette.

(24.) Qu'il me soit permis de présenter rapidement quelques réflexions sur la méthode que je viens d'exposer. Cette manière

de parvenir aux élémens rigoureux, en cherchant à déterminer la différence entre ces élémens & les élémens hypothétiques, présente un avantage aux yeux du Géomètre, celui de n'avoir jamais à résoudre que des équations du premier degré, quel que soit le nombre des observations que l'on veuille comparer, & le nombre des variables que l'on ait à éliminer : la raison en est sensible. Chaque différence est déterminée par les méthodes infinitésimales qui ne conduisent qu'à des équations du premier degré; mais quand même on ne se proposeroit pas d'éliminer les variables les unes par les autres, la méthode n'en seroit pas moins utile; rien de plus curieux en effet que de représenter par une équation, tous les résultats possibles dans toutes les hypothèses d'élémens de l'Éclipse.

(25.) Je ne puis dissimuler une réflexion que ces équations présentent naturellement. On peut sans doute se flatter d'atteindre dans les résultats à une assez grande précision; les secours de toute espèce, soit de théorie, soit de pratique, que fournit l'Astronomie moderne, sont assez multipliés pour qu'on ne doive pas craindre de s'éloigner beaucoup de la vérité; mais, est-il également démontré que l'on ait atteint ce dernier degré d'exactitude que l'on annonce quelquefois, parce qu'on se flatte d'y être parvenu ? N'est-il pas évident au contraire que cette extrême précision dépend de la combinaison de tant d'élémens, dont aucun n'est rigoureusement connu, & qui peuvent conduire à la même conclusion de tant de façons différentes, qu'il doit toujours rester quelqu'incertitude sur les vrais élémens ? Ne seroit-il pas plus conforme à la vérité, plus utile à l'avancement des Sciences, de ne donner jamais que des résultats qui se plient à toutes les hypothèses, sans en supposer privativement aucune, ainsi que je le propose; ou du moins, de ne pas présenter comme absolument certaines, des conclusions qui ne sont que probables ?

(26.) Ces premières recherches conduisent naturellement à la détermination d'un genre d'équations que j'appelle, à cause de leurs propriétés, *équations de condition:* je m'explique. Je suppose que dans un lieu on ait fait deux observations différentes; il est sensible

que si elles sont exactes, & que l'on ait d'ailleurs les véritables élémens de l'Éclipse, chacune de ces observations doit donner la même Longitude; si donc l'on compare ces observations, & que l'on égale les expressions de la Longitude, on aura une relation entre les élémens qui satisfont à ces observations; c'est celle que j'appelle *équation de condition.*

(27.) Il est aisé de sentir que l'on doit avoir autant de ces relations que l'on peut combiner d'observations deux à deux; on peut, suivant les usages auxquels on se propose de les employer & le degré de confiance que l'on a dans chacune, les laisser sous cette forme distincte & séparée, ou les réduire à une seule équation qui sera alors *la résultante* des différentes observations que l'on veut comparer; l'utilité de ces relations est bien sensible: elles apprennent au premier coup d'œil, si tels ou tels élémens satisfont à telles & telles observations, & en général, on ne doit employer dans les *équations aux Longitudes*, que les valeurs qui rendent nulles les *équations de condition.* La forme de ces équations convaincra facilement qu'il seroit à desirer, lorsque les Astronomes donnent des observations réduites, qu'ils voulussent s'expliquer d'une manière claire & précise, sur les élémens dont ils ont fait usage; ils épargneroient par-là au lecteur l'inquiétude de savoir s'ils ne sont point partis dans leurs calculs, d'une hypothèse que le lecteur ne croit pas devoir adopter; en tout cas on seroit plus à portée de rectifier ce qu'on jugeroit de défectueux dans le résultat.

(28.) Après avoir exposé les principes analytiques des méthodes, & les attentions de calcul qu'elles exigent, je passe à l'application de ces méthodes. J'ai calculé, dans la plus grande généralité possible, toutes les observations que j'ai pu recueillir de l'Éclipse du 1.er Avril 1764; j'entends celles où l'on a vu des contacts, soit intérieurs, soit extérieurs des limbes. Je commence par discuter les observations de l'Éclipse annulaire: je n'en connois que neuf de cette dernière espèce; celles de Cadiz, Madrid, Rennes, Nolon, Calais, Chatam, Hernosand, Torneå, Pello: je détermine pour chacune *les équations de condition*, & *l'équation générale à la Longitude;* j'exécute ensuite le même travail

pour tous les lieux où l'on a obſervé des commencemens & fins d'Éclipſe, le 1.er Avril 1764 *.

(29.) On ſent aſſez combien un pareil travail eſt conſidérable; l'utilité que l'Aſtronomie & la Géographie doivent s'en promettre, m'a ſoutenu dans cette entrepriſe. Indépendamment de la poſition géographique de pluſieurs villes célèbres de l'Europe, qui paroît l'objet principal de mon travail, peut-être pourrai-je me flatter d'avoir jeté quelque lumière ſur des queſtions délicates d'Aſtronomie; celle des véritables diamètres du Soleil & de la Lune, de la conſtante de la parallaxe lunaire, de la force réfractive de l'atmoſphère de la Lune, &c. Si l'on fait réflexion que l'Éclipſe du 1.er Avril 1764 a eu le rare avantage d'être obſervée avec beaucoup d'exactitude, de part & d'autre de la ligne de la centralité, dans une très-grande étendue de pays; qu'elle a été vue annulaire depuis l'extrémité méridionale de l'Eſpagne, juſqu'en Lapponie; que dans ce dernier climat on a deux obſervations très-voiſines, dont l'une ſert de preuve à l'autre; qu'il en eſt de même des obſervations faites en Bretagne & en Angleterre, lorſqu'on les compare à celles faites dans le reſte de l'Europe; que ſur-tout les durées de l'anneau comparées aux autres durées de l'Éclipſe peuvent fixer un grand nombre d'incertitudes; qu'enfin les méthodes & les inſtrumens ſont portés à une grande perfection; on verra que mes eſpérances ſont fondées, que l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, conſidérée ſous un grand nombre de points de vue, eſt peut-être un des évènemens aſtronomiques

* SUÈDE ET DANEMARCK.

Torneå, Hernoſand, Stockolm, Upſal, Lunden, Landskron, Carlſcroon, Abo, Copenhague.

POLOGNE ET HONGRIE.

Varſovie, Poſen *ou* Poſnanie, Léopold *ou* Lemberg, Tyrnau.

ANGLETERRE.

Londres, Clerkenveel - Cloſe, Brompton-park, Greenwich, Oxford, Thorley-Hall, Schirburn-Caſtle, Liverpool.

ALLEMAGNE.

Hambourg, Berlin, Leipſick, Pollingen, Ingolſtat, Schwezingen, Vienne, Cremſmunſter.

ITALIE ET ESPAGNE.

Murano, Milan, Bologne, Rome, Naples, Madrid, Cadiz.

FRANCE.

Montpellier, Avignon, Toulouſe, Breſt, Kergars, Châlons, Metz, Toul, Nanci, Auxerre.

les plus intéreſſans de notre ſiècle, & qu'il eſt très-raiſonnable de chercher à faire ſervir, s'il eſt poſſible, les obſervations de ce phénomène à des déterminations délicates, quoique les Obſervateurs n'aient point eu ces queſtions en vue.

(30.) Pour faire comprendre en peu de mots comment on peut parvenir à ces déterminations; je ſuppoſe que l'on ait calculé toutes les *équations de condition*, en ayant égard à toutes les circonſtances qu'une ſaine critique doit faire entrer en ligne de compte; je ſuppoſe de plus, que ces équations conſpirent toutes à établir de certains élémens : je demande ſi cette maſſe de preuves qui, ſi elles étoient iſolées, auroient ſans doute moins de force, ne doit pas, par leur réunion, porter la conviction la plus entière ſur la certitude de ces élémens. Prenons enſuite un de ces élémens, par exemple, la parallaxe de la Lune: ſi je vois qu'en faiſant ſa différencielle négative, toutes les équations deviennent moins exactes, ne dois-je pas conclure que cet élément a été bien déterminé par les obſervations du Cap de Bonne-eſpérance, ou que du moins il n'eſt pas probable que cette parallaxe ſoit plus petite? J'oſerois croire que lorſque l'on aura ſous les yeux toutes les *équations de condition*, on ne pourra s'empêcher de convenir que ces équations ſuffiroient ſeules peut-être pour déterminer avec exactitude cet important élément, quand même on ſeroit actuellement au point d'incertitude où l'on étoit avant le voyage du Cap.

(31.) Dans la ſuite de mon travail, j'ai cru voir qu'au lieu d'éliminer les variables les unes par les autres (ce qui m'auroit occaſionné un travail infini, ſur-tout ſi j'avois voulu épuiſer toutes les combinaiſons poſſibles), il étoit plus naturel & plus lumineux en même temps, de diſtinguer parmi les différentes obſervations celles qui paroiſſoient les plus certaines, d'ajouter enſemble leurs *équations de condition*, & d'en faire réſulter, par voie d'addition, une *relation moyenne entre les élémens*. Cette manière de ſimplifier le Problème, m'a rendu facile dans la pratique ce qui certainement n'eût été poſſible qu'en théorie.

(32.) Il y a quelques années que mes calculs m'avoient appris

que la détermination des diamètres du Soleil, que l'on trouve dans la Connoiſſance des Temps, s'accordoit moins avec mes réſultats que celle donnée par M. Bradley, & confirmée en dernier lieu par M. Short. Je penſois que ſi cet élément demandoit à être rectifié, c'étoit dans le ſens oppoſé à la correction que l'on trouve dans la Connoiſſance des Temps. J'en avertis M. de la Lande notre Confrère : il me répondit alors qu'ayant eu occaſion, lors de ſon voyage d'Angleterre, de comparer les méthodes employées par lui, par M.[rs] Short & Bradley, il donnoit la préférence à ſa détermination ; que d'ailleurs les Éclipſes de Soleil ne lui paroiſſoient pas ſuſceptibles d'éclaircir la queſtion des véritables diamètres. Malgré ces réflexions, je crus devoir perſiſter dans mon opinion, dont j'indiquai les principes dans une remarque ſur les Obſervations de M. Short, faites le 1.[er] Avril 1764. Je croyois alors, & je crois encore les Éclipſes de Soleil très-propres à déterminer les véritables diamètres, ſur-tout lorſque l'on choiſit les circonſtances convenables. Je penſois que ſi l'on conſidère la grandeur de l'inſtrument que l'on doit employer pour des déterminations auſſi délicates, il n'y en a point de comparable à celui qui a pour rayon la diſtance de la Lune à la Terre. Il y a même des illuſions optiques, telles que l'irradiation, la diſperſion des rayons, le défaut de concentration du foyer dans un point mathématique, l'ébranlement communiqué aux parties de la rétine voiſines de celles qui reçoivent l'impreſſion principale, qui toutes conſpirent à augmenter le diamètre du Soleil, & dont il ne me paroît pas poſſible de ſe garantir entièrement, dans des obſervations ſublunaires.

Mém. Acad. année 1767.

(33.) Il n'en eſt pas de même des Éclipſes de Soleil ; en effet, la Nature dépouille ces phénomènes de toutes les illuſions optiques dont nous venons de parler. Quelqu'altération que la lumière éprouve dans l'atmoſphère, dans la lunette, dans l'organe même de la vue, l'impreſſion du premier rayon lumineux qui parvient à notre œil, n'en eſt pas moins inſtantanée, l'œil n'en eſt pas averti d'une manière moins ſubite du premier inſtant phyſique, où la poſition reſpective de la Lune & du Soleil laiſſe voir le diſque entier de ce dernier aſtre. J'ai vu, avec plaiſir, qu'après

qu'après avoir combattu mon opinion, M. de la Lande a ènfin été conduit aux mêmes conclusions, par ses calculs des deux passages de Vénus sur le Soleil, & qu'il emploie un demi-diamètre plus petit de 5 secondes (ainsi que je le croyois) que celui de la Connoissance des Temps. Au reste, je ne suis point éloigné de penser avec M. de la Lande, qu'il faut distinguer deux différens demi-diamètres du Soleil; le véritable demi-diamètre dépouillé de toutes les illusions optiques que je comprends sous la dénomination générale d'*irradiation,* & que l'on doit employer lors des contacts des limbes; & le demi-diamètre affecté de l'*irradiation;* c'est celui que donnent les Tables Astronomiques, & que l'on doit continuer d'admettre pour toutes les observations qui se font avec le micromètre. Quoi qu'il en soit, ce dernier élément dépend peut-être beaucoup & de l'œil de l'Observateur, & de la lunette dont il se sert.

(34.) Lors de la lecture de ce Mémoire, M. de la Lande m'a objecté que la méthode très-concluante, suivant lui, lorsqu'on l'applique, ainsi qu'il l'a fait, au passage de Vénus sur le disque solaire, ne doit pas être employée lors des Éclipses de Soleil, à cause de la grande exactitude qu'elle exige dans l'observation. Ma réponse est simple; lorsqu'en 1768 j'ai fait part à M. de la Lande de mes résultats, je ne pouvois certainement pas prévoir que ses calculs futurs conduiroient aux mêmes conclusions. D'ailleurs, la diminution du diamètre du Soleil, qu'il a conclu lui-même, en occasionne une au moins de 24 secondes de temps dans la durée des Éclipses, quantité certainement appréciable dans une bonne observation.

(35.) Indépendamment de la correction que le calcul semble indiquer pour le diamètre du Soleil, il y a encore un autre élément qui paroît se combiner avec les diamètres du Soleil & de la Lune. Cette quantité, additive lors des contacts intérieurs & soustractive lors des contacts extérieurs, m'a paru d'environ 4 à 5 secondes: je l'ai attribuée à l'inflexion que les rayons solaires éprouvent en passant dans l'atmosphère de la Lune. Si les diamètres de cet astre sont bien déterminés par les Tables Astrono-

miques, ou du moins, si l'on ne croit pas devoir les supposer au-dessous de la valeur donnée par celles de ces Tables qui les supposent les plus petits, il ne me paroît pas possible d'assigner une autre cause à ce phénomène. D'ailleurs l'explication a l'avantage de se plier aux observations faites en Écosse par M. le Monnier, lors de l'Éclipse de 1748; elle est de plus très-plausible, & entièrement analogue à ce que l'on observe dans notre atmosphère. La forme de mes équations démontre cependant que si l'on ne considère que les contacts des limbes, on donneroit également l'explication des phénomènes, en admettant une diminution réelle dans les véritables diamètres de la Lune. Je remarquerai à ce sujet que ce nouvel élément paroît aller dans le même sens que la diminution qu'il me semble difficile de ne pas adopter pour le diamètre du Soleil. Cette similitude d'effet indiqueroit peut-être une similitude de cause; c'est-à-dire une erreur semblable dans la mesure des diamètres lumineux de la Lune; erreur qui pourroit avoir sa source dans l'irradiation dont j'ai parlé ci-dessus. Je laisse aux Astronomes à peser ces réflexions, que je n'ai pas cru devoir passer sous silence. Indépendamment de toutes les raisons que l'on pourroit avoir pour se décider sur cette question, je donnerai par la suite des moyens que je crois propres à fixer cette incertitude.

(36.) Je passe ensuite à la solution d'un Problème qui peut être intéressant dans plusieurs cas. On sait que le 1.er Avril 1764, Chatam & Nolon se sont trouvés sur la limite des contacts des limbes; une circonstance semblable aura lieu relativement à nos Provinces septentrionales de France, lors de l'Éclipse du 26 Octobre 1772; la trace du contact du limbe boréal du Soleil & du limbe austral de la Lune, traversera le nord de la France. Il est sensible que si l'on suppose de certains élémens préférablement à d'autres, cette courbe passera par des points assez différens de notre globe: il est donc important d'avoir une méthode qui représente d'une manière générale, la trace des contacts dans une hypothèse quelconque d'élémens. Je résouds le Problème dans la plus grande généralité; je fais voir de plus que les mêmes équations peuvent servir à déterminer, 1.° la largeur de ce que j'appelle la *zône annulaire;* c'est-à-dire, l'étendue de pays sous chaque parallèle

où l'on peut obſerver, ſoit l'Éclipſe annulaire, ſoit l'Éclipſe totale avec demeure dans l'ombre; 2.° la variation de cette largeur relativement à la variation de chacun des élémens de l'Éclipſe.

(37.) On trouve dans nos Recueils un Mémoire de M. Pingré analogue à mon travail. Le but que s'eſt propoſé ce ſavant Aſtronome, & qu'il a exécuté long-temps avant moi, eſt en partie ſemblable au mien, celui de déterminer la poſition géographique de pluſieurs villes de l'Europe; il a même fait uſage de beaucoup d'obſervations que j'emploierai comme lui. J'aurois fort deſiré de comparer ſon analyſe à la mienne, mais il n'a donné que des réſultats. J'ai vu avec plaiſir qu'en général dans les recherches qui nous ſont communes, ce que j'appelle le *terme hypothétique de mes équations aux Longitudes*, s'écarte peu de ſes calculs: au reſte je dois avertir que ſon travail diffère du mien dans une partie eſſentielle, celle des *équations de condition* & des termes qui complètent les *équations générales aux Longitudes*. *Année 1766.*

(38.) La détermination de la parallaxe du Soleil eſt un objet aſſez intéreſſant pour mériter que l'on y applique mon analyſe dans ſa plus grande généralité; je me propoſe d'exécuter ce travail, auſſi-tôt que l'on aura reçu toutes les obſervations du paſſage de Vénus du 3 Juin 1769; je comparerai les réſultats avec ceux que l'on conclud des obſervations du Paſſage du 6 Juin 1761; j'y joindrai le calcul de beaucoup d'obſervations de l'Éclipſe du 4 Juin 1769. Peut-être mes recherches, quoique poſtérieures à celles des autres Aſtronomes, pourront, par leur généralité, mériter encore quelqu'attention *.

(39.) Je finis par une remarque importante. Il ſeroit à deſirer que les longueurs de calculs qu'entraîne la nouvelle forme d'équations que je propoſe, ne rebutaſſent point les Aſtronomes. Quel avantage, en effet, l'Aſtronomie ne pourroit-elle pas ſe promettre d'un grand nombre de bonnes obſervations réduites d'une manière générale, en ayant égard à toutes les erreurs poſſibles, ſans que le réſultat ſoit lié à aucun ſyſtème d'élémens? Un pareil calcul eſt, j'oſe le dire, un calcul de tous les temps;

* Ce travail eſt fort avancé à l'inſtant où l'on imprime ce Mémoire.

quand même, par exemple, je me ſerois trompé ſur les conſéquences que je tire de mes équations, mon travail au fond pourroit n'en être pas moins utile : ce ſeroit dans mon ouvrage que l'on pourroit puiſer les plus fortes objections pour me combattre.

SECTION SECONDE.

Examen de l'erreur qu'introduit dans les Calculs aſtronomiques, la ſuppoſition de l'orbite relative de la Lune regardée comme rectiligne, dans le petit intervalle de temps que dure l'Éclipſe ſur la Terre.

(40.) Dans la ſuite de cet ouvrage, j'ai fait, avec tous les Aſtronomes, une ſuppoſition dont il s'agit d'apprécier la légitimité. J'ai ſuppoſé que ſi, par le centre de la Lune, on faiſoit paſſer à chaque inſtant un plan mobile perpendiculaire au rayon vecteur de la Terre, c'eſt-à-dire, perpendiculaire à la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre; la trace que laiſſeroit le centre de la Lune ſur ce plan mobile, ſeroit une ligne droite. Dans la rigueur géométrique, cette ſuppoſition n'eſt point exacte; en effet, puiſque j'ai fait voir *(II.ᵉ Mém. §. 21)* que toutes les courbes tracées ſur le plan mobile de projection, ſont entièrement ſemblables, ſoit de grandeur, ſoit de poſition, à celles tracées ſur le plan particulier paſſant par le centre de la Terre, & que j'ai appelé l'*horizon abſolu ;* la trace du centre de la Lune ſur le plan mobile de projection eſt entièrement ſemblable à la projection orthographique de l'orbite de la Lune ſur l'horizon abſolu. Je me propoſe d'examiner, 1.° dans quel cas cette projection eſt rigoureuſement une ligne droite; 2.° combien cette projection diffère de la ligne droite, lorſqu'elle eſt portion de ligne courbe.

Année 1764.

La ſuppoſition dont je viens de parler ne m'étant pas particulière, j'aurois pu me diſpenſer d'en apprécier l'exactitude; j'ai cru cependant que les Aſtronomes verroient avec plaiſir mes recherches ſur ce ſujet. Comme il ne peut être ici queſtion que d'un réſultat moyen, je ſuppoſerai la Terre ſphérique, l'inclinaiſon moyenne

de *l'orbite relative* de la Lune ſur l'écliptique de $5^d\ 44'\ 26''$, l'orbite circulaire, & la parallaxe horizontale de la Lune de $57'$.

(41.) Soit G le centre de la Terre, S le Soleil, $Tt\grave{t}$ l'écliptique terreſtre, c'eſt-à-dire, celui qui a pour rayon le demi-diamètre Gt de la Terre, $AOBG$ le plan de l'écliptique, $AGBH$ le plan de l'horizon abſolu que je ſuppoſe perpendiculaire au plan de l'écliptique, GM la diſtance de la Lune à la Terre, MH l'orbite relative de la Lune, M le point où cette orbite rencontre l'écliptique, H le point où elle rencontre l'horizon abſolu, GO la partie du rayon vecteur GS mené du centre G de la Terre au centre S du Soleil, interceptée entre le centre G de la Terre & le cercle AOB. Fig. 1.

En vertu de la conſtruction que je viens d'indiquer, les cercles AOB, AHB, MH ont pour centre commun le point G, & pour rayon la diſtance GM de la Lune à la Terre; ſi donc du centre G & du rayon GM on décrit une ſphère, il eſt évident que les cercles AOB, AHB, HM ſeront à la circonférence de cette ſphère; que l'arc OM exprime l'arc de l'écliptique intercepté entre la ligne GM des nœuds, & la ligne GO qui détermine le plan dans lequel ſe fait la conjonction; que l'angle AMH meſure l'inclinaiſon de l'orbite relative de la Lune ſur l'écliptique; que l'angle MAH eſt droit puiſqu'il meſure l'angle du plan de l'écliptique avec l'horizon abſolu; que l'angle MHB meſure l'angle du plan de l'orbite relative de la Lune avec l'horizon abſolu; & que l'arc AH meſure l'angle HGA formé ſur l'horizon abſolu, par les interſections de cet horizon avec les plans de l'orbite relative de la Lune & de l'écliptique.

On a donc (*Trigonométrie ſphérique*)

$$\text{Tangente } AH = \frac{\text{ſinus } AM \times \text{tang. } AMH}{\text{ſinus total}},$$

$$\text{Coſinus } AHM = \frac{\text{coſin. } AM \times \text{ſinus } AMH}{\text{ſinus total}}.$$

(42.) Si la ligne GM des nœuds coincide avec la ligne GO,

on a alors

Fig. 1. ſinus $AM =$ ſinus total; coſinus $AM = 0$;

le côté AH eſt donc d'un égal nombre de degrés que l'angle AMH qui meſure l'inclinaiſon de l'orbite relative de la Lune ſur le plan de l'écliptique, & l'angle AHM eſt de 90 degrés; dans ce cas le plan de l'orbite lunaire eſt perpendiculaire au plan de l'horizon abſolu, & la projection de l'orbite ſur le plan de l'horizon abſolu eſt rigoureuſement une ligne droite; dans tous les autres cas, l'angle AHM diffère de 90 degrés; le plan de l'orbite lunaire eſt incliné ſur l'horizon abſolu; & la projection de cette orbite eſt une ellipſe.

(43.) Pour déterminer la quantité dont cette projection diffère d'une ligne droite; ſoit $AHBDG$ l'horizon abſolu parallèle au plan de projection, AB l'interſection de l'horizon abſolu & du plan de l'écliptique, G le centre de la Terre, DGH l'interſection de l'horizon abſolu & du plan de l'orbite lunaire, GR la perpendiculaire élevée du point G ſur la ligne DGH. Par la ligne DGH, ſuppoſons mené le plan $HNDG$ de l'orbite lunaire, qui faſſe, avec l'horizon abſolu, l'angle qui convient à ces plans; & par le point G menons dans le plan de cette orbite, la droite GN perpendiculaire à la droite DGH.

Fig. 2.

Soit de plus

r le ſinus total & en même temps le rayon de la Terre.

π le ſinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, & par conſéquent $\frac{r^2}{\pi}$ la diſtance de la Lune à la Terre.

f le coſinus de l'angle du plan de l'orbite de la Lune avec l'horizon abſolu.

x' l'abſciſſe, z' l'ordonnée } à l'orbite lunaire ſur le plan de cette orbite; je prends le point G pour l'origine des coordonnées, la droite DGH pour la ligne des abſciſſes, & la perpendiculaire GN à la droite DGH pour la ligne des ordonnées.

x l'abſciſſe, z l'ordonnée } à la projection de la Lune ſur le plan de l'horizon abſolu; je prends pareillement le point G pour l'origine des coordonnées, la droite DGH pour la ligne des abſciſſes, & la perpendiculaire GR à la droite DGH pour la ligne des ordonnées.

Puisque l'orbite *HND* de la Lune est un cercle dont le rayon égale $\frac{r^2}{\pi}$, & que l'origine des coordonnées est le centre de ce cercle; on a pour équation à cette orbite Fig. 2.

$$x'^2 + z'^2 - \frac{r^4}{\pi^2} = 0.$$

(44.) Considérons maintenant la projection de cette courbe sur l'horizon absolu, c'est-à-dire, la courbe que l'on devroit calculer. Cette courbe est représentée par la ligne *RmM;* le point *G* est l'origine des coordonnées, la droite *DGH* la ligne des abscisses, la droite *GR*, la ligne des ordonnées, & *TKt* l'intersection de la surface de la Terre avec l'horizon absolu. Fig. 3.

La théorie des projections nous fait voir que l'on a $z' = \frac{rz}{f}$; $x' = x$; on a donc, pour équation à la courbe *RmM* sur le plan de l'horizon absolu,

$$f^2x^2 + r^2z^2 - \frac{f^2r^4}{\pi^2} = 0;$$

donc cette courbe est une ellipse dont le grand axe égale $\frac{r^2}{\pi}$, & dont le petit axe égale $\frac{fr}{\pi}$.

(45.) De cette dernière équation l'on tire

$$z = \frac{f}{r}\sqrt{\left(\frac{r^4}{\pi^2} - x^2\right)};$$

si l'on réduit en série cette expression, on aura

$$z = \frac{f}{r}\left(\frac{r^2}{\pi} - \frac{\pi x^2}{2r^2}\right),$$

& cette quantité est suffisamment exacte, puisque dans la question que nous considérons, x est toujours très-petite relativement à $\frac{r^2}{\pi}$.

Soit $x = 0$, on aura $z = \frac{fr}{\pi}$; c'est l'équation à la droite $R\mu\mu$ menée par le point R parallèlement à la droite *DGH.* Donc la différence $m\mu$ des ordonnées à la véritable courbe, & à l'orbite considérée comme rectiligne, s'exprime par $\frac{f\pi x^2}{2r^3}$.

Fig. 3. (46.) Soit m un point quelconque de la projection de l'orbite lunaire, mp l'ordonnée correspondante, K le point où cette ordonnée rencontre l'interfection TKt de la surface de la Terre & de l'horizon absolu. Pour que l'Observateur qui se trouve au point K éprouve une éclipse lorsque la Lune est au point m, il est absolument nécessaire que mK ne surpasse pas la valeur numérique de la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune. Soit Δ cette valeur, on aura $mK = \Delta$; d'ailleurs si l'on nomme r le rayon GK de la Terre, & x l'abscisse Gp, on aura

$$pK = \sqrt{(r^2 - x^2)};$$

$$\text{donc } mp = \Delta + \sqrt{(r^2 - x^2)};$$

$$\text{mais d'ailleurs } mp = z = \frac{f}{r}\left(\frac{r^2}{\pi} - \frac{\pi x^2}{2r^2}\right);$$

$$\text{donc } \frac{fr}{\pi} - \frac{f\pi x^2}{2r^3} = \Delta + \sqrt{(r^2 - x^2)};$$

$$\text{donc } \frac{f\pi}{r} = \frac{\Delta + \sqrt{(r^2 - x^2)}}{\frac{r^2}{\pi^2} - \frac{x^2}{2r^2}},$$

ou (à cause que $\frac{x^2}{2r^2}$ est une quantité infiniment petite relativement à $\frac{r^2}{\pi^2}$)

$$\frac{f\pi}{r} = \frac{\pi^2}{r^2}[\Delta + \sqrt{(r^2 - x^2)}].$$

(47.) Soit $m\mu = y$; si dans l'expression de $m\mu$ du §. 45 on substitue à $\frac{f\pi}{r}$ sa valeur tirée du paragraphe précédent; on aura

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4}[\Delta x^2 + x^2\sqrt{(r^2 - x^2)}].$$

(48.) Rien de plus simple que de déterminer à quelle valeur de x répond le *maximum* de cette quantité; en effet, par la méthode *de maximis & minimis*, on parvient tout-de-suite à l'équation suivante

$$9x^4 - 12r^2x^2 + 4\Delta^2x^2 + 4r^4 - 4\Delta^2r^2 = 0,$$

d'où

d'où l'on tire

$$x = \pm \frac{\sqrt{[6r^2 - 2\Delta^2 + 2\Delta\sqrt{(3r^2 + \Delta^2)}]}}{3},$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{[6r^2 - 2\Delta^2 - 2\Delta\sqrt{(3r^2 + \Delta^2)}]}}{3}.$$

Pour distinguer laquelle des valeurs de x satisfait à la question proposée, j'observe que l'équation

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4}\,[\Delta x^2 + x^2\sqrt{(r^2 - x^2)}]$$

représente un lieu géométrique composé de deux espèces d'ovales, dont l'origine G est un point d'osculation avec une tangente double dans la direction de la ligne des abscisses; les ordonnées à la courbe deviennent imaginaires lorsque l'abscisse surpasse r; la courbe a quatre *maxima* d'ordonnées correspondans aux points $B, b; C, c$. Fig. 4.

Dans la construction, on a supposé

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4}\,[\Delta x^2 + x^2\sqrt{(r^2 - x^2)}];$$

mais cette supposition renferme nécessairement celle de

$$y = \frac{\pi^2}{2r^4}\,[\Delta x^2 - x^2\sqrt{(r^2 - x^2)}];$$

la partie $mbGBM$ résout ce dernier Problème, & la partie $MCGcm$ appartient au premier. On voit donc que l'expression

$$x = \pm \frac{\sqrt{[6r^2 - 2\Delta^2 + 2\Delta\sqrt{(3r^2 + \Delta^2)}]}}{3},$$

répond à la question proposée.

La valeur numérique de la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune est environ les $\frac{6}{11}$ de la parallaxe horizontale de la Lune. Je prends le cas des moyennes distances, temps où les diamètres du Soleil & de la Lune sont à peu près égaux, & où par conséquent; Somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune $= \frac{1800}{3289}$ Parallaxe horizontale polaire de la Lune. On a donc $3289\Delta = 1800r$, ou, plus simplement, $11\Delta = 6r$.

Fig. 3. Si l'on fait les calculs, dans cette hypothèse, on aura

$$r = 100000, \quad \Delta = 54546, \quad \pi = 1658,$$
$$x = 90591, \quad \sqrt{(r^2 - x^2)} = 42345, \quad y = 10{,}93.$$

Donc dans le cas le plus défavorable, l'ordonnée à la véritable orbite relative de la Lune, ne diffère de l'ordonnée à l'orbite considérée comme rectiligne, que de 10,93 parties telles que le rayon de la Terre en contient 100000; cette quantité, vue de la Terre, peut soutendre un angle d'environ un neuf millième de la parallaxe horizontale polaire. Cette circonstance a lieu pour l'Observateur qui voit un contact extérieur des limbes au lever ou au coucher du Soleil, environ deux heures avant ou après le passage de la Lune par la perpendiculaire à l'orbite; la latitude de la Lune doit être à sa parallaxe à peu près dans le rapport de 974 à 1000.

(49.) On a vu *(§. 45)*, que la différence $m\mu$ des ordonnées à la véritable courbe, & à l'orbite considérée comme rectiligne, a pour expression $\frac{f\pi x^2}{2r^3}$; de plus *(§. 44)* $\frac{fr}{\pi}$ est le petit axe de la projection elliptique de l'orbite relative de la Lune sur l'horizon absolu.

Si l'on rapproche ces constructions de ce qui a été démontré dans les Mémoires précédens, on verra facilement que $\frac{fr}{\pi}$ est une quantité égale à $\frac{\psi l}{r}$; on verra de plus que si l'on nomme b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis le passage de la Lune par la perpendiculaire à l'orbite, & que l'on conserve les définitions de n, ψ, l; on a

$$x = \frac{b'}{3600''}\, n;$$

donc, en substituant ces nouvelles valeurs, on aura

$$m\mu = \frac{b'^2}{3600''^2}\,\frac{n^2\pi^2\psi l}{2r^5}.$$

Cette nouvelle expression de $m\mu$ fournira un moyen facile de rectifier, si l'on veut, la légère inexactitude dont nous venons de déterminer le *maximum*, ainsi que je le ferai voir *(§. 117 & 118)*.

SECTION TROISIÈME.

Détermination des valeurs que l'on peut ſuppoſer rigoureuſement données par les Tables Aſtronomiques.

(50.) Quoique dans la ſuite de ce Mémoire, je me propoſe de regarder comme indéterminés les élémens de l'Éclipſe, il ſe rencontre cependant dans les différentes équations, de certaines valeurs qui ſemblent dépendre de ces élémens, & que l'on peut regarder comme rigoureuſement données par les Tables; ce ſont celles dont les variations ſont trop inſenſibles relativement aux erreurs poſſibles des Tables, pour entrer en ligne de compte dans les réſultats : je vais m'occuper rapidement de la détermination de ces quantités.

(51.) Soit

λ la tangente de la diſtance apparente des centres.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{c g \rho \omega}{r^3} + \frac{c h p \rho \varphi}{r^4};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g \rho \varphi}{r^3} + \frac{c h p \rho \omega}{r^4};$$

$$T = \frac{p s}{r} + \frac{c \rho q h}{r^3} + \frac{\gamma b^2}{3600''^2},$$

$$E = \xi - \frac{T \pi}{r}.$$

On peut conclure du *§. 1.*[er] *de mon III.*[e] *Mémoire*, qu'en général *Année 1765.*

$$\lambda = \frac{\pi \zeta \sqrt{(A^2 + [F + \frac{b}{3600''} \times \frac{n r}{\zeta}]^2)}}{E r}.$$

Je vais démontrer que dans cette dernière équation, la quantité E peut être regardée comme rigoureuſement donnée par les Tables; ou, ce qui revient au même, que la légère incertitude que l'erreur des Tables peut introduire dans l'expreſſion de E, n'influe en aucune façon ſur l'expreſſion de la diſtance des centres.

(52.) Si l'on différencie l'équation du *paragraphe précédent*,

& que l'on n'ait égard dans la différenciation, qu'au terme qui résulte de la variation de E, il est bien évident que ce terme aura pour expression

$$d\lambda = -\frac{\pi\zeta\sqrt{(A^2 + [F + \frac{b}{3600''} \times \frac{nr}{\zeta}]^2)} \times dE}{E^2 r} = -\frac{\lambda dE}{E}:$$

Supposons d'abord que E ne soit pas bien connu, parce que quelques-unes des quantités $p, s, c, \varrho, q, h, b,$ ne sont pas rigoureusement déterminées par les Tables Astronomiques, & nommons en général dE l'erreur qui en résulte. Puisque (§. 51) $E = \xi - \frac{T\pi}{r}$; on a dans ce cas $dE = -\frac{\pi dT}{r}$;

donc

$$d\lambda = +\frac{\lambda\pi dT}{Er};$$

mais $\lambda\pi$ est infiniment petit relativement à Er, puisque la parallaxe de la Lune ne peut guère surpasser un degré, & que la distance des centres n'est jamais plus grande que 37 minutes; donc $d\lambda$ est infiniment petit par rapport à dT. Dans les cas les plus défavorables $d\lambda$ n'est qu'environ un millième de l'erreur sur l'élément qui entre dans l'expression de T; cette erreur est donc inappréciable.

Supposons ensuite que E ne soit pas bien connu, parce que la parallaxe horizontale de la Lune n'est pas rigoureusement déterminée. Puisque $E = \xi - \frac{T\pi}{r}$, on a dans ce cas $dE = -\frac{T}{r}d\pi$. Soit, pour abréger le calcul, $T = r$, $\xi = r$, (ce sont les plus grandes valeurs que ces quantités puissent avoir); l'équation

$$d\lambda = -\frac{\lambda dE}{E},$$

deviendra

$$d\lambda = \frac{\lambda d\pi}{r - \pi};$$

mais dans les cas extrêmes $\frac{\lambda}{r-\pi}$ ne peut jamais surpasser $\frac{1}{100}$; donc l'erreur sur la distance des centres, n'est qu'un centième de l'erreur des Tables sur la parallaxe horizontale.

Donc, dans tous les cas, la quantité E peut être regardée comme rigoureusement donnée par les Tables Astronomiques.

L'erreur sur la parallaxe de la Lune n'influe point sur l'expression de ζ.

(53.) Il y a encore une autre valeur que l'on peut regarder comme rigoureusement déterminée par les Tables Astronomiques; ou du moins sur laquelle l'erreur de la parallaxe horizontale de la Lune n'a aucune influence: c'est la quantité ζ. En effet, puisque $\zeta = r - r\frac{\pi'}{\pi}$ (je suppose $\xi = r$ à cause de la différence inappréciable des résultats dans les deux hypothèses) on aura

$$d\zeta = -\frac{r\,d\pi'}{\pi} + \frac{r\pi'\,d\pi}{\pi^2}.$$

Si l'on compare les deux termes qui entrent dans l'expression de $d\zeta$, il sera aisé de voir qu'une erreur quelconque dans la parallaxe de la Lune ne produit qu'environ un trois cent soixantième de ce que produiroit la même erreur dans la parallaxe du Soleil; on doit donc conclure:

1.° Que l'erreur sur la parallaxe de la Lune, produit un effet absolument nul dans l'expression de ζ:

2.° Que l'on ne doit considérer que l'erreur de la parallaxe du Soleil:

3.° Que la quantité ζ sera rigoureusement déterminée par les Tables, lorsque l'on connoîtra rigoureusement la parallaxe du Soleil.

SECTION QUATRIÈME.

Méthode pour employer sans erreur dans les calculs, la parallaxe de la Lune & la déclinaison du Soleil qui ont lieu à l'instant de la conjonction, quelle que soit la distance de la conjonction à l'instant de l'observation.

(54.) Il arrive souvent que pendant la durée d'une Éclipse

la déclinaiſon du Soleil & la diſtance de la Lune à la Terre, varient d'une manière ſenſible. Quelque légère que ſoit la différence que cette variation d'élémens apporte dans les calculs; il eſt indiſpenſable d'y avoir égard, lorſqu'il s'agit d'un réſultat rigoureux. Si l'on veut donc employer les mêmes élémens pour toutes les obſervations, on voit qu'il eſt indiſpenſable d'avoir recours à une méthode de correction; cette méthode conſiſte dans la ſolution des deux Problèmes ſuivans.

PROBLÉME I.

Étant donnée une diſtance des centres du Soleil & de la Lune obſervée dans un lieu & à une heure quelconques, déterminer quelle eût été la diſtance obſervée dans le même lieu & à la même heure, ſi la diſtance de la Lune à la Terre, n'eût pas varié dans l'intervalle écoulé entre l'inſtant de la conjonction & celui de l'obſervation.

PROBLÉME II.

Étant donnée une diſtance des centres du Soleil & de la Lune obſervée dans un lieu & à une heure quelconques, déterminer quelle eût été la diſtance obſervée dans le même lieu & à la même heure, ſi la déclinaiſon du Soleil n'eût pas varié dans l'intervalle écoulé entre l'inſtant de la conjonction & celui de l'obſervation.

SOLUTION du premier Problème.

(55.) Rien de plus ſimple que la ſolution du premier Problème.

Soit, diſt. obſerv. la diſtance obſervée des centres, évaluée en ſecondes & dixièmes de ſecondes.

λ la tangente de cette diſtance.

diſt. corr. la diſtance qui auroit eu lieu ſi la parallaxe de la Lune n'avoit pas varié.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4},$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^4},$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{c\rho qh\pi}{r^4} - \frac{\gamma\pi}{r} \times \frac{b^2}{3600''^2}:$$

On a vu que

$$\lambda = \frac{\pi\zeta \sqrt{(A^2 + [F + \frac{b}{3600''} \times \frac{nr}{\zeta}]^2)}}{Er};$$

ſi l'on différencie cette équation en regardant la ſeule quantité π comme variable; on aura

$$d\lambda = \frac{\zeta \sqrt{(A^2 + [F + \frac{b}{3600''} \times \frac{nr}{\zeta}]^2)}}{Er}\, d\pi = \frac{\lambda\, d\pi}{\pi};$$

$d\lambda$ eſt la variation de la tangente de la diſtance des centres que l'on peut regarder ſans erreur appréciable comme égale à la variation de l'arc; on a donc

$$d\lambda = r\, \frac{d\ (\text{diſt. obſerv.})}{206265''}.$$

Par une raiſon ſemblable, ſoit

b', le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant pour lequel on calcule.

variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾), la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en ſecondes & dixièmes de ſecondes de degré.

On aura

$$d\pi = \frac{b'}{3600''}\, r \times \frac{\text{variation hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)}}{206265''}.$$

donc

$$d\,(\text{diſt. obſ.}) = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi}\ \text{variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)},$$

$$\text{diſt. corr.} = \text{diſt. obſ.} - \frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi}\ \text{var. hor. (par. horiz. pol. de la ☾)}.$$

Solution du ſecond Problème.

(56.) Si l'on différencie l'équation du §. 55, en regardant la déclinaiſon ſeule du Soleil comme variable, & en ſuppoſant, pour abréger le calcul, $E = r$; on aura

$$d\lambda = \frac{\pi\zeta}{r^2}\left(\frac{A\,dA + (F + \frac{b \times nr}{3600''\zeta}) \times d(F + \frac{b \times nr}{3600''\zeta})}{\sqrt{[A^2 + (F + \frac{b \times nr}{3600''\zeta})^2]}}\right),$$

ou, ce qui revient au même,

$$d\lambda = \frac{\pi^2 \zeta^2}{r^4 \lambda} \left[A dA + \left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right) \times d\left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right)\right].$$

Puisque l'on considère uniquement dans la question présente le changement que la variation de la déclinaison du Soleil peut occasionner dans la distance des centres, on a

$$dA = -\frac{s}{r^2}\, d(q\varphi) + \frac{cg\rho}{r^3}\, d\omega + \frac{ch\rho}{r^4}\, d\,(p\varphi),$$

$$d\left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right) = -\frac{s}{r^2}\, d(q\omega) - \frac{cg\rho}{r^3}\, d\varphi + \frac{ch\rho}{r^4}\, d\,(p\omega).$$

D'ailleurs j'ai démontré dans le cours de cet Ouvrage, que

$$q\varphi - \psi\Omega + \theta\chi = 0;\ q\omega - \theta\Omega - \psi\chi = 0;$$

$$\theta q - \omega\Omega + \varphi\chi = 0;\ \psi q - \varphi\Omega - \omega\chi = 0;$$

$$d\,(q\varphi) = -\frac{\theta\, q\, dq}{\chi};\ d\,(q\omega) = +\frac{\psi\, q\, dq}{\chi};$$

$$d\omega = +\frac{\varphi\,\Omega\, dq}{q\chi};\ d\varphi = -\frac{\omega\,\Omega\, dq}{q\chi};$$

$$d\,(p\varphi) = -\frac{r^2 \varphi dq}{pq} - \frac{p\theta dq}{\chi};\ d(p\omega) = -\frac{r^2 \omega dq}{pq} + \frac{p\psi dq}{\chi};$$

donc

$$dA = \left[\frac{\theta q s}{r^2 \chi} + \frac{cg\rho\varphi\Omega}{qr^3\chi} - \frac{ch\rho}{r^4} \times \left(\frac{r^2\varphi}{pq} + \frac{p\theta}{\chi}\right)\right] dq;$$

$$d\left(F + \frac{b \times nr}{3600'' \zeta}\right) = \left[-\frac{\psi q s}{r^2 \chi} + \frac{cg\rho\omega\Omega}{qr^3\chi} - \frac{ch\rho}{r^4} \times \left(\frac{r^2\omega}{pq} - \frac{p\psi}{\chi}\right)\right] dq.$$

On sait que $dq = -\frac{p}{r}$ diff. (déclin. du Soleil); d'ailleurs si l'on nomme

> b', le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule;
>
> var. hor. (décl. ☉), la variation horaire de la déclinaison du Soleil, évaluée en secondes de degré;

& que l'on conserve les définitions de dist. observée, dist. corrigée, λ du §. 55, on aura

$$\text{diff. (décl. du Soleil)} = \frac{b'}{3600''}\, r \times \frac{\text{var. hor. (décl. du Soleil)}}{206265''}.$$

De plus,

$$d\lambda = r\, \frac{d\,(\text{dist. observ.})}{206265''}.$$

Si donc

Si donc on suppose

$$A = \overset{(A1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A2)}{\frac{qs\varphi}{r^2}} + \overset{(A3)}{\frac{cg\rho\omega}{r^3}} + \overset{(A4)}{\frac{chp\rho\varphi}{r^4}}.$$

$$F = \overset{(F1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F2)}{\frac{qs\omega}{r^2}} - \overset{(F3)}{\frac{cg\rho\varphi}{r^3}} + \overset{(F4)}{\frac{chp\rho\omega}{r^4}}.$$

$$M = \overset{(M1)}{\frac{\theta qps}{r^2\chi}} + \overset{(M2)}{\frac{cg\rho p\varphi\Omega}{r^3 q\chi}} - \frac{ch\rho}{r^3} \times \overset{(M3)}{\left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2\theta}{r\chi}\right)},$$

$$N = \overset{(N1)}{\frac{\psi qps}{r^2\chi}} - \overset{(N2)}{\frac{cg\rho p\omega\Omega}{r^3 q\chi}} + \frac{ch\rho}{r^3} \times \overset{(N3)}{\left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2\psi}{r\chi}\right)},$$

on aura

$$\text{dist. corr.} = \text{dist. obs.} - \frac{b'}{3600''} \times \frac{\pi^2\zeta^3}{r^4\lambda}\left[\frac{N}{r}\left(F + \frac{b'nr}{3600''\zeta}\right) - \frac{AM}{r}\right] \text{var. hor. (décl. ⊙)}.$$

(57.) Dans l'usage de ces formules, la distance observée, la distance corrigée, λ & π sont toujours positifs; *A, F, M, N* ont le signe déterminé par leur équation; la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune, celle de la déclinaison du Soleil & *b'*, peuvent être positifs & négatifs.

La quantité *b'* est positive lorsque la conjonction précède l'instant pour lequel on calcule; elle est négative dans le cas contraire.

Quant à la variation horaire de la parallaxe de la Lune & à la variation horaire de la déclinaison du Soleil, on peut voir ce que j'ai dit relativement à leur signe (*§. 9*).

Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\left.\begin{aligned} &\text{Var. hor. (par. horiz. de la ☾)} = -\ 0'',5. \\ &\text{Var. hor. (déclinaison du ⊙)} = +\ 58''. \end{aligned}\right\} \text{Log.}\left\{\begin{aligned} &\text{Var. hor. (par. horiz. pol. de la ☾)} = +\ 1,6989700. \\ &\text{Var. hor. (déclinaison du Soleil)} = +\ 3,7634280. \\ &\frac{\text{Var. hor. (par. horiz. pol. de la ☾)}}{3600''\,\pi} = -\ 12,0536355. \\ &\frac{\pi^2\zeta^3}{r^4} \times \frac{\text{Var. hor. (déclin. du ⊙)}}{3600''} = -\ 5,4029479. \end{aligned}\right.$$

(58.) J'ai nommé *b'* le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule, quoique j'aie toujours désigné jusqu'ici cette quantité par *b*; la raison

en eſt ſimple. Comme dans le préſent Problème il n'eſt pas néceſſaire de connoître rigoureuſement l'inſtant de la conjonction, attendu l'erreur inappréciable qui en réſulte dans le calcul, j'emploie celui donné par les Tables aſtronomiques; il a donc fallu déſigner par une expreſſion différente ces deux inſtans qui peuvent ne pas coincider. Toutes les fois donc que l'on trouvera dans la ſuite de ce Mémoire la quantité b', on ſe reſſouviendra qu'elle ſe rapporte, non à l'inſtant rigoureux de la conjonction, mais à un inſtant approché, tel qu'on peut le conclure des Tables aſtronomiques.

(59.) Lorſque j'ai différencié l'expreſſion de λ du *§. 55*, j'ai regardé les valeurs E & ζ comme rigoureuſement connues, conformément à ce qui eſt démontré *(§. 51, 52 & 53)*. J'ai regardé pareillement les quantités n & l comme connues, quoiqu'au premier coup d'œil elles paroiſſent renfermer l'expreſſion de la parallaxe horizontale de la Lune; mais cette parallaxe *(§. 1.er)* eſt celle qui a lieu à l'inſtant de la conjonction, & par conſéquent celle que je regarde comme connue dans le Problème. Il n'en eſt pas de même de la quantité π; cette parallaxe eſt celle de l'inſtant pour lequel on calcule; il faut donc avoir égard à la variation qu'elle a éprouvée depuis l'inſtant de la conjonction.

EXEMPLE.

(60.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764, on ait obſervé à Londres une diſtance des centres de 30′ 45″,3 à 9h 4′ 33″ du matin, 1h 16′ 55″ avant la conjonction; on demande quelle eût été la diſtance obſervée à la même heure, ſi la Lune avoit eu la même parallaxe qu'à l'inſtant de la conjonction.*

SOLUTION. Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe de la Lune étoit négative; de plus, puiſque dans le cas particulier que nous conſidérons, la conjonction précède de 4615″ l'inſtant pour lequel on calcule; on a $b' = -4615''$; & l'équation qui réſout le Problème eſt *(§. 55)*

$$\text{diſt. corr.} = \text{diſt. obſerv.} - \frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune).}$$

D'ailleurs dist. obs. $= 30' \, 45'',3$ $\lambda =$ tang. $(30' \, 45'',3)$; donc

Type du Calcul.

$$\begin{array}{ll} + \; 5,6641717 \ldots\ldots & \log. b' \\ + \; 7,9516900 \ldots\ldots & \log. \lambda \\ \hline + \; 13,6158617. & \\ - \; 12,0536355. & \\ \hline \;\; 1,5622262 \ldots\ldots & \log. 0'',365. \end{array}$$

On voit donc que si à l'instant de l'observation, la Lune avoit eu la même parallaxe qu'à l'instant de la conjonction, on auroit observé une distance plus petite de $0'',365$, c'est-à-dire, une distance de $30' \, 44'',9$.

Je ne donnerai point de Type du calcul pour déterminer la distance corrigée, en ayant égard à la variation de la déclinaison du Soleil; on pourra dans ce cas faire usage des Types des *§. 68 & 78*, pour déterminer les quantités $A, M, N, F + \frac{b'}{3600''\zeta} \times \frac{nr}{\zeta}$, $\frac{N}{r}\left(F' + \frac{b'nr}{3600''\zeta}\right) - \frac{AM}{r}$; le reste du calcul n'aura alors aucune difficulté. Dans notre exemple, on auroit observé une distance plus petite de $0'',591$, si le Soleil avoit eu la même déclinaison à l'instant de la phase qu'à l'instant de la conjonction.

ARTICLE II.

Des Équations générales aux Longitudes.

SECTION PREMIÈRE.

Détermination du terme hypothétique *des Équations aux Longitudes.*

(61.) Je suppose dans cette première section les élémens de l'Éclipse déterminés d'une manière quelconque, soit par de bonnes Tables astronomiques, soit par de bonnes observations. Je suppose de plus que l'on connoisse l'heure que l'on comptoit dans un certain lieu à l'instant de la conjonction; je vais donner dans

cette hypothèse une formule pour déterminer la différence en longitude entre ce lieu & un autre lieu où l'on aura observé une distance des centres quelconque.

Dans la recherche qui va nous occuper, j'appellerai toujours

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'instant de la conjonction. Je suppose cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on a observé, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z'.

z l'angle horaire du lieu z' à l'instant de l'observation. Je suppose cet angle évalué en temps.

y la différence en longitude des lieux Z' & z' évaluée en temps. Je suppose le lieu z' plus oriental que le lieu Z'.

Soit de plus

∂ = cosin. (somme du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☽).

∂' = cosin. (différ. du demi-diam. du ☉ & du demi-diam. horiz. de la ☽).

σ = sinus, τ = cosinus } demi-diamètre du Soleil.

τ' = cosinus (demi-diamètre horizontal de la Lune).

δ = sinus (demi-diam. horiz. de la Lune) × $\frac{\text{cosin. (parall. horiz. polaire)}}{r}$.

λ la tangente de la distance des centres observée dans le lieu z'.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction jusqu'à l'instant de l'observation.

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction donné par les Tables astronomiques, jusqu'à l'instant de l'observation*.

$$A = \overset{(A\,1)}{\frac{+\,l}{\zeta}} - \overset{(A\,2)}{\frac{qs\varphi}{r^2}} + \overset{(A\,3)}{\frac{cg\rho\omega}{r^3}} + \overset{(A\,4)}{\frac{chp\rho\varphi}{r^4}}$$

$$F = \overset{(F\,1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F\,2)}{\frac{qs\omega}{r^2}} - \overset{(F\,3)}{\frac{cg\rho\varphi}{r^3}} + \overset{(F\,4)}{\frac{chp\rho\omega}{r^4}}$$

$$E = \overset{(E\,1)}{\xi} - \overset{(E\,2)}{\frac{ps\pi}{r^2}} - \overset{(E\,3)}{\frac{c\rho qh\pi}{r^4}} - \overset{(E\,4)}{\frac{b'^2 y\pi}{3600''^2 r}}$$

Ces quantités doivent être évaluées relativement au lieu z'.

* Comme la quantité b' n'entre que dans le terme $(E\,4)$ qui est très-petit, on voit pourquoi l'on peut substituer l'instant de la conjonction donné par les Tables, au véritable instant de la conjonction.

$$L = \overset{(L\,1)}{\frac{\sigma\tau' r E}{\pi\zeta\partial'}} - \overset{(L\,2)}{\frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}}$$ s'il s'agit d'un contact intérieur.

$$L = \overset{(L\,1)}{\frac{\sigma\tau' r E}{\pi\zeta\partial}} + \overset{(L\,2)}{\frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}}$$ s'il s'agit d'un contact extérieur.

$$L = \overset{(L\,1)}{\frac{\lambda r E}{\pi\zeta}}$$ s'il s'agit d'une diſtance quelconque des centres.

J'ai démontré *(VII.e Mémoire §. 11)* que le nombre b *Année 1769.*
de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant de la phaſe obſervée dans le lieu z', a pour expreſſion

$$b = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times F \mp \frac{3600''\zeta}{nr}\sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

D'ailleurs, par la ſuppoſition, à l'inſtant de la phaſe obſervée on comptoit l'heure z dans le lieu z'; donc la conjonction eſt arrivée dans le lieu z' à l'heure déterminée par

$$z - b = z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F \pm \frac{3600''\zeta}{nr}\sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

Mais par la ſuppoſition, cette même conjonction eſt arrivée lorſque l'on comptoit l'heure Z dans le lieu Z'; donc

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F \pm \frac{3600''\zeta}{nr}\sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

(62.) Il eſt eſſentiel de ne point ſe tromper ſur le ſigne des quantités qui compoſent la formule précédente. Je ne parlerai point ici des valeurs qui entrent dans l'expreſſion de A, F, E, L, on doit y appliquer les remarques générales; je me contenterai de détailler ce qui eſt particulier à z, Z & y.

Dans ce Mémoire je compterai les heures Z, z d'une manière continue depuis $0^h\ 0'\ 0''$ juſqu'à $24^h\ 0'\ 0''$, en partant de l'inſtant de midi; ainſi, par exemple, 3 heures répondent à 3 heures du ſoir, 7 heures répondent à 7 heures du ſoir, 15 heures répondent à 3 heures du matin, 22 heures répondent à 10 heures du matin; & ainſi de ſuite.

Je compterai pareillement y d'une manière continue depuis $0^h\ 0'\ 0''$ juſqu'à $24^h\ 0'\ 0''$; toutes les longitudes ſeront orientales.

Cette manière de représenter la position des lieux n'est pas moins en usage que celle que j'avois adoptée jusqu'ici. On se rappellera seulement qu'une Longitude orientale qui surpasse 12 heures, peut être, sous un autre point de vue, considérée comme occidentale; il en est de même d'une Longitude dont l'expression seroit négative.

(63.) Il pourroit arriver que par un résultat de calcul, y fût donné sous la forme d'une quantité négative; on ajoutera alors 24 heures au résultat pour le rendre positif. Il pourroit arriver également que y surpassât 24 heures; alors il faudra retrancher 24 heures du résultat.

(64.) Si l'on veut faire entrer dans la solution un nouvel élément qui dépende d'une inflexion de lumière.

Soit ϑ la quantité dont on suppose infléchis les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune;

On fera

$$\sigma = \text{sinus (demi-diamètre du Soleil } \mp \vartheta\text{)},$$

suivant que l'on aura observé un contact extérieur ou intérieur des limbes.

Pour les contacts des limbes, il paroît naturel d'employer le demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation.

Fig. 6. (65.) L'équation du *§. 61* donne deux solutions. Pour entendre ce qu'elles signifient, on se rappellera 1.° que j'ai donné
Année 1765. *(III.e Mémoire §. 30 & suivans)* une méthode pour déterminer, relativement au *fil parallèle* ou *équatorial*, la position de la parallèle à l'orbite relative, menée par le centre du Soleil, & par conséquent celle de la perpendiculaire à cette parallèle, 2.° que cette perpendiculaire partage le disque du Soleil en deux hémisphères, que j'ai appelé *hémisphère précédent* & *hémisphère suivant* *.

* La raison de cette dénomination est simple; j'ai appelé *hémisphère précédent*, celui qui s'étend dans la partie du Ciel, vers laquelle le Soleil s'avance, en vertu du mouvement diurne; j'ai appelé *hémisphère suivant*, celui qui s'étend dans la partie du Ciel dont le Soleil s'éloigne, en vertu du mouvement diurne.

3.° Que j'ai fait voir (*VII.e Mémoire §. 12*) que sous chaque parallèle terrestre, il y a toujours deux lieux différens qui observent la même phase, lorsque l'on compte la même heure dans ces lieux respectifs; l'un de ces lieux observe la phase lorsque le centre de la Lune est dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil; l'autre lieu observe la phase lorsque le centre de la Lune est dans l'*hémisphère suivant*. Pour éviter toute incertitude, je nommerai Année 1769.

Y la différence en longitude du lieu Z' & du lieu z' qui a observé la phase lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil.

y la différence en longitude du lieu Z' & du lieu z' qui a observé la phase lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère suivant*.

On aura dans cette supposition

$$Y = \overset{(Y1)}{z - Z} + \overset{(Y2)}{\frac{3600''\zeta}{nr} \times F} + \overset{(Y3)}{\frac{3600''\zeta}{nr} \sqrt{[(L + A) \times (L - A)]}}.$$

$$y = \overset{(y1)}{z - Z} + \overset{(y2)}{\frac{3600''\zeta}{nr} \times F} - \overset{(y3)}{\frac{3600''\zeta}{nr} \sqrt{[(L + A) \times (L - A)]}}.$$

(66.) Puisqu'en général, le centre de la Lune passe de l'*hémisphère précédent* dans l'*hémisphère suivant* vers l'instant de la plus grande phase, on doit presque toujours, pour les Éclipses de Soleil, employer la valeur de Y lorsque l'instant de l'observation précède la plus grande phase; on doit faire usage de la valeur de y lorsque la plus grande phase précède l'observation. Cette règle cependant n'est pas absolument rigoureuse, même pour les Éclipses de Soleil; car on doit observer la règle contraire pour les passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil, & en général pour tous les phénomènes où la quantité n étant négative, le commencement de l'Éclipse arrive presque toujours dans l'*hémisphère suivant* du disque, & la fin dans l'*hémisphère précédent*. Au reste, puisque l'on connoît la position de la perpendiculaire à l'orbite relative; c'est à l'observation même à faire connoître si le centre de la Lune est dans l'*hémisphère précédent* ou dans l'*hémisphère suivant* du disque du Soleil.

(67.) *TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, relatives à la présente recherche.*

A.

(A 1)
$$\frac{\psi l}{\zeta} = 73035.$$

Log. (A 2) $\frac{q\varphi}{r^2} = -\ 0{,}0586358.$

Log. (A 3) $\frac{\rho\omega}{r^3} = -\ 10{,}3155335.$

Log. (A 4) $\frac{p\rho\varphi}{r^4} = -\ 11{,}1307920.$

F.

(F 1)
$$\frac{\theta l}{\zeta} = 7342.$$

Log. (F 2) $\frac{q\omega}{r^2} = -\ 0{,}3195149.$

Log. (F 3) $\frac{\rho\varphi}{r^3} = -\ 10{,}0546544.$

Log. (F 4) $\frac{p\rho\omega}{r^4} = -\ 11{,}3916711.$

E.

(E 1)
$$\xi = 99993.$$

Log. (E 2) $\frac{p\pi}{r^2} = -\ 2{,}8798346.$

Log. (E 3) $\frac{\rho q\pi}{r^4} = -\ 11{,}8027850.$

Log. (E 4) $\frac{\gamma\pi}{3600''^2 r} = -\ 5{,}6154055.$

L.

Log. (L 1) $\frac{r}{\pi\zeta} = -\ 8{,}1949633.$

Log. $\frac{\sigma\tau' r}{\pi\zeta\partial'} = -\ 0{,}5266706.$

Log. $\frac{\sigma\tau' r}{\pi\zeta\partial} = -\ 0{,}5311962.$

J'ai supposé une inflexion de 5″ dans les rayons qui rasent le limbe de la Lune.

(L 2)
$$\frac{\delta\tau r}{\pi\zeta} = 27449.$$

$$\text{Log. } \frac{3600''\zeta}{u r} = -\ 4{,}1490219.$$

EXEMPLE.

(68.) *Je suppose que le 1.er Avril 1764, la conjonction soit arrivée lorsque l'on comptoit 10h 21′ 28″ du matin dans un lieu Z′; que de plus on ait observé le commencement de l'Éclipse à 9h 4′ 33″ du matin dans l'observatoire de M. Short, à Londres: on demande la différence en Longitude de l'Observatoire de M. Short & du lieu Z′.*

SOLUTION.

SOLUTION. Par la supposition, on comptoit $9^h\ 4'\ 33''$ du matin lors du commencement de l'Eclipse, dans l'observatoire de M. Short; donc $z = 21^h\ 4'\ 33''$. On comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin dans le lieu Z', à l'instant de la conjonction; donc $Z = 22^h\ 21'\ 28''$; donc $z - Z = -1^h\ 16'\ 55''$. Lors de l'observation, la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil; donc (§. 65) il faut employer la valeur Y. La latitude vraie de l'observatoire de M. Short est de $51^d\ 31'\ 0''$ boréale, sa latitude corrigée est donc de $51^d\ 21'\ 33''$. De plus l'angle horaire à l'instant de l'observation étoit de $316^d\ 8'\ 15''$. Donc

s = sinus $51^d\ 21'\ 33''$....posit.		Log.	$s = 9{,}8926912$.
c = cosin. 51. 21. 33.....posit.			$c = 9{,}7954889$.
g = sinus 316. 8. 15.....négat.			$g = 9{,}8406895$.
h = cosin. 316. 8. 15.....posit.			$h = 9{,}8579381$.
			$cg = 19{,}6361784$.
			$ch = 19{,}6534270$.

Si d'ailleurs le lieu Z' n'est pas fort éloigné de l'observatoire de M. Short, on a à peu près

$b' = -4615''$. Logarithme $b'^2 = 11{,}3283434$.

TYPE du Calcul.

$A = +(A\ 1) - (A.\ 2) - (A\ 3) + (A\ 4)$......$(A\ 1) = 73035$.

(A 2)	(A 3)	(A 4)
+ 9,8926912...log. s.	+ 19,6361784...log. cg.	+ 19,6534270...log. ch.
− 0,0586358.	− 10,3155335.	− 11,1307920.
9,8340554...log. 68243.	9,3206449...log. 20924.	8,5226350...log. 3331.

$A = -12801$..........log. $A = 9{,}1072439$.

$F = +(F\ 1) - (F\ 2) + (F\ 3) + (F\ 4)$...........$(F\ 1) = 7342$.

(F 2)	(F 3)	(F 4)
+ 9,8926912...log. s.	+ 19,6361784...log. cg.	+ 19,6534270..log. ch.
− 0,3195149.	− 10,0546544.	− 11,3916711.
9,5731763...log. 37426.	9,5815240...log. 38153.	8,2617559...log. 1827.

$F = +9896$........log. $F = 8{,}9954597$.

$E = + (E\,1) - (E\,2) - (E\,3) - (E\,4) \ldots\ldots\ldots\ldots (E\,1) = 99993.$

(E 2)	(E 3)	(E 4)
+ 9,8926912...log. s.	+ 19,6534270...log. c h.	+ 11,3283434...log. b'^2.
— 2,8798346.	— 11,8027850.	— 5,6154055.
7,0128566...log. 103.	7,8506420...log. 709.	5,7129379...log. 5.

$E = + 99176 \ldots\ldots\ldots \text{log. } E = 9{,}9964066.$

$L = + (L\,1) + (L\,2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (L\,2) = 27449.$

(L 1)

+ 9,9964066...log. *E*.
— 0,5311962.
9,4652104...log. 29188.

$L = + 56637 \ldots \text{log. } L = 9{,}7531002.$

$$\left.\begin{array}{l} L + A = + 43836. \\ L - A = + 69438. \end{array}\right\} \text{Log.} \left\{\begin{array}{l} L + A = 9{,}6418309. \\ L - A = 9{,}8415972. \\ L^2 - A^2 = 19{,}4834281. \end{array}\right.$$

2.

$9{,}7417140 \ldots \text{log. } \sqrt{(L^2 - A^2)}.$

$Y = - (Y\,1) + (Y\,2) + (Y\,3) \ldots\ldots (Y\,1) = 1^h\ 16'\ 55''.$

(Y 2)	(Y 3)
+ 8,9954597....log. *F*.	+ 9,7417140....log. $\sqrt{(L^2 - A^2)}$.
— 4,1490219.	— 4,1490219.
4,8464378....log. 702″.	5,5926921....log. 3915″.

$$Y = \left\{\begin{array}{l} -\ 1^h\ 16'\ 55'' \\ +\ 0.\ 11.\ 42 \\ +\ 1.\ \ 5.\ 15 \end{array}\right\} = +\ 0^h\ 0'\ 2''.$$

On peut conclure de ce premier calcul, que l'obſervatoire de M. Short eſt plus oriental de 2 ſecondes que le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin, à l'inſtant de la conjonction.

(69.) On voit que les formules du *§. 65*, peuvent réſoudre pluſieurs queſtions; elles apprennent à connoître la poſition reſpective des lieux *z'*, *Z'*; & conſéquemment la longitude du lieu *z'*, ſi celle du lieu *Z'* eſt bien connue. Lorſque l'on n'a point égard au terme *Z*, elles déterminent l'heure que l'on compte dans le

lieu z' à l'instant de la conjonction. Si l'on n'a point égard à la quantité z — Z, elles donnent l'expression du temps écoulé entre l'instant de la conjonction & celui de l'observation.

Dans ces deux derniers cas on a les équations suivantes

Heure que l'on compte dans le lieu z' à l'instant de la conjonction

$$= z + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F \pm \frac{3600'' \zeta}{nr} \sqrt{[(L + A) \times (L - A)]}.$$

Nombre de secondes écoulées depuis l'instant de la conjonction

$$= - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F \mp \frac{3600'' \zeta}{nr} \sqrt{[(L + A) \times (L - A)]}.$$

(70.) Si l'on pouvoit se flatter de connoître les véritables élémens de l'Éclipse, les formules du *§. 65* donneroient rigoureusement l'expression de la longitude, & c'est sous ce point de vue que l'on a coutume de l'envisager en Astronomie. Il est cependant difficile de se refuser à l'évidence que ces équations renferment des quantités sur lesquelles les Astronomes ne sont nullement d'accord; je regarderai donc ce premier calcul comme un résultat purement hypothétique, & je vais parcourir les différentes corrections que l'on doit faire pour avoir l'expression, la plus générale & la plus rigoureuse, de la Longitude. Remarquons en finissant que dans le calcul du *terme hypothétique* (c'est ainsi que je désignerai désormais ce premier résultat) si au lieu d'employer la distance observée des centres, on avoit employé la distance corrigée par les formules des *§. 55* & *56*, il ne seroit pas nécessaire de faire usage des corrections des deux sections suivantes.

SECTION SECONDE.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, relativement à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune, dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation.*

(71.) Dans le calcul du *terme hypothétique* de la Longitude, j'ai prescrit d'employer la parallaxe particulière de la Lune,

qui a lieu à l'instant de la conjonction. On voit que cette supposition pourroit être inexacte; en effet, à l'instant de l'observation, la Lune peut ne pas avoir la même parallaxe horizontale qu'à l'instant de la conjonction. Je vais donner une formule pour avoir égard à cette inexactitude.

(72.) Si l'on jette les yeux sur l'expression de Y & de y du §. 65, on verra que relativement au Problème que nous considérons, L est la seule quantité qui renferme une variable. En effet, quoiqu'au premier coup d'œil n & l, & par conséquent $\frac{\psi l}{\zeta}$, $\frac{\theta l}{\zeta}$, A, F, contiennent l'expression de la parallaxe horizontale de la Lune; comme néanmoins (§. 1.er) cette parallaxe est la parallaxe particulière qui répond à l'instant de la conjonction, que je suppose bien déterminée, n, l, $\frac{\psi l}{\zeta}$, $\frac{\theta l}{\zeta}$, A, F, sont réellement des quantités connues relativement à la question présente. Il n'en est pas de même de la quantité L, puisque π qui divise les différens termes qui la composent, est réellement la parallaxe qui a lieu à l'instant de l'observation; on a donc

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{n\,r} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};\ dy = -\frac{3600''\zeta}{n\,r} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

De plus, $dL = -\frac{L}{\pi}\,d\pi$.

Soit donc

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de l'observation *.

Var. hor. (parall. horiz. de la ☾) { la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes & dixièmes de secondes de degré.

On aura

$$d\pi = \frac{b'}{3600''}\ r\ \frac{\text{Var. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)}}{206265''}.$$

* Dans cette recherche & dans celle de la section suivante, comme il n'est pas nécessaire que b' soit déterminé avec la dernière exactitude, on peut employer la distance à la conjonction donnée par les Tables, ou plus exactement encore celle donnée par la formule du §. 69.

$$dY = -\frac{b'}{206265''} \times \frac{\zeta L^2}{n\pi\sqrt{(L^2 - A^2)}} \text{ var. hor. (par. horiz. de la ☾).}$$

$$dy = +\frac{b'}{206265''} \times \frac{\zeta L^2}{n\pi\sqrt{(L^2 - A^2)}} \text{ var. hor. (par. horiz. de la ☾).}$$

Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit *(§. 57)* ſur le ſigne de b' & de la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune; on peut relire ce paragraphe.

Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

var. hor. (parall. horiz. de la ☾) = — 0",5. Log. $\frac{\zeta \text{ var. hor. (parall. horiz. de la ☾)}}{206265'' n\pi} = -13{,}5170830,$

EXEMPLE.

(73.) *Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on demande quelle étoit la valeur de* dY, *relativement à l'obſervation de Londres.*

SOLUTION. Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune étoit négative; de plus, dans le cas que je conſidère on avoit *(§. 69)* $b' = -4617''$; la valeur de dY ne change donc point de ſigne.

TYPE du Calcul.

$b' = -4617''$. Log. $\begin{cases} b' = +5{,}6643599. \\ \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = +9{,}7644864. \end{cases}$

+ 5,6643599 . . . log. b'.

+ 9,7644864 . . . log. $\frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$.

+15,4288463.

—13,5170830 . . . log. $\frac{\zeta \text{ var. hor. (parall. horiz. de la ☾)}}{206265'' n\pi}$.

1,9117633 . . . log. 0",816.

$dY = -0'',816.$

On voit par-là que ſi l'on a égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune dans l'intervalle de l'inſtant de la conjonction

à celui de l'obſervation, l'obſervatoire de M. Short ſera plus occidental de 0",8 1 6 qu'on ne l'avoit conclu du *terme hypothétique.*

SECTION TROISIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la longitude, relativement à la variation de la déclinaiſon du Soleil, dans l'intervalle écoulé depuis l'inſtant de la conjonction juſqu'à celui de l'obſervation.*

(74.) Dans le calcul du *terme hypothétique* de la Longitude, j'ai preſcrit d'employer la déclinaiſon particulière du Soleil qui a lieu à l'inſtant de la conjonction. On voit que cette ſuppoſition pourroit être inexacte; en effet, il eſt probable qu'à l'inſtant de l'obſervation le Soleil n'a pas la même déclinaiſon qu'à l'inſtant de la conjonction. Je vais donner une formule pour avoir égard à cette inexactitude.

(75.) Si l'on jette les yeux ſur l'expreſſion de Y & de y du *§. 65*, on verra que, relativement au Problème que nous conſidérons, ſi l'on conſerve les définitions de A & de L du *§. 61*; que de plus on ſuppoſe

$$N = \overset{(N\,1)}{\frac{\psi q p s}{r^2 \chi}} - \overset{(N\,2)}{\frac{c g \rho p \omega \Omega}{r^3 q \chi}} + \frac{c h \rho}{r^3} \times \overset{(N\,3)}{\left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \psi}{r \chi}\right)}.$$

$$M = \overset{(M\,1)}{\frac{\theta q p s}{r^2 \chi}} + \overset{(M\,2)}{\frac{c g \rho p \varphi \Omega}{r^3 q \chi}} - \frac{c h \rho}{r^3} \times \overset{(M\,3)}{\left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi}\right)}.$$

Var. hor. (décl. ☉) = la variation horaire de la déclinaiſon du Soleil, évaluée en ſecondes de degré.

b' = le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant de l'obſervation. Ce nombre eſt donné par le *§. 69*.

Que l'on faſſe

$$\varepsilon = + \overset{(\varepsilon\,1)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times N + \overset{(\varepsilon\,2)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times \frac{A M}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

$$= + \overset{(\varepsilon\,1)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times N - \overset{(\varepsilon\,2)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times \frac{A M}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

& que l'on nomme dY, dy, la correction de la Longitude dûe à la variation de la déclinaison du Soleil dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation; on aura

$$dY = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (décl. } \odot\text{)}. \quad dy = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (décl. } \odot\text{)};$$

(76.) Rien de plus simple que la démonstration de la proposition précédente. En effet, si l'on différencie la valeur de Y & de y du §. 65, en regardant comme variable la déclinaison du Soleil, on aura

$$dY = \frac{3600''\zeta}{nr}\left(dF - \frac{AdA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}\right); \quad dy = \frac{3600''\zeta}{nr}\left(dF + \frac{AdA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}\right);$$

mais

$$dF = + \frac{b'}{3600''}\left[\frac{\psi qps}{r^2\chi} - \frac{cg\rho p\omega\Omega}{r^3 q\chi} + \frac{ch\rho}{r^3}\left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2\psi}{r\chi}\right)\right]\frac{\text{var. hor. (décl. } \odot\text{)}}{206265''};$$

$$dA = - \frac{b'}{3600''}\left[\frac{\theta qps}{r^2\chi} + \frac{cg\rho p\varphi\Omega}{r^3 q\chi} - \frac{ch\rho}{r^3}\left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2\theta}{r\chi}\right)\right]\frac{\text{var. hor. (décl. } \odot\text{)}}{206265''};$$

donc

$$dF = + \frac{b'}{3600''} \times N \frac{\text{var. hor. (déclin. du } \odot\text{)}}{206265''};$$

$$dA = - \frac{b'}{3600''} \times M \frac{\text{var. hor. (déclin. du } \odot\text{)}}{206265''};$$

donc

$$dY = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot\text{)}.$$

$$dy = \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot\text{)}.$$

(77.) Je ne répéterai point ce que j'ai dit (§. 57) sur le signe des quantités A, F, M, N, b', & de la variation horaire de la déclinaison du Soleil; on peut relire ce paragraphe.

Comme dans les termes $(N\,3)$ & $(M\,3)$ les facteurs

$$\frac{\rho}{r^3}\left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2\psi}{r\chi}\right), \qquad \frac{\rho}{r^3}\left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2\theta}{r\chi}\right)$$

sont complexes, il faut avoir grand soin de remarquer quel est leur signe, afin de ne pas ajouter dans le cas où il faudroit retrancher,

ou réciproquement. Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, ces facteurs étoient positifs; on avoit de plus

var. hor. (décl. ☉) = + 58″. Log. var. hor (décl. ☉) = 3,7634280.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, relatives à la présente recherche.

N.

$$\text{Log.}\begin{cases} \dfrac{\psi q p}{r^2 \chi} = -\ 0{,}6702123. & (N1.) \\ \dfrac{p \rho \omega \Omega}{r^3 q \chi} = -\ 11{,}0180039. & (N2.) \\ \dfrac{\rho}{r^3}\left(\dfrac{\omega r}{q} - \dfrac{p^2 \psi}{r \chi}\right) = -\ 10{,}3305115. & (N3.) \end{cases}$$

$$\text{Log.}\ \frac{3600'' \zeta}{206265'' n} = -\ 1{,}4634475.$$

M.

$$\text{Log.}\begin{cases} \dfrac{\theta q p}{r^2 \chi} = -\ 1{,}6679244. & (M1.) \\ \dfrac{p \rho \varphi \Omega}{r^3 q \chi} = -\ 10{,}7571254. & (M2.) \\ \dfrac{\rho}{r^3}\left(\dfrac{\varphi r}{q} + \dfrac{p^2 \theta}{r \chi}\right) = -\ 10{,}0522275. & (M3.) \end{cases}$$

$$\text{Log.}\ \frac{\text{var. hor. (déclin. ☉)}}{3600''} = -\ 1{,}7928745.$$

E X E M P L E.

(78.) *Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on demande quelle étoit la valeur de* d Y, *relativement à l'observation de Londres, déjà discutée* (§. 68).

SOLUTION. Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, la variation horaire de la déclinaison du Soleil étoit positive; de plus dans le cas que je considère, on avoit

$$\left.\begin{array}{l} s = \text{sinus}\ 51^d\ 21'\ 33''\ \ldots\text{posit.} \\ c = \text{cosin.}\ 51.\ 21.\ 33\ \ldots\text{posit.} \\ g = \text{sinus}\ 316.\ 8.\ 15\ \ldots\text{négat.} \\ h = \text{cosin.}\ 316.\ 8.\ 15\ \ldots\text{posit.} \\ A = -\ 12801. \\ b' = -\ 4617''. \end{array}\right\} \text{Log.} \begin{cases} s = +\ 9{,}8926912. \\ cg = +\ 19{,}6361784. \\ ch = +\ 19{,}6534270. \\ b' = +\ 5{,}6643599. \\ \dfrac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = -\ 0{,}6344701. \end{cases}$$

Donc

Donc

Type du Calcul.

$$N = + (N1) + (N2) + (N3).$$

(N1)	(N2)	(N3)
+ 9,8926912...log. *s.*	+ 19,6361784...log. *cg.*	+ 19,6534270...log. *ch.*
— 0,6702123.	— 11,0180039.	— 10,3305115.
9,2224789...log. 16691.	8,6181745...log. 4151.	9,3229155...log. 21034.

$$N = + 41876 \ldots\ldots \text{log. } N = 9{,}6219652.$$

$$M = + (M1) - (M2) - (M3).$$

(M1)	(M2)	(M3)
+ 9,8926912...log. *s.*	+ 19,6361784...log. *cg.*	+ 19,6534270...log. *ch.*
— 1,6679244.	— 10,7571254.	— 10,0522275.
8,2247668...log. 1678.	8,8790530...log. 7569.	9,6011995...log. 39921.

$$M = - 45812 \ldots\ldots \text{log. } M = 9{.}6609793.$$

$$\varepsilon = + (\varepsilon 1) + (\varepsilon 2).$$

(ε1)	(ε2)
+ 9,6219652...log. *N.*	+ 9,6609793...log. *M.*
— 1,4634475.	— 0,6344701...log. $\frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$.
8,1585177...log. 1441.	+ 9,0265092.
	— 1,4634475.
	7,5630617...log. 366.

$$\varepsilon = + 1807 \ldots\ldots \text{log. } \varepsilon = 8{,}2569582.$$

dY

+ 5,6643599...log. *b'.*
+ 8,2569582...log. ε.

+ 3,9213181.
— 1,7928745...log. $\frac{\text{var. hor. (déclin. ⊙)}}{3600''}$.

2,1284436...log. 1",344.

$$dY = - 1''344.$$

On voit par-là que si l'on a égard à la variation de la déclinaison

du Soleil dans l'intervalle de l'instant de la conjonction à celui de l'observation, l'observatoire de M. Short sera plus occidental de 1",344 qu'on ne l'avoit conclu du *terme hypothétique.*

Si l'on réunit cette dernière correction avec celle du *§. 73;* c'est-à-dire, si l'on a égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune & de la déclinaison du Soleil, dans l'intervalle de l'instant de la conjonction à celui de l'observation, l'observatoire de M. Short sera plus occidental de 2",160 qu'on ne l'avoit conclu du *terme hypothétique;* on comptoit donc dans ce lieu $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'instant de la conjonction.

(79.) Il est évident que l'on doit faire usage de dY & de dy dans les mêmes circonstances où il faut employer Y & y *(§. 65).* dY, dy positifs apprennent que le lieu z' est plus oriental que ne l'avoit indiqué le *terme hypothétique.* dY, dy négatifs font connoître que le lieu z' est plus occidental. Je ne répéterai plus désormais ces dernières remarques, qui s'appliquent non-seulement aux calculs de la présente section, mais encore à ceux de la section précédente & des sections suivantes.

SECTION QUATRIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en supposant que l'on n'ait point employé dans le calcul de ce terme, la véritable déclinaison du Soleil qui avoit lieu à l'instant de la conjonction.*

(80.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* on n'ait pas employé la véritable déclinaison du Soleil, correspondante à l'instant de la conjonction. Je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Rien de plus simple que la solution de ce Problème. Soit

d (déclin. ☉) la différence entre la véritable déclinaison du Soleil correspondante à l'instant de la conjonction, & celle que l'on a employée dans le calcul du *terme hypothétique.* Je suppose cette différence évaluée en secondes de degré.

dY, dy, l'erreur du résultat du *terme hypothétique.*

& conservons toutes les définitions de la section précédente.

Puisque dans la présente section, j'ai nommé d(déclin. ☉) l'erreur sur la déclinaison du Soleil, qui, dans la question précédente, avoit pour expression $\frac{1''}{3600''}$ × var. hor. (déclin. ☉); on aura *(§. 76)*

$$dY = \frac{\varepsilon}{r}\, d\,(\text{déclin.}\ \odot), \qquad dy = \frac{\varepsilon}{r}\, d\,(\text{déclin.}\ \odot).$$

(81.) Dans l'usage de ces formules,

d (déclin. ☉) est positif, lorsque la nouvelle déclinaison du Soleil d'après laquelle on veut réformer le résultat du *terme hypothétique*, est plus boréale ou moins australe que celle employée dans le premier calcul.

d (déclin. ☉) est négatif dans le cas contraire.

Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit *(§. 78)* relativement à l'observation de Londres, $\varepsilon = + 1807$; donc

$$dY = + 0{,}018\ d\,(\text{déclin.}\ \odot).$$

On voit donc, dans ce cas, que l'erreur du *terme hypothétique* est à l'erreur sur la déclinaison du Soleil comme 18 est à 1000.

SECTION CINQUIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur l'heure précise de l'observation.*

(82.) Lorsque l'on calcule une observation, on peut supposer une erreur quelconque dans l'heure précise que l'on comptoit à l'instant de l'observation; soit que cette erreur provienne du dérangement de la pendule, soit qu'elle provienne de l'inattention de l'Observateur ou de l'imperfection des instrumens qu'il a employés. Je vais donner une formule pour y avoir égard dans la détermination de la Longitude.

Rien de plus simple que de déterminer cette erreur. En effet, si l'on différencie les équations du *§. 65*, en regardant Z & *L*

comme connus (& cette ſuppoſition eſt très-légitime, car Z eſt donné, & L ne pourroit varier qu'à raiſon de E qui (§. 51) peut être regardé comme rigoureuſement connu); on aura

$$dY = dz + \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

$$dy = dz + \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

mais $$dF = -\frac{c\rho\varphi dg}{r^3} + \frac{c\gamma\rho\omega dh}{r^4},$$

$$dA = +\frac{c\rho\omega dg}{r^3} + \frac{c\gamma\rho\varphi dh}{r^4}.$$

D'ailleurs on ſait qu'une ſeconde de temps répond à 15″ de degré du premier mobile; $15\,dz$ exprime donc le nombre de ſecondes du premier mobile écoulées pendant le temps dz; & par conſéquent $206265''dg - 15\,h\,dz = 0$; $206265''dh + 15\,g\,dz = 0$; donc

$$dF = -\frac{15\,dz}{206265''} \times \left(\frac{cg\gamma\rho\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\varphi}{r^3}\right),$$

$$dA = -\frac{15\,dz}{206265''} \times \left(\frac{cg\gamma\rho\varphi}{r^4} - \frac{ch\rho\omega}{r^3}\right).$$

Soit donc

d (inſtant de l'obſervation) l'erreur ſur l'inſtant précis de l'obſervation, évaluée en ſecondes horaires.

$$C = \overset{(C\,1)}{\frac{cg\gamma\rho\omega}{r^4}} + \overset{(C\,2)}{\frac{ch\rho\varphi}{r^3}} \qquad D = \overset{(D\,1)}{\frac{cg\gamma\rho\varphi}{r^4}} - \overset{(D\,2)}{\frac{ch\rho\omega}{r^3}}.$$

$$\Delta = \overset{(\Delta\,1)}{r} - \overset{(\Delta\,2)}{\frac{54000''\zeta}{206265''\,n} \times C} + \overset{(\Delta\,3)}{\frac{54000''\zeta}{206265''\,n} \times \frac{AD}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}};$$

$$\delta = \overset{(\delta\,1)}{r} - \overset{(\delta\,2)}{\frac{54000''\zeta}{206265''\,n} \times C} - \overset{(\delta\,3)}{\frac{54000''\zeta}{206265''\,n} \times \frac{AD}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}}.$$

Puiſque d (inſtant de l'obſervation) $= dz$, on aura

$$dY = \frac{\Delta}{r}\, d \text{ (inſtant de l'obſervation)},\quad dy = \frac{\delta}{r}\, d \text{ (inſtant de l'obſervation)}.$$

(83.) Dans l'uſage de ces formules,

d (inſtant de l'obſervation) eſt poſitif lorſque le nouvel inſtant d'après lequel on veut réformer le réſultat du *terme hypothétique*, eſt poſtérieur à l'inſtant que l'on a employé dans le calcul.

d (inſtant de l'obſervation) eſt négatif dans le cas contraire.

TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la préſente recherche.

C.

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{ll} \frac{p\rho\omega}{r^4} = -\ 11{,}3916711. & (C\,1.) \\ \frac{\rho\varphi}{r^3} = -\ 10{,}0546544. & (C\,2.) \end{array}\right.$$

D.

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{ll} \frac{p\rho\varphi}{r^4} = -\ 11{,}1307920. & (D\,1.) \\ \frac{\rho\omega}{r^3} = -\ 10{,}3155335. & (D\,2.) \end{array}\right.$$

$$\text{Log. } \frac{54000''\zeta}{206265''n} = -\ 0{,}2873562.$$

EXEMPLE.

(84.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764, on ſe ſoit trompé de quelques ſecondes ſur l'inſtant précis du commencement de l'Éclipſe obſervé à Londres à 9h 4′ 33″ du matin ; on demande la correction qu'il faut faire en conſéquence au réſultat du* terme hypothétique *du §. 68.*

SOLUTION. Dans le cas que nous conſidérons, le centre de la Lune étoit dans l'*hémiſphère précédent* du diſque du Soleil à l'inſtant de l'obſervation ; de plus on avoit

$$\left.\begin{array}{lll} c = \text{coſin. } 51^d\ 21'\ 33'' & \ldots\text{poſit.} \\ g = \text{ſinus } 316.\ 8.\ 15 & \ldots\text{négat.} \\ h = \text{coſin. } 316.\ 8.\ 15 & \ldots\text{poſit.} \\ A = -\ 12801. & \end{array}\right\}\ \text{Log.}\left\{\begin{array}{l} cg = +\ 19{,}6361784. \\ ch = +\ 19{,}6534270. \\ \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = -\ 0{,}6344701. \end{array}\right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$C = -(C\,1) + (C\,2)$.

(C 1)	(C 2)
+ 19,6361784 . . . log. *cg.*	+ 19,6534270 . . . log. *ch.*
− 11,3916711.	− 10,0546544.
8,2445073 . . . log. 1756.	9,5987726 . . . log. 39698.

$C = +\ 37942$ . . . . log. $C = 9{,}5791202$.

$D = -(D\,1) - (D\,2)$.

(D 1)	(D 2)
+ 19,6361784 . . . log. *cg.*	+ 19,6534270 . . . log. *ch.*
− 11,1307920.	− 10,3155335.
8,5053864 . . . log. 3202.	9,3378935 . . . log. 21772.

$D = -\ 24974$ . . . . log. $D = 9{,}3974881$.

$\Delta = +(\Delta\,1) - (\Delta\,2) + (\Delta\,3)$ . . . . . . $(\Delta\,1) = 100000$.

(Δ 2)	(Δ 3)
+ 9,5791202 . . . log. *C.*	+ 9,3974881 . . . log. *D.*
− 0,2873562.	− 0,6344701 . . . log. $\frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$.
9,2917640 . . . log. 19578.	+ 8,7630180.
	− 0,2873562.
	8,4756618 . . . log. 2990.

$\Delta = +\ 83412$.

$dY = +\ 0{,}834\ d$ (inftant de l'obfervation).

On voit donc que dans le cas particulier dont il s'agit, l'erreur du *terme hypothétique* eft à l'erreur fur le temps précis de l'obfervation, comme 834 eft à 1000. Suppofons, par exemple, qu'au lieu de $9^h\ 4'\ 33''$, que marquoit la pendule, il fut réellement $9^h\ 4'\ 43''$ à l'inftant de l'obfervation, l'obfervatoire fera plus oriental de $8'',34$ que ne l'indique le premier calcul. L'obfervatoire de M. Short fera au contraire plus occidental de $8'',34$, s'il n'étoit réellement que $9^h\ 4'\ 23''$ lors du commencement de l'Éclipfe.

SECTION SIXIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en ſuppoſant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, la véritable latitude du lieu où l'on a obſervé.*

(85.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* on n'ait pas employé la véritable latitude du lieu où l'on a obſervé; je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Dans l'hypothèſe que nous conſidérons, il eſt aiſé de voir que l'on a les équations ſuivantes;

$$dY = \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

$$dy = \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

Mais relativement à la ſuppoſition qui nous occupe

$$dF = -\frac{q\omega ds}{r^2} - \frac{g\rho\varphi dc}{r^3} + \frac{hp\rho\omega dc}{r^4},$$

$$dA = -\frac{q\varphi ds}{r^2} + \frac{g\rho\omega dc}{r^3} + \frac{hp\rho\varphi dc}{r^4}.$$

D'ailleurs, ſi l'on nomme

d (latitude de l'obſervatoire) l'erreur ſur la latitude du lieu évaluée en ſecondes de degré.

On a

$$206265''\, ds - c\,d\,(\text{latitude de l'obſervatoire}) = 0.$$

$$206265''\, dc + s\,d\,(\text{latitude de l'obſervatoire}) = 0.$$

Donc

$$dF = -\frac{d\,(\text{latitude de l'obſervatoire})}{206265''} \times \left(\frac{q\omega c}{r^2} - \frac{g\rho\varphi s}{r^3} + \frac{hp\rho\omega s}{r^4}\right),$$

$$dA = -\frac{d\,(\text{latitude de l'obſervatoire})}{206265''} \times \left(\frac{q\varphi c}{r^2} + \frac{g\rho\omega s}{r^3} + \frac{hp\rho\varphi s}{r^4}\right).$$

Soit donc

$$G = \overset{(G\,1)}{\frac{q\omega c}{r^2}} - \overset{(G\,2)}{\frac{\rho\varphi g s}{r^3}} + \overset{(G\,3)}{\frac{p\rho\omega h s}{r^4}}, \quad H = \overset{(H\,1)}{\frac{q\varphi c}{r^2}} + \overset{(H\,2)}{\frac{\rho\omega g s}{r^3}} + \overset{(H\,3)}{\frac{p\rho\varphi h s}{r^4}},$$

$$\beta = -\overset{(\beta\,1)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n}} \times G + \overset{(\beta\,2)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n}} \times \frac{A\,H}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

$$\beta = -\overset{(\beta\,1)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n}} \times G - \overset{(\beta\,2)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n}} \times \frac{A\,H}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

On aura

$dY = \frac{\beta}{r}\, d$ (latitude de l'obſervatoire). $dy = \frac{\beta}{r}\, d$ (latitude de l'obſervatoire).

(86.) Dans l'uſage de ces formules,

d (latitude de l'obſervatoire) eſt poſitif, lorſque la nouvelle latitude d'après laquelle on veut réformer le réſultat du *terme hypothétique*, eſt plus boréale ou moins auſtrale que celle employée dans le premier calcul.

d (latitude de l'obſervatoire) eſt négatif dans le cas contraire.

TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la préſente recherche.

G		H	
	(G 1,)		(H 1,)
Log. $\frac{q\,\omega}{r^2}$	$= -$ 0,3195149.	Log. $\frac{q\,\varphi}{r^2}$	$= -$ 0,0586358.
	(G 2,)		(H 2,)
Log. $\frac{\rho\,\varphi}{r^3}$	$= -$ 10,0546544.	Log. $\frac{\rho\,\omega}{r^3}$	$= -$ 10,3155335.
	(G 3,)		(H 3,)
Log. $\frac{p\,\rho\,\omega}{r^4}$	$= -$ 11,3916711.	Log. $\frac{p\,\rho\,\varphi}{r^4}$	$= -$ 11,1307920.

$$\text{Log.}\ \frac{3600''\zeta}{206265''n} = -\ 1,4634475.$$

EXEMPLE.

(87.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764 on ſe ſoit trompé de quelques minutes ſur la latitude de Londres, employée dans le calcul du* terme hypothétique; *on demande la correction qu'il faut faire en conſéquence au réſultat de ce terme.*

SOLUTION.

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; de plus, on avoit

s = sinus 51d 21′ 33″ .. posit.
c = cosin. 51. 21. 33 ... posit.
g = sinus 316. 8. 15 ... négat.
h = cosin. 316. 8. 15 ... posit.
$A = -12801.$

Log. $c = +\ 9{,}7954889.$
$gs = +\ 19{,}7333807.$
$hs = +\ 19{,}7506293.$
$\frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = -\ 0{,}6344701.$

Donc

TYPE du Calcul.

$$G = +(G\,1) + (G\,2) + (G\,3).$$

$(G\,1)$	$(G\,2)$	$(G\,3)$
+ 9,7954889...log. c.	+ 19,7333807...log. gs.	+ 19,7506293...log. hs.
− 0,3195149.	− 10,0546544.	− 11,3916711.
9,4759740...log. 29921.	9,6787263...log. 47723.	8,3589582...log. 2285.

$$G = +\ 79929 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{log. } G = 9{,}9027044.$$

$$H = +(H\,1) - (H\,2) + (H\,3).$$

$(H\,1)$	$(H\,2)$	$(H\,3)$
+ 9,7954889...log. c.	+ 19,7333807...log. gs.	+ 19,7506293...log. hs.
− 0,0586358.	− 10,3155335.	− 11,1307920.
9,7368531...log. 54557.	9,4178472...log. 26173.	8,6198373...log. 4167.

$$H = +\ 32551 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{log. } H = 9{,}5125643.$$

$$\beta = -(\beta\,1) - (\beta\,2).$$

$(\beta\,1)$	$(\beta\,2)$
+ 9,9027044 ... log. G.	+ 9,5125643 ... log. H.
− 1,4634475.	− 0,6344701 ... log. $\frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$.
8,4392569 ... log. 2750.	+ 8,8780942.
	− 1,4634475.
	7,4146467 ... log. 260.

$$\beta = -\ 3010.$$

$dY = -\ 0{,}030\ d$(latitude de l'observatoire).

On voit donc que dans le cas que nous considérons, l'erreur du *terme hypothétique* est à l'erreur sur la latitude de l'observatoire, comme moins 30 est à plus 1000. Supposons, par exemple, l'observatoire de M. Short plus boréal de 1′ 40″ que je ne l'ai supposé; cet observatoire sera plus occidental de 3″ que le lieu qui comptoit 10^h 21′ 28″ du matin à l'instant de la conjonction; ou si l'on veut, la conjonction sera arrivée lorsque l'on comptoit 10^h 21′ 25″ dans cet observatoire.

Si l'observatoire est plus méridional de 1′ 40″ que je ne l'ai supposé; ce lieu sera plus oriental de 3 secondes que celui qui comptoit 10^h 21′ 28″ à l'instant de la conjonction.

SECTION SEPTIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la longitude, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le vrai rapport des axes de la Terre.*

(88.) J'ai supposé, dans mes calculs, que le petit axe de la Terre est au grand axe, comme 177 est à 178. Ce rapport, adopté par M. de Maupertuis, donne pour valeur du demi-grand axe de la Terre, 100565 parties telles que le demi-petit axe en contient 100000. Les Astronomes ne sont pas d'accord sur ces quantités. Newton a conclu, d'après la théorie des forces centrifuges combinées avec l'attraction, que les axes doivent être entre eux comme 230 est à 231; cette conséquence suppose la Terre primitivement fluide & homogène. Le demi-grand axe de notre globe seroit alors de 100438 parties telles que le demi-petit axe en contient 100000. D'autres Astronomes ont adopté le rapport moyen de 199 à 200; & ils supposent le demi-grand axe de la Terre de 100501 parties. Je n'examinerai point laquelle de ces opinions est la mieux fondée; cette question m'écarteroit trop de mon objet. D'ailleurs, il faudroit peut-être examiner avant tout, si la Terre est un sphéroïde parfait, & si l'excentricité de ses différens méridiens est absolument la même.

Quoi qu'il en ſoit, je me propoſe dans cette ſection de déterminer l'erreur de la longitude donnée par le *terme hypothétique*, en ſuppoſant que l'on ſe ſoit trompé ſur le rapport des axes de la Terre.

Je fais plus, je démontre comment on peut, ſans rien changer aux formules, avoir égard à la ſuppoſition que les méridiens terreſtres ne ſont pas des ellipſes parfaites. Je ferai voir auſſi comment il eſt poſſible d'avoir égard à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus du niveau de la mer. Cette recherche m'a paru d'autant plus curieuſe, que je croirois que c'eſt à ce niveau que l'on peut attribuer plus probablement la figure elliptique.

(89.) Soit

s le ſinus, c le coſin. } de la latitude corrigée. s' le ſinus, c' le coſin. } de la latitude vraie.

J'ai fait voir *(II.e Mémoire, §. 18)* que l'on a les équations ſuivantes, *Année 1764.*

$$\varrho \times \frac{s}{c} = r \times \frac{s'}{c'}; \qquad s^2 + c^2 - r^2 = 0;$$

donc

$$c = \frac{\varrho r c'}{(\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}; \qquad s = \frac{r^2 s'}{(\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Si l'on ſubſtitue ces valeurs dans les équations

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{c g \varrho \omega}{r^3} + \frac{c h p \varrho \varphi}{r^4};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g \varrho \varphi}{r^3} + \frac{c h p \varrho \omega}{r^4};$$

On aura

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q \varphi s'}{(\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{g \varrho^2 \omega c'}{r^2 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{h p \varrho^2 \varphi c'}{r^3 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q \omega s'}{(\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{g \varrho^2 \varphi c'}{r^2 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{h p \varrho^2 \omega c'}{r^3 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Si l'on différencie ces nouvelles expreſſions de A & de F, en ne regardant comme variable que la quantité ϱ;

on aura

$$dA = \begin{cases} + \dfrac{q\varphi c'^2 s' \varrho}{(\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\varrho + \dfrac{2 g \omega c' \varrho}{r^2 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}\, d\varrho - \dfrac{g \omega c'^3 \varrho^3}{r^2 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\varrho \\ + \dfrac{2 h p \varphi c' \varrho}{r^3 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}\, d\varrho - \dfrac{h p \varphi c'^3 \varrho^3}{r^3 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\varrho. \end{cases}$$

$$dF = \begin{cases} + \dfrac{q\omega c'^2 s' \varrho}{(\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\varrho - \dfrac{2 g \varphi c' \varrho}{r^2 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}\, d\varrho + \dfrac{g \varphi c'^3 \varrho^3}{r^2 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\varrho \\ + \dfrac{2 h p \omega c' \varrho}{r^3 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}}}\, d\varrho - \dfrac{h p \omega c'^3 \varrho^3}{r^3 (\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}}}\, d\varrho. \end{cases}$$

Mais $\varrho c' s - r c s' = 0$; $(\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{1}{2}} = \dfrac{\varrho r c'}{c}$;

$$(\varrho^2 c'^2 + r^2 s'^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{\varrho^3 r^3 c'^3}{c^3} = \frac{\varrho^3 r^3 c'^2}{c^2} \times \frac{r s'}{\varrho s} = \frac{\varrho^2 r^4 c'^2 s'}{c^2 s};$$

donc

$$dA = \frac{q\varphi c^2 s}{r^4 \varrho}\, d\varrho + \left(\frac{c g \omega}{r^3} + \frac{c h p \varphi}{r^4}\right) \times \left(\frac{r^2 + s^2}{r^2}\right) d\varrho;$$

$$dF = \frac{q\omega c^2 s}{r^4 \varrho}\, d\varrho - \left(\frac{c g \varphi}{r^3} - \frac{c h p \omega}{r^4}\right) \times \left(\frac{r^2 + s^2}{r^2}\right) d\varrho.$$

Relativement au Problème qui nous occupe, A & F ſont les ſeules quantités qui doivent être regardées comme inconnues, puiſque ce ſont les ſeules qui renferment la variable ϱ; car la variation de E ne doit point entrer en ligne de compte dans toutes ces queſtions, ainſi que je l'ai démontré (§. 51). On a donc

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{n r}\, dF - \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{A\, dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dy = \frac{3600'' \zeta}{n r}\, dF + \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{A\, dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

Soit

$$P = \overset{(P\,1)}{\frac{q\omega c^2 s}{r^3 \varrho}} - \overset{(P\,2)}{\frac{c g \varphi}{r^3} \left(r + \frac{s^2}{r}\right)} + \overset{(P\,3)}{\frac{c h p \omega}{r^4} \left(r + \frac{s^2}{r}\right)}.$$

$$Q = \overset{(Q\,1)}{\frac{q\varphi c^2 s}{r^3 \varrho}} + \overset{(Q\,2)}{\frac{c g \omega}{r^3} \left(r + \frac{s^2}{r}\right)} + \overset{(Q\,3)}{\frac{c h p \varphi}{r^4} \left(r + \frac{s^2}{r}\right)}.$$

Les valeurs de dA & de dF deviendront

$$dA = \frac{Q}{r}\, d\rho; \qquad dF = \frac{P}{r}\, d\rho.$$

Soit $a \times d$ (demi-grand axe terrestre) $= d\rho$; c'est-à-dire, soit

$a \times d$ (demi-grand axe terrestre) l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en parties telles que le demi-petit axe terrestre contient cent mille de ces parties.

Soit de plus

$$\overset{(\varpi\, 1)}{\varpi} = \frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times P - \frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times \frac{AQ}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

$$\overset{(\varpi\, 2)}{\varpi} = \frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times P + \frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times \frac{AQ}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

On aura

$$dY = \overset{(\varpi\, 1)}{\varpi}\, d\,(\text{demi-grand axe terrestre}).$$

$$dy = \overset{(\varpi\, 2)}{\varpi}\, d\,(\text{demi-grand axe terrestre}).$$

(90.) J'ai dit (§. 89) que $a \times d$ (demi-grand axe terrestre) exprime l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en parties telles que le demi-petit axe terrestre contient cent mille de ces parties. On voit par-là que a est une quantité linéaire égale à la cent millième partie du rayon terrestre, & que d (demi-grand axe terrestre) est le coëfficient numérique de ce cent millième. Comme j'ai toujours supposé, dans cet Ouvrage, que le rayon terrestre a pour logarithme 10,0000000; a, qui en est le cent millième, aura pour logarithme 5,0000000.

(91.) Rien de plus simple que d'évaluer dans tous les cas la quantité d (demi-grand axe terrestre).

Soit

ρ le demi-grand axe employé dans le calcul du *terme hypothétique.*

ρ' le demi-grand axe que l'on croit devoir substituer à cette première valeur.

on aura

$$d\,(\text{demi-grand axe terrestre}) = \rho' - \rho.$$

Pour nous éclaircir par un exemple, cherchons quelle doit être

la valeur de d (demi-grand axe terreſtre) dans l'hypothèſe de la Terre ſphérique. Il eſt évident que dans ce cas, $\varrho = 100565$, $\varrho' = 100000$; on aura donc

$$d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} = \left\{\begin{matrix} + 100000 \\ - 100565 \end{matrix}\right\} = -565.$$

Par une raiſon ſemblable, ſi l'on ſuppoſe les axes de la Terre dans le rapport de 230 à 231; il faudra faire

$$d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} = \left\{\begin{matrix} + 100438 \\ - 100565 \end{matrix}\right\} = -127.$$

Si l'on ſuppoſe les axes de la Terre, dans le rapport de 199 à 200, on aura

$$d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} = \left\{\begin{matrix} + 100501 \\ - 100565 \end{matrix}\right\} = -64.$$

On ne doit plus maintenant être embarraſſé dans aucun cas poſſible.

(92.) Nous remarquerons ici que les quantités ϖ & ϖ expriment des ſecondes de temps. Un coup d'œil ſuffit pour s'en convaincre; en effet, ϖ & ϖ ont pour valeurs, trois mille ſix cents ſecondes multipliées par des quantités linéaires de dimenſion nulle.

TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la préſente recherche.

P.

$$\text{Log.}\left\{\begin{aligned} &\text{(P 1.)} \\ &\frac{q\,\omega}{r^3\,\rho} = -\,20{,}3219616. \\ &\text{(P 2.)} \\ &\frac{\varphi}{r^3} = -\,20{,}0571011. \\ &\text{(P 3.)} \\ &\frac{p\,\omega}{r^4} = -\,21{,}3941178. \end{aligned}\right.$$

Q.

$$\text{Log.}\left\{\begin{aligned} &\text{(Q 1.)} \\ &\frac{q\,\varphi}{r^3\,\rho} = -\,20{,}0610825. \\ &\text{(Q 2.)} \\ &\frac{\omega}{r^3} = -\,20{,}3179802. \\ &\text{(Q 3.)} \\ &\frac{p\,\varphi}{r^4} = -\,21{,}1332387. \end{aligned}\right.$$

$$\text{Log.}\,\frac{3600''\,\zeta\,a}{n\,r^2} = -\,9{,}1490219.$$

EXEMPLE.

(93). *On suppose que le 1.er Avril 1764, on se soit trompé sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, employée dans le calcul* du terme hypothétique (§. 68); *on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat de ce terme.*

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; de plus on avoit

$$\left.\begin{array}{l} s = \text{sinus}\ 51^d\ 21'\ 33''\ \ldots \text{posit.} \\ c = \text{cosin.}\ 51.\ 21.\ 33.\ \ldots \text{posit.} \\ g = \text{sinus}\ 316.\ 8.\ 15.\ \ldots \text{négat.} \\ h = \text{cosin.}\ 316.\ 8.\ 15.\ \ldots \text{posit.} \\ A = -\ 12801. \\ \frac{s^2}{r} = +\ 61007. \end{array}\right\} \text{Log.} \left\{\begin{array}{l} c^2 s = +\ 29{,}4836690. \\ r + \frac{s^2}{r} = +\ 10{,}2068450. \\ cg\,(r + \frac{s^2}{r}) = +\ 29{,}8430234. \\ ch\,(r + \frac{s^2}{r}) = +\ 29{,}8602720. \\ \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = -\ 0{,}6344701. \end{array}\right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$P = +\ (P\ 1) + (P\ 2) + (P\ 3).$$

(P 1)	(P 2)	(P 3)
+ 29,4836690...log. $c^2 s$.	+ 29,8430234...log. $cg\,(r + \frac{s^2}{r})$.	+ 29,8602720...log. $ch\,(r + \frac{s^2}{r})$.
— 20,3219616.	— 20,0571011.	— 21,3941178.
9,1617074...log. 14511.	9,7859223...log. 61083.	8,4661542...log. 2925.

$P = +\ 78519$ .... log. $P = 9{,}8949748$.

$$Q = +\ (Q\ 1) - (Q\ 2) + (Q\ 3).$$

(Q 1)	(Q 2)	(Q 3)
+ 29,4836690...log. $c^2 s$.	+ 29,8430234...log. $cg\,(r + \frac{s^2}{r})$.	+ 29,8602720...log. $ch\,(r + \frac{s^2}{r})$.
— 20,0610825.	— 20,3179802.	— 21,1332387.
9,4225865...log. 26460.	9,5250432...log. 33500.	8,7270333...log. 5334.

$Q = -\ 1706$ .... log. $Q = 8{,}2319790$.

$$\varpi = + (\varpi\ 1) - (\varpi\ 2).$$

$(\varpi\ 1)$	$(\varpi\ 2)$
+ 9,8949748 . . . log. P.	+ 8,2319790 . . . log. Q.
− 9,1490219.	− 0,6344701 . . . log. $\frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$.
+ 0,7459529 . . . log. 0″,056.	+ 7,5975089.
	− 9,1490219.
	− 1,5515130 . . . log. { d'une quantité négligeable §. 8.

$$\varpi = + 0'',056.$$

$$dY = + 0'',056\ d\,(\text{demi-grand axe terrestre}).$$

On voit, par ce calcul, que l'excentricité plus ou moins grande de notre globe, influe d'une manière sensible sur le résultat. Si l'on supposoit la Terre sphérique, on auroit *(§. 91)*

$$d\,(\text{demi-grand axe terrestre}) = -\ 565;$$

& par conséquent

$$dY = -\ 0'',056 \times 565 = -\ 31'',640.$$

L'observatoire de M. Short seroit de 31″,640 de temps plus occidental que le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'instant de la conjonction.

Si l'on suppose les axes de la Terre dans le rapport de 230 à 231, on aura *(§. 91)* d (demi-grand axe) $= -\ 127$; donc

$$dY = -\ 0'',056 \times 127 = -\ 7'',112.$$

L'observatoire de M. Short sera, dans cette hypothèse, plus occidental de 7″ de temps que le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'instant de la conjonction.

Méthode pour avoir égard au défaut d'ellipticité parfaite des Méridiens terrestres ; & à l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer.

(94.) J'ai supposé, dans cet Ouvrage, que les méridiens terrestres sont elliptiques; cette supposition peut renfermer quelqu'inexactitude. Je remarquerai cependant que la figure elliptique étant

étant donnée par la théorie, en ſuppoſant la Terre primitivement fluide & homogène, il eſt probable qu'elle ne doit pas s'écarter beaucoup de la véritable figure de notre globe. Les meſures géodéſiques que l'on a priſes dans les différentes parties de la Terre, dépoſent en faveur de cette opinion. Je vais faire voir qu'en ſuppoſant les méridiens terreſtres peu différens d'une ellipſe, il eſt poſſible, ſans erreur appréciable, de partir pour les calculs de l'hypothèſe elliptique.

(95.) On ſait qu'il y a des parties de notre globe fort élevées au-deſſus du niveau de la mer. Cette élévation de l'Obſervateur doit certainement influer d'une manière quelconque ſur l'obſervation. Quelque légère que l'on ſuppoſe l'erreur du réſultat dûe à cette cauſe, elle n'eſt pas nulle, & s'il eſt poſſible de l'éviter, par un calcul ſimple & facile, on ne doit pas s'en diſpenſer. Je me propoſe donc de démontrer également comment on peut avoir égard à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus du niveau de la mer.

Soit C le centre de la Terre; P le pôle; PC le rayon terreſtre paſſant par le pôle; $E'CE$ l'équateur. Par les points $P, p,$ & dans le plan $PEpE',$ je trace l'ellipſe $Pf\varepsilon p\varepsilon',$ dont je ſuppoſe les axes dans le rapport de r à ϱ. J'appellerai deſormais cette ellipſe, l'*ellipſe primitive.* Par le point $f,$ je mène la normale fV à l'ellipſe $Pf\varepsilon p,$ qui rencontre le petit axe Pp de l'ellipſe au point $V,$ & l'Obſervateur au point $O,$ que je ſuppoſe ſitué dans le prolongement de cette normale. Je trace le cercle inſcrit $Pf'p$ & j'abaiſſe ſur PC la perpendiculaire $f''f'f.$ Fig. 5.

Si l'Obſervateur étoit à la circonférence de l'*ellipſe primitive*, les points f, O ſeroient confondus; mais quoique le point O ne faſſe pas partie de l'ellipſe $Pf\varepsilon p,$ il eſt poſſible d'imaginer qu'il eſt à la circonférence d'une autre ellipſe que j'appellerai l'*ellipſe hypothétique*, & dont les axes ne ſont plus dans le rapport de r à ϱ, mais dans le rapport de r à $\varrho + d\varrho;$ examinons la relation qu'il peut y avoir entre la quantité $fO,$ & la valeur de $d\varrho.$

Soit

c le coſinus de la latitude corrigée, c' le coſinus de la latitude vraie.

Puiſque la perpendiculaire $f''f'fF$ rencontre le cercle inſcrit

Fig. 5. au point f', l'*ellipse primitive* au point f, & l'*ellipse hypothétique* au point F. Par la nature de l'ellipse on a $f''f' = c$, $f''f = \frac{c\varrho}{r}$, $f''F = \frac{c(\varrho + d\varrho)}{r}$; donc $Ff = \frac{c\,d\varrho}{r}$; de plus l'Observateur situé au point O de l'*ellipse hypothétique*, a sans erreur appréciable la même latitude que l'Observateur qui se trouveroit au point f de l'*ellipse primitive*, puisque la pesanteur au point O doit, sans erreur sensible, prendre la direction de la normale fV à l'*ellipse primitive;* l'angle FfO représente donc la latitude vraie de l'Observateur; donc si du point F l'on abaisse sur la normale fV la perpendiculaire FO', l'angle $O'Ff$ sera égal au complément de la latitude. Soit $X = fO'$; puisque $fF = \frac{c\,d\varrho}{r}$, on aura $\frac{c\,d\varrho}{r} : X :: r : c'$, & par conséquent $d\varrho = \frac{r^2 X}{c\,c'} = \frac{r^2 X}{c^2}$; car on peut supposer, sans erreur, $c' = c$.

(96.) Il est aisé de sentir que X n'est autre chose que la distance de l'Observateur au point correspondant de l'*ellipse primitive*, exprimée en parties aliquotes du demi-petit axe terrestre. En effet, par la propriété de l'ellipse, celle des droites qui, menée par le point F, rencontreroit l'Observateur, fait avec la ligne fF un angle dont la tangente est à la tangente du complément de la latitude comme ϱ est à $\varrho + d\varrho$; $d\varrho$ ne peut être qu'une quantité peu considérable relativement au globe que nous habitons; une petite élévation de l'Observateur ne donneroit une grande valeur à $d\varrho$, que vers le pôle où certainement on n'observe pas; ce dernier angle peut donc se confondre avec le complément de la latitude; & par conséquent, fO' égale la distance de l'Observateur à l'*ellipse primitive*. Il n'est pas facile de déterminer exactement cette distance; je croirois cependant que l'on peut prendre pour cette valeur l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer, sous la même latitude. Dans tous les calculs, r exprime le rayon de la Terre; on sait que ce rayon contient environ 1432 lieues de 2282 toises chacune; chaque cent millième partie du rayon terrestre contiendra donc 32,678 toises. Si l'on conserve la définition de a & de d (demi-grand axe terrestre) des §. 89, 90

& *91*; j'ai fait voir que l'on a l'équation ſuivante Fig. 5.

$$a \times d\,(\text{demi-grand axe terreſtre}) = d\rho.$$

L'équation du *§. précédent*, deviendra donc

$$d\,(\text{demi-grand axe terreſtre}) = \frac{r^2 X}{a c^2}.$$

Soit maintenant

a' le coëfficient numérique de l'élévation de l'Obſervateur, au-deſſus du niveau de la mer, exprimée en toiſes.

Comme d'après mes conſtructions, a eſt une quantité linéaire égale à la cent millième partie du rayon terreſtre, & que X eſt une quantité linéaire égale à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus du niveau de la mer; on aura $a : X :: 32,678 : a'$; donc

$$d\,(\text{demi-grand axe terreſtre}) = \frac{r^2}{c^2} \times \frac{a'}{32,678}.$$

(97.) Si l'Obſervateur étoit au point F, la correction précédente ſuffiroit; mais l'Obſervateur eſt réellement au point O, c'eſt-à-dire à l'extrémité de l'ordonnée OK correſpondante à une latitude corrigée, plus grande que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique*. Pour y avoir égard, on ajoutera à cette première correction celle qui proviendra des équations du *§. 85*, dans leſquelles on ſuppoſera

$$d\,(\text{latitude de l'Obſervateur}) = 206265'' \times \frac{2a'}{3267824} \times \frac{s}{c}.$$

SECTION HUITIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en ſuppoſant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le vrai rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en latitude.*

(98.) On ſait que l'inclinaiſon de l'orbite corrigée dépend du rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en latitude; cette inclinaiſon (*§. 1.er*) eſt donnée par l'équation ſuivante,

$$\text{Tangente de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée} =$$

$$\frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. horaire de la Lune en latitude évalué en ſecondes de degré}}{\text{ſinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}.$$

Il paroît aſſez difficile, au premier coup-d'œil, d'élever quelque doute ſur cet élément, lorſqu'il eſt donné par de bonnes Tables aſtronomiques. Rien de plus plauſible, en effet, que le raiſonnement ſuivant. Il peut arriver qu'à un inſtant quelconque la latitude & la longitude calculées diffèrent de quelques ſecondes de l'obſervation; mais cette erreur eſt le réſultat de pluſieurs erreurs accumulées pendant une longue ſuite d'inſtans ſucceſſifs, & non pas un dérangement ſubit dans les mouvemens horaires; il eſt donc très-probable que cette même différence ſe retrouvera encore une heure après la première obſervation, & que par conſéquent les mouvemens ſont bien déterminés. Quelque concluant que paroiſſe ce raiſonnement, comme de fait les différentes Tables aſtronomiques ne donnent pas les mêmes mouvemens horaires, ainſi que je le ferai voir *(§. 106)*; je vais donner une formule pour avoir égard à la différence d'inclinaiſon de l'orbite.

(99.) Puiſque A & F ſont les ſeules grandeurs qui, dans le cas que nous examinons, renferment les variables, on a

$$dY = \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$dy = \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

De plus, puiſque

$\theta =$ ſinus, $\psi =$ coſinus } de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée.

& que d'ailleurs

$$\omega = \frac{\theta\Omega + \psi\chi}{q} \qquad \varphi = \frac{\psi\Omega - \theta\chi}{q};$$

il eſt ſenſible que les variables du Problème ſont θ, ψ, φ, ω; donc

$$dF = \frac{l\,d\theta}{\zeta} - \frac{qs\,d\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\,d\varphi}{r^3} + \frac{ch\rho\rho\,d\omega}{r^4};$$

$$dA = \frac{l\,d\psi}{\zeta} - \frac{qs\,d\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\,d\omega}{r^3} + \frac{ch\rho\rho\,d\varphi}{r^4};$$

Mais

$$d\omega = \frac{\Omega\,d\theta + \chi\,d\psi}{q} = + \frac{(\psi\Omega - \theta\chi)}{q} \times \frac{d\theta}{\psi} = + \frac{\varphi\,d\theta}{\psi}.$$

$$d\varphi = \frac{\Omega\,d\psi - \chi\,d\theta}{q} = - \frac{(\theta\Omega + \psi\chi)}{q} \times \frac{d\theta}{\psi} = - \frac{\omega\,d\theta}{\psi}.$$

D'ailleurs si l'on nomme

d (inclinaison de l'orbite corrigée) l'erreur sur l'inclinaison de l'orbite évaluée en secondes de degré;

on sait que

$$206265'' d\theta - \psi d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)} = 0;$$

$$206265'' d\psi + \theta d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)} = 0;$$

donc

$$dF = + \frac{d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)}}{206265''} \left(\frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varpi}{r^2} + \frac{cgp\omega}{r^3} + \frac{chpp\varphi}{r^4}\right).$$

$$dA = - \frac{d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)}}{206265''} \left(\frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cgp\varphi}{r^3} + \frac{chpp\omega}{r^4}\right).$$

Soit donc

$$\overset{(\mu\ 1)}{\mu} = + \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times A + \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times \frac{AF}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

$$\overset{(\mu\ 2)}{\mu} = + \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times A - \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times \frac{AF}{\sqrt{(L^2 - A^2)}},$$

on aura

$$dY = \frac{\overset{(\mu\ 1)}{\mu}}{r}\, d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)};$$

$$dy = \frac{\overset{(\mu\ 2)}{\mu}}{r}\, d \text{ (inclinaison de l'orbite corrigée)}.$$

Je donnerai *(§. 101)* une équation pour déterminer la valeur & le signe de d (inclinaison de l'orbite).

Il n'est point nécessaire, relativement à la recherche présente, de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse du 1.er Avril 1764; on peut se servir pour A & pour F, de la Table du *§. 67.* Nous avons vu d'ailleurs que

$$\text{Log.}\ \frac{3600''\zeta}{206265'' n} = -\ 1,4634475.$$

EXEMPLE.

(100.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on se soit trompé sur le rapport des mouvemens horaires; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat du* terme hypothétique *du §. 68.*

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune

étoit dans l'*hémiſphère précédent* du diſque du Soleil à l'inſtant de l'obſervation; on avoit de plus

$$\left.\begin{array}{l} A = -\ 12801. \\ F = +\ \ 9896. \end{array}\right\} \quad \text{Log.}\left\{\begin{array}{rl} A & = +\ 9{,}1072439. \\ F & = +\ 8{,}9954597. \\ \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} & = -\ 0{,}6344701. \end{array}\right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\mu = -(\mu\,1) - (\mu\,2).$$

$(\mu\,1)$	$(\mu\,2)$
$+\ 9{,}1072439 \ldots \log.\ A.$	$+\ 8{,}9954597 \ldots \log.\ F.$
$-\ 1{,}4634475.$	$-\ 0{,}6344701 \ldots \log. \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$
$7{,}6437964 \ldots \log.\ 440.$	$+\ 8{,}3609896.$
	$-\ 1{,}4634475.$
	$6{,}8975421 \ldots \log.\ 79.$

$$\mu = -\ 519.$$

$dY = -\ 0{,}005\ d$ (inclinaiſon de l'orbite corrigée).

Détermination de la quantité d (inclinaiſon de l'orbite).

(101.) Puiſque l'inclinaiſon de l'orbite relative n'eſt pas donnée directement par les Tables aſtronomiques, & qu'il faut la conclure du rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en latitude; j'ai cru qu'il étoit à propos de donner une formule pour exprimer la variation de cette inclinaiſon, en ſuppoſant que les mouvemens horaires varient d'une petite quantité.

Si l'on différencie l'expreſſion de l'inclinaiſon de l'orbite relative du *§. 98,* on aura

$d.$ (tangente de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée) $=$

$$\text{tang. (inclin. de l'orbite corr.)} \times \left\{\begin{array}{l} +\ \frac{d\ \text{(mouv. horaire de la Lune en latit.)}}{\text{mouv. horaire de la Lune en latit.}} \\ -\ \frac{d\ \text{ſin. (mouv. hor. de la Lune au Soleil)}}{\text{ſin. (mouv. hor. de la Lune au Soleil)}} \end{array}\right.$$

Si donc l'on confond le ſinus du mouvement horaire de la Lune au Soleil avec le mouvement horaire de la Lune au Soleil, attendu l'erreur inappréciable que cette ſuppoſition introduit dans le calcul; que de plus l'on nomme

d (inclinaiſon de l'orbite relative) l'erreur ſur l'inclinaiſon de l'orbite, évaluée en ſecondes de degré.

& que l'on ſubſtitue à *d* (tangente de l'inclinaiſon de l'orbite) les valeurs qui lui ſont trigonométriquement égales, on aura

$$d(\text{inclin. de l'orb.}) = 206265'' \frac{\psi\theta}{r^2} \times \left(\frac{d\,(\text{mouv. hor. ☾ en latit.})}{\text{mouv. hor. ☾ en latit.}} - \frac{d\,(\text{mouv. hor. ☾ au ☉})}{\text{mouv. hor. ☾ au ☉}} \right).$$

(102.) Dans l'uſage de la formule du *paragraphe précédent*, il eſt eſſentiel de ne pas ſe tromper ſur le ſigne des quantités qui la compoſent.

Le mouvement horaire de la Lune en latitude eſt poſitif, lorſque l'Éclipſe arrive dans le nœud aſcendant; il eſt négatif, lorſque l'Eclipſe arrive dans le nœud deſcendant.

Le mouvement horaire de la Lune au Soleil eſt toujours poſitif.

d (mouvement horaire de la Lune en latitude) eſt poſitif, lorſque dans le nœud aſcendant, le véritable mouvement horaire de la Lune en latitude eſt plus grand que celui employé dans la détermination de l'inclinaiſon de l'orbite, ou lorſque, dans le nœud deſcendant, le véritable mouvement horaire de la Lune en latitude eſt plus petit que celui employé dans la détermination de l'inclinaiſon de l'orbite.

d (mouvement horaire de la Lune en latitude) eſt négatif dans les cas contraires.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) eſt poſitif, lorſque le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil eſt plus grand que celui employé dans la détermination de l'inclinaiſon de l'orbite.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) eſt négatif dans le cas contraire.

θ & ψ ont le ſigne déterminé par les remarques des *§. 1.er 3* & *5* de ce Mémoire.

d (inclinaiſon de l'orbite) a le ſigne déterminé par la formule du *paragraphe précédent.*

On n'oubliera pas que pour la facilité du calcul on doit évaluer en ſecondes & dixièmes de ſecondes de degré, les quantités *d* (mouv. hor. de la Lune en latit.), *d* (mouv. hor. de la Lune au Soleil), ainſi que les mouvemens horaires de la Lune en latitude, & de la Lune au Soleil.

Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\frac{206265'' \cdot \psi \theta}{r^2 \text{ (mouv. hor. ☾ en latit.)}} = 125; \quad \frac{206265'' \cdot \psi \theta}{r^2 \text{ (mouv. hor. ☾ au ☉)}} = 12{,}6.$$

On voit donc qu'une ſeconde d'erreur ſur le mouvement horaire de la Lune en latitude, donne environ 125" d'erreur ſur l'inclinaiſon de l'orbite, tandis qu'une ſeconde d'erreur ſur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, ne donne qu'une erreur d'environ 12",6.

SECTION NEUVIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en ſuppoſant que l'on n'ait point employé, dans le calcul, le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil.*

(103.) Quoique les Tables Aſtronomiques paroiſſent devoir donner avec beaucoup de préciſion les mouvemens horaires du Soleil & de la Lune, & par conſéquent le mouvement horaire de la Lune au Soleil; comme cependant ces Tables ne donnent pas toutes rigoureuſement la même quantité, on peut demander l'erreur du *terme hypothétique* de la longitude, en ſuppoſant que l'on croie devoir employer des mouvemens horaires un peu différens de ceux employés dans le premier calcul. Rien de plus ſimple que la ſolution de ce Problème.

Puiſque dans le cas que nous conſidérons, n eſt la ſeule inconnue du Problème; ſi l'on différencie les équations du *§. 65*, on aura

$$dY = -\frac{3600''\zeta}{n^2 r} \times [F + \sqrt{(L^2 - A^2)}]\ dn;$$

$$dy = -\frac{3600''\zeta}{n^2 r} \times [F - \sqrt{(L^2 - A^2)}]\ dn.$$

On a vu *§. 1.er* que

$$n = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{ſinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}{\pi}.$$

Donc

$$dn = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{d \text{ ſinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}{\pi}.$$

Soit

d (mouv. hor. ☾ au ☉) l'erreur ſur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, évaluée en ſecondes de degrés.

Et

Et supposons, $\xi = r$, cosinus (mouvement horaire ☾ au ☉) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul; on aura

$$d\eta = \frac{r^3}{206265'' + \pi} \times d\,(\text{mouvement horaire ☾ au ☉}).$$

Donc si l'on suppose

$$\Xi = -\overset{(\Xi\, 1)}{\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 + \pi}} \times F = \overset{(\Xi\, 2)}{\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 + \pi}} \times \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$\Xi = -\overset{(\Xi\, 1)}{\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 + \pi}} \times F + \overset{(\Xi\, 2)}{\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 + \pi}} \times \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

On aura

$$dY = \frac{\Xi}{r}\, d\,(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}).$$

$$dy = \frac{\Xi}{r}\, d\,(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}).$$

(104.) Dans l'usage de ces formules,

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) est positif, lorsque le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil est plus grand que celui employé dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) est négatif dans le cas contraire.

Il n'est pas nécessaire, relativement à la recherche présente, de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse; on peut se servir, pour déterminer A, F, L, $\sqrt{(L^2 - A^2)}$, de la Table du *§. 67;* je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.}\ \frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' \eta^2 + \pi} = + 0{,}6384484.$$

EXEMPLE.

(105.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on se soit trompé de quelques secondes sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat du* terme hypothétique *du §. 68.*

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'*hémiſphère précédent* du diſque du Soleil à l'inſtant de l'obſervation; de plus on avoit

$$\left.\begin{array}{r} F = +\ 9896. \\ \sqrt{(L^2 - A^2)} = +\ 55171. \end{array}\right\} \ \text{Log.}\left\{\begin{array}{r} F = 8{,}9954597. \\ \sqrt{(L^2 - A^2)} = 9{,}7417140. \end{array}\right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Xi = -(\Xi\,1) - (\Xi\,2).$$

$(\Xi\,1)$	$(\Xi\,2)$
+ 8,9954597 . . . log. F.	+ 9,7417140...log. $\sqrt{(L^2 - A^2)}$.
+ 0,6384484.	+ 0,6384484.
9,6339081 . . . log. 43043.	10,3801624...log. 239973.

$$\Xi = -\ 283016.$$

$dY = -\ 2{,}830\ d$ (mouvement horaire de la Lune au Soleil).

On voit par ce calcul que l'erreur d'une ſeconde ſur le mouvement horaire produit en ſens oppoſé une erreur de 2",830 ſur la Longitude.

(106.) J'ai dit que les différentes Tables aſtronomiques ne donnent pas préciſément les mêmes mouvemens horaires; pour ſe convaincre de cette vérité, il ſuffira de jeter les yeux ſur le Tableau ſuivant.

DATE DES ÉCLIPSES.	MOUVEMENS HORAIRES de la LUNE en Longitude.		MOUVEMENS HORAIRES de la LUNE en Latitude.	
	Suivant M. MAYER.	Suivant M. CLAIRAUT.	Suivant M. MAYER.	Suivant M. CLAIRAUT.
	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
Éclipſes du 1.er Avril 1764...	29. 40,2	29. 39,0	2. 43,5	2. 44,0
Éclipſes du 5 Août 1766...	29. 29,1	29. 28,0	2. 42,9	2. 41,2
Éclipſes du 4 Juin 1769...	37. 55,0	37. 58,5	3. 27,0	3. 26,5

Dans cette dernière Éclipſe, la différence ſeroit encore plus

considérable si l'on comparoit les mouvemens horaires des Tables des Institutions. D'après un calcul qui m'a été communiqué par M. le Monnier, ces mouvemens sont de 38′ 1″,5 en longitude, & de 3′ 28″,5 en latitude; de sorte que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, tiré des Tables des Institutions, diffère de 6″,5 de celui que donnent les nouvelles Tables de Mayer. Cette remarque doit faire sentir que l'on doit être en garde sur les conclusions que l'on pourroit tirer des observations de l'Éclipse du 4 Juin 1769.

(107.) Je finis par une remarque importante. Si l'on calcule, pour le 4 Juin 1769, la longitude de la Lune correspondante à 8h 27′ 40″ du matin, temps moyen à Paris, on aura les résultats suivans.

Tables des INSTITUTIONS.	*Tables de M.* CLAIRAUT.	*Tables de* MAYER.
2s 13d 48′ 22″	2s 13d 50′ 43″	2s 13d 51′ 10″

On voit, par cette comparaison, que les Tables qui donnent à la Lune une longitude moins avancée, donnent à cet astre un mouvement horaire plus considérable, afin probablement de se rapprocher dans les instans suivans. Je laisse aux Astronomes à éclaircir ces difficultés.

SECTION DIXIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la parallaxe horizontale du Soleil, & sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correspondantes à l'instant de la conjonction.*

(108.) Quoiqu'au premier coup-d'œil la détermination de l'erreur du *terme hypothétique* de la Longitude, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la parallaxe horizontale du Soleil, & sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correspondantes à l'instant de la conjonction, paroisse devoir faire l'objet de deux Problèmes différens, ces questions ont cependant une si grande analogie entr'elles, qu'on peut les réunir dans une

ſeule formule, ainſi qu'on le verra par la ſuite. Je vais d'abord déterminer ce qui regarde la parallaxe du Soleil.

Calcul dans lequel on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale du Soleil.

(109.) Si l'on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale du Soleil, π' & par conſéquent ζ ſeront les ſeules inconnues du Problème; mais ſi l'on jette les yeux ſur les valeurs de A, F & L du *§. 61*, il ſera aiſé de ſe convaincre que ces grandeurs renferment la quantité ζ; il faudra donc, dans la queſtion préſente, les regarder comme inconnues; on aura alors, par la différenciation des équations du *§. 65*,

$$dY = \begin{cases} + \frac{3600'' F}{nr} d\zeta + \frac{3600''\zeta}{nr} dF + \frac{3600''}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}\, d\zeta \\ + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}; \end{cases}$$

$$dy = \begin{cases} + \frac{3600'' F}{nr} d\zeta + \frac{3600''\zeta}{nr} dF - \frac{3600''}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}\, d\zeta \\ - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \end{cases}$$

Relativement au Problème dont il s'agit,

$$dF = -\frac{\theta l\,d\zeta}{\zeta^2};\quad dA = -\frac{\psi l\,d\zeta}{\zeta^2};\quad dL = -\frac{L\,d\zeta}{\zeta};$$

On a vu (*§. 1.er*) que $\zeta = r - \frac{\pi'\xi}{\pi}$; donc $d\zeta = -\frac{\xi\,d\pi'}{\pi} = -\frac{r\,d\pi'}{\pi}$, attendu l'erreur inappréciable que la ſuppoſition de $\xi = r$ introduit dans le calcul.

Soit

d (parallaxe horiz. du ☉) l'erreur ſur la parallaxe horizontale du Soleil; évaluée en ſecondes de degré.

Puiſque l'on peut confondre ſans erreur la différencielle du ſinus de la parallaxe du Soleil avec la différencielle de cette parallaxe, & que par conſéquent $206265''\, d\pi' - r\,d$ (parall. horiz. ☉) $= 0$, on aura

$$d\zeta = -\frac{r^2}{206265''\pi} \times d\,(\text{parallaxe horizontale du Soleil}).$$

$$dY = \frac{3600''r}{206265''n\pi} \times \left\{\begin{array}{l} -F + \frac{\theta l}{\zeta} - \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ + \frac{L^2}{\sqrt{(L^2-A^2)}} - \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2-A^2)}} \end{array}\right\} d\,(\text{par. horiz.} \odot)$$

$$dy = \frac{3600''r}{206265''n\pi} \times \left\{\begin{array}{l} -F + \frac{\theta l}{\zeta} + \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ - \frac{L^2}{\sqrt{(L^2-A^2)}} + \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2-A^2)}} \end{array}\right\} d\,(\text{par. horiz.} \odot)$$

Calcul dans lequel on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correſpondante à l'inſtant de la conjonction.

(110.) Si l'on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale polaire de la Lune, correſpondante à l'inſtant de la conjonction, π ſera la ſeule inconnue du Problème; mais ſi l'on jette les yeux ſur les valeurs de n, l, A, F, L, (*§. 1.er & 61*)*, il ſera aiſé de ſe convaincre que ces grandeurs renferment la quantité π; il faudra donc, dans la queſtion préſente, les regarder comme inconnues; on aura alors, par la différenciation des équations du *§. 65*,

$$dY = \left\{\begin{array}{l} -\frac{3600''\zeta}{n^2 r} \times [F + \sqrt{(L^2 - A^2)}]\,dn \\ + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \left(dF + \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}\right). \end{array}\right.$$

$$dy = \left\{\begin{array}{l} -\frac{3600''\zeta}{n^2 r} \times [F - \sqrt{(L^2 - A^2)}]\,dn \\ + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \left(dF - \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} + \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}\right). \end{array}\right.$$

Mais (*§. 1.er*)

$$n = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{ſin. (mouvement horaire de la Lune au Soleil)}}{\pi};$$

$$l = r \times \frac{\text{ſin. (latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction)}}{\pi};$$

* ζ paroît également renfermer la quantité π; on doit cependant, dans la préſente queſtion, le regarder comme connu, conformément à la remarque du *§. 53*.

Donc

$$dn = - n \frac{d\pi}{\pi};\ dl = - l \frac{d\pi}{\pi};\ dF = - \frac{\theta l}{\zeta} \times \frac{d\pi}{\pi};$$
$$dA = - \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{d\pi}{\pi};\ dL = - L \frac{d\pi}{\pi}.$$

Soit maintenant

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) l'erreur ſur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en ſecondes de degré.

Puiſque l'on peut confondre ſans erreur la différencielle du ſinus de la parallaxe de la Lune avec la différencielle de cette parallaxe, & que par conſéquent $206265'' d\pi - rd$(parall. horiz. pol. ☾) $= 0$; on aura

$$dY = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n\pi} \times \left\{ \begin{array}{l} + F - \frac{\theta l}{\zeta} + \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ - \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} + \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \end{array} \right\} d\text{(par. hor. pol. ☾)}$$

$$dy = \frac{3600'' \zeta}{206265'' n\pi} \times \left\{ \begin{array}{l} + F - \frac{\theta l}{\zeta} - \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ + \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \end{array} \right\} d\text{(par. hor. pol. ☾)}$$

Réunion des deux Calculs des §. 109 *&* 110.

(111.) On ſait que l'incertitude ſur la parallaxe horizontale du Soleil eſt une quantité très-petite. Il eſt donc abſolument indifférent que les quantités dY, dy du *§. 109*, aient pour coëfficient $\frac{3600'' r}{206265'' n\pi}$, ou $\frac{3600'' \zeta}{206265'' n\pi}$; on peut par conſéquent réunir les deux calculs des *§. 109* & *110*.

Soit

$$\Gamma = \left\{ \begin{array}{l} \overset{(\Gamma 1)}{+ \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n\pi} \times \left(F - \frac{\theta l}{\zeta}\right)} \overset{(\Gamma 2)}{+ \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n\pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)}} \\ \underset{}{\overset{(\Gamma 3)}{- \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n\pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}}} \overset{(\Gamma 4)}{+ \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n\pi} \times \frac{\psi l}{\zeta} \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}} \end{array} \right.$$

$$\Gamma = \begin{cases} + \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \overset{(\Gamma 1)}{\left(F - \frac{\theta l}{\zeta}\right)} - \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \overset{(\Gamma 2)}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \\ + \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \overset{(\Gamma 3)}{\frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}} - \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} \times \overset{(\Gamma 4)}{\frac{\psi l}{\zeta} \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}} \end{cases}$$

On aura

$$dY = \frac{\Gamma}{r}\, d\,(\text{parall. horiz. pol. de la Lune}) - \frac{\Gamma}{r}\, d\,(\text{parall. horiz. du Soleil}).$$

$$dy = \frac{\Gamma}{r}\, d\,(\text{parall. horiz. pol. de la Lune}) - \frac{\Gamma}{r}\, d\,(\text{parall. horiz. du Soleil}).$$

(112.) Dans l'usage de ces formules,

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) est positif, lorsque la véritable parallaxe horizontale de la Lune est plus grande que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique.*

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) est négatif dans les cas contraires.

On doit dire la même chose de *d* (parallaxe horizontale du Soleil).

Il n'est pas nécessaire, relativement à la recherche présente, de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse; on peut se servir, pour déterminer A, F, $F - \frac{\theta l}{\zeta}$, L, $\sqrt{(L^2 - A^2)}$, de la Table du *§. 67.* Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{\psi l}{\zeta} = + 9{,}8635332. \\ \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} = + 0{,}3402496. \end{cases}$$

EXEMPLE.

(113.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on n'ait pas employé dans le calcul du* terme hypothétique *les véritables parallaxes horizontales de la Lune & du Soleil; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat de ce terme.*

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune

étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; on avoit de plus

$$\left.\begin{array}{r}F = + \quad 9896. \\ \frac{\theta l}{\zeta} = + \quad 7342. \\ F - \frac{\theta l}{\zeta} = + \quad 2554. \\ A = - \quad 12801. \\ L = + \quad 56637. \\ \surd(L^2 - A^2) = + \quad 55171.\end{array}\right\} \text{Log.} \left\{\begin{array}{r}A = + \ 9,1072439. \\ L = + \ 9,7531002. \\ F - \frac{\theta l}{\zeta} = + \ 8,4072209. \\ \surd(L^2 - A^2) = + \ 9,7417140. \\ \frac{L^2}{\surd(L^2 - A^2)} = + \ 9,7644864. \\ \frac{\psi l A}{\zeta \surd(L^2 - A^2)} = + \ 9,2290671.\end{array}\right.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Gamma = + (\Gamma 1) + (\Gamma 2) - (\Gamma 3) - (\Gamma 4)$$

(Γ 1)

$+ 8,4072209$ . . . log. $F - \frac{\theta l}{\zeta}$.
$+ 0,3402496$.

$8,7474705$ . . . log. 5591.

(Γ 2)

$+ 9,7417140$ . . . log. $\surd(L^2 - A^2)$.
$+ 0,3402496$.

$10,0819636$ . . . log. 120771.

(Γ 3)

$+ 9,7644864$ . . . log. $\frac{L^2}{\surd(L^2 - A^2)}$.
$+ 0,3402496$.

$10,1047360$ . . . log. 127273.

(Γ 4)

$+ 9,2290631$ . . . log. $\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{A}{\surd(L^2 - A^2)}$.
$+ 0,3402496$.

$9,5693127$ . . . log. 37095.

$$\Gamma = - 38006.$$

$dY = - 0,380\ d$ (parall. horiz. pol. ☾) $+ 0,380\ d$ (parall. horiz. ☉).

(114.) La présente recherche a quelqu'affinité avec celle de la section précédente. En effet, il est bien sensible que la variation de la parallaxe horizontale de la Lune doit influer sur le mouvement horaire de la Lune, & par conséquent sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil. On démontre en Astronomie que l'on a à peu près la relation suivante.

$$\frac{200000}{2897} \times d\ (\text{parall. horiz. pol. de la ☾}) = \frac{r\ d\ (\text{mouv. hor. de la ☾ au ☉})}{\text{parallaxe horiz. polaire de la Lune}};$$

Au

Au moyen de cette dernière relation, on pourroit éliminer d (mouv. hor. de la Lune au Soleil) dans les équations du §. 103. Au reste je ne vois pas trop où conduiroit cette simplification.

SECTION ONZIÈME.

Détermination de l'erreur de la Longitude donnée par le terme hypothétique, *en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la latitude de la Lune, correspondante à l'instant de la conjonction.*

(115.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique*, on n'ait pas employé la véritable latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Puisque dans le cas dont il s'agit, la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction est l'inconnue du Problème, l & par conséquent A & F sont les variables; on a donc

$$dY = \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dy = \frac{3600''\zeta}{nr}\, dF + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{A\,dA}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$dF = \frac{\theta\, dl}{\zeta}; \qquad dA = \frac{\psi\, dl}{\zeta}.$$

On a vu (§. 1.er) que

$$l = r \times \frac{\text{finus (latitude de la Lune à l'instant de la conjonction)}}{\pi}.$$

Si l'on différencie cette équation en supposant cosin. (latit. ☾) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul; & que l'on nomme

d (latitude de la Lune) l'erreur sur la latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

on aura

$$dl = \frac{r^2}{206265''\,\pi}\, d\,\text{(latitude de la Lune)}.$$

Soit donc

$$\overset{(\Theta\,1)}{\Theta} = \frac{3600''\,\theta\,r^2}{206265''\,n\,\pi} - \overset{(\Theta\,2)}{\frac{3600''\,\psi\,r^2}{206265''\,n\,\pi}} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

$$\overset{(\Theta\,1)}{\Theta} = \frac{3600''\,\theta\,r^2}{206265''\,n\,\pi} + \overset{(\Theta\,1)}{\frac{3600''\,\psi\,r^2}{206265''\,n\,\pi}} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

on aura

$$dY = \frac{\Theta}{r}\,d\,\text{(latitude de la Lune)}.$$

$$dy = \frac{\Theta}{r}\,d\,\text{(latitude de la Lune)}.$$

(116.) Dans l'usage de ces formules,

d (latitude de la Lune) est positif, lorsque la véritable latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, est plus boréale ou moins australe que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (latitude de la Lune) est négatif dans les cas contraires.

Il n'est pas nécessaire de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse, relativement à la question présente, on peut se servir, pour déterminer A, L, $\sqrt{(L^2 - A^2)}$, de la Table du §. 67; je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\frac{3600''\,\theta\,r^2}{206265''\,n\,\pi} = + 21963. \quad \text{Log.}\ \frac{3600''\,\psi\,r^2}{206265''\,n\,\pi} = + 10{,}3394059.$$

EXEMPLE.

(117.) *On suppose que, le 1.er Avril 1764, on n'ait pas employé dans le calcul du* terme hypothétique, *la véritable latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat de ce terme.*

SOLUTION. Dans le cas dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil, à l'instant de l'observation; on avoit de plus

$$A = - 12801 \ldots\ldots \text{log.}\ \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = - 0{,}6344701.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\odot = + (\odot 1) + (\odot 2) \ldots\ldots\ldots (\odot 1) = 21963.$$

$(\odot 2)$

$+ 10,3394059.$

$- 0,6344701.$

$9,7049358 \ldots \log. 50692.$

$$\odot = + 72655.$$

$$dY = + 0,727\ d \text{ (latitude de la Lune).}$$

(118.) J'ai dit *(§. 49)* que je donnerois un moyen facile pour rectifier, s'il étoit nécessaire, la légère erreur que l'on commet en confondant avec une ligne droite la véritable orbite relative de la Lune. Voici en quoi consiste cette méthode.

Soit $AGBDH$ l'horizon absolu parallèle au plan de projection ; AB l'interfection de l'horizon absolu & du plan de l'écliptique ; G le centre de la Terre ; $R\mu\mu$ l'orbite relative de la Lune considérée comme rectiligne ; RmM l'orbite curviligne ; $M\mu$, $m\mu$ la différence des ordonnées à ces deux orbites ; b'' le nombre de secondes horaires écoulées depuis le passage de la Lune par la perpendiculaire GR à l'orbite curviligne. J'ai fait voir *(§. 49)* que $M\mu = \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2\pi^2 \psi l}{2r^5}$. Menons maintenant perpendiculairement à AGB la droite GL de sorte que le point L soit le point de l'orbite rectiligne $R\mu\mu$ correspondant à l'instant de la conjonction. Par le point M de l'orbite curviligne, menons la droite $M\lambda$ parallèlement à l'orbite rectiligne $LR\mu\mu$, & qui rencontre la droite GL au point λ. Fig. 3.

Puisque $\psi =$ finus GLR & que $M\mu = \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2\pi^2\psi l}{2r^5}$, il est clair que $L\lambda$ aura pour expression $\frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2\pi^2 l}{2r^4}$; mais $L\lambda$ peut être supposé, sans erreur appréciable, égal à moins dl ; donc *(§. 115)*

$$-r^2 \times \frac{d \text{ (latitude de la Lune)}}{206265''\pi} = \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2\pi^2 l}{2r^4};$$

donc

$$d \text{ (latitude de la Lune)} = - \frac{b''^2}{3600''^2} \times \frac{n^2 \pi^3 l}{2 r^6} \times 206265''.$$

On voit maintenant comment on pourroit employer les équations du §. 115 à rectifier, s'il étoit néceſſaire, la ſuppoſition de l'orbite rectiligne. Il ne s'agiroit que de faire uſage, pour la latitude de la Lune, de la petite correction déterminée par l'équation précédente.

Si l'on vouloit faire uſage de la diſtance à la conjonction, rien de plus ſimple que la ſolution du Problème; ſoit

b' le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction.

on a en général

$$b'' = b' + 3600'' \times \frac{\theta l}{n r}.$$

SECTION DOUZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude, en ſuppoſant que l'on ſe ſoit trompé de quelques ſecondes ſur la diſtance des centres, le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre horizontal de la Lune, & ſur la quantité de l'inflexion des rayons ſolaires.*

(119.) Quoiqu'au premier coup d'œil, la détermination de l'erreur de la longitude donnée par le *terme hypothétique*, en ſuppoſant que l'on ſe ſoit trompé de quelques ſecondes ſur la diſtance des centres, le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre horizontal de la Lune, & ſur la quantité de l'inflexion des rayons ſolaires, paroiſſe devoir faire l'objet de pluſieurs Problèmes différens; ces queſtions ont cependant une ſi grande analogie entr'elles qu'on peut les réunir dans une ſeule formule.

Relativement à toutes ces queſtions, il n'y a d'inconnue que la ſeule quantité qui renferme la diſtance des centres, le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre horizontal de la Lune, l'inflexion des rayons ſolaires; on a donc en général,

$$dY = + \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}; \; dy = - \frac{3600'' \zeta}{n r} \times \frac{L\,dL}{\sqrt{(L^2 - A^2)}};$$

On a vu (§. 61) que

$$L = \frac{\sigma \tau' r E}{\pi \zeta \partial'} - \frac{\delta \tau r}{\pi \zeta}$$ s'il s'agit d'un contact intérieur des limbes.

$$L = \frac{\sigma \tau' r E}{\pi \zeta \partial} + \frac{\delta \tau r}{\pi \zeta}$$ s'il s'agit d'un contact extérieur des limbes.

$$L = \frac{\lambda r E}{\pi \zeta}$$ s'il s'agit d'une distance quelconque des centres.

Je suppose que l'on a présent à l'esprit les définitions de ∂, ∂', σ, τ, τ', δ, λ du §. 61; & que de plus on se rappelle la remarque du §. 64.

Si l'on différencie la quantité L en confondant dans le calcul la différencielle du sinus des demi-diamètres du Soleil & de la Lune avec la différencielle de ces arcs; que l'on suppose de plus ∂, ∂', τ, τ', cosinus (parallaxe horizontale polaire de la Lune), cosinus (distance observée des centres) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que ces suppositions introduisent dans le résultat; & que l'on nomme

d (demi-diam. du Soleil) l'erreur sur le demi-diamètre du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (demi-diam. de la Lune) l'erreur sur le demi-diamètre horizontal de la Lune, évaluée en secondes de degré.

d (inflexion) l'erreur sur la quantité d'inflexion qu'éprouvent les rayons solaires, évaluée en secondes de degré.

d (distance des centres) l'erreur sur la distance des centres, évaluée en secondes de degré.

On aura

Contacts intérieurs des limbes.

$$dL = \frac{r^2 E}{206265'' \pi \zeta} \times [d\,(\text{demi-diam. du} \odot) + d\,(\text{inflexion}) - \frac{r}{E} \times d\,(\text{demi-diam. de la} \,☾)];$$

Contacts extérieurs des limbes.

$$dL = \frac{r^2 E}{206265'' \pi \zeta} \times [d\,(\text{demi-diam. du} \odot) - d\,(\text{inflexion}) + \frac{r}{E} \times d\,(\text{demi-diam. de la} \,☾)];$$

Distance quelconque des centres.

$$dL = \frac{r^2 E}{206265'' \pi \zeta} \times d\,(\text{distance des centres}).$$

Soit enfin

$$\Sigma = + \frac{3600'' r^2}{206265'' n\pi} \times \frac{LE}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}; \quad (\Sigma\ 1) \qquad \Sigma = - \frac{3600'' r^2}{206265'' n\pi} \times \frac{LE}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}; \quad (\Sigma\ 1)$$

Et supposons $\frac{r}{E} = 1$, à cause de la petitesse du coëfficient d (demi-diamètre de la Lune), on aura

Contacts intérieurs des limbes.

$$dY = \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{demi-diam. du Soleil}) + \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{inflexion}) - \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{demi-diam. de la Lune}).$$

$$dy = \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{demi-diam. du Soleil}) + \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{inflexion}) - \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{demi-diam. de la Lune}).$$

Contacts extérieurs des limbes.

$$dY = \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{demi-diam. du Soleil}) - \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{inflexion}) + \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{demi-diam. de la Lune}).$$

$$dy = \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{demi-diam. du Soleil}) - \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{inflexion}) + \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{demi-diam. de la Lune}).$$

Distance quelconque des centres.

$$dY = \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{distance des centres}); \qquad dy = \frac{\Sigma}{r}\, d\ (\text{distance des centres}).$$

(120.) Dans l'usage de ces formules,

d (demi-diam. du Soleil) est positif, lorsque le véritable demi-diamètre du Soleil est plus grand que celui employé dans le calcul du *terme hypothétique.*

d (demi-diam. du Soleil) est négatif dans le cas contraire.

On dira la même chose de d (demi-diamètre de la Lune), d (inflexion), d (distance des centres).

Il n'est pas nécessaire de former de nouvelles Tables des quantités constantes de l'Éclipse, relativement à la recherche présente; on peut se servir, pour déterminer A, L, E, $\sqrt{(L^2 - A^2)}$, de la Table du *§. 67;* je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.}\ \frac{3600'' r^2}{206265'' n\pi} = + 0{,}3415893.$$

EXEMPLE.

(121.) *On suppose que dans le calcul de l'observation de Londres, on se soit trompé de quelques secondes sur la véritable valeur du demi-diamètre du Soleil, de l'inflexion des rayons solaires & du demi-diamètre horizontal de la Lune; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat du* terme hypothétique *du §. 68.*

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; d'ailleurs le contact des limbes étoit extérieur; on avoit de plus

$$\left.\begin{aligned} A &= -\ 12801. \\ E &= +\ 99176. \\ L &= +\ 56637. \\ \sqrt{(L^2 - A^2)} &= +\ 55171. \end{aligned}\right\} \quad \text{Log.}\ \frac{LE}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} = +\ 10{,}0077928.$$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\Sigma = +\ (\Sigma\ 1)$$

$$(\Sigma\ 1)$$

$$\begin{aligned} &+\ 0{,}3415893. \\ &+\ 10{,}0077928. \\ \hline &+\ 10{,}3493821\ldots \text{log.}\ 223554. \end{aligned}$$

$$\Sigma = +\ 223554.$$

$dY = +\ 2{,}236 \times d$ (demi-diam. du ☉) $-\ 2{,}236\ d$ (inflexion) $+\ 2{,}236\ d$ (demi-diam. de la ☾).

On voit par ce calcul que les demi-diamètres de la Lune & du Soleil, & la quantité de l'inflexion des rayons solaires, influent d'une manière sensible sur le résultat. On voit aussi par la forme des valeurs de dY, dy du §. 119, la démonstration de ce que j'ai avancé dans l'exposition de ce Mémoire, que si l'on ne considère que les contacts des limbes, il n'est pas indispensablement nécessaire d'admettre une inflexion dans les rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune. En effet, dans toutes les suppositions du §. 119, les quantités d (inflexion) & d (demi-diam. de la Lune)

ont un ſigne contraire avec le même coëfficient numérique; on donneroit donc également l'explication des phénomènes, en admettant une diminution réelle dans le demi-diamètre de la Lune.

RÉCAPITULATION des Sections précédentes.

Équation complète aux Longitudes.

(122.) J'ai épuiſé, ce me ſemble, toutes les façons poſſibles de faire varier les équations du *§. 65;* je puis donc déterminer maintenant l'équation complète aux Longitudes, en lui donnant la forme la plus générale dont elle ſoit ſuſceptible.

Soit

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'inſtant de la conjonction. Je ſuppoſe cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on a obſervé, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z'.

z l'angle horaire du lieu z' à l'inſtant de l'obſervation. Je ſuppoſe cet angle évalué en temps.

b' le nombre de ſecondes horaires écoulées, depuis l'inſtant de la conjonction donné par les Tables aſtronomiques juſqu'à l'inſtant de l'obſervation, ou calculé par la formule du *§. 69*.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^4};$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{c\rho qh\pi}{r^4} - \frac{b'^2\gamma\pi}{3600''^2 r};$$

$$L = \frac{\sigma\tau' r E}{\pi\zeta\partial'} - \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}$$ s'il s'agit d'un contact intérieur des limbes.

$$L = \frac{\sigma\tau' r E}{\pi\zeta\partial} + \frac{\delta\tau r}{\pi\zeta}$$ s'il s'agit d'un contact extérieur des limbes.

$$L = \frac{\lambda r E}{\pi\zeta}$$ s'il s'agit d'une diſtance quelconque des centres.

$N =$

$$N = \frac{\psi q p s}{r^2 \chi} - \frac{c g \rho p \omega \Omega}{r^3 q \chi} + \frac{c h \rho}{r^3} \times \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \psi}{r \chi}\right).$$

$$M = \frac{\theta q p s}{r^2 \chi} + \frac{c g \rho p \varphi \Omega}{r^3 q \chi} - \frac{c h \rho}{r^3} \times \left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi}\right).$$

$$C = \frac{c g p \rho \omega}{r^4} + \frac{c h \rho \varphi}{r^3}.$$

$$D = \frac{c g p \rho \varphi}{r^4} - \frac{c h \rho \omega}{r^3}.$$

$$G = \frac{q \omega c}{r^2} - \frac{\rho \varphi g s}{r^3} + \frac{p \rho \omega h s}{r^4}.$$

$$H = \frac{q \varphi c}{r^2} + \frac{\rho \omega g s}{r^3} + \frac{p \rho \varphi h s}{r^4}.$$

$$P = \frac{q \omega c^2 s}{r^3 \rho} - \left(r + \frac{s^2}{r}\right) \times \left(\frac{c g \varphi}{r^3} - \frac{c h p \omega}{r^4}\right).$$

$$Q = \frac{q \varphi c^2 s}{r^3 \rho} + \left(r + \frac{s^2}{r}\right) \times \left(\frac{c g \omega}{r^3} + \frac{c h p \varphi}{r^4}\right).$$

Soit de plus

Variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾) la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

Variat. hor. (décl. ☉) la variation horaire de la déclinaison du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (déclin. ☉) l'erreur sur la déclinaison du Soleil correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

d (instant de l'observation) l'erreur sur l'instant précis de l'observation, évaluée en secondes horaires.

d (latitude de l'observatoire) l'erreur sur la latitude du lieu, évaluée en secondes de degré.

a une quantité linéaire égale à la cent millième partie du rayon de la Terre.

d (demi-grand axe terrestre) l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en nombre, & telle que le demi-petit axe terrestre seroit représenté par 100000.

d (inclinaison de l'orbite corrigée) l'erreur sur l'inclinaison de l'orbite, évaluée en secondes de degré.

d (mouv. hor. de la Lune au Soleil) l'erreur sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (parallaxe horiz. pol. de la Lune) l'erreur sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

d (parallaxe horizontale du Soleil) l'erreur sur la parallaxe horizontale du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (latitude de la Lune) l'erreur ſur la latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, évaluée en ſecondes de degré.

d (demi-diamètre du Soleil) l'erreur ſur le demi-diamètre du Soleil, évaluée en ſecondes de degré.

d (inflexion) l'erreur ſur l'inflexion des rayons ſolaires, évaluée en ſecondes de degré.

d (demi-diam. de la Lune) l'erreur ſur le demi-diamètre horizontal de la Lune, évaluée en ſecondes de degré.

d (diſtance des centres) l'erreur ſur la diſtance obſervée des centres, évaluée en ſecondes de degré.

Soit enfin

*Lorſqu'à l'inſtant de la phaſe obſervée, le centre de la Lune a été vu dans l'*hémiſphère précédent *du diſque du Soleil.*

$$\varepsilon = \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times N + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{AM}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Delta = r - \frac{54000''\zeta}{206265''n} \times C + \frac{54000''\zeta}{206265''n} \times \frac{AD}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\beta = -\frac{3600''\zeta}{206265''n} \times G + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{AH}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\varpi = \frac{3600''\zeta a}{nr^2} \times P - \frac{3600''\zeta a}{nr^2} \times \frac{AQ}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\mu = + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times A + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{AF}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Xi = -\frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times F - \frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$\Gamma = \begin{cases} + \dfrac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \left(F - \dfrac{\theta l}{\zeta}\right) + \dfrac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ - \dfrac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \dfrac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} + \dfrac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \dfrac{\psi l}{\zeta}\,\dfrac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \end{cases}$$

$$\Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265''n\pi} - \frac{3600''\psi r^2}{206265''n\pi} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Sigma = \frac{3600''r^2}{206265''n\pi} \times \frac{LE}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$Y = z - L + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F + \frac{3600''\zeta}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$dY = \begin{cases} - \frac{b'\zeta}{206265'' n \pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune)} \\ + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du Soleil)} + \frac{\varepsilon}{r} d \text{ (déclin. du Soleil)} \\ + \frac{\Delta}{r} d \text{ (inſtant de l'obſerv.)} + \frac{\beta}{r} d \text{ (latitude de l'Obſervatoire)} \\ + \varpi\, d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} + \frac{\mu}{r} d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} \\ + \frac{\Xi}{r} d \text{ (mouv. hor. de la ☾ au ☉)} + \frac{\Gamma}{r} d \text{ (parall. horiz. pol. de la ☾)} \\ - \frac{\Gamma}{r} d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + \frac{\Theta}{r} d \text{ (latitude de la Lune).} \\ \textit{Contacts intérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. du ☉} + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (inflexion)} - \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. de la ☾).} \\ \textit{Contacts extérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. du ☉)} - \frac{\Sigma}{r} d \text{ (inflexion)} + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. de la ☾).} \\ \textit{Diſtance quelconque des centres.} \\ + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (diſtance des centres).} \end{cases}$$

*Lorſqu'à l'inſtant de la phaſe obſervée, le centre de la Lune a été vu dans l'*hémiſphère ſuivant *du diſque du Soleil.*

$$\iota = \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times N - \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times \frac{AM}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Delta = r - \frac{54000''\zeta}{206265'' n} \times C - \frac{54000''\zeta}{206265'' n} \times \frac{AD}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\beta = - \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times G - \frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times \frac{AH}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\varpi = \frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times P + \frac{3600''\zeta a}{n r^2} \times \frac{AQ}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\mu = + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times A - \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{AF}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Xi = - \frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times F + \frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$\Gamma = \begin{cases} + \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \left(F - \frac{\theta l}{\zeta}\right) - \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ + \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \frac{\psi l}{\zeta} \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \end{cases}$$

$$\Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265''n\pi} + \frac{3600''\psi r^2}{206265''n\pi} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Sigma = - \frac{3600''r^2}{206265''n\pi} \times \frac{LE}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F - \frac{3600''\zeta}{nr} \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$dy =$

$+ \frac{l'\zeta}{206265''n\pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}$ var. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune)

$+ \frac{l'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r}$ var. hor. (déclin. du Soleil) $+ \frac{\varepsilon}{r}\, d$ (déclin. du Soleil)

$+ \frac{\Delta}{r}\, d$ (inſtant de l'obſerv.) $+ \frac{\beta}{r}\, d$ (latitude de l'Obſervatoire)

$+ \varpi\, d$ (demi-grand axe terreſtre) $+ \frac{\mu}{r}\, d$ (inclin. de l'orbite corr.)

$+ \frac{\Xi}{r}\, d$ (mouv. hor. de la ☾ au ⊙) $+ \frac{\Gamma}{r}\, d$ (parall. horiz. pol. de la ☾)

$- \frac{\Gamma}{r}\, d$ (parall. horiz. du Soleil) $+ \frac{\Theta}{r}\, d$ (latitude de la Lune.)

Contacts intérieurs des limbes.

$+ \frac{\Sigma}{r}\, d$ (demi-diam. du ⊙) $+ \frac{\Sigma}{r}\, d$ (inflexion) $- \frac{\Sigma}{r}\, d$ (demi-diam. de la ☾).

Contacts extérieurs des limbes.

$+ \frac{\Sigma}{r}\, d$ (demi-diam. du ⊙) $- \frac{\Sigma}{r}\, d$ (inflexion) $+ \frac{\quad}{r}\, d$ (demi-diam. de la ☾).

Diſtance quelconque des centres.

$+ \frac{\Sigma}{r}\, d$ (diſtance des centres).

On aura

Longitude du lieu z' — longitude du lieu Z' $\begin{cases} = Y + dY. \\ = y + dy. \end{cases}$

(123.) Au lieu de déterminer la différence en longitude des lieux z' & Z', si l'on veut uniquement connoître l'heure que l'on compte dans le lieu z' à l'instant de la conjonction, on aura

Heure que l'on compte dans le lieu z' à l'instant de la conjonction $\begin{cases} = Y + Z + dY \\ = y + Z + dy \end{cases}$

(124.) Lors de l'observation, si le centre de la Lune s'étoit trouvé dans la perpendiculaire à l'orbite relative, c'est-à-dire, dans le point de passage de l'*hémisphère précédent* à l'*hémisphère suivant;* comme alors $L^2 - A^2 = 0$, il est évident que si l'on suppose

$$\epsilon = -\frac{3600''\zeta}{206265''n} N,\ \Delta = r - \frac{54000''\zeta}{206265''n} C,\ \beta = -\frac{3600''\zeta}{206265''n} G,$$
$$\varpi = \frac{3600''\zeta a}{n r^2} P,\ \mu = \frac{3600''\zeta}{206265''n} A,\ \Xi = -\frac{3600'' r^3 \zeta}{206265'' n^2 \sqrt{\pi}} F,$$
$$\Gamma = \frac{3600''\zeta r}{206265'' n \pi}\left(F - \frac{\theta l}{\zeta}\right),\ \Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265'' n \pi};$$

on aura

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{n r} \times F.$$

$$dy = \begin{cases} + \frac{l'}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du ☉)} + \frac{\epsilon}{r}\, d \text{ (déclin. du ☉)} \\ + \frac{\Delta}{r}\, d \text{ (instant de l'observ.)} + \frac{\beta}{r}\, d \text{ (latitude de l'observatoire)} \\ + \varpi\, d \text{ (demi-grand axe terrestre)} + \frac{\mu}{r}\, d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} \\ + \frac{\Xi}{r}\, d \text{ (mouv. hor. de la ☾ au ☉)} + \frac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. pol. de la ☾)} \\ - \frac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + \frac{\Theta}{r}\, d \text{ (latitude de la Lune).} \end{cases}$$

(125.) Indépendamment de ces valeurs, la supposition de $L^2 - A^2 = 0$, donne encore une autre équation. Comme ce cas particulier, qui d'ailleurs est infiniment rare, me paroît plus particulièrement lié à une question que je traiterai dans la suite, je ne m'étendrai pas davantage quant-à-présent sur ce Problème.

(126.) Si l'on applique dans toute sa généralité mon analyse à l'observation du commencement de l'Éclipse faite à Londres

à $9^h\ 4'\ 33''$ du matin, & que l'on cherche l'expreſſion générale de la différence en longitude entre l'obſervatoire de M. Short & le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'inſtant de la conjonction, on aura

$$Y = +21^h\,4'\,33'' - 22^h\,21'\,28'' + 11'\,42'' + 1^h\,5'\,15'' = +2''.$$

$$dY = \begin{cases} -\,0'',816 \;-\; 1'',344 \;+\; 0,018\,d\ \text{(déclinaiſon du Soleil)} \\ +\,0,834\,d\ \text{(inſt. du comm. de l'Éclipſe)} - 0,030\,d\ \text{(latit. de Londres)} \\ +\,0'',056\,d\ \text{(demi-grand axe terr.)} - 0,005\,d\ \text{(inclin. de l'orb. corr.)} \\ -\,2,830\,d\ \text{(mouv. hor. ☾ au ☉)} - 0,380\,d\ \text{(parall. horiz. pol. ☾)} \\ +\,0,380\,d\ \text{(parall. horiz. du Soleil)} + 0,727\,d\ \text{(latit. de la Lune)} \\ +\,2,236\,d\ \text{(demi-diamètre du Soleil)} - 2,236\,d\ \text{(inflexion)} \\ +\,2,236\,d\ \text{(demi-diamètre de la Lune).} \end{cases}$$

Longitude de l'obſervatoire de M. Short moins longitude du lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ à l'inſtant de la conjonction =

$$Y + dY = \begin{cases} -\,0^h\ 0'\ 0'',160 \;+\; 0,018\,d\ \text{(déclinaiſon du Soleil)} \\ +\,0,834\,d\ \text{(inſt. du comm. de l'Éclipſe)} - 0,030\,d\ \text{(latit. de Londres)} \\ +\,0'',056\,d\ \text{(demi-grand axe terr.)} - 0,005\,d\ \text{(inclin. de l'orb. corr.)} \\ -\,2,830\,d\ \text{(mouv. hor. ☾ au ☉)} - 0,380\,d\ \text{(parall. horiz. pol. ☾)} \\ +\,0,380\,d\ \text{(parall. horiz. du Soleil)} + 0,727\,d\ \text{(latit. de la Lune)} \\ +\,2,236\,d\ \text{(demi-diamètre du Soleil)} - 2,236\,d\ \text{(inflexion)} \\ +\,2,236\,d\ \text{(demi-diamètre de la Lune).} \end{cases}$$

(127.) Il eſt aiſé de voir que les équations du *§. 122*, repréſentent tous les réſultats poſſibles dans toutes les hypothèſes d'élémens de l'Éclipſe, ainſi que je l'ai annoncé dans l'expoſition de ce Mémoire. On doit ſentir combien cette forme d'équation eſt générale, & combien il ſeroit avantageux à la Géographie que les longueurs de calculs qu'elle entraîne ne rebutaſſent point les Aſtronomes. Quel avantage en effet l'Aſtronomie ne pourroit-elle pas ſe promettre d'un grand nombre de bonnes obſervations calculées d'une manière générale, en ayant égard à toutes les erreurs poſſibles, & ſans que le réſultat ſoit lié à aucun ſyſtème d'élémens!

Un pareil calcul eſt, j'oſe le dire, un calcul de tous les temps; il ne ſeroit pas moins utile, quand même le Calculateur ſeroit parti d'une hypothèſe dont par la ſuite on viendroit à découvrir l'inexactitude. Au reſte, il n'eſt pas toujours néceſſaire d'employer l'équation dans toute ſa généralité. Chaque Aſtronome peut affectionner de certains élémens dont il croit être ſûr; d'autres élémens peuvent lui paroître devoir donner une correction inappréciable. Rien de plus ſimple que de négliger dans tous ces cas, les termes affectés de ces corrections.

(128.) Je ne puis diſſimuler une ſeconde réflexion que les équations du *§. 122* préſentent naturellement. On peut ſans doute ſe flatter d'atteindre dans les réſultats à une très-grande préciſion. Les ſecours de toute eſpèce, ſoit de théorie, ſoit de pratique, que fournit l'Aſtronomie moderne, ſont aſſez multipliés pour que l'on ne doive pas craindre de s'éloigner beaucoup de la vérité. Mais eſt-il également démontré que l'on ait atteint ce dernier degré d'exactitude que l'on annonce quelquefois parce qu'on ſe flatte d'y être parvenu? N'eſt-il pas évident au contraire que cette extrême préciſion dépend de la combinaiſon de tant d'élémens dont aucun n'eſt encore rigoureuſement connu, & qui peuvent conduire au même réſultat de tant de façons différentes, qu'il doit toujours reſter quelqu'incertitude? Ne ſeroit-il pas plus conforme à la vérité, plus utile pour l'avancement des Sciences, de ne donner jamais que des réſultats qui ſe plient à toutes les hypothèſes, ſans en ſuppoſer privativement aucune, ainſi que je le propoſe; ou du moins de ne pas préſenter comme abſolument certaines, des concluſions qui ne ſont que probables?

(129.) On ne ſera peut-être pas fâché d'avoir ſous les yeux le procédé que l'on doit ſuivre pour conclure des calculs du *§. 126*, le réſultat que l'on auroit eu dans une autre hypothèſe. Je prends pour exemple l'obſervation de Londres, & j'y applique les données dont M. Pingré a fait uſage dans ſon Mémoire ſur les Longitudes. Je ne parlerai que des élémens dans leſquels nous différons; les autres ſont communs entre nous. *Mém. Acad. année 1766.*

ÉLÉMENS DE L'ÉCLIPSE.	Suivant M. PINGRÉ.	Suivant moi.
Demi-grand axe terrestre............	100438.	100565.
Mouvement horaire de la Lune au Soleil.	0^d 27′ 13″,1	0^d 27′ 11″,3
Mouvement horaire de la Lune en latitude.	0. 2. 44,8	0. 2. 44.
Inclinaison de l'orbite corrigée.......	5. 45. 45.	5. 44. 26.
Latitude de la Lune..............	0. 39. 29.	0. 39. 32.
Parallaxe horizontale polaire de la Lune.	0. 53. 55.	0. 54. 1,5.
Demi-diamètre du Soleil..........	0. 16. 2.	0. 15. 56.
Demi-diamètre horizontal de la Lune, diminué à raison des causes physiques; cette correction renferme l'inflexion...	0. 14. 42,3	0. 14. 42,1

Donc

d (déclinaison du Soleil)...................... = 0.
d (instant du commencement de l'Éclipse)........ = 0.
d (latitude de Londres)...................... = 0.
d (demi-grand axe terrestre).................. = − 127.
d (inclinaison de l'orbite corrigée)............. = + 79″,000.
d (mouvement horaire de la Lune au Soleil)...... = + 1,800.
d (parallaxe horizontale polaire de la Lune)...... = − 6,500.
d (parallaxe horizontale du Soleil)............. = 0.
d (latitude de la Lune)...................... = − 3,000.
d (demi-diamètre du Soleil)................... = + 6,200.
d (demi-diamètre de la Lune) − *d* (inflexion)..... = + 0,200.

Donc

d (demi-grand axe terrestre) × 0″,056............ = − (127,000 × 0″,056) = − 7″,112
− 0,005 *d* (inclinaison de l'orbite corrigée)....... = − (0,005 × 79,000) = − 0,395
− 2,830 *d* (mouvement horaire de la Lune au Soleil)... = − (2,830 × 1,800) = − 5,094
− 0,380 *d* (parallaxe horizontale polaire de la Lune)... = + (0,380 × 6,500) = + 2,470
+ 0,727 *d* (latitude de la Lune)............... = − (0,727 × 3,000) = − 2,181
+ 2,236 *d* (demi-diamètre du Soleil)............ = + (2,236 × 6,200) = + 13,863
+ 2,236 [*d* (demi-diam. de la Lune) − *d* (inflexion)] = + (2,236 × 0,200) = + 0,447

$$Y + dY = \left\{ \begin{array}{l} -\ 0'',160 - 7'',112 - 0'',395 - 5'',094 \\ +\ 2'',470 - 2'',181 + 13'',863 + 0'',447 \end{array} \right\} = +\ 1'',838.$$

On

On voit donc que relativement à l'obſervation de Londres, les élémens de M. Pingré donnent à 2 ſecondes près le même réſultat que mes élémens hypothétiques; mais cette ſimilitude n'eſt pas abſolue; elle n'a lieu qu'à cauſe des compenſations.

*Seconde méthode pour avoir égard à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus de l'*ellipſe primitive.

(130.) Je terminerai cet article en remarquant que les recherches de la ſection dixième, peuvent fournir un nouveau moyen pour avoir égard à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus de ce que j'ai appelé (§. 95) l'*ellipſe primitive.* Par l'Obſervateur M, je fais paſſer une ellipſe que j'appelle, comme dans le §. 95, *l'ellipſe hypothétique*, mais que je ſuppoſe ſemblable à *l'ellipſe primitive*, & je mène le demi-diamètre CNM commun à ces ellipſes. Puiſque ces deux ellipſes ſont ſemblables, & que, relativement au globe que nous habitons, l'angle du demi-diamètre avec la normale à chaque point de l'ellipſe ne ſurpaſſe pas 19′ 22″ dans les cas extrêmes, la différence NM des demi-diamètres à *l'ellipſe primitive* & à *l'ellipſe hypothétique*, ſera, ſans erreur ſenſible, égale à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus de *l'ellipſe primitive.* Fig. 51

Soit

R le demi-diamètre de *l'ellipſe primitive* paſſant par l'Obſervateur.

$R + dR$ le demi-diamètre correſpondant de *l'ellipſe hypothétique.*

r le demi-petit axe de *l'ellipſe primitive.*

$r + dr$ le demi-petit axe de *l'ellipſe hypothétique.*

Et conſervons toutes les autres définitions de ce Mémoire.

A cauſe de la ſimilitude des ellipſes, on a

$R : dR :: r : dr$; donc $\frac{dr}{r} = \frac{dR}{R} = \frac{dR}{r} \times \frac{r}{R}$; de plus $\pi : d\pi :: r : dr$; donc $d\pi = \frac{\pi\, dr}{r} = \frac{dR}{r} \times \frac{\pi r}{R}$.

Soit

a' le coëfficient numérique de l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus de *l'ellipſe primitive* exprimée en toiſes.

Fig. 5. Puiſque le demi-petit axe de la Terre contient environ 3267824 toiſes, on aura $\frac{dR}{r} = \frac{a'}{3267824}$; donc $d\pi = \frac{a'}{3267824} \times \frac{\pi r}{R}$; donc (à cauſe de $206265'' \, d\pi - r \times d$ (parall. horiz. pol. ☾) $= 0$)
d (parall. horiz. polaire de la Lune) $= 206265'' \times \frac{a'}{3267824} \times \frac{\pi}{R}$; c'eſt l'expreſſion de l'excès de la parallaxe horizontale polaire de la Lune dans le *ſphéroïde hypothétique* ſur la même parallaxe dans le *ſphéroïde primitif.* On aura donc la correction qu'il faudra faire au réſultat du *§. 68,* eu égard à l'élévation de l'Obſervateur au-deſſus de l'*ellipſe primitive*, en ſubſtituant dans les équations du *§. 111,* la valeur de d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) tirée de l'équation précédente.

(131.) Appliquons ces principes à l'obſervation de Londres dans laquelle nous ſuppoſerons l'Obſervateur élevé de 1000 toiſes au-deſſus de *l'ellipſe primitive.*

Puiſque $a' = 1000$, on aura

d(parallaxe horizontale polaire de la Lune) $= 0'',990$;

Donc *(§. 113)*

$$dY = -0{,}380 \times 0'',990 = -0'',376.$$

Si l'on avoit employé les méthodes des *§. 96 & 97,* on auroit eu d (demi-grand axe terreſtre) $= 78$, d(latitude de l'Obſervateur) $= 158''$; donc *(§. 87 & 93)*

$$dy = +0'',056 \times 78 - 0{,}030 \times 158'' = 4'',368 - 4'',740 = -0'',372.$$

Année 1764. On voit par-là que les deux méthodes conduiſent aux mêmes réſultats. J'ai donné dans mon *IIe Mémoire, §. 20,* les valeurs de R pour toutes les latitudes.

(132.) On ne ſera peut-être pas fâché de voir plus en détail comment on parvient à l'équation du *§. 97;* en voici l'analyſe.

On peut conclure des conſtructions des *§. 95, 96 & 97,* que dans le cas dont il s'agit

$$d\,(\text{latitude corrigée}) = 206265'' \times \frac{d}{3267824} \times \frac{s}{\epsilon};$$

de plus on a généralement

$$\text{Tangente (latitude vraie)} = \frac{\rho}{r} \times \text{tangente (latitude corrigée)},$$

donc

$$d\,[\text{tang. (latit. vraie)}] = \frac{d\rho}{r} \times \text{tang. (latit. corr.)} + \frac{\rho}{r}\, d\,\text{tang. (latit. corr.)}$$

Si l'on suppose $\frac{\rho}{r} = 1$, & cosin. (latit. vraie) = cosin. (latit. corr.) dans les termes où ces suppositions ne peuvent évidemment influer sur l'exactitude des résultats, on parviendra par des substitutions faciles à imaginer, au résultat suivant,

$$d\,\text{(latitude vraie)} = 206265'' \times \frac{c^2\, d\rho}{r^3} \times \frac{s}{c} + d\,\text{(latit. corr.)}$$

Mais si l'on nomme X une quantité linéaire égale à l'élévation de l'Observateur au-dessus de l'ellipse primitive, on peut conclure du §. 96, que $d\rho = \frac{r^2 X}{c^2}$; de plus $\frac{X}{r} = \frac{a'}{3267824}$; donc $206265'' \times \frac{c^2 d\rho}{r^3} \times \frac{s}{c} = 206265'' \times \frac{a'}{3267824} \times \frac{s}{c}$; donc

$$d\,\text{(latitude de l'Observateur)} = 206265'' \times \frac{2a'}{3267824} \times \frac{s}{c}.$$

ARTICLE III.

Des Équations de condition, & de leur usage pour déterminer les véritables élémens de l'Éclipse.

(133.) Les recherches auxquelles nous venons de nous livrer dans l'article précédent, conduisent naturellement à la détermination d'un genre d'équations que j'appelle, à cause de leurs propriétés, *équations de condition;* je m'explique. Je suppose que dans un lieu quelconque on ait fait, par exemple, deux observations différentes; il est sensible que si elles sont exactes & que l'on ait d'ailleurs les véritables élémens de l'Éclipse, chacune de ces observations doit donner la même longitude; si donc l'on compare ces observations,

& que l'on égale les expreſſions de la longitude, on aura une relation entre les élémens qui ſatisfont à ces obſervations; c'eſt cette relation que j'appelle *équation de condition*. Il eſt aiſé de ſentir que l'on doit avoir autant de ces relations que l'on peut combiner d'obſervations deux à deux.

(134.) Il n'eſt pas abſolument néceſſaire, pour avoir des *équations de condition*, que les obſervations aient été faites dans le même lieu; on peut combiner également des obſervations faites dans des lieux différens, pourvu toutefois que l'on connoiſſe rigoureuſement la différence en longitude des deux obſervatoires. Cette dernière condition eſt quelquefois difficile à remplir, mais elle n'eſt pas impoſſible; je vais donc réſoudre le Problème dans cette généralité, bien entendu que les *équations de condition* réſultantes d'obſervations faites dans un même lieu, doivent en général être préférées.

(135.) Les réflexions précédentes démontrent évidemment que ſi l'on étoit bien ſûr de l'heure préciſe de la conjonction, l'équation du *§. 123* qui détermine cet inſtant, ſeroit une véritable *équation de condition;* mais elles font ſentir en même temps avec quelles reſtrictions ces dernières équations doivent être employées.

(136.) Dans la préſente recherche, je ferai uſage des équations du *§. 122*. On emploiera Y & dY, lorſqu'à l'inſtant de l'obſervation le centre de la Lune aura été vu dans l'*hémiſphère précédent* du diſque du Soleil. On emploiera y & dy, lorſque le centre de la Lune aura été vu dans l'*hémiſphère ſuivant* du diſque de cet aſtre.

(137.) Il peut arriver que l'on ait à comparer des obſervations, faites toutes deux lorſque le centre de la Lune étoit dans l'*hémiſphère précédent* ou dans l'*hémiſphère ſuivant* du diſque du Soleil. Pour ne pas les confondre; dans le premier cas, Y & dY déſigneront l'une de ces obſervations, Y' & dY' appartiendront à l'autre obſervation; dans le ſecond cas, y & dy déſigneront l'une de ces obſervations, y' & dy' appartiendront à l'autre obſervation. On doit entendre la même choſe des quantités ε, ε'; ϵ, ϵ'; Δ, Δ'; Δ, Δ', &c.

(138.) Si l'on cherche la différence en longitude entre un lieu Z' qui comptoit une certaine heure donnée à l'instant de la conjonction, & un autre lieu z' où l'on a observé une distance quelconque des centres à une autre certaine heure, lorsque d'ailleurs le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil; on a vu *(§. 122)* que

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } Z' = Y + dY.$$

On a vu pareillement que si l'on cherche la différence en longitude entre le même lieu Z', & un autre lieu z'' où l'on a observé une autre distance quelconque des centres à une autre certaine heure, lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère suivant* du disque du Soleil, on a

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

Soit donc

Longitude z'' — longitude z' la différence en longitude du lieu z'' & du lieu z' évaluée en temps. Je suppose le lieu z'' plus oriental.

On aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = y - Y + dy - dY.$$

(139.) Au lieu de comparer, comme dans le paragraphe précédent, des observations dont l'une a eu lieu lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil, & dont l'autre a été faite lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère suivant* du disque de cet astre, on peut avoir à comparer des observations faites toutes deux lorsque le centre de la Lune étoit dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil, l'une dans un lieu z' & l'autre dans un lieu z'' que je suppose plus oriental. Dans ce cas, conformément à la remarque du *§. 137*, Y & dY appartiendront au lieu z', Y' & dY' appartiendront au lieu z'', & l'on aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = Y' - Y + dY' - dY.$$

(140.) Par des raisons semblables, si l'on compare deux observations faites dans l'*hémisphère suivant* du disque du Soleil, l'une dans un lieu z' & l'autre dans un lieu z'' que je suppose plus oriental; y & dy appartiendront au lieu z'; y' & dy' appartiendront au

lieu z'', & l'on aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = y' - y + dy' - dy.$$

(141.) J'ai ſuppoſé le lieu z'' plus oriental que le lieu z'. Dans cette hypothèſe, la quantité longitude z'' — longitude z' eſt poſitive; ſi l'on étoit dans des ſuppoſitions contraires, la quantité longitude z'' — longitude z' ſeroit négative.

(142.) Il eſt ſenſible que les équations précédentes ſont de la plus grande généralité. En les ordonnant par rapport à la quantité longitude z'' — longitude z', elles ſervent à faire connoître la différence en longitude de deux obſervatoires où l'on aura obſervé deux phaſes quelconques; ſi l'on connoît longitude z'' — longitude z', elles ſont *équations de condition;* cette dernière hypothèſe renferme celle de longitude z'' — longitude $z' = 0$, c'eſt-à-dire le cas particulier d'obſervations faites dans le même obſervatoire.

Nous remarquerons ici pour la plus grande ſimplicité de ces équations, que dY, dY', dy, dy' renferment des termes qui ont les mêmes multiplicateurs. Par exemple, dY, dY', dy, dy', ont chacun un terme multiplié par d (latit. de la ☾), d (déclin. du ☉), d (parallaxe horizontale du Soleil), & ainſi des autres. Lors de la formation des équations de condition, il eſt ſuperflu d'avertir que l'on ne doit former qu'un ſeul réſultat des deux termes qui ont le même multiplicateur. Nous remarquerons auſſi que comme l'angle Z qui entre dans les expreſſions de Y, Y', y, y', ſe détruit par la ſouſtraction de ces quantités, on peut d'avance ſuppoſer $Z = 0$.

EXEMPLE.

(143.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764, on ait obſervé à Vienne en Autriche le commencement de l'Eclipſe à* $10^h\ 22'\ 5''$ *du matin, dans l'*hémiſphère précédent *du diſque du Soleil; & la fin de l'Eclipſe à* $1^h\ 22'\ 54''$ *du ſoir, dans l'*hémiſphère ſuivant *;

* Cette obſervation dont on peut voir le détail dans les Éphémérides du P. Hell de l'année 1765, a été faite par ce célèbre Aſtronome dans l'Obſervatoire Impérial de Vienne, & par M. Sambach dans ſa maiſon ſituée faubourg Notre-Dame. Leurs pendules étoient parfaitement réglées;

que de plus on ait observé le commencement de l'Éclipse à Londres à $9^h\ 4'\ 33''$ du matin, dans l'hémisphère précédent *du disque du Soleil. On demande l'équation de condition entre les deux observations de Vienne, & la différence en longitude de Vienne & de Londres dans toutes les hypothèses d'élemens de l'Éclipse.*

SOLUTION. Pour déterminer l'équation de condition entre les deux observations de Vienne, je me servirai de l'équation du *§. 138*, attendu que l'une des observations a eu lieu dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil, & que l'autre observation a eu lieu dans l'*hémisphère suivant*. Puisque d'ailleurs les deux observations ont été faites dans le même observatoire, je supposerai, conformément à la remarque du *§. 142*, longitude z'' — longitude $z' = 0$; Y & dY appartiendront au commencement de l'Éclipse, y & dy appartiendront à la fin. Je remarquerai de plus que lors de chacune de ces observations, les contacts des limbes étoient extérieurs.

Pour déterminer la différence en longitude de Vienne & de Londres, j'emploierai les observations de la fin de l'Éclipse à Vienne, & du commencement de l'Éclipse à Londres. Vienne sera le lieu désigné par z'', & Londres sera désigné par z'. Je me servirai de l'équation du *§. 138*, attendu que l'une des observations a eu lieu dans l'*hémisphère précédent* du disque du Soleil & que l'autre observation a eu lieu dans l'*hémisphère suivant*; Y & dY appartiendront à l'observation du commencement de l'Éclipse à Londres, y & dy appartiendront à l'observation de la fin de l'Éclipse à Vienne. Je remarquerai de plus, que lors de chacune de ces observations, les contacts des limbes étoient extérieurs.

*TYPE du Calcul, pour déterminer l'*équation de condition *entre le commencement & la fin de l'Éclipse à Vienne, & la différence en Longitude entre Vienne & Londres.*

Commencement de l'Éclipse à Vienne . . . . $10^h\ 22'\ 5''$ du matin.

$A = -\ 836.$ $F = -\ 1400.$ $E = +\ 98930.$
$L = +\ 56565.$ $N = +\ 46978.$ $M = -\ 57195.$

ils ont employé à cette observation des lunettes qui grossissoient 54 fois; leurs observations s'accordent à la seconde.

$C = + 52522.$	$D = - 31471.$	$G = + 61952.$
$H = + 48513.$	$P = + 57370.$	$Q = + 15139.$
$\varepsilon = + 1645.$	$\Delta = + 73139.$	$\beta = - 2156.$
$\varpi = + 0'',041.$	$\mu = - 30.$	$\Xi = - 239911.$
$\Gamma = - 21526.$	$\Theta = + 25193.$	$\Sigma = + 217250.$

$Y = + 22^h 22' 5'' - 22^h 21' 28'' - 1' 39'' + 1^h 6' 53'' = + 1^h 5' 51''.$

$dY =$ { $- 0'',673 - 1'',037 + 0,016\, d$ (déclinaiſon du Soleil)
$+ 0,731\, d$ (inſtant du commencement de l'Éclipſe à Vienne)...
$- 0,022\, d$ (latit. de Vienne) $+ 0'',041\, d$ (demi-grand axe terreſtre)
$- 0,000\, d$ (inclin. de l'orbite) $- 2,399\, d$ (mouv. hor. de la ☾ au ☉)
$- 0,215\, d$ (parallaxe horizontale polaire de la Lune)........
$+ 0,215\, d$ (parall. horiz. du ☉) $+ 0,252\, d$ (latit. de la Lune)
$+ 2,173\, d$ (demi-diamètre du Soleil) $- 2,173\, d$ (inflexion)
$+ 2,173\, d$ (demi-diamètre de la Lune).

Fin de l'Éclipſe à Vienne............ *1^h 22' 54'' du ſoir.*

$A = + 24124.$	$F = - 46617.$	$E = + 98898.$
$L = + 56556.$	$N = + 42836.$	$M = - 49704.$
$C = + 56091.$	$D = - 28484.$	$G = + 11649.$
$H = + 76281.$	$P = - 12460.$	$Q = + 53688.$
$\varepsilon = + 2280.$	$\Delta = + 77989.$	$\beta = - 1639.$
$\varpi = + 0'',009.$	$\mu = + 1586.$	$\Xi = + 425250.$
$\Gamma = - 168600.$	$\Theta = + 125003.$	$\Sigma = - 240100.$

$$y = \left\{\begin{matrix} + 1^h\ 22'\ 54'' - 22^h\ 21'\ 28'' \\ - 0.\ 55.\ 8 - 1.\ 0.\ 30 \end{matrix}\right\} = - 22^h\ 54'\ 12'' = (\S.\ 63) + 1^h\ 5'\ 48''.$$

$dy =$ { $- 1'',319 + 2'',549 + 0,023\, d$ (déclinaiſon du Soleil)
$+ 0,780\, d$ (inſtant de la fin de l'Éclipſe à Vienne)...........
$- 0,016\, d$ (latit. de Vienne) $+ 0'',009\, d$ (demi-grand axe terreſt.)
$+ 0,016\, d$ (inclin. de l'orbite) $+ 4,252\, d$ (mouv. hor ☾ au ☉)
$- 1,686\, d$ (parall. horiz. pol. de la ☾) $+ 1,686\, d$ (parall. horiz. du ☉)
$+ 1,250\, d$ (latitude de la Lune) $- 2,401\, d$ (demi-diamètre du ☉)
$+ 2,401\, d$ (inflexion), $- 2,401\, d$ (demi-diamètre de la Lune)

Équation

Équation de condition entre le commencement & la fin de l'Éclipſe obſervés à Vienne.

— 0″,060 + 0,007 *d* (déclinaiſon du Soleil)............
+ 0,780 *d* (inſtant de la fin de l'Éclipſe à Vienne)..........
— 0,731 *d* (inſtant du commencement de l'Éclipſe à Vienne)....
+ 0,006 *d* (latitude de Vienne) — 0″,032 *d* (demi-grand axe terreſt.)
+ 0,016 *d* (inclin. de l'orb. corr.) + 6,651 *d* (mouv. hor. ☾ au ⊙) = 0.
— 1,471 *d* (parall. horiz. pol. de la ☾) + 1,471 *d* (parall. horiz. du ⊙)
+ 0,998 *d* (latit. de la Lune) — 4,574 *d* (demi-diam. du Soleil)
+ 4,574 *d* (inflexion) — 4,574 *d* (demi-diamètre de la Lune)...

Équation à la différence en Longitude entre Vienne & Londres.

Longitude de Vienne — Longitude de Londres

= + 1h 5′ 49″,390 + 0,005 *d* (déclinaiſon du Soleil)......
+ 0,780 *d* (fin de l'Éclipſe à Vienne).....................
— 0,834 *d* (commencement de l'Éclipſe à Londres)..........
— 0,016 *d* (latitude de Vienne) + 0,030 *d* (latitude de Londres)
— 0″,047 *d* (demi-grand axe terr.) + 0,021 *d* (inclin. de l'orb. corr.)
+ 7,082 *d* (mouvement horaire de la Lune au Soleil)........
— 1,306 *d* (parallaxe horizontale polaire de la Lune).........
+ 1,306 *d* (parall. horiz. du ⊙) + 0,523 *d* (latitude de la Lune)
— 4,637 *d* (demi-diamètre du Soleil) + 4,637 *d* (inflexion)
— 4,637 *d* (demi-diamètre de la Lune).

(144.) On voit maintenant d'une manière claire & diſtincte la forme des *équations de conditions* & des *équations complettes aux longitudes;* je donnerai dans la ſuite une application de cette théorie aux obſervations faites en Europe le 1.er Avril 1764. Au reſte, il n'eſt pas toujours néceſſaire de calculer les obſervations dans toute cette généralité. Si l'on ne pouvoit, par exemple, élever aucun doute raiſonnable ſur de certains élémens, ce ſeroit un travail ſuperflu de calculer les termes qui ſuppoſent une erreur dans

ces élémens, puiſque le multiplicateur de la quantité que l'on ſe ſeroit donné la peine de calculer ſeroit nul.

(145.) On obſervera relativement aux *équations de condition* que l'on peut avoir autant de ces réſultats que l'on peut combiner d'obſervations deux à deux; on peut ſuivant les uſages auxquels on ſe propoſe de les employer, & le degré de confiance que l'on a dans les Obſervateurs, les laiſſer ſous cette forme diſtincte & ſéparée, ou par l'élimination des variables, les réduire à une ſeule équation qui ſera alors la *réſultante* des différentes obſervations que l'on veut comparer. Je remarquerai cependant qu'il eſt important de n'employer que des obſervations préciſes lorſque l'on veut éliminer les variables les unes par les autres; autrement on pourroit être induit en erreur. En effet, il eſt aiſé de voir, ainſi que je l'ai expliqué précédemment, que l'eſprit de la méthode conſiſte à déterminer les véritables élémens de l'Éclipſe, par les différences qui réſultent des obſervations entre ces véritables élémens, & les élémens hypothétiques. Ces différences ne peuvent être fort grandes; elles ont donc néceſſairement un rapport aſſez conſidérable avec les erreurs des obſervations, quelque légères que l'on ſuppoſe ces erreurs.

(146.) Pour faire ſentir comment on peut employer les équations de condition à la détermination des véritables élémens de l'Éclipſe, reprenons l'équation entre le commencement & la fin de l'Éclipſe obſervés à Vienne, & l'équation à la différence en longitude entre Vienne & Londres. Suppoſons que l'on regarde comme bien déterminés les élémens de l'Éclipſe, à l'exception toutefois de la latitude de la Lune & du demi-diamètre du Soleil; ſuppoſons de plus que la longitude de Vienne relativement à Londres ſoit de $1^h\ 5'\ 52''$ orientale. Dans cette ſuppoſition on aura évidemment

$$-0'',060 + 0,998\, d\,(\text{latitude } ☾) - 4,574\, d\,(\text{demi-diam. } \odot) = 0,$$

$$-2'',610 + 0,523\, d\,(\text{latitude de la } ☾) - 4,637\, d\,(\text{demi-diamètre du } \odot) = 0,$$

donc

$$d\,(\text{latit. de la Lune}) = \frac{4574}{998}\, d\,(\text{demi-diam. du Soleil}) + \frac{60''}{998}$$

$$\left(4637 - 523 \times \frac{4574}{998}\right) d\,(\text{demi-diam. } \odot) = \frac{523 \times 60''}{998} - 2610''$$

d (demi-diamètre du ☉) $= - \frac{1}{2240} \times 2579'' = - 1'',151$,

d (latitude de la Lune) $= - 5'',216$.

On satisferoit donc aux conditions proposées en supposant un demi-diamètre du Soleil plus petit de 1'',151, & une latitude de la Lune plus petite de 5'',216, que le demi-diamètre & la latitude hypothétiques.

On voit par cet exemple comment on peut, dans tous les cas, se servir des équations de condition pour déterminer les véritables élémens de l'Éclipse.

ARTICLE IV.

Application sommaire des équations démontrées dans les différentes sections de l'article II du présent Mémoire, au calcul d'une distance quelconque des centres.

(147.) S'il n'est pas toujours indispensable, il est au moins curieux de déterminer combien une variation quelconque dans les élémens de l'Éclipse, peut produire de variation dans une distance calculée des centres. Rien de plus simple que la solution de ce Problème. Je conserverai dans cette recherche les définitions des quantités $b, A, F, E, N, M, C, D, G, H, P, Q$ déjà employées dans ce Mémoire, & dont on peut voir la récapitulation *(§. 122)*.

Soit

λ la tangente de la distance calculée d'après des élémens hypothétiques.

d (distance des centres) l'erreur de la distance des centres relative à l'erreur des élémens. Je suppose cette erreur évaluée en secondes de degré.

J'ai fait voir dans le cours de cet Ouvrage, que

$$\lambda = \frac{\pi\zeta \sqrt{[A^2 + (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})^2]}}{Er}.$$

Si l'on différencie cette équation en regardant toutes les quantités

qui la composent comme variables, à l'exception toutefois de E; que l'on peut regarder comme donné rigoureusement par les Tables, conformément à la remarque des *§. 51 & 52*, on aura

$$d\lambda = \begin{cases} (\zeta d\pi + \pi d\zeta) \times \dfrac{\sqrt{[A^2 + (F + \frac{bnr}{3600'' \zeta})^2]}}{Er} \\ + \dfrac{\pi\zeta}{Er} \times \dfrac{[AdA + d(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}) \times (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})]}{\sqrt{[A^2 + (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})^2]}} \end{cases}$$

$$d\lambda = \lambda \left(\frac{d\pi}{\pi} + \frac{d\zeta}{\zeta}\right) + \frac{\pi^2\zeta^2}{E^2 r^2 \lambda} \times [AdA + d(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}) \times (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})].$$

Donc si l'on suppose cosinus (distance des centres) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette supposition introduit dans le calcul, on aura

$$d \text{ (distance des centres)} = 206265'' \frac{\lambda}{r} \left(\frac{d\pi}{\pi} + \frac{d\zeta}{\zeta}\right)$$
$$+ 206265'' \frac{\pi^2\zeta^2}{E^2 r^3 \lambda} [AdA + d(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}) \times (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})].$$

Il ne s'agit plus dans chaque supposition particulière, que de substituer à $d\pi$, $d\zeta$, dA, $d\,(F + \frac{bnr}{3600''\zeta})$ les valeurs tirées des différentes sections de l'*article II* de ce Mémoire.

(148.) Si l'on veut, par exemple, avoir égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui pour lequel on calcule; rien de plus simple que le procédé. J'ai fait voir *(§. 72)* que l'on a dans ce cas

$$d\pi = \frac{b}{3600''} r \times \frac{\text{var. hor. (parall. horiz. polaire de la Lune)}}{206265''}.$$

donc

$$d \text{ (distance des centres)} = 206265'' \frac{\lambda}{r} \times \frac{d\pi}{\pi} = \frac{b}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi} \times \text{var. hor. (parall. horiz. pol. ☾)};$$

(149.) Pour avoir égard à la variation de la déclinaison du Soleil dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui pour lequel on calcule, on se rappellera que l'on a dans ce cas *(§. 76)*

$$d\left(F+\frac{bnr}{3600''}\right)=\frac{b}{3600''}\times N\,\frac{\text{var. hor. (déclin. ⊙)}}{206265''};\quad dA=-\frac{b}{3600''}\times M\,\frac{\text{var. hor. (déclin. ⊙)}}{206265''};$$

donc

$$d\,(\text{distance des centres})=\frac{b}{3600''}\times\frac{\pi^2\zeta^2}{E^2r^2\lambda}\left[-\frac{AM}{r}+\frac{N\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)}{r}\right]\text{var. hor. (déclin. ⊙)};$$

(150.) Je ne ſuivrai point cette analyſe dans tous ſes détails. Il ne peut ſe rencontrer aucune difficulté dans la détermination de l'erreur de la diſtance calculée des centres, en ſuppoſant ſucceſſivement une erreur dans les différens élémens de l'Éclipſe. Les calculs ſe réduiſent à ſubſtituer ſucceſſivement dans l'équation du *§. 147,* les valeurs de dA & $d\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)$ tirées des différentes ſections de l'*article II* de ce Mémoire. La valeur de dA ſe trouve toute calculée; & relativement à un très-grand nombre de queſtions, $d\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)=dF,$ quantité qui ſe trouve pareillement calculée.

Quant aux queſtions où $d\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)$ n'eſt point égale à $dF,$ parce que b ou n ou ζ étant variables, F & $F+\frac{bnr}{3600''\zeta}$ n'ont pas la même différencielle; elles ne ſont guère plus difficiles à réſoudre que celles dont je viens de parler. Pour éviter tout embarras, je vais les parcourir ſommairement.

(151.) Rien de plus ſimple que d'avoir égard à une erreur dans le mouvement horaire de la Lune au Soleil. Dans ce cas, $d\pi$, $d\zeta$, dA ſont évidemment nuls; & $d\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)=\frac{br}{3600''\zeta}\,dn$; mais *(§. 103)* $dn=\frac{r^3}{206265''\psi\pi}\,d$ (mouv. hor. de la ☾ au ⊙); donc *(§. 147)*

$$d\,(\text{distance des centres})=\frac{b}{3600''}\times\frac{\pi\zeta r}{E^2\psi\lambda}\left(F+\frac{bnr}{3600''\zeta}\right)d\,(\text{mouv. hor. ☾ au ⊙}).$$

(152.) Si l'on ſuppoſe une erreur dans la diſtance à la

conjonction; soit

d (distance à la conjonction) cette erreur exprimée en secondes horaires, on aura, comme ci-dessus, $d\pi$, $d\zeta$, $dA = 0$; & $d(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}) = \frac{nr}{3600''\zeta}\, db$; mais $db = d$ (dist. à la conjonct.) donc

$$d\,(\text{dist. des centres}) = \frac{206265''}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta n}{E^2 r^2 \lambda} (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})\; d\,(\text{dist. à la conjonction}).$$

Dans l'usage de ces formules,

d (distance à la conjonction) est positif, lorsque la véritable distance à la conjonction est plus grande, si elle est positive, ou plus petite, si elle est négative, que celle d'après laquelle on avoit calculé d'abord.

d (distance à la conjonction) est négatif dans le cas contraire.

(153.) La distance à la conjonction peut varier de deux façons; la première, parce que l'heure pour laquelle on calcule étant la même, le véritable instant physique de la conjonction est un peu différent de celui que l'on avoit supposé d'abord; la seconde, parce que le véritable instant physique de la conjonction étant le même, on calcule pour une heure différente. On ne peut être embarrassé dans aucun de ces cas, dont il a fallu cependant faire sentir la différence.

(154.) Si l'on suppose quelqu'erreur dans la parallaxe horizontale du Soleil, ou dans la parallaxe horizontale de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, les variables seront dans le premier cas, π', ζ, A, $F + \frac{bnr}{3600''\zeta}$; & dans le second, π, l, n, A, $F + \frac{bnr}{3600''\zeta}$. J'observe, conformément au *§. 53*, que dans ce dernier cas ζ doit être regardé comme constant, quoiqu'il renferme la parallaxe de la Lune. On aura donc *(§. 147)*

Premier Cas dans lequel on suppose une erreur dans la parallaxe du Soleil.

$$d\,(\text{dist. des centres}) = 206265'' \left[\frac{\lambda\, d\zeta}{r\zeta} + \frac{\pi^2 \zeta^2}{E^2 r^3 \lambda} \times \left[A\,dA + (F + \frac{bnr}{3600''\zeta})\, d(F + \frac{bnr}{3600''\zeta})\right]\right].$$

D'ailleurs

$$dA = -\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{d\zeta}{\zeta};\ d\left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) = -\left(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) \times \frac{d\zeta}{\zeta};$$

De plus, conformément à la remarque du §. 111,

$$d\zeta = -\frac{r\zeta}{206265''\pi}\ d\ \text{(parallaxe horizontale du Soleil)}.$$

Deuxième Cas dans lequel on ſuppoſe une erreur dans la parallaxe de la Lune.

$$d\ \text{(diſt. des centres)} = 206265''\left[\frac{\lambda d\pi}{r\pi} + \frac{\pi^2\zeta^2}{E^2 r^3 \lambda}\left[A dA + \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) d\left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)\right]\right];$$

D'ailleurs

$$dA = -\frac{\psi l}{\zeta} \times \frac{d\pi}{\pi};\ d\left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) = -\left(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) \times \frac{d\pi}{\pi};$$

$$d\pi = \frac{r\,d\ \text{(parallaxe horizontale polaire de la Lune)}}{206265''}.$$

Donc ſi l'on ſuppoſe

$$\Gamma = \frac{\lambda r}{\pi} - \frac{\pi\zeta^2}{E^2\lambda}\left[\frac{\psi l A}{\zeta r} + \frac{\left(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right) \times \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)}{r}\right],$$

on aura, en réuniſſant les deux calculs,

$$d\ \text{(diſtance des centres)} = \frac{\Gamma}{r}\ d\ \text{(parall. horiz. pol. ☾)} - \frac{\Gamma}{r}\ d\ \text{(parall. horiz. ☉)}.$$

(155.) Soit

Diſtance hypothétique, l'angle qui a pour expreſſion de ſa tangente, la valeur de λ du §. 147.

Si l'on conſerve les définitions de *A, F, N, M, C, D, P, Q,* du §. 122, & que l'on ſuppoſe de plus

$$\varepsilon = \frac{\pi^2\zeta^2}{E^2 r\lambda}\left[\frac{N \times \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)}{r} - \frac{AM}{r}\right].$$

$$\Delta = -\frac{15\,\pi^2\zeta^2}{E^2 r\lambda}\left[\frac{C \times \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)}{r} + \frac{AD}{r}\right].$$

$$\beta = -\frac{\pi^2\zeta^2}{E^2 r\lambda}\left[\frac{G \times \left(F + \frac{bnr}{3600''\zeta}\right)}{r} + \frac{AH}{r}\right].$$

$$\varpi = 206265'' \times \frac{\pi^2 \zeta^2 a}{E^2 r^2 \lambda} \left[\frac{P \times (F + \frac{bnr}{3600'' \zeta})}{r} + \frac{AQ}{r} \right].$$

$$\mu = \frac{b}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta}{E^2 \lambda} \times \frac{An}{r}.$$

$$\Xi = \frac{b}{3600''} \times \frac{\pi \zeta r^2}{E^2 \psi \lambda} (F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}).$$

$$\Gamma = \frac{\lambda r}{\pi} - \frac{\pi \zeta^2}{E^2 \lambda} \left[\frac{\psi l A}{\zeta r} + \frac{(\frac{\theta l}{\zeta} + \frac{bnr}{3600'' \zeta}) \times (F + \frac{bnr}{3600'' \zeta})}{r} \right].$$

$$\Theta = \frac{\pi \zeta r}{E^2 \lambda} \left[\frac{\psi A}{r} + \frac{\theta}{r} \times (F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}) \right].$$

$$\Phi = \frac{206265''}{3600''} \times \frac{\pi^2 \zeta n}{E^2 r \lambda} (F + \frac{bnr}{3600'' \zeta}).$$

On aura pour l'expression générale de la distance des centres;

Distance vraie des centres

= { Dist. hypothétique $+ \frac{b}{3600''} \times \frac{\lambda}{\pi}$ var. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)
$+ \frac{b}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r}$ var. hor. (déclin. du Soleil) $+ \frac{\varepsilon}{r}\, d$ (déclin. du Soleil)
$+ \frac{\Delta}{r}\, d$ (heure de la phase) $+ \frac{\beta}{r}\, d$ (latitude du lieu)
$+ \varpi\, d$ (demi-grand axe terrestre) $+ \frac{\mu}{r}\, d$ (inclin. de l'orbite)
$+ \frac{\Xi}{r}\, d$ (mouv. hor. de la ☾ au ☉) $+ \frac{\Gamma}{r}\, d$ (parall. horiz. pol. ☾)
$- \frac{\Gamma}{r}\, d$ (parall. horiz. du Soleil) $+ \frac{\Theta}{r}\, d$ (latitude de la Lune)
$+ \frac{\Phi}{r}\, d$ (distance à la conjonction).

ARTICLE V.

D'une question analogue aux recherches précédentes, relative aux contacts des limbes considérés comme plus grandes phases.

(156.) Parmi les observations de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on a

on a pu en remarquer deux d'une eſpèce aſſez rare; ce ſont celles de Chatam & de Nolon *. Ces villes ſe ſont trouvées ſituées vers les limites des contacts intérieurs des limbes. Une circonſtance ſemblable aura lieu, relativement à nos provinces ſeptentrionales, lors de l'Éclipſe du 26 Octobre 1772. La trace du contact du limbe boréal du Soleil & du limbe auſtral de la Lune traverſera le nord de la France. Il eſt ſenſible que ſi l'on ſuppoſe de certains élémens préférablement à d'autres, la courbe paſſera par des points aſſez différens de notre globe; il eſt donc important d'avoir une méthode qui repréſente d'une manière générale la trace des contacts dans une hypothèſe quelconque d'élémens. Pour réſoudre ce nouveau Problème, je ſuivrai une route entièrement analogue à celle tracée dans les queſtions précédentes. Je calculerai avec des élémens hypothétiques la trace des contacts *(V.e Mémoire, article III)*; & je donnerai des formules pour corriger ce réſultat hypothétique, en regardant comme variables les différens élémens de l'Éclipſe; la réunion de ces différens termes ſera ce que j'appellerai l'*équation générale aux contacts.* *Mém. Acad. année 1767.*

(157.) Il eſt facile de ſentir comment on peut repréſenter d'une manière générale, la longitude du point d'un parallèle quelconque où un contact des limbes ceſſe d'être viſible, & l'heure que l'on compte dans le lieu à l'inſtant du phénomène, en ſuppoſant variables les élémens de l'Éclipſe; il ne s'agit que de déterminer la variation que les différens élémens introduiſent dans l'heure que l'on compte dans le point du parallèle qui obſerve le contact aſſigné comme plus grande phaſe, & de corriger d'une manière également générale le réſultat du *terme hypothétique* de la longitude. Le développement du calcul rendra ces raiſonnemens ſenſibles.

(158.) Soit

$$A = \frac{+l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4};$$

$$C = \frac{cgp\rho\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\varphi}{r^3};$$

$$D = \frac{cgp\rho\varphi}{r^4} - \frac{ch\rho\omega}{r^3};$$

* On peut voir le détail de ces obſervations dans les Mémoires de l'Académie & dans les Tranſactions philoſophiques, *année 1764.*

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g \rho \varphi}{r^3} + \frac{c h p \rho \omega}{r^4};$$

$$E = \xi - \frac{p s \pi}{r^2} - \frac{c \rho q h \pi}{r^4} - \frac{V'^2 \gamma \pi}{3600''^2 r}.$$

$$L = \frac{\sigma \tau' r E}{\pi \zeta \partial'} - \frac{\delta \tau r}{\pi \zeta}$$ s'il s'agit d'un contact intérieur des limbes.

$$L = \frac{\sigma \tau' r E}{\pi \zeta \partial} + \frac{\delta \tau r}{\pi \zeta}$$ s'il s'agit d'un contact extérieur des limbes.

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{A \left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C\right)}{AD}.$$

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'instant de la conjonction. Je suppose cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on observe la phase assignée comme plus grande phase, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z'.

z l'angle horaire du lieu z' à l'instant de l'observation. Je suppose cet angle évalué en temps.

Année 1767. Dans mon *Ve Mémoire, article III*, j'ai donné des formules pour déterminer 1.° le parallèle terrestre où l'on observe une phase assignée comme plus grande phase, lorsque l'angle B a une certaine valeur déterminée; 2.° l'heure que l'on compte dans le lieu à l'instant du phénomène. Le sinus de l'angle horaire est une des racines de l'équation suivante,

$$L - \frac{Ar}{\text{sin. } B} = 0.$$

Soit enfin

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang. } B}.$$

J'ai démontré que

$$\text{longitude } z' - \text{longitude } Z' = y.$$

Voyons ce que l'on peut tirer de ces formules pour avoir l'expression la plus générale de la différence en longitude des lieux z' & Z', & de l'heure que l'on compte dans le lieu z' à l'instant du phénomène; je commence par ce qui regarde la longitude.

(159.) L'équation à la longitude du *paragraphe précédent* n'est exacte qu'autant que les élémens dont on est parti dans le

calcul sont rigoureux. Cette réflexion démontre que cette dernière équation n'a pas le caractère de ce que j'appelle une *équation générale.* Si l'on veut avoir l'expression la plus générale qu'il est possible, de la différence en longitude des lieux z & Z', on parviendra à une équation de cette forme,

$$\text{longitude } z' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

Dans cette dernière formule, y exprime ce que j'appelle le *terme hypothétique;* dy exprime ce qui est dû à l'indétermination des élémens.

(160.) Puisque *(§. 158)*

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang. } B},$$

& que d'ailleurs Z est une quantité connue; car quels que soient les élémens de l'Éclipse, on peut toujours concevoir un lieu Z', relativement auquel la conjonction arrive, lorsque l'on compte dans ce lieu une certaine heure donnée Z; on a

$$dy = dz + d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang. } B}\right).$$

Je ferai voir, à la fin de cet article, que si l'on ne suppose qu'une légère variation dans les élémens de l'Éclipse, l'angle B varie d'une manière si peu sensible, qu'on peut le regarder comme constant, relativement à la question proposée; on aura donc

$$dy = dz + d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang. } B}\, d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right).$$

Cette dernière remarque s'applique également à l'équation

$$L - \frac{Ar}{\text{sin. } B} = 0.$$

Pour avoir l'expression complette de dy, il s'agit donc d'abord, d'avoir l'expression la plus générale de

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang. } B}\, d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right);$$

nous chercherons ensuite l'expression la plus générale de dz.

(161.) Je remarque qu'une des manières de différencier les quantités $\frac{3600''\zeta}{nr} \times F$ & $\frac{3600''\zeta}{nr} \times A$, introduit dans le

résultat un terme affecté de dz. Si l'on cherche en effet quelle variation introduit dans le calcul l'incertitude de l'heure que l'on compte à l'instant du contact assigné des limbes, sous le parallèle donné; il sera aisé de voir, d'après ce qui a été démontré dans la *section V.e de l'article II du présent Mémoire*, que si l'on suppose comme dans les *§. 82 & 158*,

$$C = \frac{cgp\rho\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\varphi}{r^3}, \quad D = \frac{cgp\rho\varphi}{r^4} - \frac{ch\rho\omega}{r^3},$$

on aura

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{15\,dz}{206265''}\,C;$$

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right) = -\frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{15\,dz}{206265''}\,D.$$

Donc, dans l'expression complette de dy, la somme des termes affectés de dz, peut être représentée par

$$dz - \left(\frac{3600''\zeta}{206265''\,nr}\,C - \frac{3600''\zeta}{206265''\,nr} \times \frac{Dr}{\text{tang.}\,B}\right) \times 15\,dz.$$

ou par $\frac{\Delta'}{r} \times 15\,dz$; en supposant

$$\Delta' = \frac{r}{15} - \frac{3600''\zeta}{206265''\,n} \times C + \frac{3600''\zeta}{206265''\,n} \times \frac{Dr}{\text{tang.}\,B}.$$

Le Problème proposé se réduit donc à éliminer dans l'équation

$$dy = \frac{\Delta'}{r} \times 15\,dz + d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang.}\,B}\,d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right),$$

la valeur $15\,dz$ au moyen de son expression la plus générale; & à chercher d'ailleurs l'expression la plus générale de

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang.}\,B}\,d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right);$$

en ne considérant plus l'incertitude de l'heure que l'on compte à l'instant du phénomène dans le point du parallèle qui observe le contact assigné comme plus grande phase; puisque le terme $\frac{\Delta'}{r} \times 15\,dz$ corrige cette incertitude.

(162.) Je ne m'étendrai pas beaucoup sur l'analyse par laquelle on parvient à l'expression la plus générale de

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times F\right) - \frac{r}{\text{tang.}\,B}\,d\left(\frac{3600''\zeta}{nr} \times A\right).$$

Il est aisé de conclure, en rapprochant ce qui a été démontré dans les différentes sections de l'*article II* de ce Mémoire, que si l'on conserve les définitions des quantités A, F, C, D, tangente B, sinus B, N, M, G, H, P, Q, b', Δ', variation hor. (déclin. du ☉), d(déclin. du Soleil), d(latit. du parallèle), a, d(demi-grand axe terrestre), d(inclinaison de l'orbite), d(mouvement horaire de la Lune au Soleil), d(parallaxe horizontale pol. de la Lune), d(parallaxe horizontale du Soleil), d(latitude de la Lune), des *§. 122, 158 & 161*, & que l'on suppose d'ailleurs

$$\varepsilon' = \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times N + \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times \frac{Mr}{\text{tangente } B}.$$

$$\beta' = -\frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times G + \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times \frac{Hr}{\text{tangente } B}.$$

$$\varpi' = \frac{3600''\zeta a}{\eta r^2} \times P - \frac{3600''\zeta a}{\eta r^2} \times \frac{Qr}{\text{tangente } B}.$$

$$\mu' = \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times A + \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times \frac{Fr}{\text{tangente } B}.$$

$$\Xi' = -\frac{3600''r^3\zeta}{206265''\eta^2 \psi \pi} \times F + \frac{3600''r^3\zeta}{206265''\eta^2 \psi \pi} \times \frac{Ar}{\text{tangente } B}.$$

$$\Gamma' = \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta\pi} \times \left(F - \frac{\theta l}{\zeta}\right) - \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta\pi} \times \left(A - \frac{\psi l}{\zeta}\right) \times \frac{r}{\text{tang. } B}.$$

$$\Theta' = \frac{3600''\theta r^2}{206265''\eta\pi} - \frac{3600''\psi r^2}{206265''\eta\pi} \times \frac{r}{\text{tangente } B}.$$

On aura

$$d\left(\frac{3600''\zeta}{\eta r} \times F\right) - \frac{r}{\text{tangente } B}\, d\left(\frac{3600''\zeta}{\eta r} \times A\right)$$

$$= \left\{\begin{array}{l} + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon'}{r} \text{ var. horaire (déclin. ☉)} + \frac{\varepsilon'}{r}\, d\text{(déclin. du Soleil)} \\ + \frac{\beta'}{r}\, d\text{(latitude du parallèle)} + \varpi'\, d\text{(demi-grand axe terrestre)} \\ + \frac{\mu'}{r}\, d\text{(inclin. de l'orbite corr.)} + \frac{\Xi'}{r}\, d\text{(mouv. hor. de la ☾ au ☉)} \\ + \frac{\Gamma'}{r}\, d\text{(parall. horiz. pol. de la ☾)} - \frac{\Gamma'}{r}\, d\text{(parall. horiz. du ☉)} \\ + \frac{\Theta'}{r}\, d\text{(latitude de la Lune).} \end{array}\right.$$

Donc

$$dy = \begin{cases} \frac{\Delta'}{r}\ 15\ dz + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon'}{r} \text{ var. hor. (déclin. du ⊙)} \\ + \frac{\epsilon'}{r}\ d \text{ (déclin. ⊙)} + \frac{\beta'}{r}\ d \text{ (latit. du parallèle)} + \&c. \end{cases}$$

(163.) Il reſte maintenant à ſubſtituer dans l'expreſſion de dy du *paragraphe précédent*, l'expreſſion la plus générale de $15\ dz$. Pour y parvenir, je différencierai de toutes les façons poſſibles l'équation $L - \frac{A\,r}{\text{ſinus } B} = 0$; dans cette différenciation, je regarderai les quantités E & $\frac{r}{\text{ſinus } B}$ comme connues, conformément aux remarques des *§. 51, 52 & 160*. Je ſuppoſerai pareillement ξ, coſinus (mouvement horaire de la Lune au Soleil), coſinus (parall. horiz. de la Lune), ∂, ∂', τ, τ', &c. $= r$, attendu l'erreur inappréciable que ces ſuppoſitions introduiſent dans le réſultat. Comme ce ne ſont pas des ſuppoſitions nouvelles, on peut voir ce que j'ai dit à ce ſujet dans les différens paragraphes de ce Mémoire.

(164.) Si l'on conſerve toutes les définitions précédentes, & que l'on ſuppoſe de plus

$$\epsilon'' = -\frac{Mr}{D}, \quad \beta'' = -\frac{Hr}{D};$$

$$\varpi'' = 206265'' \times \frac{Q\,a}{D\,r}, \quad \mu'' = -\frac{F\,r}{D};$$

$$\Gamma'' = -\frac{r^2}{\pi}\left(\frac{\frac{\downarrow l}{\zeta} - \frac{L \times \text{ſinus } B}{r}}{D}\right), \quad \Theta'' = \frac{\downarrow r^3}{\zeta\,\pi\,D};$$

$$\Sigma'' = -\frac{r^2 E \times \text{ſin.} B}{\zeta\,\pi\,D}.$$

Il ſera aiſé de conclure en rapprochant ce qui a été démontré précédemment, que ſi l'on différencie l'équation

$$L \times \frac{\text{ſin.} B}{r} - A = 0,$$

pour en tirer la valeur la plus générale de dz; le résultat aura la forme suivante

$$15dz = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{b'}{3600''} \times \frac{L \times \text{finus } B}{\pi D} \text{ var. hor. (parallaxe horizontale pol. de la Lune)} \\ + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon''}{r} \text{ var. hor. (déclin. du } \odot) + \frac{\varepsilon''}{r} d \text{ (déclin. du } \odot) \\ + \frac{\beta''}{r} d \text{ (latitude du parallèle)} + \varpi'' d \text{ (demi-grand axe terrestre)} \\ + \frac{\mu''}{r} d \text{ (inclin. de l'orbite)} + \frac{\Gamma''}{r} d \text{ (parall. horiz. pol. de la Lune)} \\ - \frac{\Gamma''}{r} d \text{ (parallaxe horiz. du Soleil)} + \frac{\Theta''}{r} d \text{ (latit. de la Lune).} \\ \qquad\qquad \textit{Contacts intérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma''}{r} d \text{(demi-diam. du } \odot) + \frac{\Sigma''}{r} d \text{(inflexion)} - \frac{\Sigma''}{r} d \text{(demi-diam. de la } \text{☾}) \\ \qquad\qquad \textit{Contacts extérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma''}{r} d \text{(demi diam. du } \odot) - \frac{\Sigma''}{r} d \text{(inflexion)} + \frac{\Sigma''}{r} d \text{(demi-diam. de la } \text{☾}) \end{array} \right.$$

Il est superflu d'avertir que toutes les quantités qui entrent dans cette dernière équation, doivent être évaluées relativement au parallèle qui a observé le contact des limbes comme plus grande phase; on substituera donc dans ces grandeurs l'angle horaire déterminé par les méthodes de l'*article III du V.e Mémoire*, c'est-à-dire, l'angle horaire hypothétique. *Année 1767.*

(165.) Dans l'usage des équations des *§. 162 & 164*, on doit faire grande attention au signe des quantités tang. B, sin. B; la règle est fort simple. L'angle B est déterminé par l'équation

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{A\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right)}{AD}.$$

Si le numérateur & le dénominateur de la fraction sont tous deux positifs; l'angle est entre 0^d & 90^d; sa tangente, son sinus & son cosinus sont positifs.

Si le numérateur est positif & le dénominateur négatif; l'angle est entre 90^d & 180^d; sa tangente est négative, son sinus positif, & son cosinus négatif.

Si le numérateur & le dénominateur sont tous deux négatifs; l'angle est entre 180^d & 270^d; sa tangente est positive, son sinus & son cosinus sont négatifs.

Si le numérateur est négatif & le dénominateur positif; l'angle est entre 270^d & 360^d; sa tangente & son sinus sont négatifs, son cosinus est positif.

(166.) Il paroîtra peut-être singulier que j'aie laissé l'expression de la tangente de l'angle B sous la forme suivante

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{A\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right)}{AD},$$

tandis que cette expression peut se réduire à la forme plus simple

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} - C}{D};$$

mais on ne doit point regarder la première expression comme superflue. Supposons en effet A successivement positif & négatif; supposons de plus que dans ces deux cas $\frac{nr^2}{\zeta v} - C$ & D soient positifs. Comme dans la seconde équation A est disparu, on aura dans les deux cas une fraction dont le numérateur & le dénominateur seront tous deux positifs; d'où l'on conclura *(§. 165)* un angle compris entre 0^d & 90^d. Par la première formule au contraire on aura dans le second cas, une fraction dont le numérateur & le dénominateur seront tous deux négatifs; d'où l'on conclura *(§. 165)* un angle compris entre 180^d & 270^d ainsi qu'il doit être employé dans le calcul.

(167.) On peut maintenant substituer la valeur $15\,dz$ dans l'équation

$$dy = \begin{cases} \frac{\Delta'}{r}\, 15\,dz + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon'}{r} \text{ var. hor. (déclin. du ⊙)} \\ + \frac{\varepsilon'}{r}\, d\,\text{(déclinaison du Soleil)} + \text{\&c.} \end{cases}$$

du

du §. 162. On voit par-là que si l'on conserve les définitions des quantités z, Z, b', A, C, D, F, E, L, N, M, G, H, P, Q, tangente B, sinus B, Δ', ε', β', ϖ', μ', Ξ', Γ', Θ'; ε'', β'', ϖ'', μ'', Γ'', Θ'', Σ'', des §. 122, 158, 161, 162 & 164, & que l'on suppose de plus

$$\varepsilon = \varepsilon' + \frac{\Delta'\varepsilon''}{r}; \quad \beta = \beta' + \frac{\Delta'\beta''}{r}; \quad \varpi = \varpi' + \frac{\Delta'\varpi''}{r};$$

$$\mu = \mu' + \frac{\Delta'\mu''}{r}; \quad \Xi = \Xi'; \quad \Gamma = \Gamma' + \frac{\Delta'\Gamma''}{r};$$

$$\Theta = \Theta' + \frac{\Delta'\Theta''}{r}; \quad \Sigma = \frac{\Delta'\Sigma}{r}.$$

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times F - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang. } B}$$

$$dy = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\Delta' L \times \text{sinus } B}{r\pi D} \text{ var. hor. (parallaxe horiz. pol. de la Lune)} \\ + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ variation horaire (déclinaison du Soleil)} \\ + \frac{\varepsilon}{r}\, d \text{ (déclinaison du Soleil) } + \frac{\beta}{r}\, d \text{ (latitude du parallèle)} \\ + \varpi\, d \text{ (demi-grand axe terrestre) } + \frac{\mu}{r}\, d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} \\ + \frac{\Xi}{r}\, d \text{ (mouv. hor. de la ☾ au ☉) } + \frac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. pol. de la ☾)} \\ - \frac{\Gamma}{r}\, d \text{ (parall. horiz. du Soleil) } + \frac{\Theta}{r}\, d \text{ (latitude de la Lune).} \\ \qquad \textit{Contacts intérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. du ☉) } + \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (inflexion) } - \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. de la ☾).} \\ \qquad \textit{Contacts extérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi-diam. du ☉) } - \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (inflexion) } + \frac{\Sigma}{r}\, d \text{ (demi diam. de la ☾).} \end{array} \right.$$

On aura

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

(168.) J'ai dit (§. 158) que l'heure z, c'est-à-dire l'heure que l'on compte à l'instant du phénomène dans le point du parallèle qui observe le contact assigné comme plus grande phase, est

Année 1767. déterminée par les formules de l'*article III.ᵉ de mon V.ᵉ Mémoire;* mais cette détermination eſt hypothétique, puiſqu'elle eſt un corollaire des élémens hypothétiques employés dans le calcul. Rien de plus ſimple que d'avoir l'expreſſion générale de l'heure, en ſuppoſant variables les élémens de l'Éclipſe.

Soit

z l'heure donnée par le calcul hypothétique de l'*article III de mon V.ᵉ Mémoire.*

$$dz = \begin{cases} + \dfrac{b'}{3600''} \times \dfrac{L \times \text{ſinus } B}{15\,\pi D} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾)} \\ + \dfrac{b'}{3600''} \times \dfrac{\varepsilon''}{15\,r} \text{ variation horaire (déclinaiſon du Soleil)} \\ + \dfrac{\varepsilon''}{15\,r}\, d\,\text{(déclinaiſon du Soleil)} + \dfrac{\beta''}{15\,r}\, d\,\text{(latitude du parallèle)} \\ + \dfrac{\varpi''}{15}\, d\,\text{(demi-grand axe terreſtre)} + \dfrac{\mu''}{15r}\, d\,\text{(inclin. de l'orbite corr.)} \\ + \dfrac{\Gamma''}{15r}\, d\,\text{(parall. horiz. pol. de la ☾)} - \dfrac{\Gamma''}{15r}\, d\,\text{(parall. horiz. du Soleil)} \\ + \dfrac{\Theta''}{15\,r}\, d\,\text{(latitude de la Lune).} \\ \qquad\qquad \textit{Contacts intérieurs des limbes.} \\ + \dfrac{\Sigma''}{15r}\, d\,\text{(demi-diam. du }\odot\text{)} + \dfrac{\Sigma''}{15r}\, d\,\text{(inflexion)} - \dfrac{\Sigma''}{15r}\, d\,\text{(demi-diam. de la ☾).} \\ \qquad\qquad \textit{Contacts extérieurs des limbes.} \\ + \dfrac{\Sigma''}{15r}\, d\,\text{(demi-diam. du }\odot\text{)} - \dfrac{\Sigma''}{15r}\, d\,\text{(inflexion)} + \dfrac{\Sigma''}{15r}\, d\,\text{(demi-diam. de la ☾).} \end{cases}$$

On aura

Heure que l'on compte dans le point du parallèle à l'inſtant que l'on y obſerve la phaſe aſſignée comme plus grande phaſe $= z + dz$.

Il eſt ſuperflu d'avertir que toutes les quantités qui entrent dans cette dernière équation ſont en grande partie connues par les calculs des *paragraphes précédens.*

(169.) Au lieu de déterminer la différence en longitude entre le lieu z' & un autre lieu Z' qui comptoit une certaine heure donnée à l'inſtant de la conjonction, on peut chercher la diffé-

rence en longitude entre le lieu z' & un autre lieu z'' où l'on aura observé une phase quelconque; rien de plus simple que la solution de ce Problème. Soit y^* & dy^* les valeurs relatives au lieu z'', on aura

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } z'' = y - y^* + dy - dy^*.$$

(170.) Dans l'équation précédente, j'ai nommé y^* & dy^* les valeurs relatives au lieu z''. Ces valeurs se déterminent par les équations du *§. 122,* en ayant toutefois égard aux remarques détaillées dans ce Mémoire relativement au choix de ces valeurs.

EXEMPLE.

(171.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on ait observé à Londres le commencement de l'Éclipse à $9^h\ 4'\ 33''$ du matin; que de plus sous le parallèle boréal de $51^d\ 22'\ 6''$, on ait observé un contact intérieur du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune comme plus grande phase. On demande, 1.° l'expression la plus générale de la différence en longitude de Londres & du point du parallèle qui a observé cette phase; 2.° l'expression la plus générale de l'heure que l'on comptoit dans le lieu à l'instant du phénomène (a).*

(a) Ce n'est point le hasard qui m'a fait appliquer la théorie précédente au parallèle boréal de $51^d\ 22'\ 6''$. Cette latitude est celle de Rochester. Voici ce qu'on lit relativement à cette ville, dans les Transactions philosophiques, *page 171,* année 1764.

Extrait d'une lettre du Docteur Bévis à la Société Royale.

Je puis satisfaire votre curiosité, relativement à la limite de l'Éclipse annulaire. Voici ce que me mande de Chatam M. Murray, mon ami, bon Mathématicien & auteur d'un Ouvrage estimé sur la construction des vaisseaux. « Je vous suis obligé » de l'envoi que vous m'avez fait » d'une excellente lunette achroma- » tique, elle m'a paru faire l'effet d'une lunette ordinaire de douze « pieds. Je m'en suis servi pour ob- « server l'Éclipse de Soleil. J'avois « réglé ma pendule sur un cadran ver- « tical tracé sur le mur de ma mai- « son.... Vers 10 heures & demie « l'Éclipse étoit annulaire. L'anneau « dans sa partie la plus déliée n'avoit « d'épaisseur qu'autant qu'il en falloit « pour être aperçu. Il paroissoit dans « la lunette, beaucoup plus mince « qu'un cheveu. On doit conclure « avec certitude de cette observation, « que Chatam n'étoit pas éloigné d'un « mille (& peut-être moins) de la limite « occidentale de l'Éclipse annulaire. « J'ai tout lieu de croire que cette « limite passoit sur le pont de Ro- « chester ou fort près de ce pont. »

Année 1767. SOLUTION. Les formules de l'*article III de mon V.e Mémoire*, donnent dans le système d'élémens hypothétiques du *§. 5.*

Heure que l'on comptoit à l'instant du phénomène dans le point du parallèle de Rochester qui a observé le contact du limbe austral du Soleil & du limbe austral de la Lune comme plus grande phase, c'est-à-dire, la limite occidentale de l'Eclipse annulaire... $22^h\ 33'\ 16''$.

Distance à la conjonction.................... $= 542''$.

Il s'agit donc, 1.° conformément à ce qui est prescrit dans ce Mémoire, d'évaluer pour l'angle horaire correspondant à $10^h\ 33'\ 16''$ du matin & pour une latitude boréale de $51^d\ 22'\ 6''$, les quantités y & dy, en ayant grande attention de donner à chacune des grandeurs qui composent ces quantités le signe qui leur convient.

Il s'agit en second lieu, d'évaluer relativement à l'observation de Londres, les quantités y^* & dy^*. On en peut voir les valeurs *§. 126.*

Quant à la partie du calcul relative au parallèle, on a $z = 22^h\ 33'\ 16''$, $Z = 22^h\ 21'\ 28$, $b' = +\ 542''$, $A = -\ 1953$, $C = +\ 50390$, $D = -\ 29863$, $F = -\ 7236$, $E = +\ 98973$, $L = +\ 1985$, $N = +\ 46076$, $M = -\ 53991$, $G = +\ 58350$, $H = +\ 46167$, $P = +\ 60975$, $Q = +\ 15570$, $\frac{nr^2}{\zeta v} - C = +\ 143411$, tang. $B =$ tang. $281^d\ 45'\ 47''$... nég. sinus $B =$ sinus $281^d\ 45'\ 47''$... négatif, $\Delta' = +\ 5147$, $\epsilon' = +\ 1972$, $\beta' = -\ 2338$, $\varpi' = +\ 0'',045$, $\mu' = -\ 15$, $\Xi' = +\ 33243$, $\Gamma' = -\ 66093$, $\Theta' = +\ 67457$, $\epsilon'' = -\ 180790$, $\beta'' = +\ 154590$, $\varpi'' = -\ 1'',075$, $\mu'' = -\ 24230$, $\Gamma'' = +\ 15977000$, $\Theta'' = -\ 21268000$, $\Sigma'' = -\ 20711000$, $\epsilon = -\ 7334$, $\beta = +\ 5619$, $\varpi = -\ 0'',010$, $\mu = -\ 1262$, $\Xi = +\ 33243$, $\Gamma = +\ 756247$, $\Theta = -\ 1027143$, $\Sigma = -\ 1066000$.

Donc

$$y = +\ 22^h\ 33'\ 16'' - 22^h\ 21'\ 28'' - 8'\ 33'' - 29'' = +\ 2'\ 46''.$$

$$dy = \begin{cases} -\ 0{,}073\ d\ (\text{déclinaison du Soleil}) + 0{,}056\ d\ (\text{latit. du parallèle}) \\ -\ 0'',010\ d\ (\text{demi-grand axe terr.}) - 0{,}013\ d\ (\text{inclin. de l'orb. corr.}) \\ +\ 0{,}332\ d\ (\text{mouv. hor. ☾ au ☉}) + 7{,}562\ d\ (\text{parall. horiz. pol. ☾}) \\ -\ 7{,}562\ d\ (\text{parall. horiz. du Soleil}) - 10{,}271\ d\ (\text{latit. de la Lune}) \\ -\ 10{,}660\ d\ (\text{demi-diamètre du Soleil}) - 10{,}660\ d\ (\text{inflexion}) \\ +\ 10{,}660\ d\ (\text{demi-diamètre de la Lune}). \end{cases}$$

Donc

Différence en longitude entre le point du parallèle de Rochester où l'on a cessé de pouvoir observer l'Éclipse annulaire, & l'observatoire de M. Short à Londres

$$= \begin{cases} +\ 2'\ 46'',160 - 0{,}091\ d\ (\text{déclinaison du Soleil}) \ldots\ldots \\ -\ 0{,}834\ d\ (\text{comm. de l'Écl. à Londres}) + 0{,}056\ d\ (\text{latit. du parall.}) \\ +\ 0{,}030\ d\ (\text{latitude de Londres}) - 0'',066\ d\ (\text{demi-grand axe terr.}) \\ -\ 0{,}008\ d\ (\text{inclin. de l'orb. corr.}) + 3{,}162\ d\ (\text{mouv. hor. ☾ au ☉}) \\ +\ 7{,}942\ d\ (\text{parall. horiz. pol. ☾}) - 7{,}942\ d\ (\text{parall. horiz. du ☉}) \\ -\ 10{,}998\ d\ (\text{latit. de la Lune}) - 12{,}896\ d\ (\text{demi-diam. du ☉}) \\ -\ 8{,}424\ d\ (\text{inflexion}) + 8{,}424\ d\ (\text{demi-diam. de la ☾})\ (a). \end{cases}$$

(172.) Quant à l'expression de l'heure que l'on comptoit dans le point du parallèle à l'instant du contact des limbes observé comme plus grande phase, on aura

Heure que l'on comptoit dans le point du parallèle à l'instant que l'on y a observé la phase assignée comme plus grande phase

$$= \begin{cases} 22^h\ 33'\ 16'' - 0{,}121\ d\ (\text{déclinaison du Soleil}) \ldots\ldots \\ +\ 0{,}103\ d\ (\text{latitude du parallèle}) - 0'',071\ d\ (\text{demi-grand axe terr.}) \\ -\ 0{,}016\ d\ (\text{inclin. de l'orb. corr.}) + 10{,}651\ d\ (\text{parall. horiz. pol. ☾}) \\ -\ 10{,}651\ d\ (\text{parall. horiz. du Soleil}) - 14{,}179\ d\ (\text{latit. de la Lune}) \\ -\ 13{,}807\ d\ (\text{demi-diamètre du Soleil}) - 13{,}807\ d\ (\text{inflexion}) \\ +\ 13{,}807\ d\ (\text{demi-diamètre de la Lune}). \end{cases}$$

(a) Suivant les Cartes anglaises, le pont de Rochester est situé entre 2′ 40″ & 2′ 50″ à l'orient de Londres. Ce dernier point me paroît important à constater, ainsi que la latitude du pont de Rochester. L'Académie a lieu

(173.) Qu'il me ſoit permis de faire une remarque importante. L'équation du *§. 169,* pour être déterminée, exige que l'on parte d'une obſervation de phaſe faite dans un lieu z'', autrement il eſt impoſſible de connoître la partie de l'équation relative au lieu z''. Lorſqu'il eſt queſtion d'une Éclipſe future, le lieu z'' eſt inconnu. On peut, il eſt vrai, ſubſtituer à ce lieu, le lieu particulier qui comptera, par exemple, midi ou minuit, ou telle autre heure à l'inſtant de la conjonction; & alors on aura l'expreſſion la plus générale de la différence en longitude entre ce lieu & le point du parallèle qui obſervera le contact aſſigné comme plus grande phaſe. Mais quel ſera le lieu particulier qui comptera midi ou minuit, ou telle autre heure à l'inſtant de la conjonction? c'eſt ce qu'on ne peut déterminer qu'hypothétiquement. Il eſt donc de l'eſſence du Problème relativement à une Éclipſe future, qu'il reſte toujours l'incertitude de l'inſtant phyſique de la conjonction. Je dis plus; quand même on connoîtroit cet inſtant phyſique, & par conſéquent la longitude du lieu particulier qui compte telle ou telle heure à l'inſtant de la conjonction, il reſteroit encore un très-grand nombre d'indéterminées. Cette remarque doit faire ſentir combien on ſe feroit illuſion ſi l'on ſe flattoit de connoître en particulier tel ou tel élément de la Lune par une obſervation même exacte de la limite de l'Éclipſe. Il n'y a certainement qu'un grand nombre d'obſervations faites dans des lieux éloignés, qui puiſſent donner une conviction raiſonnable; autrement on ſeroit dans le cas d'attribuer à l'erreur ſur tel ou tel élément, ce qui dans la réalité peut être auſſi probablement attribué à l'erreur ſur un autre élément. Ces réflexions démontrent de plus en plus la vérité de ce que j'ai avancé ſur l'importance de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, & ſur la rareté d'un phénomène où toutes les circonſtances ont concouru à circonſcrire les conſéquences poſſibles dans les limites les plus étroites.

d'attendre du zèle de la Société royale, qu'elle donnera les éclairciſſemens les plus précis ſur ces objets. J'ajouterai que les élémens hypothétiques du *paragraphe 5,* paroiſſent cadrer auſſi exactement avec l'obſervation de Nolon qui donne la limite orientale de l'Éclipſe annulaire. Je réſerve ces détails pour un autre Mémoire.

Détermination de la Zone annulaire.

(174.) J'ai remarqué *(V.e Mémoire, §. 93)* que dans nos climats d'Europe l'inflexion des rayons ſolaires ſuppoſée de 4",5, avoit augmenté d'environ un quinzième la largeur de la bande annulaire; c'eſt-à-dire, la largeur de la zone où l'on a pu obſerver l'Éclipſe annulaire: je n'avois alors appliqué le calcul qu'à l'inflexion. Il eſt aiſé de ſentir que la théorie eſt beaucoup plus générale, & que le Problème doit ſe réſoudre également en faiſant varier un élément quelconque de l'Éclipſe. Je me propoſe de traiter aujourd'hui la queſtion dans la plus grande généralité. Je vais donner l'expreſſion rigoureuſe de la largeur de cette zone & de la variation de ſa largeur, en ſuppoſant variable un élément quelconque. Rien de plus ſimple que l'analyſe du Problème. *Année 1767.*

Soit

z' le lieu où l'on a obſervé un contact aſſigné des limbes comme plus grande phaſe, ſous un parallèle donné.

y & dy des quantités évaluées relativement au lieu z', par les formules du *§. 167.*

z'' le lieu où l'on a obſervé ſous le même parallèle le contact corelatif des limbes, comme plus grande phaſe.

y' & dy' des quantités évaluées relativement au lieu z'', par les formules du *§. 167.*

Il eſt évident que l'on aura

Longitude du lieu z'' — longitude du lieu $z' = y' - y + dy' - dy$.

Mais

Longitude du lieu z'' — longitude du lieu z' eſt l'expreſſion de la largeur de la zone annulaire que nous nous propoſions de trouver.

Donc

Largeur de la zone ſous chaque parallèle $= y' - y + dy' - dy$.

(175.) Je ne m'étendrai pas davantage ſur la queſtion propoſée qui, ainſi qu'il eſt aiſé de le voir, eſt réſolue dans toute ſa généralité. La quantité $y' - y$ eſt la largeur hypothétique de la zone; $dy' - dy$ exprime la variation de cette largeur, en ſuppoſant variable un élément quelconque.

(176.) Il eſt aiſé de remarquer que dans toutes les équations

de ce Mémoire, d (parallaxe du Soleil) a le même coëfficient que d (parallaxe de la Lune), mais avec un ſigne contraire. Cette remarque doit faire conclure que les Éclipſes de Soleil ſont peu propres à donner des lumières ſur la diſtance de ce dernier aſtre à la Terre. En effet, la théorie des forces centrales ne donne aucune relation entre la diſtance de la Terre au Soleil & la diſtance de la Lune à la Terre, puiſque les centres des mouvemens de ces aſtres étant différens, on ne peut rien conclure du rapport des temps des révolutions. Il n'eſt donc pas poſſible d'éliminer l'une de ces diſtances par l'autre, au moyen d'aucune équation tirée de la théorie. L'incertitude de la parallaxe du Soleil eſt à peine de deux ſecondes; elle eſt beaucoup au-deſſous de l'incertitude que l'on peut avoir ſur la parallaxe de la Lune. Les réſultats ſont abſolument les mêmes, ſoit que l'on faſſe varier la parallaxe du Soleil, ſoit que l'on faſſe varier de la même quantité, mais en ſens contraire, la parallaxe de la Lune. Il eſt donc impoſſible de démêler dans les phénomènes, ſi telle ou telle erreur en particulier doit être attribuée à la parallaxe du Soleil, ou à la parallaxe de la Lune. Il n'en eſt pas de même des paſſages de Vénus ſur le diſque du Soleil. Ces phénomènes, par des raiſons contraires à celles que je viens d'expoſer pour les Éclipſes de Soleil, ſont très-propres à fixer, autant qu'il eſt poſſible, notre incertitude ſur la diſtance du Soleil à la Terre.

Démonſtration d'une Propoſition énoncée dans le §. 160.

(177.) J'ai dit *(§. 160)* que ſi l'on ne ſuppoſe qu'une légère variation dans les élémens de l'Éclipſe, l'angle B varie d'une manière ſi peu ſenſible, qu'on peut le regarder comme rigoureuſement déterminé relativement aux différentes queſtions propoſées dans l'*article V* du préſent Mémoire; je vais donner ſommairement la démonſtration de cette propoſition.

(178.) Soit

$$C = \frac{cgp\rho\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\varphi}{r^3}, \quad D = \frac{cgp\rho\varphi}{r^4} - \frac{ch\rho\omega}{r^3}.$$

On a vu que

Tangente

$$\text{Tangente } B = r \times \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} - C}{D};$$

& que par conſéquent

$$\text{Sinus } B = r \times \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} - C}{\sqrt{[D^2 + (\frac{nr^2}{\zeta v} - C)^2]}};$$

Si l'on cherche la différencielle de tang. B & de ſinus B, on aura

$$d(\text{tang.} B) = \frac{\text{tang.} B}{\frac{nr^2}{\zeta v} - C} \times [d(\frac{nr^2}{\zeta v} - C) - \frac{\text{tang.} B}{r} \times dD].$$

$$d(\text{ſinus } B) = \frac{\text{ſinus}^3 B}{(\frac{nr^2}{\zeta v} - C) \times \text{tang.}^2 B} \times [d(\frac{nr^2}{\zeta v} - C) - \frac{\text{tang.} B}{r} \times dD].$$

Je déſignerai par *(A)* & *(B)* les deux équations précédentes.

(179.) Si l'on conſerve les définitions de $A, F, L, Z, z, y, \Delta'$ des *§. 158 & 161*, j'ai fait voir que l'on a les deux équations ſuivantes,

$$L \times \frac{\text{ſinus } B}{r} - A = 0;$$

$$y = z - Z + \frac{3600'' \zeta}{nr} \times F - \frac{3600'' \zeta}{nr} \times \frac{Ar}{\text{tang.} B}.$$

J'ai donné *(§. 162)* la valeur de la différencielle de y, en ne ſuppoſant de conſtant que l'angle B, & dans cette dernière équation j'ai fait voir comment on éliminoit dz au moyen de l'équation $L \times \frac{\text{ſinus } B}{r} - A = 0$, différenciée pareillement dans la ſuppoſition de l'angle B conſtant. Il eſt donc ſenſible que les termes négligés dans la valeur de dy, & qui empêchent que ſon expreſſion ne ſoit la plus générale qu'il eſt poſſible, ſont 1.° ceux qui dans la différenciation de l'expreſſion de y ſeroient venus du développement du terme $-\frac{3600'' \zeta A}{nr} \times d(\frac{r}{\text{tang.} B})$; 2.° ceux qui, lors de l'élimination de dz dans le terme $\frac{\Delta'}{r} \times 15\, dz$ du *§. 162*, ont été omis par le défaut de

généralité abſolue de la valeur de $d\zeta$. Examinons ce que nous auroient donné ces développemens.

(180.) Pour nous fixer, je remarque que les termes omis dans la valeur la plus générale de $d\zeta$, ont la forme ſuivante,

$$15\, d\zeta + 206265'' \times \frac{L \times \text{tang.}\, B}{r^2 \left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C\right)} \times (d \text{ ſinus } B) = 0.$$

Il eſt donc ſenſible que les termes négligés dans la valeur de dy, & qui empêchent que ſon expreſſion ne ſoit la plus générale qu'il eſt poſſible, peuvent être repréſentés par

$$dy = -206265'' \times \frac{L \Delta' \times \text{tang.}\, B}{r^3 \left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C\right)} \times d\,(\text{ſin.}\, B) + 3600'' \times \frac{\zeta A}{n \times \text{tang.}^2 B} \times d\,(\text{tang.}\, B).$$

Je déſignerai par *(C)* & *(D)* ces deux dernières équations. Comme ces équations renferment d (ſinus B), d (tang. B), & que ces quantités *(§. 178)* renferment elles-mêmes dD & $d\left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C\right)$, il s'agit, avant tout, d'avoir l'expreſſion la plus générale de dD & de $d\left(\frac{n r^2}{\zeta v} - C\right)$.

(181.) Si l'on conſerve les définitions précédentes de b', variation horaire (déclinaiſon du Soleil), d (déclinaiſon du Soleil), d (latitude du parallèle), a, d (demi-grand axe terreſtre), d (inclin. de l'orbite corrigée), d (mouv. horaire de la Lune au Soleil), d (parallaxe horiz. du Soleil), d (parallaxe horiz. polaire de la Lune); on aura par des calculs entièrement ſemblables aux autres calculs de ce Mémoire,

$$dD = \begin{cases} + \left[\frac{c h p \rho \varphi \Omega}{q r^3 \chi} + \frac{c g \rho}{r^3} \left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi}\right)\right] \times \left(\frac{b'}{3600''} \times \frac{\text{var. hor. (décl.} \odot)}{206265''} + \frac{d\,(\text{décl.} \odot)}{206265''}\right) \\ + \left(\frac{\rho \omega h s}{r^3} - \frac{p \rho \varphi g s}{r^4}\right) \frac{d \text{ (latitude du parallèle)}}{206265''} \\ + \left(\frac{c g p \varphi}{r^3} - \frac{c h \omega}{r^2}\right) \times \left(r + \frac{s^2}{r}\right) \times \frac{a}{r^2}\, d \text{ (demi-grand axe terr.)} \\ - \left(\frac{c g p \rho \omega}{r^4} + \frac{c h \rho \varphi}{r^3}\right) \frac{d \text{ (inclinaiſon de l'orbite corrigée)}}{206265''} \\ + \left(\frac{c h p \rho \varphi}{r^4} \pm \frac{c g \rho \omega}{r^3}\right) \times \frac{15\, d\zeta}{206265''}. \end{cases}$$

$$d\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right) = \left\{\begin{array}{l} -\left[\frac{chp\rho\omega\Omega}{qr^3\chi} + \frac{cg\rho}{r^3}\left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2\psi}{r\chi}\right)\right] \times \left(\frac{b'}{3600''} \times \frac{\text{var. hor. (décl.} \odot)}{206265''} + \frac{d\,(\text{décl.} \odot)}{206265''}\right) \\ + \left(\frac{\rho\varphi hs}{r^3} + \frac{p\rho\omega gs}{r^4}\right) \frac{d\,(\text{latitude du parallèle})}{206265''} \\ - \left(\frac{cgp\omega}{r^3} + \frac{ch\varphi}{r^2}\right) \times \left(r + \frac{s^2}{r}\right) \times \frac{a}{r^2}\, d\,(\text{demi-grand axe terr.}) \\ - \left(\frac{cgp\rho\varphi}{r^4} - \frac{ch\rho\omega}{r^3}\right) \frac{d\,(\text{inclinaison de l'orbite corrigée})}{206265''} \\ + \frac{r^5}{\zeta v\psi\pi} \times \frac{d\,(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil})}{206265''} \\ - \frac{nr^3}{\zeta v\pi} \times \frac{d\,(\text{parallaxe horizontale polaire de la Lune})}{206265''} \\ + \frac{nr^3}{\zeta v\pi} \times \frac{d\,(\text{parallaxe horizontale du Soleil})}{206265''} \\ - \left(\frac{chp\rho\omega}{r^4} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3}\right) \times \frac{15\,dz}{206265''}. \end{array}\right.$$

(182.) Pour ſavoir maintenant à quoi s'en tenir ſur la valeur des quantités négligées; dans l'équation *(B)* du *§. 178*, je ſubſtitue les valeurs de dD & de $d\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right)$ du *§. 181*, & j'en conclus l'expreſſion générale de d (ſinus B); je ſubſtitue cette expreſſion dans l'équation *(C)* du *§. 180*, & j'en tire une équation *(E)* qui me donne la valeur de dz, c'eſt-à-dire l'erreur ſur l'inſtant précis de la plus grande phaſe, dûe à la variation de l'angle B. Je cherche pareillement l'expreſſion générale de d (tang. B); dans l'équation *(D)* du *§. 180*, je ſubſtitue à d (ſinus B) & à d (tang. B), leur expreſſion générale. J'élimine dz par le moyen de l'équation *(E)*, & j'ai l'expreſſion de l'erreur de la longitude, dûe à la variation de l'angle *(B)*. Il ne s'agit plus que d'appliquer le calcul aux circonſtances les plus déſavorables à la méthode.

(183.) La forme des équations précédentes fait voir qu'une des circonſtances les plus déſavorables eſt celle où A & L ayant leurs plus grandes valeurs, $\frac{nr^2}{\zeta v} - C$ & tang. B ont en même temps les plus petites valeurs poſſibles. J'ai fait voir dans le cours

de cet Ouvrage, que si l'Éclipse du 1.er Avril 1764 étoit arrivée à l'instant de l'équinoxe, avec une latitude de la Lune, de 27′ 46″ boréale, toutes les autres données de l'Éclipse étant d'ailleurs les mêmes, on se seroit trouvé dans ces circonstances, relativement au lieu qui sous l'Équateur auroit observé un contact extérieur des limbes à midi; il s'agit donc d'appliquer le calcul à cette hypothèse. Si l'on exécute ce travail, on trouvera un résultat presque nul, même pour la circonstance singulière que je viens d'indiquer. Dans le cas des calculs du *§. 171,* l'erreur eut été absolument nulle. On voit maintenant avec quelle restriction la proposition du *§. 160* doit être énoncée. Au reste, si l'on croyoit devoir pousser l'exactitude au point de ne pas négliger les termes dûs à la variation de l'angle *B,* on pourroit y avoir égard au moyen des équations que je viens de développer.

Méthode pour déterminer la Longitude du Soleil & de la Lune correspondante à l'instant vrai de la conjonction, & l'erreur des Tables astronomiques, soit en longitude, soit en latitude.

(184.) Je terminerai ce Mémoire par la détermination de la Longitude du Soleil & de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; & par la détermination de l'erreur des Tables astronomiques en longitude & en latitude. Rien de plus simple que la solution de ces questions.

Soit

Longitude des Tables du Soleil, la longitude du Soleil donnée par les Tables. Cette longitude est celle qui répond à l'instant de la conjonction donné par les Tables.

d (longitude du Soleil), l'erreur de la longitude des Tables du Soleil exprimée en secondes de degré. Cette erreur doit se déterminer immédiatement par observation, en comparant, par exemple, le Soleil à une Étoile, & en voyant combien le lieu observé diffère du lieu calculé.

Mouvement horaire du Soleil, le mouvement horaire du Soleil, donné par les Tables, & exprimé en secondes de degré.

Latitude des Tables de la Lune, la latitude de la Lune donnée par

les Tables. Cette latitude est celle qui répond à l'instant de la conjonction donné par les Tables.

Mouvement horaire de la Lune en longitude, le mouvement horaire de la Lune en longitude exprimé en secondes de degré.

Mouvement horaire de la Lune en latitude, le mouvement horaire de la Lune en latitude exprimé en secondes de degré.

b' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction donné par les Tables, jusqu'à l'instant vrai de la conjonction.

db' le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant vrai de la conjonction, jusqu'à celui que l'on conclut des observations.

Latitude hypothétique de la Lune, la latitude de la Lune que l'on conclut des observations, & qui répond à l'instant de la conjonction déduit des observations.

d (latitude de la Lune), la différence entre la latitude vraie de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction déduit des observations, & la latitude hypothétique que l'on conclut de ces mêmes observations.

Il est évident, d'après ces définitions, que l'on aura

Longitude du Soleil & de la Lune à l'instant vrai de la conjonction

$$= \text{longit. des Tables du} \odot + d(\text{longit. du} \odot) + \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor. du} \odot.$$

Longitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction conclu des observations

$$= \begin{cases} \text{longit. des Tables du} \odot + d(\text{longit. du} \odot) + \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor. du} \odot \\ + \frac{db'}{3600''} \text{ mouvement horaire de la Lune en longitude.} \end{cases}$$

Latitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction conclu des observations

$$= \text{latitude hypothétique de la Lune} - d\,(\text{latitude de la Lune}).$$

Erreur des Tables lunaires en longitude

$$= -d(\text{longit} \odot) + \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor.} ☾ \text{ en longit.} - \frac{b'}{3600''} \text{ mouv. hor.} \odot.$$

Erreur des Tables lunaires en latitude

$$= \begin{cases} \text{latitude des Tables de la} ☾ + \left(\frac{b' + db'}{3600''}\right) \text{ mouv. hor.} ☾ \text{ en latit.} \\ - \text{latitude hypothétique de la Lune} + d\,(\text{latitude de la Lune}). \end{cases}$$

(185.) Dans l'usage de ces formules

La longitude des Tables du Soleil, le mouvement horaire du Soleil, le mouvement horaire de la Lune en longitude, sont toujours positifs.

d (longitude du Soleil) eſt poſitif ſi le Soleil eſt plus avancé dans ſon orbite que ne le ſuppoſent les Tables aſtronomiques.

d (longitude du Soleil) eſt négatif dans le cas contraire.

La latitude des Tables de la Lune eſt poſitive ſi la latitude de la Lune eſt boréale; elle eſt négative ſi la latitude de la Lune eſt auſtrale. Il en eſt de même de la latitude vraie, & de la latitude hypothétique de la Lune.

Le mouvement horaire de la Lune en latitude eſt poſitif lorſque l'Éclipſe arrive dans le nœud aſcendant; il eſt négatif dans le cas contraire.

d (latitude de la Lune) eſt poſitif ſi la latitude que l'on conclut des obſervations, eſt plus boréale ou moins auſtrale que la latitude vraie de la Lune.

d (latitude de la Lune) eſt négatif dans le cas contraire.

b' eſt poſitif lorſque l'inſtant de la conjonction donné par les Tables aſtronomiques, précède le véritable inſtant de la conjonction.

b' eſt négatif dans le cas contraire.

db' eſt poſitif lorſque le véritable inſtant de la conjonction précède celui que l'on conclut des obſervations.

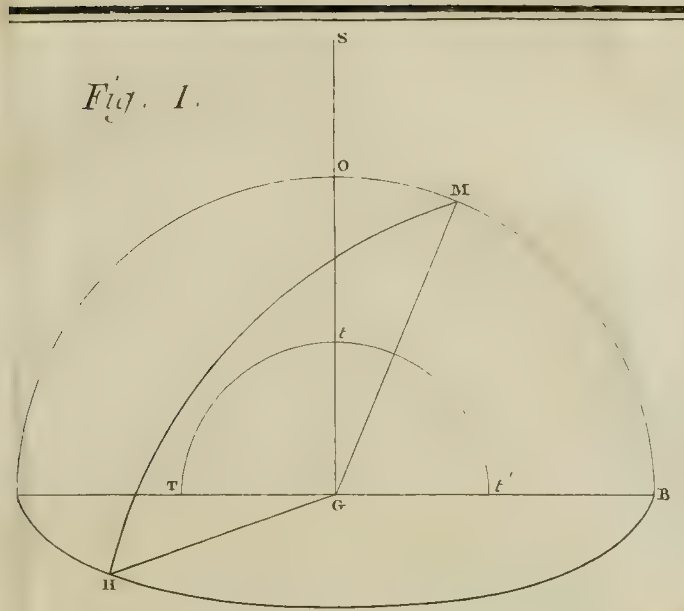
db' eſt négatif dans le cas contraire.

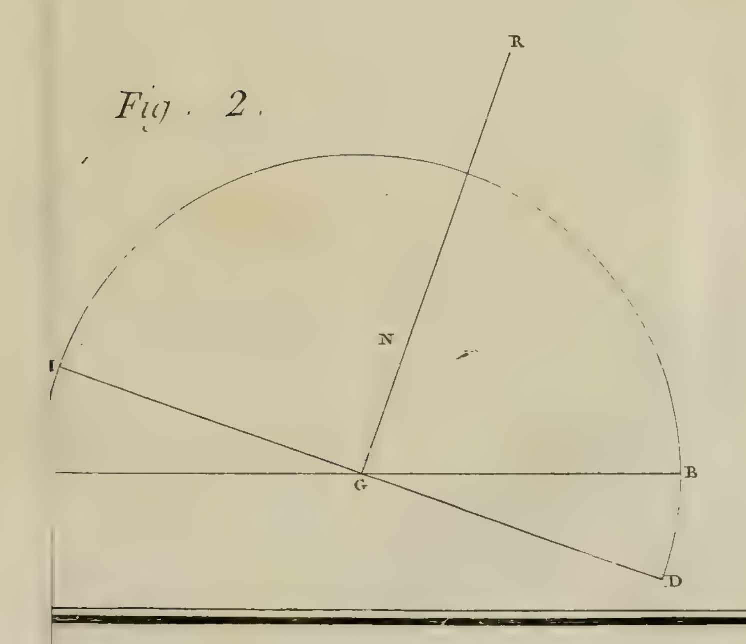
L'erreur des Tables en longitude eſt poſitive lorſque les Tables donnent à la Lune une longitude plus grande qu'elle n'a réellement; l'erreur eſt négative dans le cas contraire.

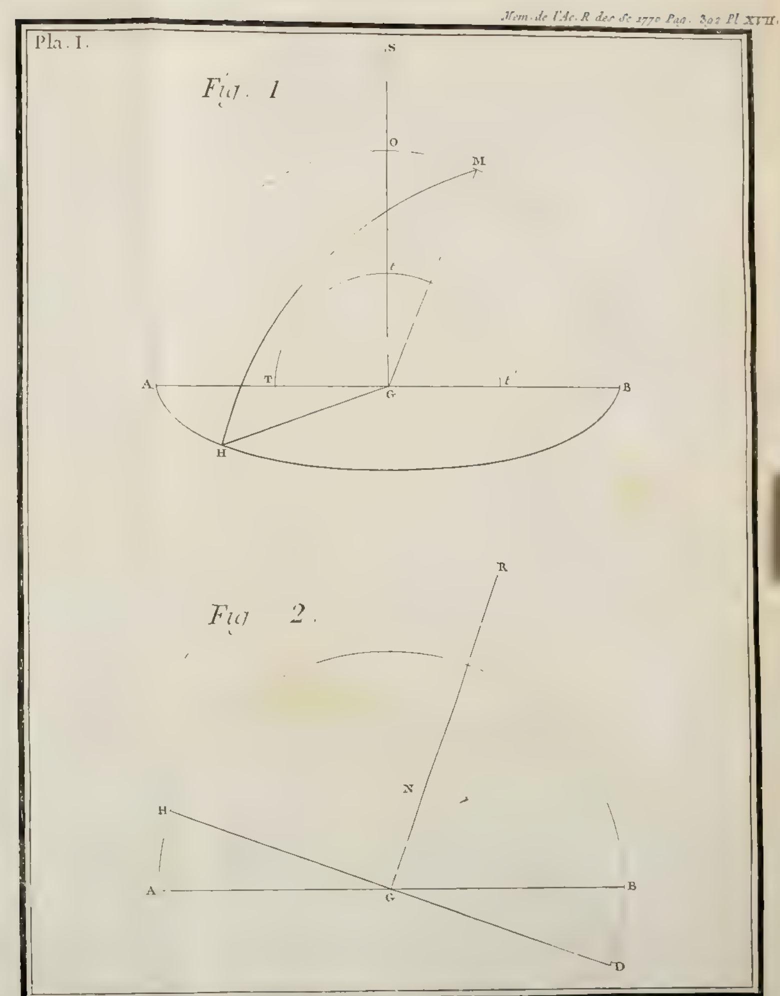
L'erreur des Tables en latitude eſt poſitive lorſque les Tables donnent à la Lune une trop grande latitude boréale ou une trop petite latitude auſtrale; l'erreur eſt négative dans le cas contraire.

(186.) Lorſque l'on calcule, il eſt rare que l'on ait égard à la quantité d (longitude du Soleil); on ſuppoſe de plus d (latitude de la Lune) $= 0$; $db' = 0$; car on croit toujours employer la véritable latitude de la Lune & le véritable inſtant de la conjonction; j'ai cependant préféré de laiſſer ces quantités dans les équations précédentes, afin que l'on ſoit averti du genre d'incertitude qu'il eſt impoſſible d'éviter entièrement. Au reſte, ces incertitudes ſont d'autant plus légères, que l'on eſt plus aſſuré du réſultat des obſervations.

(187.) Appliquons ces principes à la détermination de l'erreur, ſoit en longitude, ſoit en latitude, des nouvelles Tables de M.[rs] Mayer & Clairaut, pour l'Eclipſe du 1.[er] Avril 1764.


Fig. 1.
S
O
M
t
T
G
t'
B
H


R
Fig. 2.
N
I
G
B
D


Pla. I.
Fig. 1
S
O
M
t
A
T
G
t'
B
H
Fig. 2.
R
N
H
A
G
B
D

Si les élémens hypothétiques du *§. 5* sont exacts, ainsi que j'ai lieu de le croire; on a

Heure que l'on comptoit, lors de la conjonction, dans l'observatoire de M. Short à Londres...		22h 21′ 28″
Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction..		0. 39. 32,0 boréale.

Suivant les nouvelles Tables de M. Mayer, on a

Heure que l'on comptoit, lors de la conjonction, dans l'observatoire de M. Short............	22h	19′ 7″,5
Longitude des Tables du Soleil............	0s 12d	9. 53,5
Latitude des Tables de la Lune..................		39. 36,0
Mouvement horaire du Soleil....................		2. 27,6
Mouvement horaire de la Lune en longitude..........		29. 40,2
Mouvement horaire de la Lune en latitude...........		2. 43,5

Donc $b' = 140'',5$; donc, si l'on suppose d'ailleurs d (longitude du Soleil) $= 0$, d (latitude de la Lune) $= 0$, $db' = 0$; on aura

Erreur en longitude des nouvelles Tables de M. Mayer.	$= + 63'',7$
Erreur en latitude des nouvelles Tables de M. Mayer..	$= + 10,4$

(188.) Si l'on avoit appliqué le calcul aux nouvelles Tables de M. Clairaut, on auroit eu

Heure que l'on comptoit, lors de la conjonction, dans l'observatoire de M. Short...........	22h	22′ 17″,3
Longitude des Tables du Soleil...............	0s 12d	10. 1,3
Latitude des Tables de la Lune............		39. 44,2
Mouvement horaire du Soleil...............		2. 27,7
Mouvement horaire de la Lune en longitude... (*)		29. 38,7
Mouvement horaire de la Lune en latitude.... (*)		2. 43,6
Erreur en longitude des nouvelles Tables de M. Clairaut	=	− 22,3
Erreur en latitude des nouvelles Tables de M. Clairaut	=	+ 10,0

Au reste l'exactitude de ces résultats est subordonnée à l'exactitude des élémens hypothétiques & aux remarques du *§. 186*.

(189.) On voit par-là, que pour l'Éclipse du 1.er Avril 1764, les nouvelles Tables de M.rs Mayer & Clairaut donnent

(*) Ces résultats sont plus conformes aux Tables de M. Clairaut, que ceux du *paragraphe 186*.

à la Lune la même latitude; mais qu'elles donnent à cet astre une longitude qui diffère de 86". Je crois pouvoir répondre de ces calculs; si cependant l'on étoit curieux de les vérifier, voici des résultats dont il faudroit s'assurer.

31 Mars 1764,

$22^h\ 21'\ 56''$ temps vrai } à Greenwich.
22. 25. 40 temps moyen }

	Longitude du ☉.	*Longitude de la* ☾.	*Latit. de la* ☾.
Tables de MAYER...	$0^s\ 12^d\ 9'\ 59'',3$....	$0^s\ 12^d\ 11'\ 3''$....	$39'\ 42'',4$

$22^h\ 31'\ 12''$ temps vrai } à Paris.
22. 34. 56 temps moyen }

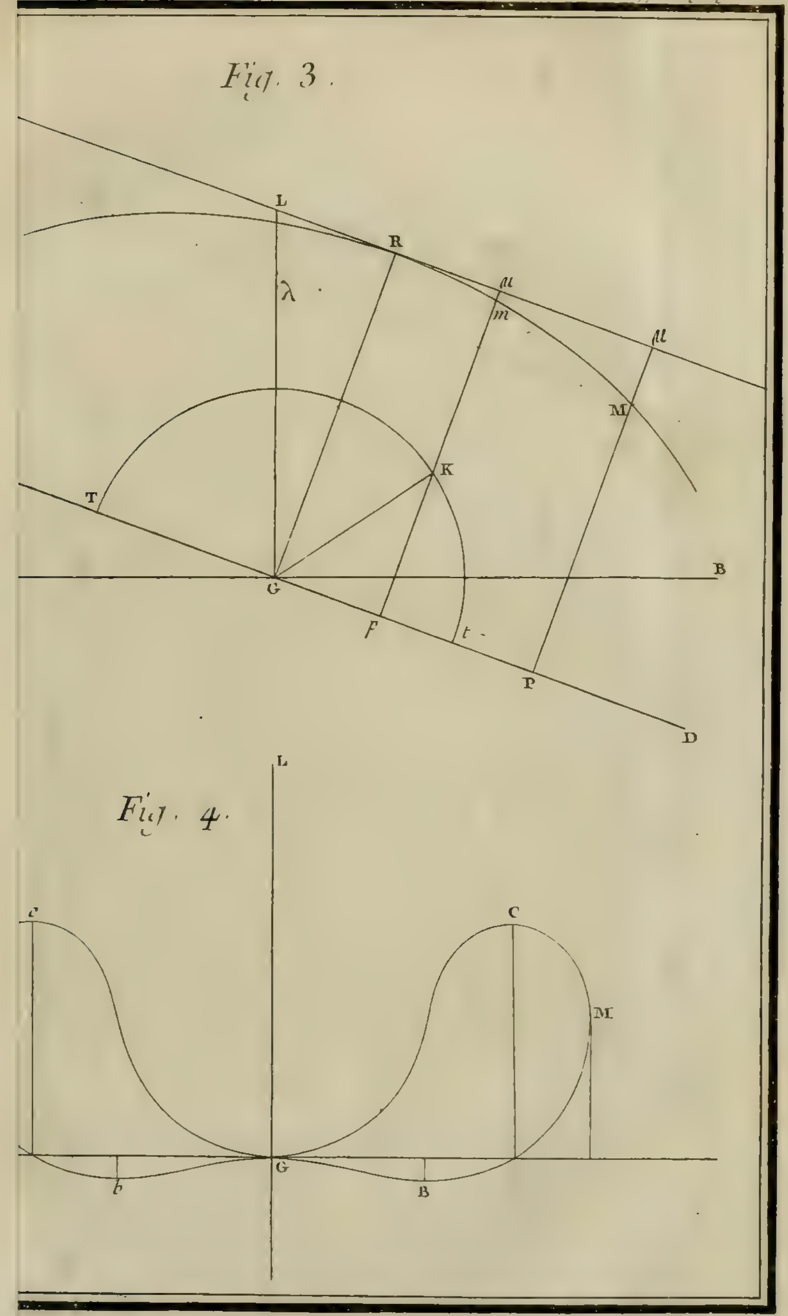
Tables de CLAIRAUT....................		$0^s\ 12^d\ 9'\ 37''$...	$39'\ 42'',0$

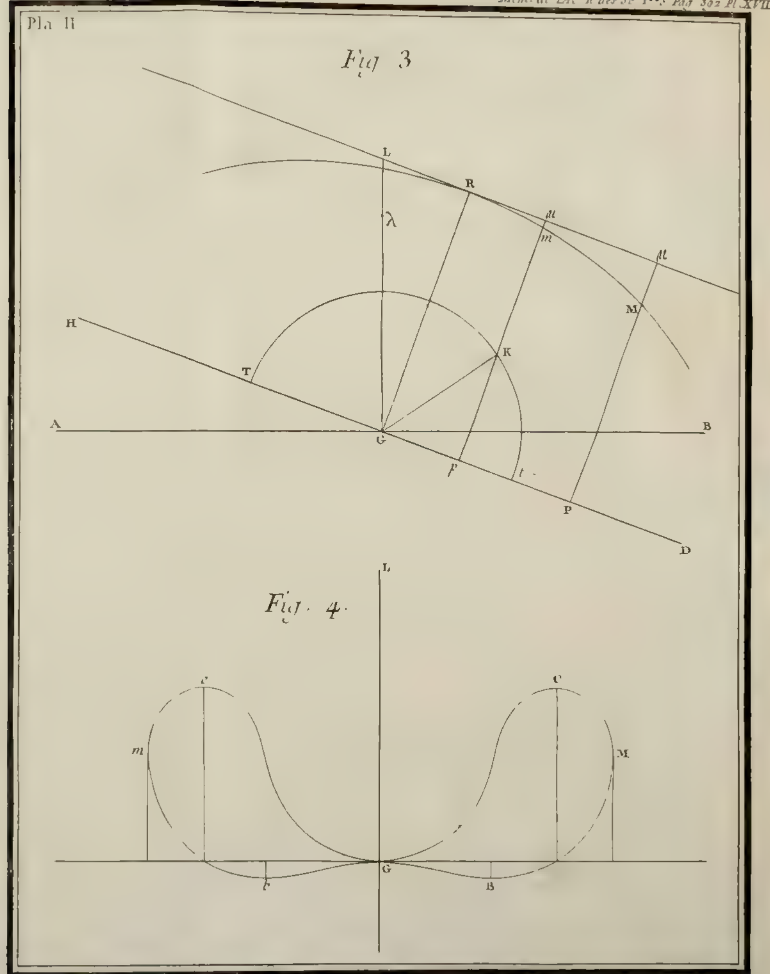
(190.) Sans vouloir prononcer sur le mérite des différentes Tables Astronomiques; je dois à la mémoire de M. Clairaut, de dire ici que dans le petit nombre de circonstances où j'ai eu occasion de vérifier ses nouvelles Tables, j'ai trouvé l'accord le plus satisfaisant entre leurs résultats & les observations *.

(191.) Je me proposois de donner ici l'application des formules précédentes aux observations faites en Europe le 1.er Avril 1764; la longueur de ce Mémoire m'oblige de remettre à une autre année la publication de cette partie de mon travail, qui pourra mériter quelqu'attention par la généralité des calculs. J'observe en finissant que si, dans l'équation de condition entre le commencement & la fin de l'Eclipse observés à Vienne, du *§. 143,* on supposoit, conformément à la remarque du *§. 34,* d (demi diamètre du Soleil) $= 5''$, & que l'on cherchât la valeur de d (instant de la fin de l'Éclipse), d (instant du comm. de l'Éclipse), toutes les autres données étant d'ailleurs supposées exactes, on auroit, par un résultat moyen, une durée de l'Eclipse plus grande d'environ 30" que la durée observée.

* Éclipses de Soleil des 26 Octobre 1753, 1.er Avril 1764, 16 Août 1765, 5 Août 1766, 4 Juin 1769.

REMARQUES


Fig. 3.
L
R
λ
μ
m
μ
M
K
T
G
B
F
t
P
D
Fig. 4.
L
c
C
M
G
b
B


Pla. II
Fig. 3
L
R
λ
m
m
M
H
T
K
A
B
G
F
t
P
D
Fig. 4.
L
c
C
m
M
G
F
B

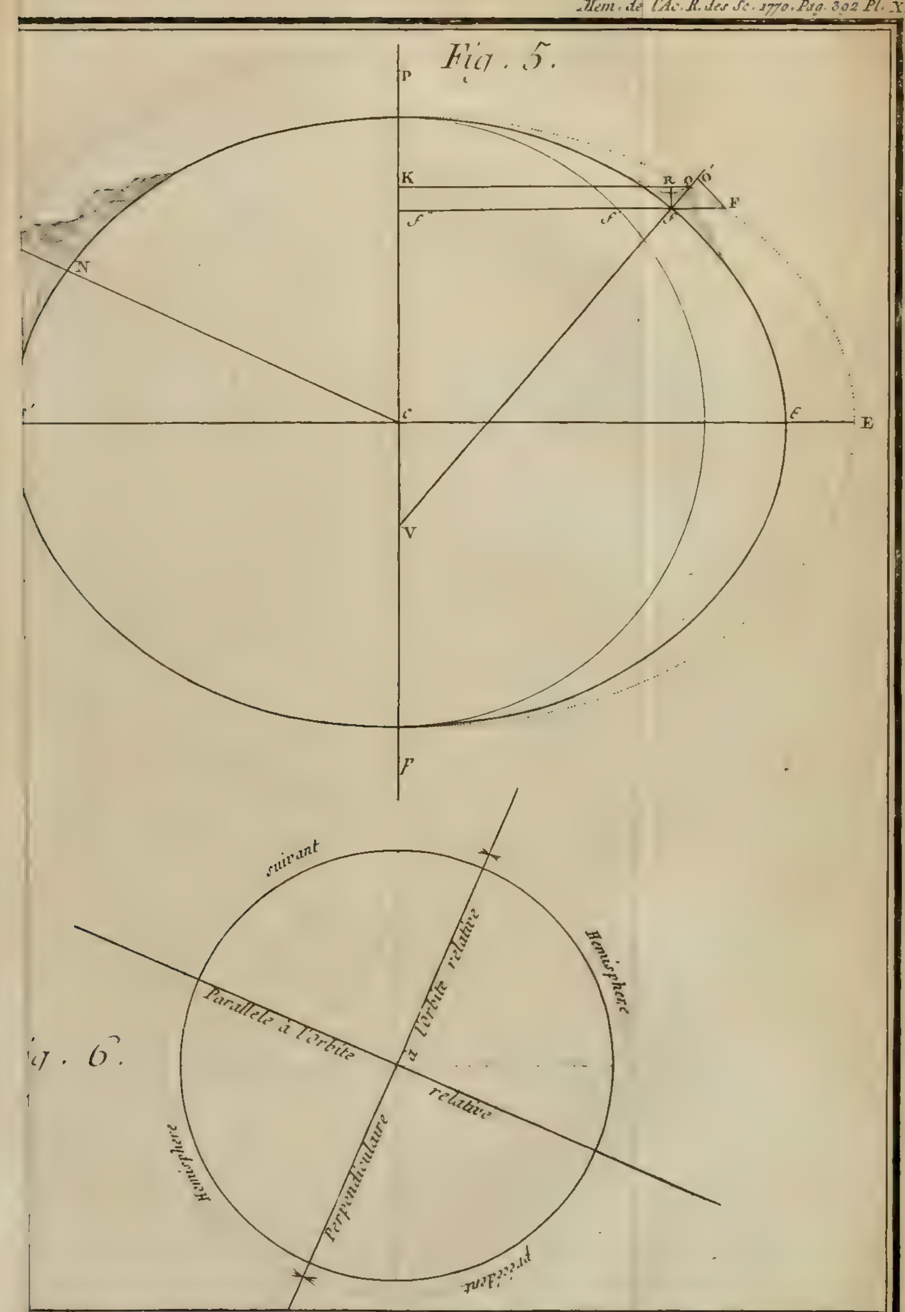
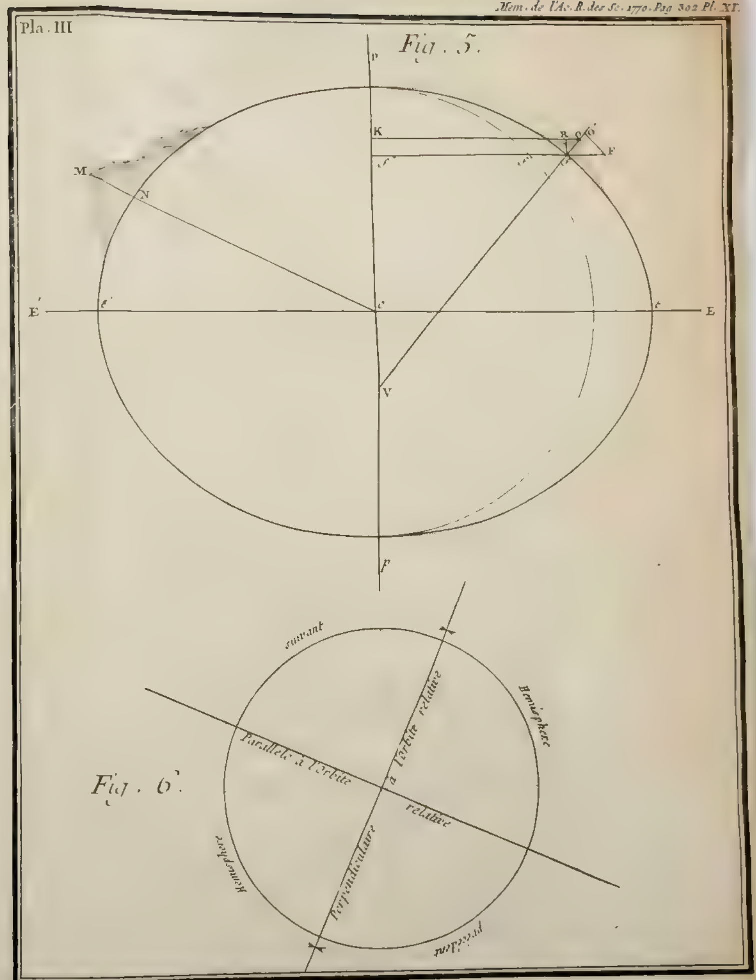


Fig. 5.
P
K
R
Q
Q'
F
N
C
E
V
Fig. 6.
suivant
Hemisphere
Parallele à l'orbite
relative
à l'orbite relative
Perpendiculaire
Hemisphere
précédent



Pla. III
Fig. 5.
P
K
R
Q
F
M
N
E'
e'
c
e
E
V
p
Fig. 6.
suivant
Hemisphere
Parallele à l'Orbite
à l'Orbite relative
relative
Perpendiculaire
Hemisphere
précédent

REMARQUES SUR LA STRUCTURE DU CANAL THORACHIQUE ET SUR CELLE DU RÉSERVOIR DU CHYLE.

Par M. PORTAL.

Les anciens Anatomiſtes n'ont eu aucune connoiſſance du canal thorachique. Euſtache eſt le premier qui l'ait entrevu, encore n'eſt-ce que dans le cheval. Pecquet plutôt conduit par ſon génie que par ſes lectures, a ajouté aux travaux de ce grand homme. Bartholin profita des recherches de Pecquet & a excité la curioſité de Van Horne ſon condiſciple & ſon ami, qui a donné une plus ample deſcription du canal thorachique & du réſervoir du chyle. Duverney a été plus loin; ſes travaux ſont précieux, nous en rendrons compte.

Ces hommes célèbres ont eu le même objet, & l'ont diverſement rempli; la Nature ne ſe montre pas d'une manière uniforme à tous ceux qui l'étudient. Euſtache ne vit dans le cheval qu'une veine blanche qui s'ouvroit d'une part dans la veine ſous-clavière gauche & de l'autre dans le bas-ventre; il n'a pu acquérir ni donner des notions plus poſitives.

Pecquet a été plus loin, il a connu l'aboutiſſant des vaiſſeaux lactés au canal thorachique; il a cité Azellius, mais n'a point fait mention du célèbre Euſtache. Pecquet, cet illuſtre Anatomiſte, Membre diſtingué de cette Compagnie, a admis dans le point de réunion de ces vaiſſeaux, une véſicule qu'il a nommée le réſervoir du chyle, *receptaculum chyli;* il s'eſt oppoſé aux ſentimens de ceux qui penſoient qu'il y avoit des vaiſſeaux lactés deſtinés à porter le chyle au foie ou à la veine-cave; il a avancé que le canal thorachique ſe terminoit par deux rameaux aux veines

jugulaires, ainſi chaque veine jugulaire étoit pourvue d'une branche particulière du canal thorachique.

Peu ſatisfait des travaux d'Euſtache & de Pecquet, Van Horne a fait de nouvelles recherches & nous les a tranſmiſes; ſon objet principal, c'eſt que le canal thorachique ſe termine ſimplement à la veine ſous-clavière gauche & non à la droite, ou à toutes les deux. Rudbeck a fait uſage de cette réflexion.

Conduit par un génie obſervateur & orné d'une érudition profonde, Thomas Bartholin vit les vaiſſeaux lactés ſe terminer & s'ouvrir dans le canal thorachique, lequel à ſon tour, aboutiſſoit dans la veine ſous-clavière gauche.

Ces Anatomiſtes ont eu différens ſectateurs, & par-là les ſentimens ont été diviſés. Si un Anatomiſte judicieux a ajouté quelques remarques à celles de ces grands hommes, il a adopté leurs préjugés ou leurs obſervations infidèles, & a rendu ſes deſcriptions informes. L'autorité d'un grand nom nous induit ſouvent en erreur.

Rempli de doutes & pénétré des contradictions apparentes que je venois de lire dans les auteurs cités, je crus ne devoir m'en rapporter qu'à moi-même. Je conſultai la Nature, & mes travaux ne m'ont point paru inutiles: en voici le réſultat.

Le réſervoir du chyle, tel que Pecquet & ſes ſectateurs l'ont admis, eſt un être de raiſon dans l'homme, au moins dans le plus grand nombre; le chyle porté par les vaiſſeaux lactés, au canal thorachique, ne s'épanche pas dans une véſicule, les vaiſſeaux lactés s'ouvrent immédiatement dans le canal thorachique dont le diamètre eſt à ce point de réunion un peu plus large qu'ailleurs; j'ai compté juſqu'à neuf rameaux lactés, qui perçoient le canal thorachique; ils s'y inſinuent à quelques lignes de diſtance les uns des autres.

Les vaiſſeaux lactés qui ſerpentent entre les lames du méſentère, s'inſinuent vers la colonne vertébrale, & s'abouchent à la partie inférieure du canal thorachique, j'en ai compté juſqu'à cinq, qui venoient du milieu du méſentère; les canaux collatéraux montent un peu plus haut dans la poitrine; & à proportion qu'ils ſont éloignés de l'axe du corps vers le bas-ventre, ils s'élèvent davantage; dans la poitrine, les rameaux latéraux s'ouvrent quelquefois tout

autour du canal thorachique, en ſorte qu'il en réſulte une eſpèce d'anneau vaſculaire.

Cet appareil de vaiſſeaux eſt recouvert par une lame de tiſſu cellulaire qui forme une eſpèce de ſac membraneux; on aperçoit ſur ſa ſurface différentes élévations & dépreſſions; ſa figure a quelque reſſemblance à une véſicule ſéminale gonflée d'air, la baſe de ce tiſſu cellulaire répond aux vaiſſeaux chylifères & en recouvre les extrémités, ſa pointe embraſſe le canal thorachique, pluſieurs filets de tiſſu cellulaire s'inclinent vers les vaiſſeaux lactés & forment différentes cloiſons en produiſant des gaines particulières à chaque vaiſſeau.

Un obſervateur un peu judicieux, découvrira ſans peine cette ſtructure dans la plupart des ſujets. Si l'on ſouffle dans le canal thorachique, en dirigeant le tube vers les canaux laiteux, on les voit ſe gonfler & s'élever en tiraillant le tiſſu cellulaire qui les revêt; l'air ne ſort pas de ces canaux ſi l'on inciſe latéralement le tiſſu cellulaire, ce qui prouve que les vaiſſeaux s'ouvrent immédiatement dans le canal thorachique & qu'il n'y a point de réſervoir dans lequel le chyle s'épanche.

On peut même, ſans toutes ces précautions, ſéparer dans certains ſujets, les canaux du tiſſu cellulaire qui les recouvre; cette ſéparation étoit très-facile dans un jeune homme mort d'atrophie, que j'eus occaſion de diſſéquer l'année dernière, au Collége royal de France. Les vaiſſeaux chylifères & le canal thorachique remplis d'une lymphe épaiſſe, formoient des cordes ſolides qu'on dégageoit ſans peine du tiſſu cellulaire; la maſſe cellulaire qui en a impoſé aux Anatomiſtes, qui l'ont priſe pour le réſervoir du chyle, ſe remplit de ſéroſités dans quelques anaſarques, ſans que les vaiſſeaux lactés en ſoient abreuvés, le ſouffle pénètre ceux-ci ſans s'inſinuer dans les vides du tiſſu cellulaire, à moins qu'on ne pouſſe l'air avec trop de force & qu'on ne déchire ces vaiſſeaux. Si la Nature varie à cet égard, cela eſt très-rare; je n'ai jamais trouvé dans l'homme de réſervoir pareil à celui dont Pecquet nous a donné la deſcription, & que les Anatomiſtes ont en général adopté; cependant je puis aſſurer avoir examiné diſtinctement, dans plus de trente ſujets, le confluent des vaiſſeaux lactés dans le canal thorachique.

Dans le rat & dans le lapin, ces parties ſont ſi délicates, qu'on ne peut diſtinguer ſi ces animaux ont un réſervoir ou ſi les vaiſſeaux lactés vont immédiatement aboutir au canal thorachique; les objets ſont plus faciles à diſtinguer dans le chien, il eſt pourvu d'un réſervoir, & comme c'eſt ſur lui que Pecquet a fait ſes recherches, il a cru être en droit d'appliquer à l'homme ce qu'il n'avoit vu que ſur cet animal: méthode pernicieuſe, qui a ſi ſouvent induit en erreur les Anatomiſtes les plus verſés dans leur art.

Le paquet de tiſſu cellulaire qui lie les extrémités thorachiques des vaiſſeaux lactés, eſt chez les enfans extrêmement mollaſſe; mais les feuillets s'appliquant les uns contre les autres avec l'âge, il en réſulte une eſpèce de membrane, ſtructure qui a trompé les Anatomiſtes.

Le chat n'a point de réſervoir particulier, mais les vaiſſeaux lactés ſe terminent dans le bas-ventre à un ou deux canaux qui paſſent derrière les piliers du diaphragme & qui vont aboutir aux veines ſous-clavières.

Dans l'homme, la réunion des vaiſſeaux lactés au canal thorachique ſe fait vers la deuxième vertèbre lombaire, entre les piliers du diaphragme & non par-deſſous comme pluſieurs l'ont avancé; ces vaiſſeaux en ſont même aſſez éloignés pour être toujours à l'abri de la compreſſion. L'écureuil & le ſinge ont, ſuivant M. Ferrein, pluſieurs réſervoirs apparens, & très-aiſés à apercevoir; ils ont auſſi autant de canaux thorachiques: j'ai ouvert, à ce deſſein, quelques poiſſons qui avoient pluſieurs canaux thorachiques, la baudroie *(rana piſcatrix*, Bellon*)* en a deux, & le dauphin, ſuivant M. Ferrein, en a juſqu'à ſept.

Dans l'homme on trouve quelquefois le canal thorachique diviſé en pluſieurs rameaux qui ſe rejoignent avant que de parvenir à la veine ſous-clavière. M. Duverney, dont le ſouvenir ſera toujours cher aux Anatomiſtes françois, a entrevu pluſieurs particularités relatives à la deſcription que j'ai donnée du confluent des vaiſſeaux lactés dans le canal thorachique; il nous a averti que trois filets laiteux aboutiſſoient immédiatement au canal thorachique: cependant leur nombre eſt beaucoup plus grand, comme je l'ai déjà avancé. Ce grand homme n'a pas non plus parlé du tiſſu cellulaire

qui revêt cet appareil vaſculeux; mais Ruyſch s'eſt contenté de dire que dans l'homme il n'y avoit point de réſervoir du chyle*, & il paroît que Loeſcher a profité de cette remarque; cet Anatomiſte a encore avancé que le réſervoir de Pecquet n'exiſtoit pas dans l'homme.

* *Voyez l'hiſtoire de l'Anat. t. III, p. 287; t. IV, p. 591.*

On doit faire attention quand on ſe livre à de pareilles recherches ſur le cadavre humain, de ne pas prendre pour des vaiſſeaux laiteux des ramifications d'artères ou de veines ſanguines, mais vides de ſang, qui ſerpentent ſur & entre les lames du tiſſu cellulaire du faux réſervoir: j'ai vu dans un cadavre d'enfant injecté, un petit tronc artériel qui ſortant de la partie poſtérieure & latérale droite de l'aorte, fourniſſoit pluſieurs ramifications, dont le plus grand nombre pénétroit le tiſſu cellulaire, d'autres entouroient le canal & fourniſſoient de nouvelles branches.

On trouve auſſi pluſieurs vaiſſeaux lymphatiques, dont les uns rampent ſur le faux réſervoir ſans le pénétrer: d'autres s'enfoncent entre les lames du tiſſu cellulaire & s'abouchent avec quelques-uns des vaiſſeaux laiteux. Il eſt auſſi des ſujets dans leſquels on trouve quelques-uns des vaiſſeaux lactés dilatés, variqueux, pour ainſi dire; or alors, on pourroit très-bien les prendre pour le vrai réſervoir; ils en diffèrent cependant, car à côté d'eux on trouve toujours d'autres vaiſſeaux du même genre, mais d'un moindre diamètre, leſquels aboutiſſent immédiatement dans le canal thorachique; quelquefois l'un de ces canaux eſt obſtrué & oblitéré par une eſpèce de matière gypſeuſe, c'eſt ce que j'ai vu dans un cadavre dont les glandes méſentériques étoient fort gonflées par obſtruction. Le ſujet étoit aſſez gras, c'eſt ce qui me détermina à rechercher, plus ſcrupuleuſement, comment le chyle avoit pu parvenir au canal thorachique; or, je découvris à côté du vaiſſeau obſtrué d'autres vaiſſeaux libres, & qui s'inſéroient dans le canal thorachique, au-deſſus de l'obſtruction.

Par-deſſus tout cet appareil, on aperçoit dans l'homme un canal qui ſe plonge derrière la plèvre, plus ou moins éloigné de l'aorte, il eſt placé un peu ſur le côté droit de la colonne épinière, ſa marche change vers la quatrième vertèbre dorſale, & s'inſinue vers le côté gauche, paſſe obliquement ſur les corps

de la quatrième & troisième vertèbre du dos; il grossit ici sensiblement & forme une courbe dont la convexité est dirigée vers le côté gauche & la concavité vers le côté droit; le canal thorachique fait encore un autre contour, mais qui n'est pas si exprimé vers la septième, huitième & neuvième vertèbre dorsale; il s'incline vers les côtes droites, & il est dans cet espace plus éloigné de l'aorte, qu'il n'est depuis la quatrième vertèbre du dos jusqu'à la première vertèbre lombaire, dans cet intervalle l'œsophage couvre le canal thorachique.

Le canal thorachique se glisse derrière l'aorte, vers la quatrième vertèbre dorsale, passe derrière la bronche gauche & se termine à la sous-clavière gauche, proche la jugulaire; au-dessous d'elle & plus en dehors, il serpente entre les tuniques de la veine & parcourt l'espace de quatre à cinq lignes; l'ouverture est ovalaire & il n'y a aucune valvule particulière dans le canal thorachique, les valvules qu'on observe appartiennent à la veine sous-clavière; car le canal thorachique s'ouvre ordinairement au-devant d'elles vers le cœur.

Le canal thorachique se termine ordinairement du côté gauche *(a)*, rarement trouve-t-on deux rameaux, dont l'un s'ouvre dans la sous-clavière, & l'autre dans la jugulaire *(b)*. Van Horne a eu raison d'avertir que le canal thorachique se terminoit à la sous-clavière gauche & non à la droite, & Pecquet a appliqué sans raison au cadavre humain les découvertes faites dans le chien. Pour m'assurer du fait, j'ai ouvert plusieurs chiens, j'ai vu qu'ils avoient ordinairement deux canaux thorachiques, qui communiquoient entr'eux par quatre ou cinq rameaux obliques; ces deux canaux pénètrent les sous-clavières qui leur correspondent.

Cette remarque est de la plus grande conséquence, il ne faut pas indistinctement appliquer à l'homme les découvertes faites sur les animaux. Thomas Bartholin qui vivoit du temps de Pecquet, osa le contredire sur ce point, mais plusieurs Anatomistes qui

(a) Bohemer a vu ce canal s'ouvrir dans la veine sous-clavière droite. *Obs. Anat. fasciculus, in-folio.*

(b) Et Cowper dit qu'on a vu ce canal s'insérer dans la jugulaire & non dans la sous-clavière gauche. *Anat. corp.*

lui ont ſuccédé, ont admis l'erreur ſans s'en douter; ils euſſent tenu un langage plus conforme à la vérité, s'ils euſſent fait une application au corps humain de la deſcription qu'Euſtache a donné du canal thorachique du cheval; ſuivant cet Anatomiſte, ce conduit ſe termine à la veine ſous-clavière gauche.

Le canal thorachique n'eſt pas conique comme Van Horne l'a avancé, & comme pluſieurs Anatomiſtes l'ont écrit après lui, il eſt ordinairement rétréci vers la cinquième & ſixième vertèbre du dos; il ſe dilate vers le haut, & cette dilatation eſt ſi ſenſible dans quelques ſujets, qu'il eſt plus gros en haut & vers la ſous-clavière gauche, qu'il ne l'eſt vers les dernières vertèbres dorſales. En examinant ce ſurcroît de capacité dans le haut du canal, je préſumai qu'il y avoit des vaiſſeaux de communication; je fis de nouvelles recherches, & elles ne furent point inutiles; j'aperçus immédiatement au-deſſous de la bronche gauche, un vaiſſeau blanchâtre qui s'y abouchoit, ce vaiſſeau ſe déchira dans le temps que je travaillois à découvrir ſa ſituation & ſa ſtructure.

Je fus plus heureux dans une autre circonſtance, j'introduiſis de l'air dans les vaiſſeaux lymphatiques de Willis qui ſerpentent ſur la ſurface extérieure des poumons, & qui ſont logés dans les interſtices des lobes de ce viſcère, l'air pénétra dans le canal thorachique, j'en cherchai la voie de communication, & je vis qu'au deſſous des deux lobes ſupérieurs du poumon droit & gauche, il y avoit deux petits tuyaux lymphatiques qui ſe rendoient dans le canal thorachique: à l'embouchure de chacun d'eux, il y a une valvule dont le bord ſupérieur eſt flottant & l'inférieur eſt adhérent au canal thorachique; l'on obſerve dans ce point de jonction une ligne ſaillante produite vraiſemblablement par l'entrelaſſement des fibres du canal thorachique & de celles de la valvule. Il paroît que Bils, dont le témoignage n'eſt pas, à la vérité, d'un grand poids en Anatomie, avoit cependant obſervé la dilatation du canal thorachique dans ſon extrémité ſupérieure; lorſqu'il dit avoir découvert un nouveau réſervoir proche des ſous-clavières, auquel vont aboutir un grand nombre de vaiſſeaux qu'il nomme *rorifères*.

Pluſieurs autres vaiſſeaux lymphatiques provenans de la poitrine,

ſe rendent au canal thorachique; Thomas Bartholin en a indiqué quelques-uns, Albinus a dans la ſuite parlé de pluſieurs autres; j'en ai communément compté vingt-deux qui répondoient à autant de vaiſſeaux ſanguins & nerfs intercoſtaux, ils n'ont pas tous un égal diamètre, les ſupérieurs & les inférieurs paroiſſent d'une capacité à peu près égale; les moyens, c'eſt-à-dire ceux qui ſerpentent entre la quatrième, cinquième, ſixième & ſeptième côtes, ſont les plus petits; chacun de ces vaiſſeaux lymphatiques fournit de nouvelles branches, j'en ai vu pluſieurs qui pénétroient les muſcles intercoſtaux.

Ces vingt-deux troncs vaſculeux ſe rendent aux parties latérales du canal thorachique dans lequel ils s'ouvrent; il en eſt d'autres qui naiſſent de la partie antérieure & qui ont échappé à la connoiſſance des Anatomiſtes; j'en ai compté l'année dernière, juſqu'à ſix ſur le cadavre d'un enfant de quatre à cinq ans, je les ai décrits & démontrés aux Étudians qui ſuivoient mon cours d'Anatomie; il y a apparence que les conduits antérieurs ſont plus nombreux, & qu'on en déchire quelques-uns en écartant les lames de la plèvre, & en élevant l'œſophage; les vaiſſeaux lymphatiques antérieurs ſe diſperſent ſur la partie poſtérieure de l'œſophage, on en voit qui ſe ſous-diviſent & forment des demi-rameaux qui ſerpentent ſur ſa ſurface, j'ai vu pluſieurs ramifications lymphatiques ſe perdre dans la graiſſe du médiaſtin.

Mais je n'ai pu découvrir aucun vaiſſeau lymphatique, qui, du canal thorachique, ſe propageât juſqu'aux mamelles; auſſi me paroît-il que Nuck a eu raiſon de nier que le canal thorachique fournît aucune ramification aux mamelles*, & encore plus que des vaiſſeaux lactés parvinſſent juſqu'à ces organes: or, cette opinion, qui paroît d'abord fondée ſur l'obſervation, eſt contraire à celles que Lanzoni & quelques autres, ont adoptées après pluſieurs Anciens, ſéduits par la reſſemblance du lait & du chyle; ils avoient admis, ſans aucune preuve, une voie immédiate de communication entre les mamelles & le canal thorachique.

* *Adenographia curioſa, p. 20.*

On voit d'autres rameaux lymphatiques antérieurs qui s'inclinent vers le côté gauche, qui s'inſinuent ſous l'aorte, ou qui paſſent par-deſſus

par-dessus elle, leur marche est assez irrégulière, ils se contournent en différens sens; souvent on voit les branches rétrograder vers les troncs.

D'autres vaisseaux lymphatiques se rendent au canal thorachique; plusieurs Auteurs respectables, nous ont appris qu'il y en avoit qui du thymus & du foie alloient aboutir à ce canal, & que d'autres serpentoient & pénétroient la substance de plusieurs viscères; ils nous ont enseigné que les extrémités du corps, étoient pourvues des vaisseaux lymphatiques, qui se terminoient au canal thorachique; on pourra voir sur cet objet intéressant, ce qu'ont écrit M.rs Meckel & Monro.

On découvre facilement les vaisseaux que j'ai décrits, si l'on souffle dans le canal thorachique, en dirigeant le tuyau à vent de haut en bas; les valvules du canal thorachique ou celles de ses branches, ne s'opposent pas à l'entrée de l'air, quoiqu'elles soient nombreuses & très-fortes, elles ne s'appliquent pas assez intimement pour empêcher l'air de pénétrer dans le canal, elles donnent aussi entrée à quelques liquides qu'on injecte.

Il est difficile de développer la structure de ces valvules, quoique très-foibles en apparence, elles résistent à leur extension jusqu'à un certain point, & bornent l'extension latérale du canal auquel elles appartiennent; quand on distend ces canaux par le souffle, ou par quelqu'autre liqueur, on voit les parois s'écarter dans les endroits où ces valvules manquent, tandis qu'elles paroissent rétrécies comme par un lien circulaire dans les endroits où elles se trouvent. Hamberger croyoit même que ces valvules servoient plutôt à borner l'extension du canal, qu'à favoriser l'ascension du chyle.

Les valvules sont extrêmement nombreuses, l'on en voit quelquefois jusqu'à trois tout autour du tuyau, & dans le même plan; tantôt elles sont placées alternativement & dans des plans inégaux; tantôt on voit deux valvules qui se touchent par leurs bords; quelquefois enfin, elles sont diamétralement opposées: tous ces détails sans doute, méritent d'être examinés; c'est pourquoi je n'ai pas craint d'y entrer, & si quelques-uns des faits rapportés dans ce Mémoire, ont été connus des Anatomistes, il en est d'autres qui n'avoient point fixé leur attention.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA *Figure première* repréſente le dehors du *réſervoir du chyle* gonflé d'air, les vaiſſeaux cachés ſous le tiſſu cellulaire, ſont ſaillans.

La *Figure deuxième* repréſente le *réſervoir du chyle* ouvert, & le canal thorachique en ſituation, & gonflé d'air.

A, racines du canal thorachique.

a a a a, tiſſu cellulaire qui revêt les racines du canal thorachique.

B, diviſion du canal thorachique en deux branches ; elle ſe trouve fréquemment. Van Horne eſt le premier qui l'ait obſervée.

C, extrémité ſupérieure du canal thorachique ordinairement auſſi ample que l'extrémité inférieure, & ſouvent plus évaſée.

b, vaiſſeaux lymphatiques du poumon.

D, communication du canal thorachique avec la veine ſous-clavière gauche.

d, portion de l'artère-aorte, on y voit différens vaiſſeaux lymphatiques qui l'entourent.

E, portion de la veine-cave inférieure, on obſerve par-deſſus pluſieurs rameaux lymphatiques.

F F F F, rameaux lymphatiques latéraux; ordinairement au nombre de vingt-deux, dont onze de chaque côté; ils ſe diſperſent ſur la ſurface poſtérieure des poumons, des muſcles intercoſtaux; les ſupérieurs communiquent ſenſiblement avec les vaiſſeaux lymphatiques du bras, & les inférieurs rampent ſur le diaphragme.

p, branche de communication du canal thorachique avec les vaiſſeaux lymphatiques du thymus.

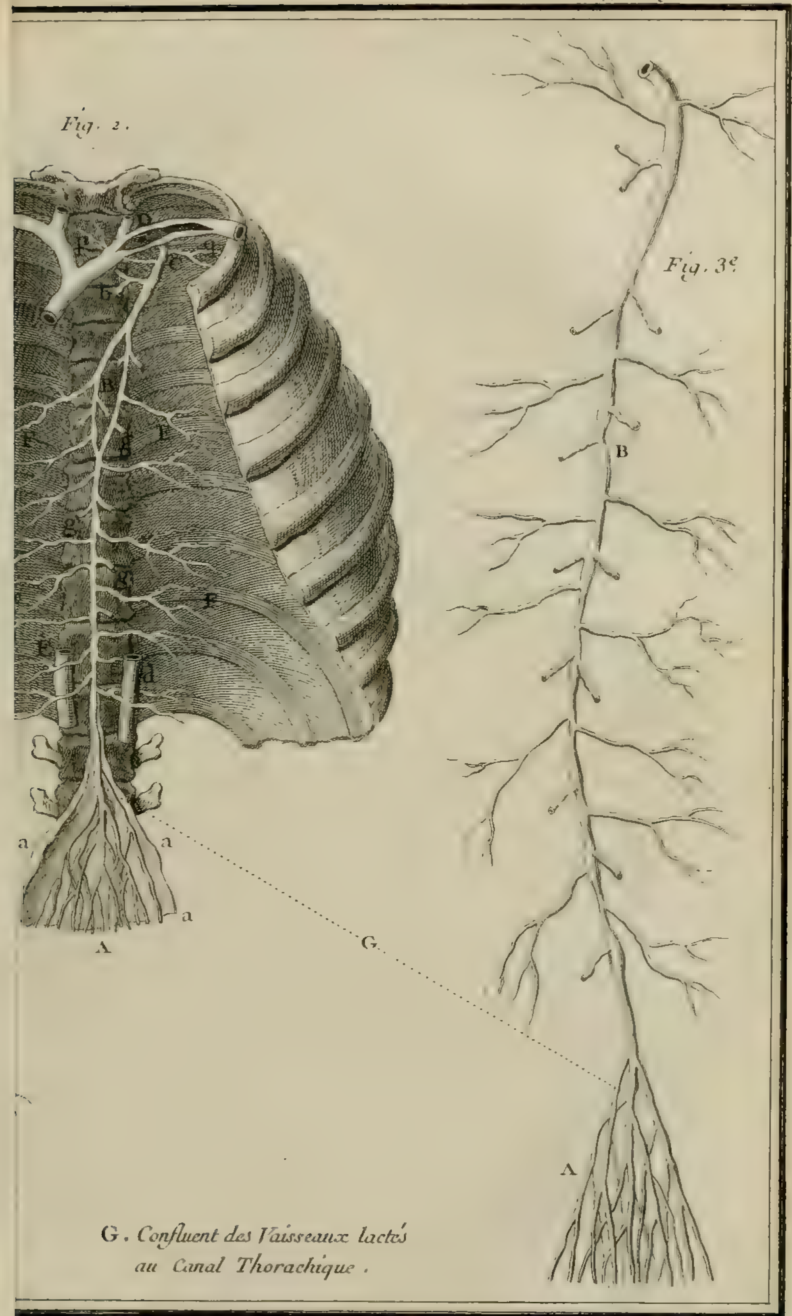
q, avec ceux du bras.

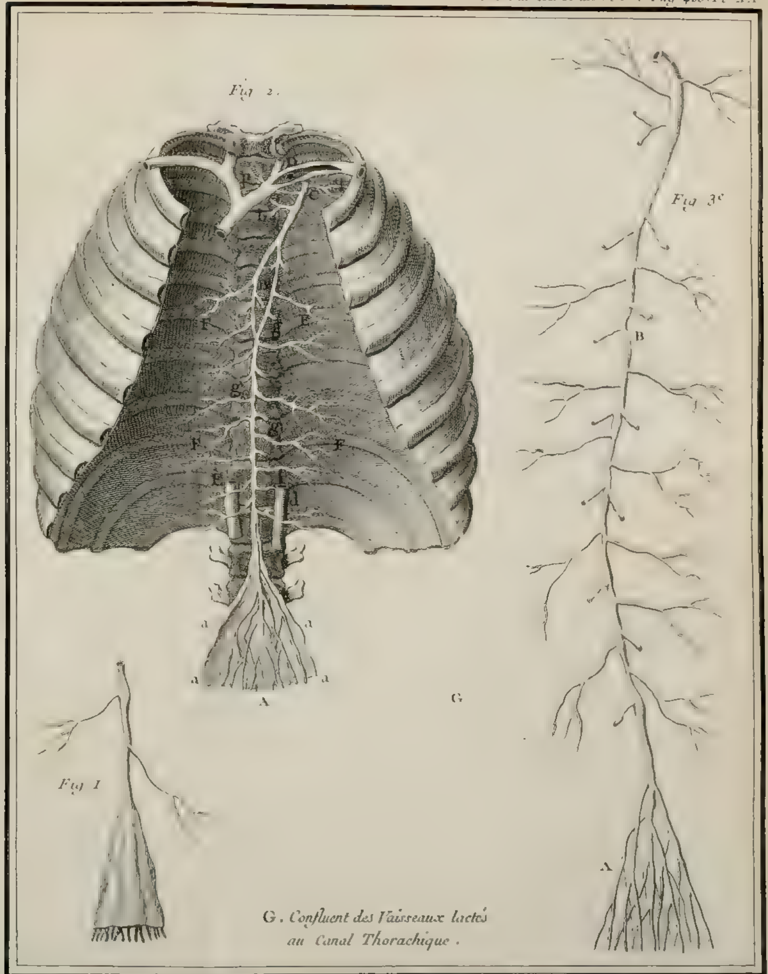
ggg, vaiſſeaux antérieurs lymphatiques qui ſe diſtribuent principalement à l'œſophage ou qui ſe perdent dans le médiaſtin.

A, Figure troiſième, racines des vaiſſeaux lactés.

B, canal thorachique ſans aucune diviſion, il eſt gonflé d'air.




Fig. 2.
Fig. 3e.
A
B
a
a
a
G
G. Confluent des Vaisseaux lactés au Canal Thorachique.
Y. le G. Sc.


Fig 2.
Fig 3e
Fig I
B
A
G
a
a
a
a
A
F
E
F
F
G. Confluent des Vaisseaux lactés au Canal Thorachique.
Fossier del
Y le G. Sc.

MÉMOIRE
SUR LE
DIAMÈTRE DU SOLEIL
Qu'il faut employer dans le calcul des passages de VÉNUS.

Par M. DE LA LANDE.

LES Astronomes soupçonnent depuis quelques années que le diamètre du Soleil paroît d'autant plus petit, qu'on l'observe avec de plus longues lunettes, & qu'il se forme autour de son disque une couronne d'aberration qui en augmente la largeur; il semble que dans les passages de Vénus & de Mercure sur le Soleil, cette irradiation ne doit pas avoir le même effet que le véritable disque du Soleil; & si cela est, la durée des passages ne sera pas aussi grande qu'elle le paroîtroit par un calcul fait avec le diamètre du Soleil, tel qu'on l'observe dans nos lunettes. 10 Janvier 1770.

M. de l'Isle, dans un Mémoire que j'ai terminé & fait imprimer moi-même, discute les observations faites à Pékin en 1756, du passage de Mercure presque au centre du Soleil; il observe que le diamètre du Soleil, qui résulte de la durée du passage, est de près d'un tiers de minute plus petit que celui que les Astronomes avoient employé dans leurs calculs; il avoit déjà fait, quinze ou seize ans auparavant, la même remarque, en comparant les durées des divers passages de Mercure; il ne pouvoit les accorder ensemble, de manière à donner un mouvement uniforme du nœud, sans diminuer considérablement les diamètres du Soleil *(Mém. Acad. 1758, page 137)*. Les observations du P. Gaubil donnoient, pour le diamètre du Soleil, 32′ 0″; celles du P. Amiot, 32′ 7″: les observations que j'ai faites avec le plus grand soin, du diamètre du Soleil, donnent pour ce jour-là 32′ 21″; ainsi il y avoit au moins 14 secondes de diminution pour le diamètre déduit de la durée du passage.

Je desirois beaucoup de constater cette diminution par le moyen

des passages de Vénus observés en 1761 & en 1769, Vénus ayant passé dans l'un à 9′ 31″ au midi du centre du Soleil, & dans l'autre à 10′ 8″ au nord; la plus courte distance de Vénus au centre & sa distance au nœud, déduites de la durée du passage, devoient paroître sensiblement trop grandes en calculant dans l'hypothèse ordinaire des diamètres solaires; & j'ai trouvé cette quantité de 6 à 7 secondes.

La durée du passage de 1761 entre les deux contacts intérieurs, a été observée à Stockolm & à Tobolsk; je les ai réduites au centre de la Terre, en supposant la parallaxe moyenne de 8″$\frac{1}{2}$. Le premier contact intérieur à Stockolm 3^h 39′ 29″ — 5′ 19″,8 = 3^h 34′ 9″,2; le second contact intérieur 9^h 30′ 10″ + 2′ 19″,9 = 9^h 32′ 29″,9; ainsi la durée étoit de 5^h 58′ 20″,7. Les contacts observés à Tobolsk 7^h 0′ 28″ — 5′ 23″,0 = 6^h 55′ 5″, & 0^h 49′ 20″,5 + 3′ 46″,6 = 0^h 53′ 7″,3, ce qui donne pour la durée 5^h 58′ 2″,3; en prenant un milieu, je la supposerai 5^h 58′ 11″,5; ce qui donne, pour la demi-corde parcourue, 714″,8. Supposant le diamètre du Soleil, comme dans mes Tables, 31′ 33″,8; & celui de Vénus, 57″,2; je trouve la perpendiculaire sur l'orbite relative, ou la plus courte distance des centres, 9′ 36″,5; la distance au nœud 1^d 4′ 40″, & le lieu du nœud 2^s 14^d 31′ 30″.

Dans le passage de 1769, la durée conclue d'un grand nombre d'observations a été de 5^h 41′ 50″,6, & la demi-corde 684″0; supposant le diamètre du Soleil 31′ 34″,4, & celui de Vénus 57″,2, je trouve la perpendiculaire 10′ 13″,1; la distance au nœud 1^d 9′ 24″, & le lieu du nœud 2^s 14^d 36′ 45″, plus avancé de 5′ 15″ qu'en 1769.

Ce mouvement du nœud calculé, soit par la théorie, soit par la comparaison des passages de 1631 & de 1761, est certainement de 4′ 8″; il faut donc s'assujettir à ce mouvement, & réduire les longitudes du nœud à 2^s 14^d 32′ 3″$\frac{1}{2}$ & 2^s 14^d 36′ 11″$\frac{1}{2}$; les distances au nœud doivent donc être réduites à 1^d 4′ 6″$\frac{1}{2}$, & 1^d 8′ 50″$\frac{1}{2}$; ce qui donne pour les perpendiculaires 9′ 31″,5 en 1761, & 10′ 8″,2 en 1769.

Ces perpendiculaires combinées avec les demi-cordes respectives,

donnent pour différence des demi-diamètres 915",1 & 915",3, moindres de 3" $\frac{1}{4}$ que celles que j'avois supposées; ainsi le diamètre du Soleil doit être diminué de 6" $\frac{1}{2}$ pour représenter exactement les deux passages de 1761 & de 1769.

Il me paroît donc, quant-à-présent, que pour calculer les durées des passages de Vénus & de Mercure, il faudra diminuer de 6 à 7 secondes le diamètre du Soleil, que j'avois fixé à 31' 31" dans l'apogée, *(Mémoires de 1754, page 176)* & qui est dans mes Tables astronomiques; par ce moyen on aura les durées des passages plus conformes à l'observation, & le mouvement des nœuds plus uniforme. Cette quantité est moindre que celle qu'avoit trouvée M. de l'Isle, mais elle me paroît devoir être préférée, en attendant qu'on ait occasion de mieux déterminer cet élément.

M. du Séjour, dans le grand nombre d'observations qu'il a calculées de l'Éclipse de 1764, a trouvé de même, que pour les mieux concilier, il falloit diminuer de quelques secondes le diamètre du Soleil, indépendamment de l'inflexion de 4" $\frac{1}{2}$, dont il faut diminuer la somme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune: on en verra la preuve dans la suite du grand travail qu'il a entrepris sur la méthode analytique de calculer les Éclipses.



EXPLICATION
DU PROLONGEMENT OBSCUR DU DISQUE DE VÉNUS,
Qu'on aperçoit dans ses passages sur le SOLEIL.

Par M. DE LA LANDE.

31 Janvier 1770.

PLUSIEURS Astronomes habiles ont remarqué, en 1761 & en 1769, que dans le contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil, il se forme entre les deux bords, une espèce de ligament alongé qui dure pendant plusieurs secondes, & qui semble être comme une protubérance, une excroissance, un appendice du disque de Vénus. Quand cette Planète approche du disque du Soleil, avant que de commencer à sortir, & avant même qu'elle paroisse prête à toucher le bord du Soleil; on voit comme un point noir s'élancer du bord de Vénus & se réunir au bord intérieur du Soleil, plusieurs secondes avant que la circonférence de Vénus coincide avec celle du Soleil; c'est ainsi que je l'observai le 6 Juin 1761, sans être prévenu de ce phénomène ou de la manière dont je devois apercevoir ce contact *(Mém. de l'Acad. 1761, page 84)*. M. Jeaurat, M. de Joly qui observoient à Paris, M. Pingré à l'île Rodrigue & M. Short, célèbre Opticien de Londres, m'ont assuré l'avoir observé de la même manière que moi; M. Hirst l'observa de même aux Indes *(Philos. Transf. 1769, page 229)*.

Observations.

En 1769, nous n'avons observé en Europe que l'entrée de Vénus, mais elle s'est faite avec des circonstances semblables. M. Wargentin m'écrit de Stockolm, qu'à $8^h\ 41'\ 2''$ Vénus parut à M. Wilcke toute entière sur le disque du Soleil, mais qu'elle n'étoit pas encore détachée du bord du Soleil, auquel elle paroissoit comme liée par une bande obscure qui se rompit enfin à $8^h\ 41'\ 45''$, Vénus se détachant entièrement du bord du Soleil.

M. Wargentin à $8^h\ 41'\ 31''$ commençoit à douter si Vénus étoit entièrement entrée, mais ce ne fut qu'à $8^h\ 41'\ 47''$ qu'il aperçut un rayon de lumière ondoyante qui fermoit l'ouverture qu'avoit faite Vénus sur le bord du Soleil & la laissoit tout-à-fait libre au fond du disque solaire.

M. Ferner à $8^h\ 41'\ 48''$ vit aussi la Planète environnée de toutes parts de la lumière du Soleil ; mais c'étoit après avoir jugé, plusieurs secondes auparavant, par la coïncidence des bords, que Vénus étoit déjà toute entière sur le Soleil.

M. Melander à Upsal, avec une lunette de 20 pieds, commença de juger Vénus sur le Soleil, à $8^h\ 39'\ 57''$, & ce ne fut qu'à $8^h\ 40'\ 12''$ que Vénus se détacha totalement du bord du Soleil; il assure même que pendant qu'elle étoit encore adhérente au bord du Soleil, elle parut alongée du haut en bas, quoiqu'auparavant elle fut alongée de droite à gauche par l'effet des réfractions.

M. Prosperin à Upsal, avec une lunette de 16 pieds, commença dès $8^h\ 38'\ 0''$ à juger que Vénus étoit entrée, mais attachée au bord du Soleil, par une bande obscure qui se rétrécit & s'éclaircit de plus en plus jusqu'à $8^h\ 40'\ 12''$, moment auquel cette bande, devenue déjà fort mince, se rompit, laissant la Planète libre & déjà un peu avancée sur le disque du Soleil.

M. Salenius, avec une lunette de 12 pieds, vit, à $8^h\ 39'\ 46''$, Vénus toute entière sur le Soleil, il crut même un instant qu'elle en étoit détachée, mais elle parut s'y coller encore & ne s'en sépara totalement qu'à $8^h\ 40'\ 15''$.

M. le docteur Bevis à Kew, vit la Planète entièrement sur le Soleil à $7^h\ 28'\ 8''$, mais le filet de lumière n'étoit point encore formé; ce ne fut qu'à $7^h\ 28'\ 17''$ qu'il vit rompre le ligament qui unissoit Vénus au Soleil.

M. Samuel Dunn à Gréenwich, observa le disque noir de Vénus entièrement sur le Soleil, à $7^h\ 29'\ 25''$, & à $7^h\ 29'\ 48''$, il vit rompre en entier les ligamens obscurs qui unissoient encore les deux limbes, depuis 23 secondes de temps. *Philos. Trans. 1770, pages 70 & 72.*

Dans l'observatoire de M. Pigott à Caen, on vit les mêmes

apparences à $7^h\ 25'\ 13''$ & à $7^h\ 27'\ 43''$. *(Philos. Transact. 1770, page 264).*

M. du Val-le-Roy, en me racontant les circonstances de l'observation qu'il avoit faite à Brest avec M. Blondeau, par un très-beau temps, s'exprime ainsi : « Une circonstance que nous n'avions » pas prévue, prolongea le temps fort au-delà de ce que nous nous » étions imaginé. Lorsque nous nous croyions près du moment où » devoit se faire l'entrée totale, chacun de nous vit la petite partie » du disque de la Planète, qui paroissoit tenir encore au bord du » Soleil, s'alonger à mesure que la Planète faisoit du progrès; cet » alongement formoit comme une espèce de queue par laquelle le » corps de la Planète tenoit au bord du Soleil; il parut reculer considérablement l'instant que nous attendions . . . . La partie » du disque de la Planète qui s'étoit ainsi alongée étant devenue » très-aigue à l'endroit où elle touchoit le bord du Soleil; nous » saisîmes le moment où cette pointe devint nulle, par la réunion » des deux espèces de petites cornes que formoit le bord de cet » astre. M. Blondeau qui observoit avec une lunette de 14 pieds, » annonça l'instant une seconde avant moi; comme Vénus ne paroissoit » pas aussi parfaitement terminée dans sa lunette que dans la mienne, » & que les bords paroissoient tant soit peu colorés en haut & en bas, il retrancha 2 secondes de l'instant qu'il avoit déterminé ».

Au fort du Prince de Galles, sur la baie d'Hudson, M. Wales, dans le second contact intérieur, compta 24 secondes après le moment où le filet de lumière avoit été interrompu, jusqu'au temps où les bords parurent se toucher effectivement. *(Philos. Trans. 1769, page 482).*

M. Charles Mason à Cavan, près de Strabane & de Londonderry en Irlande, aperçut le contact intérieur à $6^h\ 58'\ 47''$; mais ce ne fut que 38 secondes plus tard, ou à $6^h\ 59'\ 25''$ que le trait de lumière se forma, & que les deux circonférences parurent se détacher *(Philos. Trans. 1770, page 488).*

M. Hornsby à Oxford, avec une lunette de 12 pieds qui grossissoit soixante-huit fois, vit la Planète toute entière sur le Soleil, à $7^h\ 23'\ 16''$, mais le ligament noir ne se rompit, & le filet de lumière ne fut complet qu'à $7^h\ 24'\ 13''$, la différence est de 57 secondes.

Après

Après tant de témoignages, je ne ſaurois regarder, avec M. Pingré, ce phénomène comme dépendant des vapeurs de l'atmoſphère, de la qualité de l'inſtrument, ou de la diſpoſition de l'œil; il me paroît être un phénomène conſtant, que tous les Obſervateurs bien préparés ont remarqué, & dont je crois apercevoir diſtinctement l'explication.

Dans un Mémoire que j'ai lû, il y a peu de temps, ſur le diamètre du Soleil qu'on doit employer dans le calcul de ces phénomènes, j'ai remarqué que pour concilier les obſervations de 1761 avec celles de 1769, il falloit diminuer de $6''\frac{1}{2}$ le diamètre du Soleil, que j'ai déterminé, par des obſervations exactes faites avec un héliomètre de 18 pieds; & que M. de l'Iſle avoit porté cette diminution encore plus loin, par la durée du paſſage de Mercure, obſervé en 1756. *(Voy. ci-devant page 403.)*

Ces deux ſortes de phénomènes, le ligament & la diminution du diamètre ſolaire, me paroiſſent avoir une cauſe commune; il me ſemble qu'elle n'a pas été bien conçue juſqu'à préſent, & je me propoſe de faire voir qu'on doit la chercher dans l'irradiation, ou la couronne d'aberration qui environne le Soleil.

Cette aberration de lumière eſt une choſe fort naturelle à concevoir, autour d'un globe de feu & de lumière; elle eſt d'autant moindre que les lunettes ſont plus fortes, qu'elles ſont plus parfaites & tranchent mieux les objets; voilà pourquoi l'on a toujours trouvé les diamètres du Soleil plus petits, à meſure qu'on les a obſervés avec de plus grandes lunettes ou de meilleurs téleſcopes, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire ſur le diamètre du Soleil. *(Mém. Acad. 1760, page 46.)*

Cette aberration, quelle qu'en ſoit la cauſe ou la meſure, ne doit point avoir lieu dans la durée des paſſages de Vénus & de Mercure ſur le Soleil. Soit *BCD* la circonférence du globe réel du Soleil & *AFG* la circonférence apparente, formée par l'anneau lumineux des rayons éparpillés qui bordent & environnent le Soleil; au moment que Vénus, arrivée au point *B*, touche réellement le bord effectif du globe qui conſtitue le Soleil, elle intercepte Explication.

pour nous les rayons qui viennent de ce bord; ainſi tous les rayons de cette même partie du Soleil, qui par leur diſperſion formoient la partie *BA* de la couronne lumineuſe, doivent être interceptés également, puiſqu'ils ſont une émanation & un effet de la partie du diſque d'où les rayons ne viennent plus juſqu'à nous; ainſi toute cette partie *BA* doit paroître noire comme Vénus, & ce ligament ou cette protubérance noire doit s'étendre juſqu'à la circonférence lumineuſe & extérieure *A*; elle doit être d'autant plus mince que le ſegment du Soleil, caché par Vénus, devient plus petit, & auſſitôt qu'un ſeul point du diſque réel *BC* commence à être découvert en *B*, l'aberration doit reparoître toute entière, & le bord de Vénus ſemblera éloigné de celui du Soleil de toute la quantité *AB*.

Cette quantité *AB* eſt d'environ 3 ſecondes, à en juger par la diminution que j'ai été obligé de faire au diamètre de Vénus pour accorder les durées des paſſages en 1761 & 1769; or Vénus employoit une minute de temps à ſe rapprocher du bord de la valeur de 3 ſecondes; ainſi je ne ſuis pas étonné qu'il y ait des Obſervateurs qui aient jugé la durée du ligament d'une minute comme M. Hornſby; les uns plus, comme M. Proſperin, les autres beaucoup moins, ſuivant qu'ils auront attendu plus tard pour eſtimer que Vénus étoit toute ſur le Soleil; mais le moment de la rupture du ligament a paru, preſque à tout le monde, un phénomène inſtantané, & c'eſt celui que j'ai toujours cru devoir être regardé ſeul comme le véritable moment du contact.

Confirmation. Depuis la lecture du Mémoire que j'ai donné, le 10 Janvier, ſur la diminution du diamètre ſolaire dans les paſſages de Vénus; M. du Séjour, qui a fait ſur l'Éclipſe de 1764, des recherches ſi vaſtes & ſi intéreſſantes, m'a dit avoir reconnu qu'en diminuant de 6 ſecondes les diamètres du Soleil, que j'ai établis par mes obſervations, on accordoit beaucoup mieux les phaſes obſervées, & ſur-tout les durées de l'Éclipſe annulaire; & cela indépendamment de l'inflexion de $4'' \frac{1}{2}$, qu'il trouve dans les rayons qui paſſent près du bord de la Lune; cela me paroît une nouvelle confirmation

de ce que j'ai établi, que les diamètres du Soleil, estimés par les durées des passages de Vénus, sont plus petits de 5 à 6 secondes que ceux qui s'observent dans nos lunettes ordinaires; il y a probablement dans ceux-ci une aberration très-sensible, pour les rayons de lumière qui nous peignent les bords du Soleil, & c'est la cause du phénomène que j'entreprends d'expliquer dans ce Mémoire.

Si l'effet du ligament noir, dont je viens de donner l'explication, n'a pas été remarqué dans l'éclipse annulaire de 1764, c'est probablement parce qu'il dure trop peu de temps, que la Lune touche sensiblement le Soleil en un trop grand nombre de points, & que l'on a trop de peine à bien faire une observation dont le moment est si tôt passé; mais on en remarque l'effet par la comparaison des diverses observations; & quand on aura observé plusieurs fois des Éclipses totales ou annulaires dans des stations un peu éloignées les unes des autres, ce phénomène pourra être mieux constaté.

Je ne parle point ici de l'anneau ou de l'espèce d'atmosphère que quelques Astronomes assurent avoir observé autour de Vénus, parce que ni moi, ni beaucoup d'autres Astronomes, ne l'avons point remarqué; cependant on peut voir ce qu'en a dit M. l'Abbé Chappe *(Mém. de l'Acad. 1761, page 364)*, & Mrs Dunn, Mason & Pingré *(Philos. Trans. 1770, pag. 65, 463 & 498)*. M. Chappe, dans l'endroit que je viens de citer, rapporte plusieurs observations de cet anneau, par Mrs de Fouchy, le Monnier, Wargentin & les Astronomes d'Upsal. M. Maskeline l'a vu en 1769, de même que M. Wilcke à Stockolm, Mrs Dymond & Wales en Amérique *(Philos. Trans. page 482)*. Mais si cet anneau n'est point une illusion d'optique, ou un défaut des lunettes, il faut en chercher la cause dans l'atmosphère propre de Vénus.

M. Daniel Melander, habile Observateur d'Upsal, m'a écrit que M. Eric Prosperin avoit aperçu deux contacts intérieurs des bords de Vénus & du Soleil; dans le premier il vit, pendant un très-petit instant, Vénus séparée du Soleil; & le bord du Soleil parut libre; mais aussi-tôt Vénus parut liée au même bord du Soleil, par ce ligament noir que je viens de décrire, & qui dura jusqu'à ce que Vénus parut de nouveau se séparer totalement du

bord du Soleil. M. Melander explique ce double phénomène par le moyen de l'atmoſphère de Vénus; cette atmoſphère étant ſuppoſée plus denſe à meſure qu'on approche de la ſurface de Vénus, lorſque le ſecond bord de Vénus entre ſur le Soleil, les rayons qui traverſent les parties les plus élevées & les plus rares de l'atmoſphère parviennent à notre œil par la réfraction de cette atmoſphère de Vénus, & nous font voir le bord du Soleil que Vénus nous couvriroit encore s'il n'y avoit point de réfraction; Vénus continue d'avancer ſur le Soleil, & lorſque ſon atmoſphère toute entière eſt entrée ſur le diſque, toute réfraction ceſſe, & Vénus nous paroît éloignée du bord du Soleil de toute la quantité de ſon atmoſphère: comme je n'ai point obſervé ce phénomène, je n'examinerai point le mérite de cette explication; mais je crois que l'irradiation explique très-bien le ligament noir ou le prolongement obſcur que tant d'Obſervateurs ont vu dans les paſſages de 1761 & de 1769.



OBSERVATIONS
SUR LA
STRUCTURE DE QUELQUES PARTIES DU VEAU MARIN.

Par M. PORTAL.

M. DU HAMEL m'ayant fait part de certaines parties du Veau marin, qui lui ont été envoyées par M. Mauduit, Docteur en Médecine, telles que les poumons, le cœur, les reins & la vessie avec ses uretères; j'ai cru devoir les comparer à la description que M. Perrault en a donnée *, & j'ai aperçu plusieurs objets remarquables qui lui ont échappés, ou qu'il n'a pas indiqués. 28 Février 1770.

1.° Le ventricule droit, ou celui auquel aboutit l'artère pulmonaire, est beaucoup plus petit que le gauche & ses parois sont beaucoup plus épaisses, ce qui est contraire à ce que l'on observe dans le cœur de l'homme adulte; les colonnes de ce même ventricule sont extrêmement multipliées & fort grosses, l'ouverture artérielle est pourvue de cinq valvules, & l'on sait qu'il n'y en a que trois dans l'homme; derrière elles se trouvent cinq sinus très-apparens, que Valsalva a découverts dans l'homme, & dont le nombre est proportionné à celui des valvules. On distingue au milieu de ces cinq valvules du veau marin, les tubercules que Vidus Vidius a découverts dans l'homme, & connus de M. Morgagni, sous le nom de *tubercules d'Arantius;* on découvre de chaque côté des valvules une petite ouverture qui répond assez à celle que M. Senac a fait dépeindre dans son Traité du Cœur, & qu'il regarde comme une variété.

Les valvules auriculaires droites, sont au nombre de trois comme dans l'homme, mais elles m'ont paru plus intimement

* Mémoires de l'Académie des Sciences, *années 1666 jusqu'à 1699.*

réunies entr'elles, & le nom d'*anneau valvuleux*, que M. Lieutaud a donné aux valvules auriculaires de l'homme, leur conviendroit beaucoup mieux que dans l'homme lui-même.

2.° L'oreillette gauche du veau marin eſt pourvue de trois valvules, au lieu que celle de l'homme n'en a que deux; l'ouverture qui conduit du ventricule droit dans l'aorte n'eſt munie que de trois valvules, & les ouvertures des artères coronaires, qui ne ſont comme dans l'homme qu'au nombre de deux, ſont placées au-deſſus des valvules.

Toutes ces valvules ſont pourvues d'un grand nombre de fibres muſculeuſes, dont on aperçoit mieux que dans l'homme la marche & la diſtribution.

3.° La capacité de l'artère-aorte & de l'artère pulmonaire, étoit à peu près égale à leur ſortie du cœur, mais l'aorte peu après ſe trouve prodigieuſement dilatée, & c'eſt ici qu'eſt très-apparent le grand ſinus que Valſalva a découvert dans la croſſe de l'aorte humaine.

4.° Les artères ſous-clavières naiſſent de la croſſe de l'aorte par des troncs diſtingués des carotides; mais ne ſont pas auſſi éloignées que M. Perrault les a fait dépeindre, & par l'obliquité des inſertions de ces quatre artères à l'aorte, il en réſulte quatre ſinus beaucoup plus grands que dans l'homme.

5.° Le trou ovale étoit ouvert & muni d'une grande valvule; mais le canal artériel étoit oblitéré; ce qui eſt très-ſingulier: en général dans l'homme, le canal artériel & le trou ovale s'oblitèrent à la fois; au lieu que dans le veau marin j'ai trouvé le trou ovale auſſi dilaté qu'il paroiſſe l'avoir jamais été, & le canal artériel auſſi bouché qu'il puiſſe jamais l'être.

6.° Les veines pulmonaires du veau marin, ſont plus nombreuſes & plus amples que les artères.

7.° La trachée-artère de cet animal, eſt formée d'un grand nombre d'anneaux cartilagineux complets, au lieu que dans l'homme ils ſont tronqués à la partie poſtérieure.

8.° Les poumons n'ont que deux lobes, comme M. Perrault l'a obſervé, & non cinq, comme Severinus l'a écrit; ils ſont diviſés, mais la ſéparation n'eſt pas complète.

9.° Les reins du veau marin m'ont paru ſemblables à ceux du veau terreſtre.

10.° La veſſie formoit, dans le veau marin que j'ai diſſéqué, un ſac extrêmement alongé, aſſez ample pour contenir deux bons verres de liqueur.



OBSERVATIONS DE M. L'ABBÉ CHAPPE, FAITES EN CALIFORNIE POUR LE PASSAGE DE VÉNUS,

Avec les conséquences qui en résultent.

Par M. DE LA LANDE.

12 Décem. 1770.

LES Obſervations de Californie, que nous attendions depuis long-temps, furent remiſes vendredi dernier à M. Caſſini de Thury, par M. Pauli, Ingénieur-Géographe du Roi, qui avoit accompagné M. l'Abbé Chappe en Californie, & qui n'a voulu s'en rapporter à perſonne du ſoin de tranſporter en France, le dépôt précieux que ſon ami lui avoit confié en mourant. Prêt à mourir lui-même, il avoit pris toutes les meſures qui étoient en ſon pouvoir pour s'aſſurer que ces obſervations parviendroient à l'Académie, & qu'on ne perdroit pas le fruit d'un voyage qui avoit coûté la vie à tant de monde. M. Caſſini a bien voulu me communiquer ces obſervations le même jour, & je m'empreſſe d'annoncer à l'Académie l'uſage que j'en ai fait.

Les regiſtres de M. Chappe, contiennent un détail très-circonſtancié & très-complet d'obſervations faites pendant près de deux mois, pour régler la pendule, vérifier le quart-de-cercle, obſerver la latitude & la longitude du lieu; on voit avec une douleur mêlée d'admiration, que malgré la maladie contagieuſe dont il fut attaqué dès le 11 Juin 1769, huit jours après l'obſervation, malgré une fièvre ardente & l'abattement univerſel qui lui annonçoit ſa fin, il forçoit la Nature pour profiter des moindres circonſtances, & ſe conſoloit de la mort en préparant les fruits que nous retirons de ſon voyage.

Les deux contacts intérieurs de Vénus au Soleil, à l'entrée & à la ſortie, ont été obſervés de la manière la plus ſatisfaiſante; il n'y a

n'y a ſur le journal aucune note d'incertitude, M. Chappe vit la ſéparation du point noir, qui, s'alongeant peu à peu & ſe rompant ſubitement, annonce le moment exact de l'entrée, & le tubercule qui s'élance du bord de Vénus & décide le commencement de la ſortie, comme je l'ai expoſé aſſez en détail dans un autre Mémoire. Cette obſervation fut faite avec une lunette achromatique de dix pieds, l'une des meilleures qui ſoit ſortie des mains de Dollond; enfin elle porte avec elle tous les caractères de préciſion qui peuvent aſſurer la certitude des réſultats.

Les réductions n'ayant point été faites par l'Auteur, j'ai commencé par examiner la marche de l'horloge. Le 3 Juin, par un grand nombre de hauteurs correſpondantes priſes le matin & le ſoir, & qui s'accordent parfaitement entr'elles, on trouve $11^h\ 58'\ 15'',4$, l'équation des hauteurs, pour la latitude de 23 degrés, & un intervalle de 4 heures étoit ce jour-là, — $0'',3$; ainſi le midi vrai étoit à $11^h\ 58'\ 15'',1$: on voit par les obſervations de la veille & des jours ſuivans, que l'horloge avançoit uniformément de $15''$, par jour ſur le temps vrai.

Le premier contact intérieur fut obſervé à $0^h\ 15'\ 42''$ après midi, & le ſecond à $5^h\ 53'\ 9''$; ce qui fait pour le temps vrai ou apparent $0^h\ 17'\ 26'',9$ & $5^h\ 34'\ 50'',3$. Le premier inſtant ſurpaſſe de $1'',9$, & le ſecond de $5'',8$, ceux que M. Doz, Officier Eſpagnol, avoit envoyés à l'Académie, & qui ont été publiés dans une gazette du mois dernier. Il eſt néceſſaire de déterminer la latitude du hameau de Saint-Joſeph (à 18 lieues du cap Saint-Lucas), où M. l'Abbé Chappe voulut aborder, malgré tous les dangers & toutes les incommodités du lieu, & où il fit ſon obſervation; pour cela, je me ſuis ſervi des hauteurs du Soleil & d'Arcturus, priſes dans les deux poſitions du quart-de-cercle, le limbe étant à l'orient & à l'occident. Les 11, 13 & 14 de Juillet, Arcturus parut à $92^d\ 30' + 267$; le diamètre du Soleil, obſervé le 9 Juin, occupoit 746 parties du micromètre, ainſi cette hauteur fait $92^d\ 41'\ 17''$. Les 15 & 17 Juin, on avoit trouvé $87^d\ 21'\ 30''$, dans une autre ſituation de l'inſtrument; d'où il ſuit que l'erreur du quart-de-cercle étoit — $1'\ 24''$; la déclinaiſon d'Arcturus, déduite des obſervations que je faiſois à

Paris dans le même temps, avec un ſextant de ſix pieds, étoit de 20^d 23′ 29″; il s'enſuit que la latitude eſt de 23^d 3′ 36″.

Le 13 Juillet, la hauteur du bord ſupérieur du Soleil étoit de 90^d 55′ + 221, & le 17 elle étoit de 88^d 30′ — 250; ayant égard aux déclinaiſons reſpectives du Soleil, je trouve l'erreur du quart-de-cercle — 1′ 20″, & la latitude 23^d 3′ 38″: par un milieu, cette latitude eſt 23^d 3′ 37″, plus petite de 1′ 38″. que celle de M. Doz.

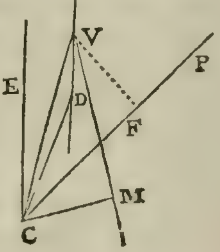
J'aurois pu calculer un plus grand nombre d'Obſervations, & mettre plus de ſcrupule dans les élémens du calcul; mais ces deux réſultats s'accordent aſſez bien pour qu'on puiſſe ſe diſpenſer d'en chercher d'autres; d'ailleurs la latitude influe peu dans les recherches de la parallaxe du Soleil, qui eſt le principal objet de ce Mémoire.

Pour déduire de cette obſervation la parallaxe du Soleil, je l'ai comparée avec celles de M. Planman à Cajanebourg, & du P. Hell à Wardhus, dont voici les principaux élémens.

A Cajanebourg, latitude.......	64^d 13′ 30″,	1.er contact intérieur	9^h 20′ 45″,5.
		2.^{d} contact extérieur	15. 32. 27,0.
A Wardhus, latitude.........	70. 22. 35,	1.er contact intérieur	9. 34. 10,6.
		2.^{d} contact intérieur	15. 27. 24,6.
A S.^{t}-Joſeph en Californie, latitude	23. 3. 37,	1.er contact intérieur	0. 17. 26,9.
		2.^{d} contact intérieur	5. 54. 50,3.

Ayant calculé ces obſervations de Californie, par la méthode dont j'ai parlé à l'occaſion de celles de la baie d'Hudſon, je les ai comparées d'abord avec celles du P. Hell de la manière ſuivante.

Soit C le centre du Soleil, V le lieu vrai de Vénus ſur le diſque du Soleil, D le lieu apparent affecté par la parallaxe, MV l'orbite relative de Vénus, CM la plus courte diſtance, VD le vertical de Vénus; en ſuivant la méthode que j'ai donnée dans mon Aſtronomie & dans mon grand Mémoire ſur ce paſſage *(imprimé n 1772)*, on trouvera les élémens ſuivans.



COMPARAISON de l'observation de Californie avec celle de Wardhus, en supposant la parallaxe moyenne de 8",5.

ÉLÉMENS DU CALCUL.	SAINT-JOSEPH EN CALIFORNIE. Latitude 23d 3′ 37″.		WARDHUS. Latitude 70d 22′ 35″.	
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.
Temps vrai des observations.....	0. 17. 26,9.	5. 54. 50,3.	9. 34. 10,6.	15. 27. 24,6.
Différences des Méridiens, par rapport à Paris..................	7. 28. 2.	7. 28. 2.	1. 55. 6.	1. 55. 6.
Temps réduits à Paris.........	7. 45. 29.	13. 22. 52.	7. 39. 4,6.	13. 32. 18,6.
Distance au milieu du passage....	2. 51. 11.	2. 46. 12.	2. 57. 30,4.	2. 55. 43 6.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Angle *MCV*...............	48. 24. 38.	47. 34. 8.	49. 26. 24.	49. 9. 16.
Inclinaison de l'orbite sur l'Équateur ou *MCF*................	15. 30. 50.	15. 34. 35.	15. 30. 46.	15. 35. 2.
Angle *VCF*...............	32. 53. 48.	63. 8. 43.	33. 55. 38.	64. 44. 18.
Distance vraie *CV* à peu près....	0. 15. 16.	0. 15. 1.	0. 15. 35.	0. 15. 30.
Différence de déclinaison *CF*....	0. 12. 49.	0. 6. 47.	0. 12. 56.	0. 6. 37.
Déclinaison du Soleil..........	22. 25. 48.	22. 27. 27.	22. 25. 41.	22. 27. 25.
Déclinaison de Vénus.........	22. 38. 37.	22. 34. 14.	22. 38. 37.	22. 34. 2.
Différence d'ascension droite *VF* mesurée sur l'Équateur........	0. 8. 59.	0. 14. 31.	0. 9. 25.	0. 15. 10.
Angle horaire du Soleil	4. 21. 44.	88. 42. 35.	143. 32. 39.	128. 8. 51.
Angle horaire de Vénus........	4. 12. 45.	88. 57. 6.	143. 23. 14.	127. 53. 41.
Hauteur vraie de Vénus........	86. 8. 14.	9. 32. 55.	6. 32. 12.	9. 50. 45.
Hauteur apparente de Vénus.....	86. 8. 12.	9. 32. 26.	6. 31. 43.	9. 50. 16.
Différence des parallaxes de hauteur *DV*....................	1",418	20",761	20",91	20",74
Angle *PCE* du vertical & du cercle de déclinaison pour Vénus.....	83. 4. 46.	68. 53. 8.	11. 37. 51.	15. 36. 14.
Angle *ECV* ou *CVD*.........	50. 10. 58.	132. 1. 51.	22. 17. 47.	49. 8. 4.
Distance apparente *CD*........	0. 15. 15,11	0. 15. 15,11	0. 15. 15,11	0. 15. 15,11
Angle *DCV*...............	0. 4. 5,5.	0. 57. 56.	0. 29. 48,63	0. 58. 55,37
Angle *CDV* du vertical & de la distance apparente ou son supplém.t	50. 15. 3,5.	47. 0. 13.	22. 47. 35,63	50. 6. 59,37

ÉLÉMENS DU CALCUL.	SAINT-JOSEPH EN CALIFORNIE Latitude 23d 3′ 37″.		WARDHUS Latitude 70d 22′ 35″.	
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Diſtance vraie de Vénus au Soleil CV.	0. 15. 16,1.	0. 15. 1,08.	0. 15. 34,427	0. 15. 28,547
	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.	H. M. S.
Diſtance correſpondante au point M en temps	2. 51. 12,1.	2. 46. 10,9.	2. 57. 18,5.	2. 55. 22,1.
Diſtance ſans parallaxe	2. 50. 54,0.	2. 50. 54,0.	2. 50. 54,0.	2. 50. 54,0.
Effet de la parallaxe moyenne de 8″,5 en temps	+ 0. 18,1.	+ 4. 43,1.	+ 6. 24,5.	− 4. 28,1
Obſervations réduites au centre de la Terre	0. 17. 45,0.	5. 59. 33,4.	9. 40. 35,1.	15. 22. 56,7.
Durées qui devroient être égales. . . .	. . . .	5. 41. 48,4.	. . . .	5. 42. 21,6.

Ainſi la parallaxe moyenne de 8″,5 fait trouver une durée plus grande de 33″,2 pour Wardhus que pour Saint-Joſeph. L'effet de la parallaxe pour la durée eſt plus grand de 15′ 17″,6 à Wardhus; il ſuffira donc de dire 15′ 18″ : 8″,5 :: 33″,2 : 0″,31, qui, ajoutées à 8″,5, donnent 8″,81 pour la parallaxe moyenne qui réſulte de ces deux obſervations.

Cette même obſervation de Californie, comparée avec celle de Cajanebourg, ne donne que 8″,47; comparée avec celle de la baie d'Hudſon, 8″,54; comparée avec celle de la mer du Sud 8″,53. Cette parallaxe moyenne eſt de 8″,37 par Cajanebourg & le fort du Prince; enfin elle va juſqu'à 9″,8 quand on choiſit Wardhus & le fort du Prince: c'eſt celle que j'avois employée dans mon Aſtronomie; mais conſidérant que l'obſervation de Wardhus donne des réſultats moins cohérens entr'eux, quand on la compare avec les obſervations d'Amérique priſes ſéparément, je ſerois tenté d'adopter par préférence celle de Cajanebourg. Si l'on prenoit alors un milieu entre Saint-Joſeph & le Fort, on auroit pour la parallaxe moyenne 8″,42; mais l'obſervation de Californie étant faite à une plus grande diſtance, on doit préférer ſon réſultat qui donne 8″,47.

L'Obſervation de Californie & celle de la baie d'Hudſon qui

ſont toutes les deux complètes, donnent 8″,54; & l'effet de la parallaxe eſt de 7′ 58″ entre ces deux ſtations. La différence des méridiens qui réſulte des calculs, eſt pour Saint-Joſeph, 7^h 28′; & pour la baie d'Hudſon, 6^h 26′ 10″ par rapport à Paris; cette parallaxe approche beaucoup de celle que M. Short trouva en 1761 (*Mémoires de l'Académie, année 1765, page 3*); en prenant un milieu entre les deux derniers réſultats que je viens de citer, on a 8″½.

Si l'on emploie par préférence l'obſervation de Wardhus & celle de Californie, c'eſt-à-dire la parallaxe 8″,8, on aura pour le jour du paſſage de Vénus 8″,67; on en conclura la demi-durée vue du centre de la Terre, 2^h 50′ 58″½; la différence des méridiens entre ces deux ſtations 9^h 23′ 4″.

La plus courte diſtance des centres eſt de 10′ 7″,1, en ſuppoſant la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, 15′ 14″,8; la latitude en conjonction 10′ 13″,8; la diſtance de la conjonction au milieu du paſſage, 0^h 22′ 22″; la conjonction à 10^h 14′ 32″ de temps vrai, & 10^h 12′ 19″ de temps moyen, avec 2^f 13^d 27′ 22″ de longitude, la diſtance de Wardhus au méridien de Paris, 1^h 54′ 54″; celle de Saint-Joſeph 7^h 28′ 10″, celle de Cajanebourg 1^h 41′ 44″, en employant ſeulement les contacts intérieurs, & ſuppoſant celui de Paris 7^h 38′ 45″.

Au milieu de ces petites incertitudes, on ne laiſſe pas d'apercevoir que la parallaxe moyenne du Soleil ſe trouve de 8″½ ou 8″¾ tout au plus; mais attendons, pour tirer une concluſion définitive, les obſervations qui ont dû être faites dans la mer du Sud, & que nous recevrons peut-être avant la fin de cette année. Si l'on adoptoit cette parallaxe de 8″½, on auroit le milieu du paſſage à Paris à 10^h 36′ 39″, la conjonction à 10^h 14′ 14″ de temps vrai, ou 10^h 11′ 59″ de temps moyen, dans 2^f 13^d 27′ 21″, & le lieu du nœud 2^f 14^d 36′ 17″, la plus courte diſtance des centres étant ſuppoſée de 10′ 8″, pour les raiſons que j'ai expliquées dans un autre Mémoire; mais en attendant je vais rapporter ici la Table de tous les élémens que j'ai calculés, en ſuppoſant cette parallaxe de 8″½, pour ſuppléer à la Table qui ſe trouve dans mon Aſtronomie, & dans laquelle j'ai ſuppoſé la parallaxe de 9 ſecondes.

TABLE des élémens des Planètes qui dépendent de la parallaxe du Soleil, calculée d'après le dernier résultat de toutes les Observations du passage de Vénus.*

NOMS des PLANÈTES.	DIAMETRÈS à la distance moyenne du SOLEIL.	DIAMÈTRES en lieues de 2283 toif.	DIAMÈTRES par rapport à la Terre.	GROSSEUR par rapport à la TERRE.	DENSITÉS par rapport à la Terre.	MASSES par rapport à la Terre.	VÎTESSES des graves à la surface.	DISTANCES MOYENNES en lieues.
Le Soleil.	31′ 57″,50	323155	112,79	1435025	0,25463	365412	433 pieds,80	34761680
La Terre..	0. 17,0	2865	1	1	1	1	15,1038	
La Lune..	0. 4,95	782	0,3141	0,2036	0,68706	0,01399	2,83	84515
Mercure...	0. 7,0	1180	0,41176	0,06981	2,0377	0,14226	12,673	13456204
Vénus. . .	0. 16,52	2785	0,97196	0,91822	1,2750	1,1707	18,717	25144250
Mars. . . .	0. 11,4	1921	0,67059	0,30155	0,72917	0,21988	7,3853	52966122
Jupiter.....	3. 13,7	32644	11,394	1479,3	0,22984	340,00	39,55	180794791
Saturne...	2. 51,7	28936	10,100	1030,3	0,10450	106,90	15,829	331604504
Anneau...	6. 40,6	67518	23,567	....	Neglig. le volume de l'anneau.	....	....	*Idem.*

* Cette Table a été ajoutée à ce Mémoire dans le temps de l'impression, au mois de Juin 1772, la seconde édition de mon Astronomie, ayant paru depuis un an, & mon dernier Mémoire sur le passage de Vénus depuis quelques mois, à Paris, chez *Lattré*, Graveur, *rue Saint-Jacques.*



OBSERVATIONS MÉTALLURGIQUES SUR LA SÉPARATION DES MÉTAUX.

Par M. JARS.

LES progrès que la Chimie a faits en Europe depuis environ un ſiècle, auroient dû naturellement influer plus qu'ils ne l'ont fait ſur ceux de la Métallurgie; puiſque celle-ci tire toutes ſes connoiſſances de cette première, & qu'un Métallurgiſte ne peut faire un pas ſans y avoir recours. La Chimie qui enſeigne à analiſer parfaitement toutes les ſubſtances des trois règnes, à en connoître les rapports, les affinités, à en faire toute ſorte de combinaiſons & à démêler celles faites par la Nature, a donné naiſſance à la Docimaſie, partie eſſentielle de la Métallurgie, & qui a fait elle-même de grands progrès, puiſqu'on trouve aujourd'hui nombre de gens, très-verſés dans les opérations Dociſmatiques, & de très-bons ouvrages ſur cette Science. Elles s'occupent toutes deux des ſubſtances du règne minéral; la première tend à ſéparer les métaux, les uns des autres, & à les délivrer des matières hétérogènes par les voies les plus exactes & les plus promptes, ſans trop s'arrêter aux frais & dépenſes des opérations. La Métallurgie a bien pour but d'arriver aux mêmes fins, mais toujours avec le plus d'économie poſſible; la Docimaſie, ou plutôt la Chimie, ſert d'autant plus de guide au Métallurgiſte, qu'elle lui fait connoître avec exactitude, la valeur des matières qu'il ſe propoſe de traiter, en lui fourniſſant les principes qui doivent être la baſe de ſes opérations.

3 Mars 1770.

Ces deux Sciences n'en font proprement qu'une, cependant il eſt à propos d'obſerver qu'il eſt bien des objets que l'on ne peut ſe diſpenſer de négliger dans les travaux en grand; mais qu'il en eſt beaucoup d'autres auxquels il faut s'attacher avec le plus grand ſcrupule, quoiqu'ils ne paroiſſent pas être de conſéquence

en petit. Il faut calculer tout avec le plus d'exactitude possible, la Métallurgie est quelquefois obligée de s'écarter des principes que lui fournit la Chimie, ou plutôt elle ne peut pas toujours employer les moyens les plus certains qui lui sont indiqués par elle; par exemple, il est à propos de négliger une demi-once d'argent, pour économiser vingt-cinq livres de plomb; d'abandonner une quantité plus ou moins grande de ces métaux, pour ménager une corde de bois, & ainsi dans d'autres circonstances, suivant la valeur des matières du pays où l'on doit opérer.

Bien convaincu de ces vérités, je me suis attaché dans les voyages que j'ai faits dans la plus grande partie de l'Europe; non-seulement à m'instruire par la pratique, & en opérant moi-même, à connoître avec le plus grand détail, tous les procédés en usage suivant le genre des minéraux qu'on avoit à traiter; mais encore à m'assurer si les principes de Chimie, pouvoient s'appliquer à toutes les opérations où j'assistois. Quoique j'en aie trouvé l'application dans bien des cas, j'avouerai néanmoins que j'ai reconnu que l'on en pourroit perfectionner un très-grand nombre, soit du côté du produit des métaux, soit en économisant des matières combustibles par un changement dans la manière de procéder, dans les fourneaux & autres appareils.

La méthode de raffiner le cuivre en plus grand volume & à moins de frais qu'on ne l'a fait jusqu'à présent ailleurs, & que j'introduisis il y a environ treize ans aux mines de Cheissey en Lyonnois; méthode qui a mérité l'approbation de l'Académie, lorsque je lui présentai les dessins du fourneau de mon invention & les détails de l'opération, dont on n'a pas cessé depuis de faire usage avec le même succès, prouve que je me suis occupé déjà, depuis bien des années, à perfectionner les travaux de Métallurgie; les différens voyages que j'ai faits aux mines de Saint-Bel en Lyonnois, m'ont mis à portée de faire nombre d'expériences qui trouveront leur place dans d'autres Mémoires: je ne rapporterai ici que celles qui ont rapport à l'objet dont il est question, & dans la crainte que ce Mémoire ne parût trop long, je l'ai divisé en trois parties.

La première contiendra les expériences qui m'ont conduit aux procédés

procédés que je décris & m'ont fait apercevoir les principes chimiques sur lesquels ils sont fondés, avec la manière de traiter les matières de billon ou de bas aloi.

Je donnerai dans la deuxième, la méthode la plus avantageuse de traiter en grand les minéraux contenant argent & cuivre, procédé nouveau, fondé sur les mêmes principes, & qui n'est pratiqué dans aucune des mines que j'ai visitées, ni décrit par aucun Auteur.

Dans la troisième, ces mêmes principes nous conduiront à rendre raison de l'opération du départ, par la voie sèche, des matières d'argent & de cuivre tenant or, & à proposer une nouvelle manière d'opérer.

PREMIÈRE PARTIE.

L'USAGE d'un laboratoire que j'avois aux mines de Saint-Bel, m'engagea à faire passer par tous les procédés Docimastiques connus, les différentes matières du produit desdites mines, ce qui me conduisit plus d'une fois à entreprendre, conjointement avec mes frères, des opérations plus en grand qui nous déterminèrent à proposer des réformes qui furent acceptées, & eurent le succès auquel nous nous attendions; mais ce qui fixa beaucoup mon attention dans ces expériences, fut le produit très-varié en argent, que je retirois du cuivre de nos mines, suivant le nombre d'opérations par lesquelles il avoit passé; pour me rendre plus intelligible, je dois dire que les minéraux des mines de Saint-Bel & de Chessey, sont des pyrites cuivreuses auxquelles on donne deux, trois & jusqu'à quatre feux de grillage avant que de les fondre dans un fourneau à manche, où elles produisent des mattes qui doivent être grillées neuf à dix fois à la quantité de trois cents à trois cents cinquante quintaux avant que de donner par la fonte leur cuivre noir. On sait que dans les fourneaux de grillage, on trouve assez souvent des morceaux de matte dont le feu développe des grains de cuivre; j'en essayai plusieurs pris indifféremment, & ayant reçu les uns plus, les autres moins de feu, c'est-là où je trouvai que leur produit en argent, varioit

beaucoup; mais ſur-tout, qu'ils en contenoient toujours plus que le cuivre noir, produit du total d'un grillage, lorſque les mattes avoient été rôties ſuffiſamment pour être fondues. M'étant aſſuré par les eſſais que j'avois faits de tous les minéraux & des mattes de la première fonte, que cette différence ne provenoit point de leur inégalité du côté de la *teneur* en argent; je réfléchis que les conſéquences qu'on en pouvoit tirer, étoient fondées uniquement ſur les rapports & les affinités des ſubſtances dont la matte eſt compoſée; la matte dont il eſt ici queſtion, eſt une maſſe réguline, contenant du cuivre, du fer, du zinc, une très-petite quantité d'argent & des parties terreuſes, le tout réuni enſemble par une grande abondance de ſoufre.

Le grand nombre de rôtiſſages que l'on donne à ces mattes, à l'effet d'en obtenir le cuivre noir par une dernière fonte, a pour but de faire brûler & volatiliſer le ſoufre pour déſunir les parties terreſtres d'avec les métalliques: on fait enſuite ſtratifier le tout à travers les charbons dans un fourneau à manche, à l'effet de ſcorifier ces premières, & communiquer aux dernières du phlogiſtique qui eſt doublement néceſſaire dans cette fonte; car il y a toute apparence qu'il ſert d'une part à la deſtruction ou plutôt à la volatiliſation de l'acide vitriolique qui, par la combuſtion ou rôtiſſage, peut reſter uni aux métaux, en compoſant ſans doute avec lui un nouveau ſoufre, & que de l'autre il revivifie les particules de cuivre, leſquelles par la fonte, ſe réuniſſent entre elles, & vont par leur peſanteur ſpécifique, occuper la partie inférieure du baſſin deſtiné à les recevoir.

Mais lorſqu'on ne donne que très-peu de rôtiſſage à ces mattes, il arrive que les métaux qui ont moins d'affinité avec le ſoufre qu'il n'en a lui-même avec les autres qui compoſent la maſſe réguline, ſe précipitent les premiers; on peut donc conclure, dans ce cas-ci, que le zinc & l'argent doivent d'abord ſe précipiter (nous ne compterons pas ce premier, car il ſe volatiliſe en grande partie), enſuite vient le cuivre; quant au fer, il a une ſi grande affinité avec le ſoufre qu'il lui reſte très-intimement uni. L'argent eſt en trop petite quantité dans les mattes que j'ai éprouvées, pour ſe précipiter ſeul; d'ailleurs, on ſait qu'il eſt impoſſible de ſaiſir

dans les travaux en grand (puiſqu'il ſeroit de la plus grande difficulté de le faire en petit) le point précis de rôtiſſage pour rendre cette ſéparation exacte. Tout Chimiſte ſait que par la voie humide, & encore plutôt par la voie sèche, il ne ſe fait aucune précipitation, ſans que le corps précipité n'entraîne avec lui du précipitant, & de ceux auxquels il étoit uni; c'eſt donc lorſqu'une ſuffiſante quantité de ſoufre eſt dégagée de la maſſe réguline, & que le feu & le contact des charbons ont développé quelques grains de cuivre qui ſe réuniſſent enſemble pour couler & prendre la forme de ſtalactites dans l'intérieur des grillages, que la plus grande partie de l'argent qui y étoit contenue, s'eſt concentrée.

Quoique les minéraux de Saint-Bel ne fuſſent point d'une *teneur* en argent à mériter d'en faire la ſéparation, puiſque cela rouloit ſeulement depuis demi, juſqu'à deux & trois onces par quintal de cuivre après la concentration dont je viens de rendre compte, je tirois les meilleurs augures de mes expériences, par l'application que je pouvois en faire pour ſubſtituer une nouvelle méthode à celle que l'on nomme *liquation*, uſitée pour ſéparer l'argent du cuivre & pour économiſer beaucoup de plomb dans le traitement des minéraux contenant ces métaux réunis. Cette découverte me flattoit d'autant plus que je la fis en 1761, au retour de mon premier voyage de Saxe, Bohème, Hongrie, Autriche & Tyrol, & que je n'y avois vu aucune opération qui fût fondée ſur ce principe; je me propoſois de continuer mes expériences, lorſque je fus obligé de faire un voyage par ordre du Conſeil: je revins en 1763 aux mêmes mines, & appliqué de nouveau à faire des expériences toujours relatives aux travaux de Métallurgie, je fus ſollicité par les Fermiers des affinages de Lyon, de les aider de mes conſeils pour tirer le meilleur parti poſſible des monnoies à bas titre, ou matières de billon d'Allemagne qui leur étoient fournies en abondance par les différens Négocians de la ville: depuis pluſieurs mois, ils étoient occupés à travailler; ils procédoient, ainſi qu'ils l'ont continué depuis, par mettre ſur leurs coupelles une certaine quantité de matières de billon, auxquelles ils ajoutoient à meſure, autant de plomb qu'il en falloit pour que la litharge entraînât avec elle tout le cuivre & laiſſât

l'argent parfaitement pur; on fait qu'en général il faut feize parties de plomb pour une de cuivre, & qu'il en faut encore davantage, proportionnellement au cuivre, lorfque celui-ci eft allié avec beaucoup d'argent; on doit bien penfer qu'en procédant ainfi fur les monnoies à haut & bas titre, ils avoient accumulé un tas énorme de litharge qui contenoit encore beaucoup d'argent & encore plus de cuivre; d'ailleurs il leur falloit chaque jour de nouveaux approvifionnemens de plomb, tandis qu'ils en avoient beaucoup d'enfévelis dans la litharge, qui pouvoit leur être d'une double utilité, puifqu'en même temps qu'ils en extrairoient l'argent, il leur ferviroit d'addition pour en féparer le cuivre. Ce fut pour remplir le double objet de revivifier le plomb & d'en féparer les métaux contenus dans la litharge, qu'ils eurent recours à moi & me prièrent de leur indiquer les moyens d'y parvenir; ma première idée, & celle que je crois encore la plus avantageufe, fut de faire bâtir un fourneau de réverbère à l'angloife, mais on ne put trouver dans l'attelier aucun emplacement pour cette conftruction; je me propofois de faire étendre fur le fol de ce fourneau, une quantité de litharge proportionnée à la capacité que je lui aurois donnée, feulement de trois à quatre pouces d'épaiffeur, & de répandre fur fa furface du pouffier de charbon, toutefois après avoir échauffé le fourneau à l'aide du feu que l'on auroit fait dans la chauffe, foit avec du bois de corde, foit avec du charbon de terre, j'aurois d'abord donné une chaleur douce; lorfque la matière auroit commencé à rougir, je l'aurois fait retourner à l'aide de grandes fpatules de fer femblables à celles dont on fait ufage pour la fonte des minéraux de plomb dans le même fourneau, de façon que la partie inférieure fe feroit trouvée par-deffus expofée à l'action de la flamme, & la fupérieure par-deffous alternativement; j'aurois fait de nouveau répandre du pouffier de charbon & procéder de la même manière, je dois dire que le fol de mon fourneau auroit été difpofé de façon à former un plan incliné circulaire, pour que toute la matière fluide pût fe raffembler dans un baffin ménagé dans l'intérieur, au bas dudit plan; & à mefure que l'opération auroit avancé, on auroit

augmenté le degré de chaleur. Par ce seul procédé qui n'est en usage dans aucun pays, & dont aucun Auteur n'a fait mention, j'aurois fait en même temps trois opérations différentes; 1.° celle de la fonte que les Allemands nomment *frischen*, rafraîchir; 2.° celle de la liquation, & 3.° celle du ressuage; car à l'aide du poussier de charbon, j'aurois fourni un phlogistique en état de revivifier la litharge & mettre le plomb en fusion: la chaleur douce auroit eu deux objets; celui de la liquation, qui consiste à ne donner qu'une chaleur capable de faire fondre le plomb, sans mettre le cuivre en fusion, c'est alors que ce premier par sa grande affinité avec l'argent, l'auroit entraîné en grande partie avec lui, & lui auroit servi d'intermède pour le séparer du cuivre; je dois observer en deuxième lieu, après l'avoir éprouvé en faisant ressusciter moi-même de la litharge pure dans un semblable fourneau, que pour peu que l'on donne une chaleur trop forte, la litharge se fond, vient couler dans le bassin, le poussier de charbon nâge par-dessus; & comme elle n'a le contact du phlogistique que par un bien plus petit nombre de côtés, l'opération en devient beaucoup plus longue, & tout cela ne se fait qu'aux dépens du plomb dont partie se vitrifie.

On auroit augmenté le degré de chaleur sur la fin de l'opération, parce que le cuivre étant alors plus en état de le supporter, auroit achevé d'abandonner son plomb, c'est ce que l'on peut nommer *ressuage*.

Mais faute d'emplacement, je fus obligé de me servir de deux petits fourneaux à manche dont on faisoit usage dans l'attelier pour la revivification de la litharge, j'en changeai toutes les proportions, & les reconstruisis dans la forme la plus avantageuse; je fis bâtir deux fourneaux de liquation, d'après les dessins que j'avois rapportés de Saxe, où ce travail est très-considérable, & j'en suivis les procédés: on en peut prendre une idée assez juste dans le Traité des fonderies de Schlutter, publié par feu M. Hellot; cependant comme les constructions des fourneaux & les procédés ont été beaucoup perfectionnés depuis cet Auteur, je me réserve d'en donner la description & les dessins dans un grand Ouvrage auquel je suis occupé.

Les litharges ſortoient trop riches en argent des fourneaux de coupelle, ſoit par la négligence des Ouvriers-affineurs, ſoit par la richeſſe deſdits affinages, pour eſpérer d'en extraire tout le fin dans une ſeule liquation, il fallut donc en faire ſubir une ſeconde à ce cuivre pour achever d'en extraire l'argent, ou du moins à demi-once près par quintal, qui eſt la ſéparation la plus exacte que l'on puiſſe faire avec avantage dans le travail en grand; mais je ne fis cette dernière opération que ſur une quantité de ſix milliers ou ſoixante quintaux; les Fermiers deſirant ſeulement alors que j'inſtruiſiſſe leurs ouvriers de cette méthode, & de la façon d'opérer avant mon départ de Lyon pour l'Angleterre. Comme ils n'avoient point de fourneaux de raffinage pour mettre ce cuivre à ſa perfection, ils le vendirent à la compagnie des Mines de Saint-Bel; je profitai de cette occaſion pour répéter mon expérience pour concentrer l'argent par le moyen du ſoufre, j'avois double eſpérance de réuſſite avec cette matière, comme on va bientôt le voir.

Je pris dix quintaux de ce cuivre, & les fis fondre partie par partie avec le minéral de cuivre rôti à quatre feux; enfin je ne changeai rien à la fonte ordinaire par laquelle on obtient des mattes. Je voulois par-là minéraliſer la plus grande partie de ce cuivre en enrichiſſant les mattes, & n'obtenir que des petits culots de ce métal, où j'eſpérois concentrer l'argent; j'y réuſſis au point que ce cuivre, qui ne tenoit que demi-once d'argent par quintal, me produiſit des culots qui en contenoient juſqu'à quatre onces: celui qui étoit renfermé dans le minéral y entroit certainement pour quelque choſe, mais ce réſultat n'annonce pas moins qu'il y eut une concentration.

Comme ce cuivre avoit conſervé encore un peu de plomb avec de l'argent; il arriva que le ſoufre du minéral, s'empara de la plus grande quantité du cuivre auquel il put s'unir, comme ayant avec lui plus d'affinité qu'avec l'argent & le plomb, leſquels ſe précipitèrent en culot avec le cuivre qui n'avoit pas rencontré aſſez de ſoufre pour ſe minéraliſer.

Satisfait d'avoir réuſſi dans cette expérience qui confirmoit mes précédentes, j'étois ſur le point de propoſer à la Compagnie des

Mines de Saint-Bel, d'acquérir des Affineurs, le cuivre encore chargé d'argent après la première liquation, en payant ce dernier métal suivant l'essai; mais ayant fait réflexion sur l'inégalité de richesse que j'avois trouvée aux litharges & aux cuivres qui en provenoient; je vis qu'il étoit impossible d'apprécier la quantité d'argent qu'ils pouvoient contenir, & qu'il falloit abandonner ce projet: mon dessein étoit d'en concentrer l'argent par l'opération ci-dessus; je fus fâché qu'il n'eût pas lieu, regardant ce procédé comme un des plus importans de la Métallurgie, & je ne cherchois que l'occasion de pouvoir le mettre en pratique. Peu de temps après parut la traduction des Mémoires de l'Académie des Sciences de Suède, où je vis avec plaisir que M. Scheffer propose dans son Histoire du départ ou de la séparation des métaux, de préférer la méthode de la minéralisation du cuivre pour en séparer l'argent, à celle de la liquation; mais on verra bientôt que M. Cramer avoit eu aussi les mêmes idées, & que depuis & pendant que j'étois en Angleterre, ce savant Métallurgiste étoit occupé à monter un travail fondé sur les mêmes principes; mais avant que de décrire son procédé, je dois faire part d'une observation très-intéressante & que j'eus occasion de faire pendant que je dirigeois & instruisois les Ouvriers des affinages.

Les Fermiers des affinages reçoivent journellement en abondance des monnoies à bas titre & en espèces qu'il falloit fondre ensemble pour déterminer par l'essai le titre commun; il leur falloit une quantité prodigieuse de creusets, il s'en cassoit beaucoup, ce qui leur occasionnoit une main-d'œuvre considérable avec une grande consommation de charbon; ils me témoignèrent leur embarras, je leur proposai d'abréger cette opération & me chargeai de cette fonte.

Je fis ouvrir un des fourneaux à manche, je construisis dans son intérieur un bassin au niveau de la tuyère, & en pratiquai un second en dehors, qui communiquoit au premier; je fermai d'un pied de hauteur le fourneau, à quelques pouces au-dessus dudit bassin, je fis chauffer le tout, je mis du charbon jusqu'au haut de la tuyère, fis agir les soufflets, charger les monnoies par-dessus les charbons & continuer de la même manière à mesure

que les matières fondoient; mes deux baſſins furent bientôt pleins, j'arrêtai le vent des ſoufflets pour puiſer le métal avec une cuiller & le verſer dans des lingotières; je recommençai enſuite à procéder de la même manière, ce qui accéléroit prodigieuſement le travail ſur celui des creuſets.

Je remarquai par des expériences, que pour rendre les lingots de billon d'une teneur plus égale dans toutes les parties, il falloit que les lingotières fuſſent auſſi chaudes qu'il étoit poſſible, & que moins elles l'étoient, plus il y avoit d'inégalité, cela me donna lieu à faire beaucoup d'eſſais particuliers, & je reconnus, ſoit par les expériences faites juridiquement aux affinages, ſoit par les miennes propres, que dans le cas où la différence étoit la plus ſenſible, c'étoit le centre du lingot qui étoit le moins riche en argent, & toutes les parties extérieures les plus riches, ſur-tout celles qui avoient touché les parois de la lingotière; M. Cramer fait mention de cette inégalité dans ſa Docimaſie, mais il n'avoit peut-être pas penſé qu'elle fût auſſi ſenſible pour l'argent & le cuivre ſans mélange d'aucun autre métal. Quelques perſonnes ont cru que lorſque des métaux étoient alliés enſemble & tenus en fuſion, il y avoit une plus grande quantité des plus peſans dans la partie inférieure que dans la ſupérieure du creuſet, mais il y a grande apparence que cela n'a pas lieu puiſque la diſſolution eſt parfaite toutes les fois que le degré de chaleur eſt aſſez fort pour tenir les deux métaux en fuſion, car il en eſt autrement à meſure qu'ils refroidiſſent, comme on le verra pour le plomb & le cuivre fondus enſemble, d'où on pourroit expliquer l'inégalité dont je parle par le refroidiſſement plus prompt de l'un ou de l'autre des métaux alliés; cependant je penſe que dans l'exemple que je rapporte on doit plutôt l'attribuer au degré plus ou moins grand de ſenſibilité de ces métaux à l'approche d'un corps froid: tous les Chimiſtes & les Métallurgiſtes ſavent que les métaux en fuſion ſont très-ſuſceptibles de ſauter en l'air avec fracas dès qu'ils ſont touchés par des corps humides, le plomb l'eſt moins que l'argent & celui-ci encore moins que le cuivre; d'où je conclus qu'en verſant un alliage d'argent & de cuivre dans une lingotière, dès que la maſſe en touche les parois, elle cherche à s'en éloigner,

rencontrant

rencontrant un corps moins chaud qu'elle-même, le cuivre reçoit une impulſion plus forte par ſa plus grande ſenſibilité & tend de tous les côtés à ſe rapprocher du centre; d'où il réſulte que dans les lingots de billon, les extrémités ſeront d'autant plus riches, eu égard à l'intérieur, que les lingotières ou les moules en ſable auront été moins échauffés avant que d'y verſer la matière: cette obſervation me paroît d'autant plus importante que nos Eſſayeurs prennent toujours leurs eſſais ſur les lingots, & ont rarement l'attention d'en prendre deſſus & deſſous, ce qui rendroit pourtant l'eſſai plus juſte, & que fort innocemment (quoiqu'ayant bien opéré) ils pourroient faire tort à des particuliers & les engager dans des procès, la méthode la plus ſûre pour ces ſortes de matières, ſeroit ſans contredit de faire comme en Allemagne, & de prendre les eſſais de la manière ſuivante; lorſque ces métaux ſont bien en fuſion, on en puiſe avec un petit creuſet rougi au feu, & on le verſe dans un baquet plein d'eau agitée avec un petit ballai pour les réduire en petites grenailles qui ſont recueillies pour faire les eſſais ſur leſquels on détermine le titre.

Il y a environ dix-huit mois qu'étant à voyager avec mon frère dans le pays d'Hanovre & le duché de Brunſwic, nous nous rendîmes à Blankenbourg auprès de M. Cramer, pour y paſſer quelques jours & profiter des lumières de ce ſavant Chimiſte, il étoit occupé depuis quelque temps à traiter par la précipitation, les monnoies de billon du pays; il eſt le premier en Europe qui ait ſéparé l'argent du cuivre dans un travail en grand par cette méthode: je vais rapporter ſes procédés qui ſont très-curieux & ſervent de confirmation à mes expériences faites pluſieurs années auparavant.

Fonte des Monnoies à bas titre; ſéparation de l'Argent d'avec le Cuivre.

La fonderie deſtinée pour cette ſéparation, a été conſtruite à un quart de lieue de la ville de Blankenbourg; elle renferme deux fourneaux de réverbère, un grand & un petit, qui diffèrent peu de ceux que l'on nomme *cupols* en Angleterre, un fourneau

de coupelle, deux fourneaux à manche & un petit foyer de rafinage pour le cuivre.

Lorſqu'on a des cuivres qui tiennent moitié argent & au-deſſus, on les met tout de ſuite à la coupelle avec une ſuffiſante quantité de plomb pour entraîner tout le cuivre, comme cela ſe fait par-tout ailleurs; mais ceux qui ſont moins riches ſont mis dans le grand fourneau de réverbère mentionné ci-deſſus, c'eſt-à-dire, 800 marcs à la fois; lorſqu'ils ſont d'un rouge blanc, on y ajoute 12 quintaux de plomb, on fait fondre le tout enſemble; dès que la matière eſt en bain, on perce & l'on fait couler dans un baſſin de réception; on laiſſe refroidir & l'on écume à meſure en retirant avec un rable tout ce qui s'élève en grumeaux à la ſurface, c'eſt le cuivre qui ſe refroidiſſant plutôt que le plomb, s'en ſépare & vient par ſa légèreté, eu égard à la peſanteur de ce dernier, nâger dans la partie ſupérieure du plomb en fuſion; lorſque l'on a écumé tout ce qu'il paroiſſoit y avoir de cuivre, on enlève le plomb avec une cuiller, & on le verſe dans des moules, ce métal par ſa très-grande affinité avec l'argent, l'empêche de ſe ſéparer par le refroidiſſement, ainſi que le fait le cuivre, & en conſerve avec lui la plus grande partie, d'où il s'eſt par-là fort enrichi; dans cet état on l'affine & on le paſſe à la coupelle à l'ordinaire, on continue le même procédé dans le fourneau de réverbère tant qu'on a de ces cuivres ou monnoies de billon; l'écume dont il vient d'être parlé ci-deſſus, eſt un mélange de beaucoup de cuivre, d'argent & du plomb; lorſqu'on en a une certaine quantité, on la met dans le même fourneau de réverbère, mais ſans aucune addition, & on la fait deſſécher ou reſſuer, c'eſt-à-dire, qu'on lui donne une chaleur capable de faire fondre le plomb & non le cuivre; ce premier coule & entraîne avec lui une grande partie d'argent, on le paſſe ainſi à la coupelle; quant au cuivre qui a reſté dans le fourneau, il tient encore beaucoup d'argent, c'eſt pourquoi on le fond dans cet état dans un fourneau à manche avec un mélange de pyrites martiales, pour le minéraliſer & le réduire en mattes, leſquelles ſont enſuite fondues ſans être grillées, c'eſt-à-dire, crûes avec des ſcories d'une précédente fonte des

matières tenant plomb, comme litharge, cendres de coupelle imbibées & de la grenaille de fer; il arrive dans cette fonte une précipitation par l'intermède du fer, le plomb a plus d'affinité avec le soufre que n'en a l'argent; mais le fer en a encore plus que ces deux métaux, de sorte que le soufre s'unit avec ce dernier, & les deux premiers se précipitent, ils se rassemblent sous la matte, on les retire avec une cuiller pour être passés à la coupelle; s'ils ont entraîné du cuivre avec eux, ce qui est aisé à connoître, on écume & on retire une matière telle que nous l'avons dit précédemment & que l'on porte au fourneau anglois pour l'y faire ressuer. Les mattes retiennent pourtant encore une partie d'argent; pour l'en séparer, on les rôtit à l'ordinaire entre deux murs, & on leur donne trois, quatre & jusqu'à cinq feux, enfin jusqu'à ce qu'on aperçoive des grains de cuivre dans cette matte rôtie. M. Cramer prétend que ces grains sont presque tout argent; on fond alors cette matte dans un fourneau à manche, & l'on obtient à chaque percée que l'on fait, un culot de cuivre plombifère, dans lequel tout l'argent, ou du moins la plus grande partie doit être précipitée; on n'a rôti ces mattes que jusqu'à un certain point, dans l'intention de ne faire évaporer que le soufre surabondant qui tenoit encore avec lui de l'argent; & comme ce dernier a moins d'affinité avec le soufre que n'en a le cuivre, lequel en a moins que le fer contenu dans la pyrite, joint à celui que l'on a ajouté dans la précédente fonte, il résulte que l'argent doit se précipiter en culot avec un peu de cuivre, d'où l'on doit sentir de quelle conséquence il est de ne point trop rôtir ces mattes, sans quoi on courroit risque de mettre trop de cuivre à nu & d'étendre ainsi l'argent dans un trop grand volume de ce métal; si au contraire on ne les rôtit pas assez, on est exposé à ne pas obtenir de culots ou à les avoir trop petits.

Si ces culots sont assez riches, on les traite dans le fourneau à l'angloise, comme nous avons dit, qu'on le faisoit de la monnoie de billon; mais s'ils sont trop pauvres, on les fond avec des pyrites: quant aux mattes qui sont provenues de cette dernière fonte, & qui ne tiennent qu'une quantité d'argent qui

ne vaut pas le départ, on les rôtit juſqu'au cuivre noir & on les traite à l'ordinaire pour en obtenir le cuivre rafiné. M. Cramer fait conduire, avec beaucoup de précaution, la ſeconde fonte, dans laquelle nous avons dit que l'on ajoutoit des matières tenant plomb; ſon fourneau à manche a cinq pieds de hauteur au-deſſus de la tuyère, mais afin que la chaux de plomb, qui forme une fumée épaiſſe toutes les fois que l'on fond du plomb, ne ſoit pas enlevée, ou du moins pour en diminuer la perte, il fait à chaque charge toujours recouvrir ſon fourneau avec de petit charbon mouillé, la chaux de plomb s'y arrête, ſe revivifie peu à peu & retombe en gouttes dans le fourneau.



SECOND MÉMOIRE
SUR LA FILATURE DES SOIES.

Par M. DE VAUCANSON.

EN 1748, je donnai un premier Mémoire concernant la conſtruction d'un nouveau Tour à tirer la Soie, dans lequel je tâchai de réunir les moyens les plus ſimples, les plus commodes & les plus aſſurés de filer la Soie avec toute la perfection requiſe. Je ſoumis ce nouvel inſtrument à l'expérience, pendant pluſieurs années, dans la Manuſacture royale d'Aubenas en Vivarais. L'uſage m'y fit découvrir un inconvénient que je n'avois pas prévu, ce qui m'obligea d'y faire une correction dont je vais rendre compte, après quelques obſervations préliminaires.

La ſoie n'eſt point filée par la main des hommes, comme la laine, le coton ou le lin; c'eſt le ver qui file lui-même ſa ſoie dans laquelle il s'enveloppe, comme pluſieurs autres chenilles. Cette enveloppe, qu'on nomme *coque* ou *cocon*, n'eſt à proprement parler qu'un peloton qui eſt à devider; c'eſt par la réunion des brins de quelques-uns de ces pelotons, qu'on forme le fil de ſoie; les fils les plus fins ſont composés de trois à quatre brins, c'eſt-à-dire de trois à quatre cocons; on augmente leur groſſeur en augmentant le nombre de ces brins: ainſi on tire de la ſoie de quatre à cinq cocons, de cinq à ſix, de ſix à ſept, de ſept à huit & de huit à dix, ſuivant la qualité de ſoie que l'on veut faire. On preſcrit toujours deux nombres de cocons pour chaque fil de ſoie, parce que le brin diminuant de groſſeur à meſure que le cocon approche de ſa fin, il faut alors en ajouter un & quelquefois deux, pour entretenir le fil de ſoie dans la même égalité de groſſeur; c'eſt la principale attention que doit avoir la fileuſe, parce que c'eſt de ſa vigilance & de ſon adreſſe, que dépend uniquement l'égalité du fil.

La netteté du fil de ſoie dépend auſſi preſqu'entièrement de ſon exactitude à bien purger les cocons: je n'entrerai point dans

le détail de ces procédés, que j'ai décrits fort au long dans mon premier Mémoire; je me bornerai dans celui-ci, à montrer toutes les perfections que la ſoie peut recevoir de la conſtruction du tour qui ſert à cette opération.

C'eſt l'exacte jonction & la parfaite adhéſion des différens brins de cocons entr'eux, qui donnent au fil de ſoie ſa principale force: il y a deux moyens pour faire cette union; le premier & le plus ancien, eſt d'entrelaſſer le fil au ſortir de la filière, ſur deux petits cylindres de bois, avant qu'il parvienne ſur le devidoir. Comme ces petits cylindres reſſemblent à une bobine, on nomma cette manière de filer la ſoie, *tirer à la bobine;* c'eſt la méthode qui eſt en uſage en Eſpagne, dans le Levant, à la Chine & dans quelques endroits du royaume; mais comme la jonction des brins ne ſe fait que très-imparfaitement par cette méthode, & que le fil de ſoie n'y eſt jamais ni arrondi, ni uni, ni ſuffiſamment purgé de ſon humidité; il en réſulte une ſoie qui eſt toujours défectueuſe & qui ne peut ſe devider ſans occaſionner beaucoup de déchet.

Les Piémontois qui ont le plus contribué à la perfection de cet art, imaginèrent un autre moyen de faire cette jonction; ils filèrent deux fils à la fois, & au lieu de les entrelaſſer chacun au ſortir des filières, ſur des cylindres, ils les croisèrent l'un ſur l'autre un certain nombre de fois; après la croiſure, chaque fil ſéparé fut paſſé dans l'œil des guides, pour être diſtribués ſur le devidoir & former chacun un écheveau; on nomma cette nouvelle manière de filer, *tirer à la croiſade,* non-ſeulement elle fut adoptée comme la meilleure, par tous les Fabricateurs piémontois, mais elle fut ordonnée par un règlement du Prince.

En effet, les deux fils de ſoie étant obligés de gliſſer entre toutes les hélices que forment leur croiſure, les différens brins de cocons dont ils ſont compoſés, ſe ſerrent & s'uniſſent d'autant plus les uns contre les autres, que le nombre des hélices eſt plus grand & que leur inclinaiſon eſt plus conſidérable; un ſecond avantage de la croiſure eſt de s'oppoſer au paſſage de quantités de côtes & de flocons de ſoie qui échappent toujours à la fileuſe quand elle purge ſes cocons, ou qui ne ſe

montrent qu'à meſure que le cocon ſe développe: le troiſième avantage que procure la croiſure, eſt d'exprimer beaucoup de parties aqueuſes dont les brins de cocons ſont imprégnés par leur ſéjour dans l'eau de la baſſine, ce qui empêche que les fils de ſoie ne parviennent trop humides ſur le devidoir: voilà donc trois qualités eſſentielles que la croiſure procure au fil de ſoie; elle lui donne de la forcé en réuniſſant exactement les différens brins dont il eſt composé; elle contribue à ſa netteté en ſervant d'obſtacle au paſſage des impuretés accidentelles; elle l'empêche de ſe coller dans la confection de l'écheveau en lui enlevant une bonne partie de ſon humidité.

Mais pour que la croiſure produisît toujours ces bons effets, il faudroit qu'elle fût toujours proportionnée aux différentes qualités de ſoie que l'on tire, & qu'elle fût toujours égale pour une même qualité; il faut moins croiſer pour les ſoies fines & croiſer davantage pour les plus groſſes; la manière dont on fait ordinairement cette croiſure ne permet aucune régularité: après avoir paſſé dans les filières qui ſont au-deſſus de la baſſine les deux faiſceaux de brins de cocons qui doivent former les deux fils de ſoie, la tireuſe prend ces deux fils & les croiſe l'un ſur l'autre, en les roulant entre le doigt index & le pouce, mais le nombre de révolutions qu'elle leur fait faire eſt toujours très-incertain & fort inégal; l'obligation où elle eſt d'avoir toujours ſes doigts dans l'eau preſque bouillante, lui ôte tout ſentiment dans le tact, & il arrive preſque toujours que les deux fils ſont trop croiſés ou qu'ils ne le ſont pas aſſez; ſi la croiſure eſt trop conſidérable, la fileuſe ne s'en aperçoit que lorſque les fils attachés ſur le devidoir qu'on met en mouvement, ne peuvent pas gliſſer aſſez facilement l'un ſur l'autre dans l'endroit de la croiſure; elle eſt forcée alors de rompre ſes deux fils & de recommencer ſa croiſure à laquelle elle ne réuſſit ſouvent pas mieux que la première fois; ſi la croiſure eſt trop foible, elle ne produit plus tout ſon effet, & la fileuſe qui devroit pareillement rompre ſes fils pour en refaire une autre, ne s'en donne jamais la peine; elle croiſe toujours beaucoup moins qu'il ne faut, afin de n'être pas obligée de recommencer: voilà pourquoi

la plupart des ſoies tirées à la croiſade n'ont pas le plus ſouvent une meilleure qualité que celles qui ſont tirées à la bobine.

J'ai remédié à cet inconvénient dans mon tour, en fourniſſant à la tireuſe un moyen ſûr & facile de faire exactement le nombre de croiſures qui lui eſt preſcrit; entre les filières qui ſont immédiatement au-deſſus de la baſſine & celles des guides qui conduiſent les fils ſur le devidoir, j'ai placé un cercle de cuivre de 6 pouces de diamètre, qui porte dans ſon intérieur un œil de verre en forme de crochet, placé de chaque côté à 5 pouces & demi de diſtance l'un de l'autre; à l'extérieur de ce cercle eſt une gorge qu'enveloppe une corde ſans fin, qui ſe plie auſſi ſur une poulie de bois de même diamètre, montée ſur un arbre de fer, au bout duquel eſt une petite manivelle à portée de la main de la tireuſe; après qu'elle a paſſé chaque fil dans la première filière, la tourneuſe les prend pour les paſſer chacun dans l'œil de verre du cercle & dans celui des guides; la tireuſe met alors la main ſur la petite manivelle, qu'elle tourne autant de fois qu'elle doit faire de croiſures, & les deux fils de ſoie ſe trouvent croiſés en deux endroits, autant de fois que la manivelle a fait de tours: ſi pour les ſoies les plus fines on fait ſix tours de manivelle, la ſoie ſe trouve croiſée ſix fois devant & ſix fois derrière la lunette; ſi c'eſt douze tours pour les plus groſſes ſoies, il y aura douze tours à chaque croiſure; cette croiſure qui ſe trouve ici partagée, permet aux fils de ſoie de gliſſer plus aiſément entre un plus grand nombre d'hélices; l'uſage démontre que ces fils ne gliſſeroient pas dans une ſeule croiſure compoſée de trente hélices, & qu'ils gliſſent facilement dans deux de quinze hélices chacune & de même inclinaiſon; or plus le nombre des hélices eſt grand, plus la preſſion des brins eſt continuée & plus le fil de ſoie acquiert de force & d'uniformité.

Le ſecond avantage de la double croiſure eſt d'exprimer beaucoup plus d'humidité que ne peut faire une croiſure ſeule, c'eſt principalement à l'entrée & à la ſortie de la croiſure que l'on voit les particules d'eau s'échapper des fils de ſoie; cette double circonſtance ſe trouvant répétée dans la ſeconde croiſure, il eſt aiſé

aisé de concevoir que les fils de soie doivent arriver beaucoup moins humides sur le devidoir.

Par cette nouvelle manière de croiser, on a encore l'avantage d'augmenter ou de diminuer les croisures, sans être obligé de rompre les fils de soie; il se trouve souvent dans le cours de l'opération, des cocons foibles dont le brin ne peut pas supporter une forte croisure; deux ou trois tours de manivelle à contre-sens, suppriment deux ou trois hélices à chaque croisure, comme un pareil nombre de tours en sens contraire, les y ajoutent; on n'a pas même besoin pour cela d'arrêter le mouvement du devidoir.

La seconde perfection que l'on doit trouver dans le tour à soie, est de distribuer les fils sur la largeur de l'écheveau, de manière qu'ils ne puissent jamais se coller les uns sur les autres, car malgré les croisures ils arrivent toujours un peu mouillés sur le devidoir; lorsque la soie se trouve collée dans l'écheveau, elle devient très-difficile à devider, elle sort toute écorchée de cette opération, & occasionne un déchet qui va quelquefois à plus de 10 à 12 pour cent.

C'est par le mouvement des guides que chaque fil de soie est distribué sur l'écheveau; il faut que ce mouvement corresponde avec celui du devidoir, de manière qu'à chaque révolution du devidoir, le fil change de position en s'écartant le plus qu'il est possible de celui qui a été couché sur l'écheveau le tour d'auparavant, & qu'il ne revienne à sa première position qu'après un grand nombre de révolutions du devidoir.

Les Piémontois ont employé un engrénage de quatre roues pour établir la communication de ce mouvement entre le devidoir & les guides. La proportion qui y est observée opère un arrangement des fils très-régulier & très-avantageux pour la confection de l'écheveau; le règlement de Piémont oblige tous les fileurs d'en faire usage, & ordonne que chaque tour sera muni d'une double garniture de toutes les pièces qui composent ce mouvement, parce qu'il est rare qu'elles se conservent en bon état pendant tout le temps d'un tirage.

Nos fileurs françois qui ne sont assujettis à aucun règlement, n'ont jamais voulu faire usage de cette mécanique; ils l'ont trouvé

trop incommode, trop peu ſolide & trop diſpendieuſe; ils ont réglé le mouvement des guides par le moyen de deux poulies de bois dont les diamètres diffèrent comme de $22\frac{1}{2}$ à 35, la plus petite tient à l'arbre du devidoir, & la grande à la traverſe des guides qui eſt ſur le devant du tour: une corde ſans fin embraſſe la gorge des deux poulies, de manière qu'en tournant le devidoir, la poulie qui y eſt attachée fait tourner celle des guides. Ce moyen eſt ſans contredit beaucoup plus ſimple & beaucoup plus commode que celui des Piémontois; mais il s'en faut bien qu'il ſoit auſſi ſûr & auſſi régulier: la corde ſans fin n'eſt tendue que par un petit coin de bois qu'on met contre la traverſe des guides; après quelque temps de travail, la corde s'alonge, gliſſe par intervalle dans la gorge des poulies, & dérange toute l'harmonie de leur mouvement; d'un autre côté la poulie des guides placée ſur le devant du tour, & par conſéquent expoſée à la vapeur de l'eau bouillante s'enfle pendant le travail du jour & ſe sèche pendant le repos de la nuit; le rapport de ſon diamètre avec celui de l'autre poulie ſe trouvant changé, les fils de ſoie ne s'arrangent plus avec régularité ſur l'écheveau, & font un pliage vicieux qu'on nomme *vitrage*, parce que le fil revenant trop ſouvent dans le même endroit, fait paroître ſur la ſurface de l'écheveau des lozanges terminés par des cordons, qui reſſemblent à des carreaux de vitre.

Dans la conſtruction de mon nouveau tour, je crus avoir remédié à ces deux inconvéniens, en donnant à la corde ſans fin une tenſion toujours égale, par le moyen d'un poids qui faiſoit un effort conſtant ſur la poulie des guides, & en ajoutant deux canelures de plus ſur la petite poulie du devidoir, dont l'une avoit dans ſon diamètre une fraction en plus, & l'autre une fraction en moins que dans celui de la première canelure, afin de pouvoir compenſer par-là les variations qui pourroient arriver au diamètre de la grande poulie; en effet, lorſque la tourneuſe s'apercevoit de la moindre altération dans le pliage, elle n'avoit qu'à changer la corde de canelure, & dans l'inſtant le pliage ſe réformoit.

Ce moyen de correction parut avoir le plus grand ſuccès dans les premiers eſſais qui furent faits de mon nouveau tour: chacun y trouva beaucoup de ſimplicité & beaucoup de commodité; on

m'engagea de le rendre public, afin que dans toutes les filatures on pût promptement profiter d'une découverte auffi utile; mais l'ufage me fit bientôt apercevoir de mon imprudence, & m'apprit qu'il ne faut jamais donner pour règle à fuivre, aucun moyen nouveau, fans l'avoir fait paffer auparavant par les épreuves les plus fcrupuleufes, les plus longues & les plus répétées.

M'étant tranfporté à Aubenas en 1763, pour y établir la première Manufacture de foie, compofée de mes nouveaux tours & de mes nouveaux moulins à organciner; je remarquai en voyant tirer la foie avec mes tours qui y étoient en ufage depuis deux ans, que la bonté du pliage des écheveaux dépendant de l'attention de la tourneufe à changer à propos la corde de canelure, il arrivoit qu'elle ne remédioit jamais au mal affez tôt, & qu'elle ne s'en apercevoit même que lorfqu'il fubfiftoit depuis long-temps; de forte que la foie fe trouvant mal pliée dans plufieurs endroits de l'écheveau, elle ne fe devidoit pas affez aifément, & occafionnoit encore trop de déchet.

Je compris alors que pour arriver à la perfection, il falloit abfolument rendre le pliage des écheveaux indépendant du plus ou du moins de vigilance dans la tourneufe; qu'il devoit néceffairement être réglé comme celui des Piémontois, par une correfpondance invariable entre les révolutions du devidoir & le jeu des guides, ce qui ne pouvoit fe faire que par un engrénage quelconque; mais il falloit éviter les inconvéniens de celui de Piémont; il falloit le rendre plus commode & plus folide. J'y fuis parvenu en y employant quatre petites roues placées fur une même ligne & attachées à un des pieds de derrière du tour; la première de ces roues qui a 23 dents eft fixée au bout de l'arbre du devidoir; elle engrène avec une roue de 25, fur laquelle eft attachée une roue de 22, qui a un centre commun avec elle, & qui tourne fur le même boulon: cette roue de 22 mène une roue de 35 dents qui fait agir les guides par un mouvement de *va & vient,* au moyen d'un fil de fer d'un pied environ de longueur, terminé à fes extrémités par une boucle en forme d'anneau, dont l'une tient à la roue & l'autre à la tige qui porte les guides; j'ai donné à cette tige une forme différente, & une pofition plus

avantageuſe. Ces quatre roues ſont en bois de plane ou de noyer, coupées perpendiculairement au fil du bois, elles n'ont que huit à neuf lignes d'épaiſſeur, n'occupent que très-peu de place & ſe trouvent fort éloignées de la baſſine, ce qui les met à l'abri de la vapeur de l'eau.

La proportion que j'ai établie par-là, entre le mouvement du devidoir & celui des guides, eſt telle que le devidoir fait huit cents ſoixante-quinze révolutions avant que le fil de ſoie ne revienne au même point d'où il eſt parti, c'eſt-à-dire que le fil change de poſition pendant huit cents ſoixante-quinze tours de l'écheveau avant de retomber ſur la première ; ce pliage très-régulier dans ſa variété, nous a paru le plus avantageux pour le devidage des écheveaux ; lorſque la ſoie eſt d'ailleurs bien tirée, le déchet qu'elle ſouffre dans cette ſeconde opération, n'eſt preſque pas ſenſible, puiſqu'il ne va pas à une once ſur cent livres.

C'eſt d'après cette dernière réforme, que je fis conſtruire les cent tours à la double croiſade, qui compoſent la filature d'Aubenas ; j'ai non-ſeulement attendu qu'un long uſage en eût conſtaté la bonté, mais comme une découverte en occaſionne preſque toujours pluſieurs autres ſur le même objet, j'ai été bien aiſe de voir ſi quelqu'un ne trouveroit pas quelque choſe de mieux, ſi perſonne n'y découvriroit quelque défaut, ou n'y ajouteroit quelque perfection ; j'ai eu ſoin de faire éprouver par l'Entrepreneur de la manufacture d'Aubenas, toutes les nouveautés qui ont été préſentées depuis, je veux dire, celles qui ont paru mériter quelque conſidération, ſoit par le témoignage dont elles étoient appuyées, ſoit par la réputation de leur auteur : le compte qui m'en a été rendu par cet Entrepreneur éclairé, ſa perſévérance à trouver plus d'avantage dans les miens, & la préférence qu'il vient de leur donner en dernier lieu, dans l'établiſſement d'une nouvelle fabrique, me déterminent enfin de préſenter aujourd'hui ce tour au Public, non comme le plus parfait qu'on puiſſe imaginer, mais comme le meilleur de tous ceux qui exiſtent, en déclarant en même temps, que l'uſage en deviendra inutile pour tous ceux qui ne voudront pas changer de méthode dans les autres procédés de cette opération.

La conſtruction du tour peut bien donner à la ſoie toutes les qualités que je viens de lui aſſigner; mais la netteté & l'égalité dans le fil, dépendront toujours de trois manutentions antécédentes; la première eſt de tirer chaque qualité de cocon ſéparément; la ſeconde de les purger exactement & en petite quantité à chaque battue; la troiſième de ne jamais jeter qu'un ſeul brin à la fois, pour entretenir l'égalité de groſſeur dans le fil de ſoie.

Dans tous les tirages particuliers, on ſe contente de mettre à part les cocons doubles qui ne peuvent pas ſe devider, & quelquefois les cocons chiques, crainte de tacher la ſoie; les fins, les demi-fins, les veloutés, les ſatinés ſont tirés tous enſemble; c'eſt à ce pernicieux mélange que l'on doit principalement attribuer l'infériorité de nos ſoies vis-à-vis celles des Piémontois: d'un autre côté, nos tireuſes ſont dans la mauvaiſe habitude de jeter un trop grand nombre de cocons dans la baſſine pour chaque battue; après en avoir recueilli tous les brins au moyen d'un petit balai, elles enlèvent toute la mauvaiſe ſoie, juſqu'à ce que chaque brin paroiſſe bien purgé; mais comme les uns le ſont plutôt que les autres, elles enlèvent une bonne partie de la bonne ſoie avec la mauvaiſe, lorſqu'elles attendent qu'ils le ſoient tous également; cette perte eſt d'autant plus conſidérable, qu'on veut purger plus de cocons à la fois, & comme elles craignent toujours de faire trop de déchet, elles ne purgent jamais à fond chaque poignée, ce qui empêche la netteté du fil, lors même que les cocons ont été choiſis le plus exactement, parce qu'il ne faut que deux ou trois cocons de mal purgés, pour ôter à un écheveau de ſoie, toute ſa beauté & une partie de ſon prix.

Au lieu de ne jeter qu'un ſeul brin de cocon pour entretenir l'égalité du fil, nos tireuſes ont encore la mauvaiſe habitude d'en jeter toujours pluſieurs enſemble dont elles ſont obligées de ſupprimer la plus grande partie lorſqu'elles voient que leur nombre excède celui qui leur a été preſcrit, & comme elles ne peuvent s'en apercevoir que par le compte qu'elles ſont des cocons lorſqu'ils ſont parvenus ſous la filière, il arrive toujours que le devidoir a enlevé pendant ce temps, vingt, trente & quelquefois quarante aunes de fil avant qu'elles aient pu retrancher

les cocons surnuméraires; cette longueur de soie montée sur le devidoir, se trouve souvent d'un tiers & quelquefois de moitié plus grosse qu'elle ne doit être: ce défaut répété à chaque fois qu'on fournit de nouveaux brins, occasionne nécessairement une variété alternative de grosseur dans la soie, qui est un des plus grands vices qu'elle puisse avoir: il est aisé de comprendre que le tour le plus parfait ne sauroit jamais remédier aux inconvéniens d'une méthode aussi mauvaise, & que tant qu'elle subsistera, on ne parviendra point à faire des soies qui puissent être converties en organcin capable de remplacer celui de Piémont.

On imaginera peut-être qu'il est aisé de changer de méthode, & qu'on pourra facilement engager tous ceux qui veulent tirer la soie de leurs cocons, d'en faire un triage exact & de tirer chaque quantité séparément; de prescrire aux tireuses de n'en purger qu'un petit nombre à chaque battue & de les assujettir à ne jamais fournir qu'un seul brin à la fois, sur-tout dans les soies fines; mais ceux qui pourroient regarder cette réforme comme facile, ne connoîtroient certainement pas quel est l'empire du préjugé, & combien est puissante la force de l'habitude; l'intérêt seul peut vaincre de tels obstacles, & malheureusement aucun de ces gens-là ne sauroit l'y trouver ni même l'entrevoir, par la manière dont se fait le commerce de cette soie.

Il y a peut-être vingt mille particuliers en France qui font éclore des vers tous les ans pour avoir des cocons; c'est ordinairement la femme ou la fille de la maison qui en tire la soie, ou bien l'on prend des fileuses de profession que l'on paye à tant par livre: les unes font trois ou quatre livres de soie, les autres plus, & d'autres moins; toutes ces petites parties de soie sont vendues à des Marchands Commissionnaires qui viennent les ramasser dans tous les villages & dans tous les hameaux; le prix qui en est toujours règlé d'avance, relativement à l'abondance ou à la disette générale des cocons, est commun pour tous les acheteurs, c'est-à-dire que la soie de l'un n'est pas plus payée que celle de l'autre, quel que soit le soin qu'il ait pris de la mieux travailler; j'ai entendu les plaintes de quantité de personnes qui ayant bien voulu se prêter aux instructions données par M.rs les

Intendans pour le tirage des ſoies, ont toujours été dupes des peines qu'elles avoient priſes & des frais qu'elles avoient faits pour s'y conformer, parce qu'elles n'ont jamais pu vendre leur ſoie un ſou de plus que ceux qui avoient ſuivi la routine ordinaire; les Acheteurs diſent pour leurs raiſons que quelques livres de ſoie trouvées çà & là un peu mieux tirées, mais preſque toujours d'un brin différent, ne ſauroient former des lots à part; qu'ils ſont obligés de les confondre avec toutes les autres parties qui varient auſſi en qualité, pour les vendre en maſſe dans les foires de Beaucaire & d'Alais où les Marchands de Lyon & d'autres lieux viennent les acheter en gros pour en faire des trames ou pour la fabrique des bas: on voit par-là que les fileurs particuliers, bien loin d'être portés à la réforme, trouvent au-contraire leur avantage à mêler le plus de mauvaiſe ſoie qu'ils peuvent avec la bonne, pour faire poids; il ont ſeulement l'attention d'employer les meilleurs cocons à couvrir l'extérieur de leurs écheveaux, afin de leur donner plus de montre & plus d'apparence.

Dans les villes ou dans les bourgs qui abondent en cocons, il ſe trouve des ſpéculateurs qui entreprennent de tirer pour leur compte ou pour celui d'autrui; ils achettent la récolte des uns & des autres, ils ſe muniſſent à peu de frais de quelques tours mal conſtruits, qu'ils placent dans une cour ou ſous un hangar, & prennent des tireuſes à gage qu'ils payent à tant par livre; comme ces Entrepreneurs qui ſont de toute autre profeſſion, n'entendent point l'art de tirer la ſoie, ils ſont toujours maîtriſés par les tireuſes qui n'ont elles-mêmes d'autre intérêt que celui d'avancer la beſogne, afin de gagner une plus forte journée; le ſeul avantage qui puiſſe réſulter de ces petits tirages, eſt de produire un certaine quantité de ſoie du même brin, mais cette ſoie ne ſauroit jamais être employée que pour trame d'une qualité plus ou moins bonne, ſuivant que le tirage a été plus ou moins bien conduit; ceux qui ont eſſayé de faire monter cette ſoie en organcin, en ont toujours été rebutés par le déchet énorme qu'elle ſouffroit dans cette opération, & par l'infériorité où elle reſtoit auprès de celle des Piémontois; il n'y a que quelques fabriques qui l'emploient pour chaîne dans les étoffes de baſſe qualité.

On a favorisé pendant long-temps ces filatures particulières; en accordant à quelques Entrepreneurs une gratification sur chaque livre de soie filée, mais ces encouragemens n'ont pas contribué à rendre la soie meilleure, parce que ceux qui les obtenoient ne la travailloient pas différemment de ceux à qui on ne donnoit rien; ces gratifications au contraire, ont nui le plus souvent à sa perfection, parce que les Entrepreneurs gratifiés tiroient avantage de leur situation pour sur-hausser le prix des cocons, & que le plus grand nombre se voyant forcé de les acheter plus cher, a cherché du dédommagement dans un travail précipité & très-souvent frauduleux.

On s'est dissimulé ce pernicieux effet, parce qu'on a cru que le prix du cocon sur-haussé, quel qu'en fût le principe, favorisoit la culture des mûriers, mais on auroit dû faire attention que ce haussement de prix, dépendant uniquement des gratifications, ne pouvoit produire qu'une augmentation apparente, proportionnée tout au plus à la valeur & à la durée de ces encouragemens, au lieu qu'une meilleure préparation augmentant réellement & d'une manière constante le prix de la soie, toutes les productions qui y sont relatives, auroient acquis par-là, une valeur bien plus assurée & bien plus solide.

On doit être bien convaincu aujourd'hui que nos filatures ne se perfectionneront que lorsqu'elles seront entreprises aux dépens & conduites par les soins de ceux qui doivent donner à la soie les préparations secondaires pour la convertir en organcin; eux seuls sont intéressés à la faire filer avec toutes les précautions requises, parce qu'eux seuls ont à souffrir des négligences & des fautes commises dans cette première préparation; ils ont intérêt de faire un triage exact de chaque nature de cocon, pour n'employer que les plus fins à la confection de leur organcin, dont la valeur est toujours proportionnée à la bonté de cette première matière; ils ont intérêt d'empêcher que leurs tireuses ne fassent de trop grosses battues, afin de pouvoir purger les cocons plus à fond & perdre le moins qu'il est possible de la bonne soie; comme c'est de cette manutention que dépend principalement la netteté & la beauté de leur organcin, ils ont grand soin

ſoin de veiller leurs tireuſes ſur cet article; ils n'ont pas moins d'intérêt de les aſſujettir à ne jamais fournir qu'un ſeul brin à la fois dans les ſoies fines, ſoit pour rendre cette addition moins ſenſible dans le point de la jonction, ſoit pour maintenir le fil dans l'égalité la plus exacte, parce que c'eſt de cette perfection que dépend encore le principal mérite de leur organcin; ils ont intérêt de ſe ſervir des tours les plus parfaits, parce qu'ils auroient à ſupporter dans le devidage & dans le moulinage des déchets qui réſultent toujours de la mauvaiſe conſtruction des tours ordinaires.

Enfin il paroît démontré par tous les efforts & par toutes les tentatives infructueuſes qu'on a faits juſqu'ici, qu'on ne doit plus eſpérer la perfection de nos filatures de ſoie que des mains de ceux qui doivent la travailler en organcin & la vendre dans cet état; on l'a éprouvé dans le Piémont: avant que les Fabriques d'organcin y fuſſent établies, on avoit tenté de perfectionner les filatures par les plus beaux & les plus amples règlemens, mais ce fut toujours en vain; les ſoies n'y ont acquis le degré de ſupériorité qu'on leur connoît, que depuis qu'elles ſont tirées aux frais & par les ſoins de ceux qui doivent les organciner; la raiſon en eſt bien ſimple, il eſt impoſſible de connoître les qualités & les défauts de la ſoie greze, à la ſeule inſpection, on ne la connoît bonne ou mauvaiſe que dans l'opération du devidage & du moulinage; ainſi tant qu'une fabrique n'embraſſera pas toutes les parties de ce travail, il reſtera une porte continuellement ouverte à la négligence & aux fraudes du ſimple tireur de ſoie; il pourra preſque toujours la vendre défectueuſe.

Il ne faut pas attendre des hommes au-delà de ce que comporte leur intérêt préſent; il n'y a aucun lieu d'eſpérer que celui qui fait tirer la ſoie pour la vendre dans ce premier état, y apporte les mêmes ſoins & les mêmes précautions que celui qui la fera tirer pour la monter en organcin; les ſoies de toutes les filatures particulières ne ſeront donc jamais regardées que comme des ſoies d'achat ſur leſquelles il faudra toujours s'attendre à trouver plus ou moins de déchet à l'opération des moulins; elles reſteront dans un état d'imperfection d'où on ne les retirera certainement

pas, tant que la première main-d'œuvre du tirage ne sera pas conduite par ceux qui ont à souffrir de son imperfection dans les dernières opérations du moulinage.

Lorsqu'il n'y avoit en France qu'une petite quantité de mûriers & de vers à soie, le Gouvernement ne pouvoit rien faire de mieux que d'en favoriser la culture par des encouragemens; mais à mesure que les récoltes de soie deviennent plus abondantes, l'objet qu'on doit avoir en vue ne seroit point rempli, si la qualité de ces soies restoit assez inférieure, pour que les fabriques du royaume fussent toujours dans la nécessité de tirer du Piémont celle qui sert de chaîne dans les étoffes, & qu'on nomme *Organcin*.

Dans la vue d'éviter cet inconvénient, le Ministère se détermina, il y a une vingtaine d'années, à faire les frais nécessaires pour perfectionner les tours & les moulins propres à organciner les soies: les découvertes que j'ai faites pour cet objet, ont été mises en usage dans une fabrique érigée exprès à Aubenas, le succès a pleinement justifié l'entreprise, on y fabrique depuis quinze ans des organcins supérieurs, & préférés à ceux du Piémont, puisqu'on les achette à un plus haut prix; cette expérience confirmée & soutenue pendant un temps assez considérable, prouve tout-à-la-fois, & que la fabrication perfectionnée est le meilleur moyen de rendre le commerce des soies avantageux, & que la nouvelle méthode & les nouveaux instrumens employés à cette fabrication, ont toutes les qualités requises pour la rendre parfaite: avant ce temps on avoit donné des gratifications pendant un grand nombre d'années, sans pouvoir se procurer des organcins comme ceux de Piémont: aujourd'hui avec les tours & les moulins d'Aubenas, on en fabrique tous les ans sept à huit milliers de livres qui lui est supérieur; les raisons de prudence & d'économie se réunissent donc pour déterminer le Gouvernement à favoriser des établissemens semblables.

Je n'ignore pas que nos Économistes modernes se déclarent ouvertement dans leurs écrits contre ces sortes d'établissemens; les sentimens d'humanité dont ils paroissent pénétrés, leur font

regarder le travail de ces grandes filatures reuni ſous la conduite d'un ſeul chef, comme un larcin ſait aux occupations des gens de la campagne, qui ſelon eux, pourroient filer leur ſoie chacun en particulier avec bien plus de bénéfice pour eux-mêmes & d'avantage pour l'État; ils trouvent par leur calcul qu'il y a au moins Vingt pour cent d'excédant de dépenſe pour la filature en grand, & plus de Dix pour cent de perte pour l'État, ſur la matière première; je n'aperçois pas les objets de dépenſe ſur leſquels ils établiſſent leur calcul, mais je vois avec tout le monde qu'un ballot d'organcin de cent livres peſant, ſoit de France ſoit de Piémont, compoſé de ſoie d'achat, c'eſt-à-dire de pluſieurs petits tirages, eſt toujours vendu à Lyon deux cents francs de moins qu'un ballot d'organcin de même poids & de même brin, lorſqu'il provient d'un tirage règlé; je vois que cette diminution de prix eſt ſouvent de deux cents cinquante & quelquefois de trois cents livres par ballot, ſuivant que ce ballot eſt plus ou moins mêlé de petites parties de ſoie de différens tirages, ce qui me montre une différence bien évidente de Huit à Dix pour cent de la filature en grand, ſur les petites filatures.

Je vois auſſi que les ſoies d'achat qu'on veut organciner, font toujours un déchet de Six, de Huit, de Dix & quelquefois de Quinze pour cent, tandis que les ſoies filées dans les tirages règlés, ne font tout au plus qu'un & demi pour cent de déchet dans la même ouvraiſon, ce qui me montre encore une perte bien réelle de Six à Dix pour cent que l'État & le particulier eſſuient ſur la ſoie des petites filatures, indépendamment de celles qu'on fait ſur la vente.

Or comment avec des pertes ſi connues, M.rs les Économiſtes ont-ils oſé avancer que les petites filatures donnoient plus de bénéfice que les grandes? ils peuvent conſulter les Mouliniers qui fabriquent l'organcin & les Fabriquans qui l'emploient, ils apprendront que c'eſt au contraire avec des petites filatures que l'État perd environ Dix-huit pour cent ſur la matière première, & qu'une bonne partie de cette perte lui tourneroit en bénéfice avec des filatures en grand; je n'entends pas par filature en grand, celles où il y a un très-grand nombre de baſſines, mais celles où l'on

peut faire un ou plusieurs ballots d'organcin de même brin, avec de bons instrumens & une bonne méthode, & que l'on nomme *tirage* ou *filature règlée*.

Pour donner quelque vraisemblance à leur calcul, nos Économistes auroient dû faire voir que la main-d'œuvre, dans les grandes filatures, excède celle des petites de plus de Vingt pour cent, ce qui n'est pas; mais quoiqu'elle soit effectivement un peu plus considérable l'une que l'autre, est-il plus avantageux au Gouvernement de payer à l'Étranger cet excédant de main-d'œuvre que de se le procurer? Si, comme on le croit communément, la récolte annuelle de nos soies est aujourd'hui d'environ seize millions, ce sont trois millions que nous perdons chaque année, ou que nous manquons de gagner par la mauvaise manière dont nous travaillons ces soies; ce sont trois millions de main-d'œuvre que nous payons tous les ans aux Piémontois, parce qu'ils savent donner à la leur, uniquement par leur travail, une valeur plus grande que nous ne pourrons jamais donner à la nôtre, tant qu'elle sera filée par la multitude, sans règle, sans soins, sans instrumens & par une méthode vicieuse que personne ne veut quitter, parce que, comme je l'ai dit plus haut, aucun de ceux qui filent leur soie pour la vendre dans cet état, ne trouve son intérêt à en changer.

C'est par des filatures en grand, que les Piémontois ont trouvé le secret de porter leur organcin à ce haut degré de perfection que nous leur connoissons; c'est à une filature semblable que la manufacture d'Aubenas doit son principal succès: comment des exemples aussi frappans, n'ont-ils pas ouvert les yeux de nos économistes? comment ont-ils pu blâmer le seul moyen que nous ayons, de tirer un meilleur parti de cette matière première, & de parvenir à nous passer de l'Étranger dans une branche de commerce aussi essentielle? comment osent-ils avancer que ce n'est qu'au préjudice du cultivateur, & de son industrie, & à celui de l'État, que le Gouvernement favorise de tels établissemens, & que les encouragemens seroient bien mieux employés à répandre dans le peuple toutes les connoissances de l'art des filatures, & à leur procurer des bonnes machines d'exécution; que ce n'est qu'en

ſubdiviſant beaucoup cette branche d'induſtrie, qu'elle arrivera & ſe maintiendra à ſon plus haut degré de perfection?

Le zèle patriotique eſt aſſurément bien louable dans ceux qui s'en montrent affectés, mais il devroit les mieux éclairer ſur les moyens de procurer le bien public. Peut-on propoſer de pouvoir inſtruire vingt mille perſonnes iſolées, dans la pratique d'un art difficile, pour lequel il faut un apprentiſſage aſſez long, & beaucoup d'exemples qui parlent aux yeux? quelle dépenſe ne faudroit-il pas faire pour leur fournir les meilleurs inſtrumens, & pour leur apprendre à s'en ſervir? quelle ſûreté auroit-on enſuite de leur fidélité à ſuivre les préceptes qui leur auroient été donnés? faudra-t-il plutôt compter ſur leur probité que ſur leur cupidité? l'acheteur en ſera-t-il moins à l'abri de la fraude? hélas! ils ſont trop bien inſtruits qu'elle ne peut être aperçue que dans l'emploi de la ſoie, lorſqu'elle eſt hors de leurs mains, & après qu'elle a paſſé dans celle de pluſieurs: on doit donc s'attendre que la fraude aura toujours lieu, parce qu'elle pourra toujours ſe faire impunément.

Si les écrivains politiques, avoient bien voulu prendre la peine de ſe mettre un peu mieux au fait du commerce de la ſoie-greze, & de la fabrication des organcins, ils auroient ſu que de petites parties de ſoie recueillies de côté & d'autre, qui ne ſont preſque jamais filées d'un même brin, ni de cocons d'un même ſol, ne peuvent pas être aſſez bien aſſorties, pour en faire un organcin ſuivi de même denier & de même qualité; ils euſſent alors, par ce même motif d'humanité & du bien public, éclairé les cultivateurs ſur leurs véritables intérêts; ils leur auroient dit, plantez des mûriers, faites beaucoup de cocons; mais au lieu d'en vouloir filer la ſoie vous-mêmes, vous trouverez un bénéfice bien plus ſûr & bien plus prochain, à vendre vos cocons à ceux qui en ſauront tirer un meilleur parti que vous, parce qu'ils ont pour cette opération des connoiſſances, des inſtrumens & des commodités que vous n'avez pas, & que vous ne pouvez avoir; plus la ſoie acquerra de valeur dans leurs mains, plus la matière qui fait l'objet de vos productions en recevra elle-même; voilà le

vrai moyen d'accroître les profits de votre culture & de les rendre certains.

J'étendrois trop ce Mémoire, si je voulois donner ici toutes les raisons qui se présentent à mon esprit, pour combattre l'opinion des économistes. L'exemple des Piémontois nos voisins, le succès de la fabrique d'Aubenas, les tentatives infructueuses qui ont été faites auparavant, sont, à ce que je crois, les raisonnemens les plus convaincans, pour déterminer le Gouvernement à favoriser les filatures réglées, qui peuvent seules contribuer à la perfection des organcins, & nous mettre en état de nous passer de l'Étranger dans cette branche de commerce.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

CETTE Figure représente un tour à soie, à double guindre, vu en perspective. Je l'ai préféré au tour simple qui n'a qu'un seul guindre; le double est plus solidement assis, moins dispendieux que deux tours simples, & beaucoup plus économique, parce qu'il ne faut guère plus de bois ou de charbon pour chauffer l'eau dans une longue bassine que dans une bassine de moitié plus courte, la largeur étant la même. C'est par la disposition intérieure du fourneau qu'on trouve cet avantage; on a encore la facilité dans le tour double, de mettre une tireuse exercée à côté d'une tireuse qui l'est moins, ce qui rend l'instruction plus aisée.

PLANCHE II.

La *Figure 1* est le plan géométral du tour. *A, A,* sont les montans ou pieds de devant. *B, B, C,* sont les trois montans de derrière qui portent les guindres *a, a, a, a. D, D* sont les deux traverses supérieures de côté qui forment la longueur du bâti. *F, G* sont les deux traverses qui portent le chassis à lunettes dont il sera fait mention ci-après, ainsi que les poulies *h, h,* & les filières *i, i. H* est la traverse supérieure qui porte le collet des *va & vient. I* est la traverse inférieure qui en porte le pivot. *K* est l'entretoise supérieure qui lie le montant *C* avec la traverse *H. c* est la flèche du *va & vient. d* le petit croisillon qui porte les deux yeux de verre. *b* est la coupe de la tige verticale du *va & vient. e* le petit levier placé en équerre sur la tige *b*, au bout duquel est une boucle qui reçoit l'œil du tirant *f,* dont l'autre extrémité

eſt attachée par une vis à un point excentrique de la roue de trente-cinq dents dont il ſera parlé ci-après.

La *Figure 2* repréſente la liaiſon de ces différentes pièces qui compoſent ce qu'on nomme le *va & vient*.

La *Figure 3* repréſente une des filières *i*, placées ſur le devant du tour & au-deſſus de la baſſine; l'extrémité des fourches forme une douille dans laquelle entre une filière de verre, percée d'un petit trou.

La *Figure 4* repréſente le fourneau *Q*, *Q*, & la baſſine *R* vus en plan. *V*, *V* eſt le tuyau de trois pouces en quarré par où s'échappe la fumée, & qui eſt continué dans l'épaiſſeur du mur *Z*, *Z*, en forme de cheminée.

PLANCHE III.

La *Figure 1* repréſente le tour vu de profil dans ſa longueur, où l'on voit un des montans de devant *A*, & un de ceux de derrière *B*, une traverſe ſupérieure *D*, inclinée; une traverſe inférieure horizontale *E*; le bout ponctué de la traverſe *H*, qui porte le collet de la tige verticale du *va & vient*, & le bout ponctué de la traverſe inférieure *I*, ſur laquelle eſt appuyé le pivot de cette tige. *G* eſt la ſeconde traverſe de devant, qui porte avec la traverſe *F* le bâti des lunettes de cuivre *S*, *S*, ainſi que les poulies *h*, & les filières *i*. *P* eſt une eſpèce d'auge qu'on met ſur le devant du tour, dans laquelle on jette les pelletes, & ſur laquelle on repoſe pendant la battue, les cocons qui ſont en filage. *Voyez la planche première*, où cette auge eſt repréſentée d'une manière plus ſenſible. *x*, *x*, *x* ſont les brins de cocons qui de la baſſine montent ſimples juſqu'au trou de la filière *i*, & qui après la filière ſe trouvent réunis pour ne former qu'un ſeul fil. Comme il y a deux trous à chaque filière, on file deux fils à la fois: chaque fil au ſortir des filières eſt paſſé dans l'œil de la lunette *l*, & dans celui du *va & vient* *d*, d'où il arrive ſur le guindre. La fileuſe en tournant la petite manivelle de la poulie *h*, fait faire autant de tours à la lunette de cuivre *l*; ce qui fait croiſer autant de fois les deux fils de ſoie l'un ſur l'autre, aux deux endroits *x* 1 & *x* 2, ce qu'on peut voir plus ſenſiblement dans la *planche Ire* *K* eſt l'entretoiſe qui lie le montant *C* qui n'eſt pas viſible ici avec la traverſe *H*. *L* eſt une entretoiſe inférieure qui lie le même montant avec la traverſe *I*. *b*, *b* eſt la tige verticale du *va & vient*; *c* la flèche qui y eſt attachée & qui porte le petit croiſillon *d*, où ſont deux yeux de verre qu'on nomme les *guides*, parce qu'ils conduiſent les fils de ſoie ſur le guindre. *e* eſt le petit levier qui eſt ici derrière la tige *b*, & qui communique avec le tirant *f* qui eſt attaché à la roue de trente-cinq dents, à un point hors du centre; c'eſt par l'éloignement

ou le rapprochement de ce point au centre de la roue, qu'on fait parcourir plus ou moins de chemin au *va & vient*, & qu'on règle la largeur de l'écheveau.

La *Figure 2* repréſente le fourneau *Q*, *Q* vu de profil. *V* eſt l'ouverture par où l'on met le bois ou le charbon; cette ouverture ſe ferme avec une porte de tôle comme celle d'un poêle. *X* eſt l'ouverture du cendrier. *R* ponctuée eſt la baſſine.

La *Figure 3* repréſente la forme & la largeur de la baſſine.

La *Figure 4* en marque la longueur; ces baſſines ſe font de cuivre, mais elles valent mieux en fonte de fer, elles coûtent moins & durent plus long-temps.

PLANCHE IV.

La *Figure 1* repréſente les trois montans qui portent les guindres, vus par derrière. C'eſt au montant *C* du milieu, que ſont placées les quatre roues plates dentées qui règlent le mouvement du *va & vient;* la première roue *r* eſt de vingt-deux dents, elle eſt attachée ferme au bout de l'arbre du guindre; elle mène la roue *S*, placée au-deſſous, qui eſt de vingt-cinq dents, & ſur laquelle eſt attachée la roue *t* de vingt-trois ou de vingt-deux dents, qui mène la grande roue inférieure *u* de trente-cinq dents. Il y a le même nombre de roues pour chaque guindre; elles ſont placées ſur chaque côté du montant *C*. Les roues *s* & *t* tournent ſur le même boulon qui traverſe le montant, & auquel il eſt goupillé pour l'empêcher de tourner. Les deux roues *u* tournent ſur un boulon ſemblable; comme chaque guindre a ſa tourneuſe, on conçoit que les quatre roues d'un guindre peuvent tourner ſans que les roues de l'autre guindre remuent.

La *Figure 2* repréſente le montant *C* vu de côté; il eſt compoſé de deux pièces fortement retenues enſemble par deux vis qui les traverſent, & dont les écrous ſont noyés dans les entretoiſes *K* & *L*. Les deux entailles qu'on y aperçoit ſont pour recevoir les traverſes *O* & *N;* à la grande roue *u*, eſt un point *x* hors du centre, où eſt attaché le tirant *f*. Le nombre des dents de ces quatre roues eſt tel que la roue *r* fait huit cents ſoixante-quinze révolutions avant que les mêmes dents rentrent les unes dans les autres, au même point d'où elles étoient parties; ce qui fait que le guindre fait huit cents ſoixante-quinze tours ou révolutions, avant que le fil de ſoie reprenne ſa même poſition ſur l'écheveau.

La *Figure 3* fait voir comment les croiſillons du guindre ſont emmanchés ſur l'arbre; deux croiſillons ſont mobiles dans une des lames, de manière qu'ils peuvent s'ouvrir & s'enfoncer d'un demi-pouce dans la mortaiſe

mortaise faite à l'arbre; c'est la coupe inclinée faite à leur extrémité qui facilite cet enfoncement qui est nécessaire pour enlever les écheveaux de dessus le guindre. En ôtant les deux clavettes *q, q,* la tension de la soie pousse les deux croisillons mobiles dont les extrémités glissent sur le talus contre lequel elles étoient appuyées par la pression des clavettes. Les pivots de fer des manivelles attachées aux guindres, ainsi que ceux sur lesquels sont les roues *r, r,* sont retenus dans la fente faite aux montans, par les clavettes *i, i, i, i.*

PLANCHE V.

La *Figure 1* est une coupe du tour dans le milieu de sa largeur, pour voir la position du *va & vient* sur les traverses *H* & *I,* dont on n'aperçoit ici que la coupe; & pour voir l'emmanchement des entretoises *K* & *L* avec le montant *C,* & les traverses *H* & *I.*

La *Figure 2* est une coupe dans le milieu de la longueur, qui fait voir la position des mêmes pièces dans un sens différent, c'est-à-dire en face, vues par le devant du tour.

PLANCHE VI.

La *Figure 1* est le devant du tour vu en face. On y voit le chassis *S, S,* porté sur les deux traverses *F* & *G,* dont il n'y a que *F* de visible; ce chassis est serré entre ces deux traverses par les vis à écrou *x, x;* les deux lunettes de cuivre y sont placées chacune entre trois poulies, dont les rebords empêchent la lunette de se porter en avant ni en arrière, & lui permettent de tourner librement. Chaque lunette a une canelure extérieure qui reçoit une petite corde sans fin, laquelle vient embrasser la poulie *h,* de même diamètre que la lunette de cuivre, & qui a une même canelure extérieure. Cette poulie *h* porte un arbre de quinze pouces de longueur, au bout duquel est une petite manivelle à la portée de la main de la tireuse. On fait passer la petite corde sans fin dans la chape *1* où est une poulie; cette chape est retenue par une petite corde qui vient passer sur la poulie *2,* au haut du chassis *S,* & de-là sur la poulie *3,* à l'autre extrémité, d'où elle descend jusqu'à la poulie *4* qui tient à une chape à laquelle est suspendu un poids de cinq à six livres. La corde remonte de la poulie *4* sur la poulie *5* au haut du chassis, & vient sur la poulie *6,* d'où elle descend s'attacher à la chape *7,* dont la poulie reçoit la seconde corde sans fin. Il est aisé de concevoir que le poids *p* tirant la corde qui le soutient, tend à relever les deux chapes *1* & *7,* & que l'effort de ces deux chapes, égal à la pesanteur du poids *p,* tient dans une tension constante les deux cordes sans fin; d'où il suit que le diamètre des poulies *h,* étant égal au diamètre des lunettes de cuivre *l, l,* ces dernières feront autant de revolutions qu'on en fera faire à la manivelle

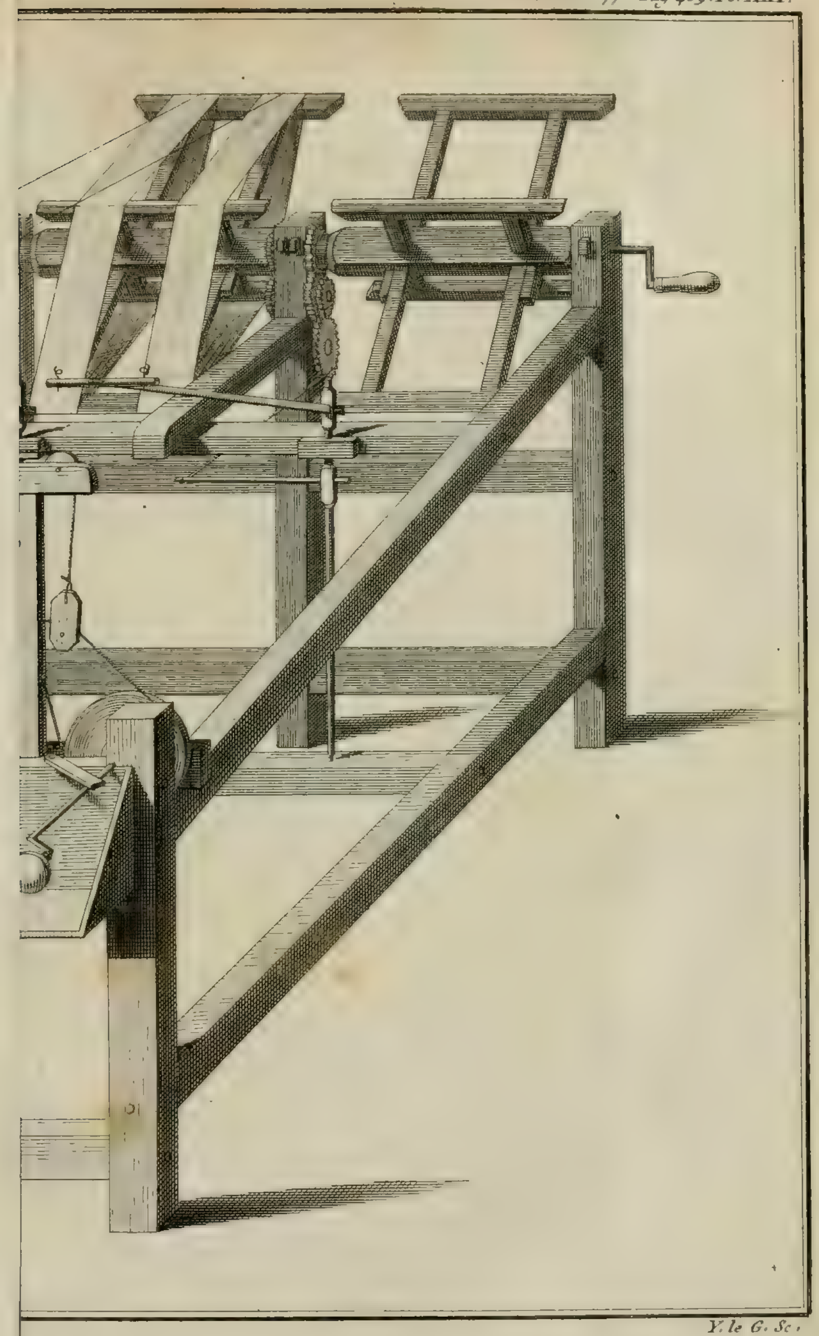
des poulies *h;* c'eſt en tournant cette manivelle, qu'on fait les croiſures des deux fils de ſoie. *T*, *T* ſont deux mentonnets de bois, tenus entre les deux traverſes *F* & *G;* les deux filières *i*, *i*, y paſſent dans une petite mortaiſe & y ſont retenues au moyen d'une clavette.

La *Figure 2* eſt la lunette de cuivre en grand, en dedans de laquelle eſt une appendice pour recevoir les deux barbins de verre *m*, *m;* on les fait tenir dans un trou fait à l'appendice, avec de la cire à cacheter.

La *Figure 3* eſt la poulie *h*, vue de face & de profil, montée ſur ſon arbre avec la manivelle.

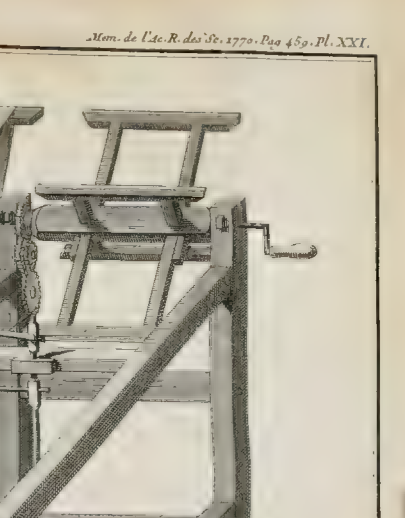
Le tour doit être fait de bois de chêne ferme & monté avec des vis de fer, dont les écrous ſeront noyés dans les traverſes; il coûtera quelque choſe de plus à conſtruire, mais il durera le double. Les lames des guindres ſur leſquelles appuie la ſoie, doivent être en bois dur, de poirier, de cormier ou de noyer; & les roues dentées, de plane rouge qui eſt le plus dur.





Y. le G. Sc.

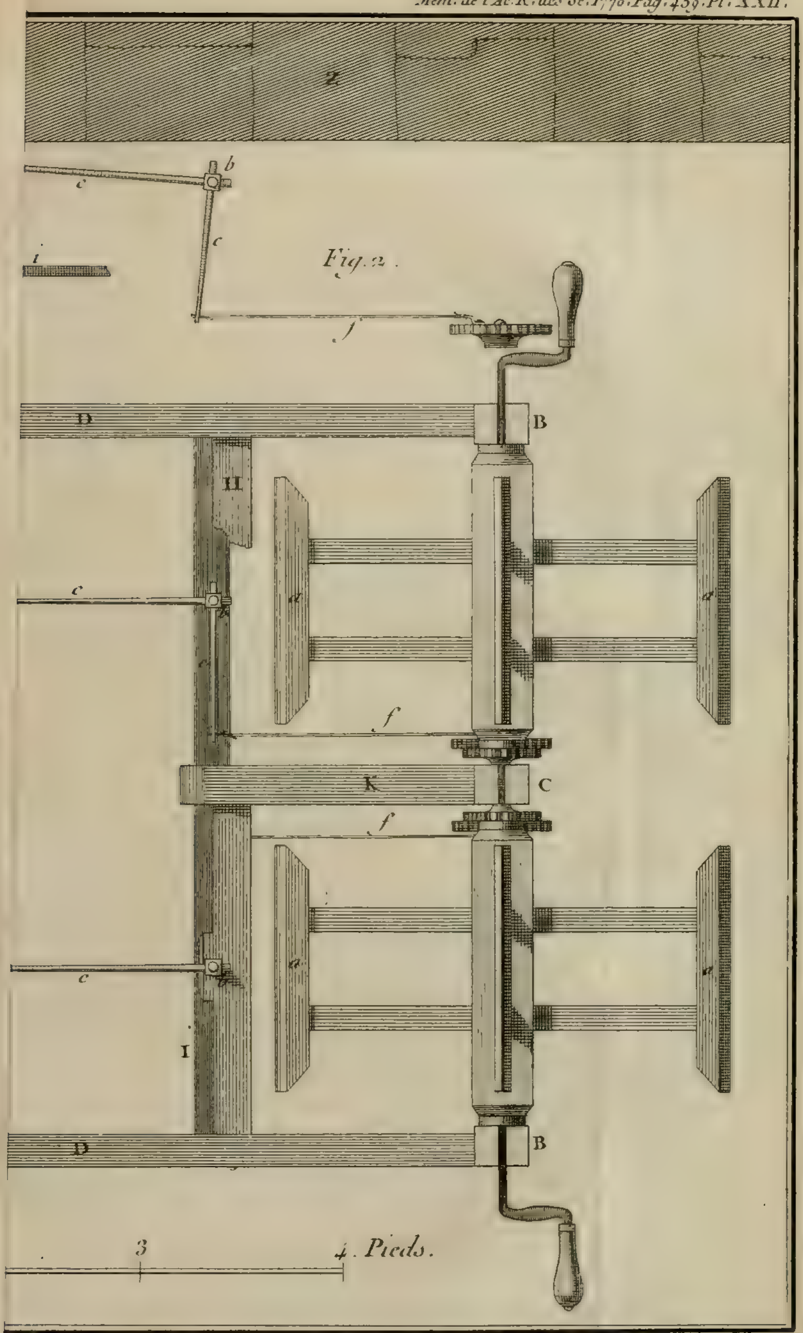
Pla I.



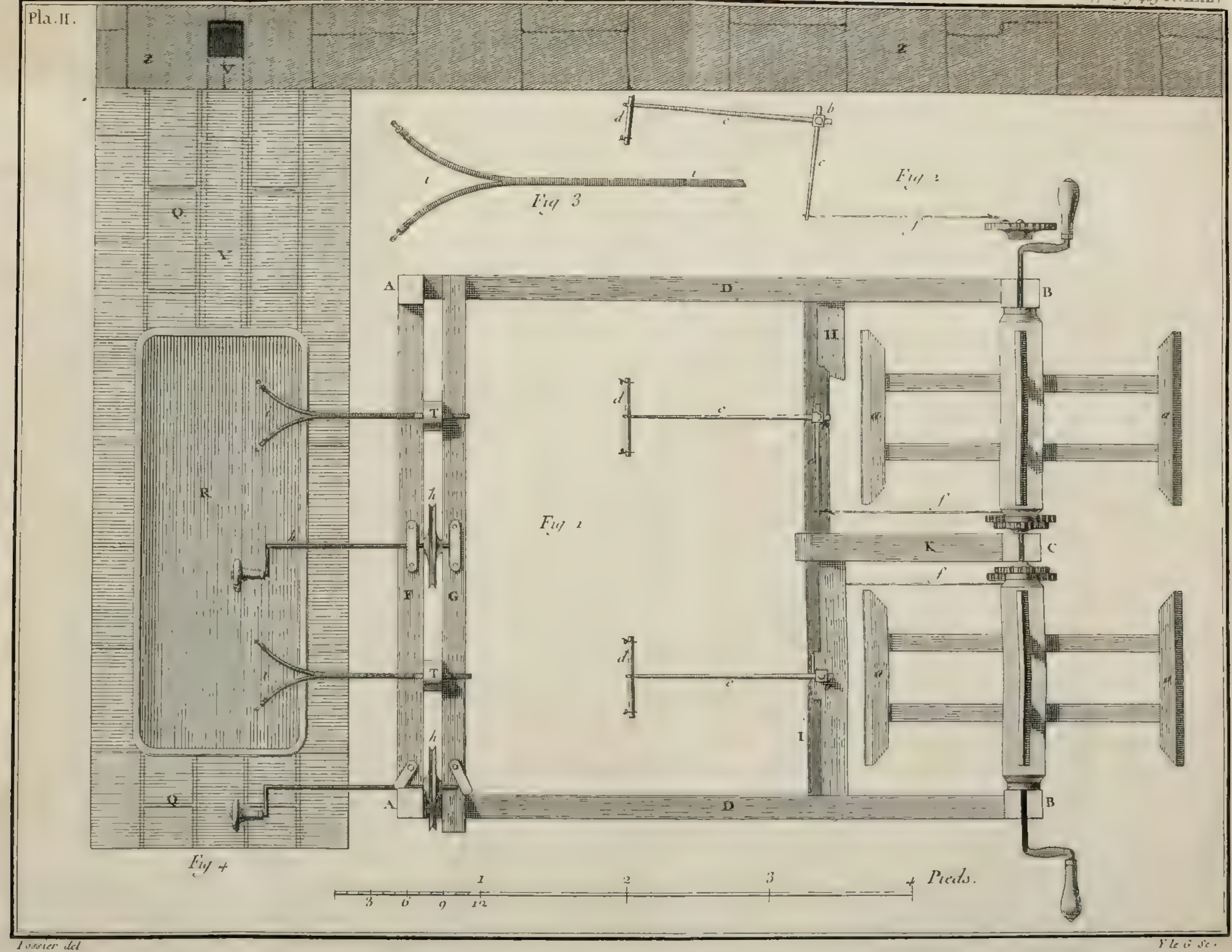


Fosster del.

Y le G. Sc.

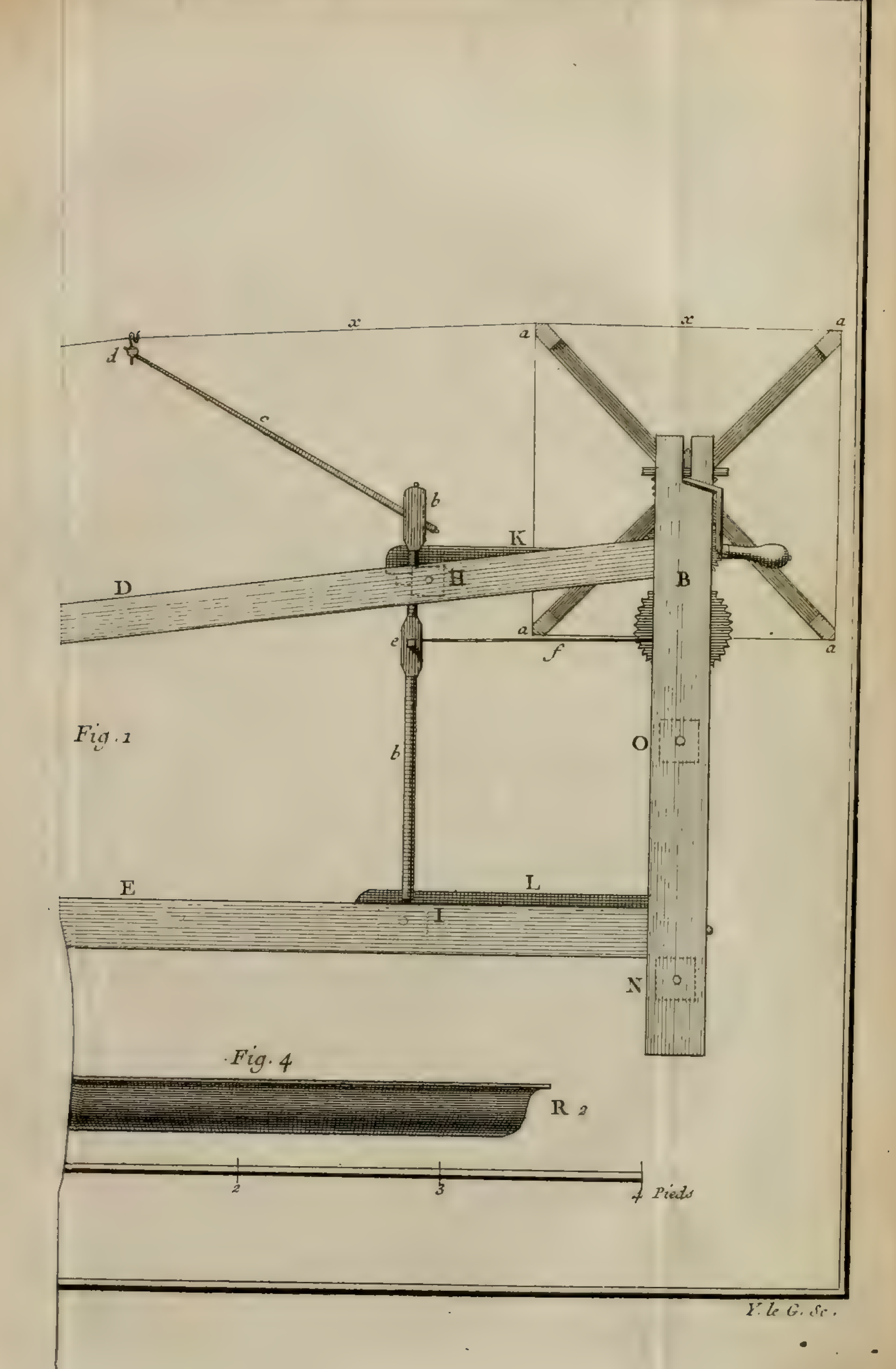


Y. le G. Sc.

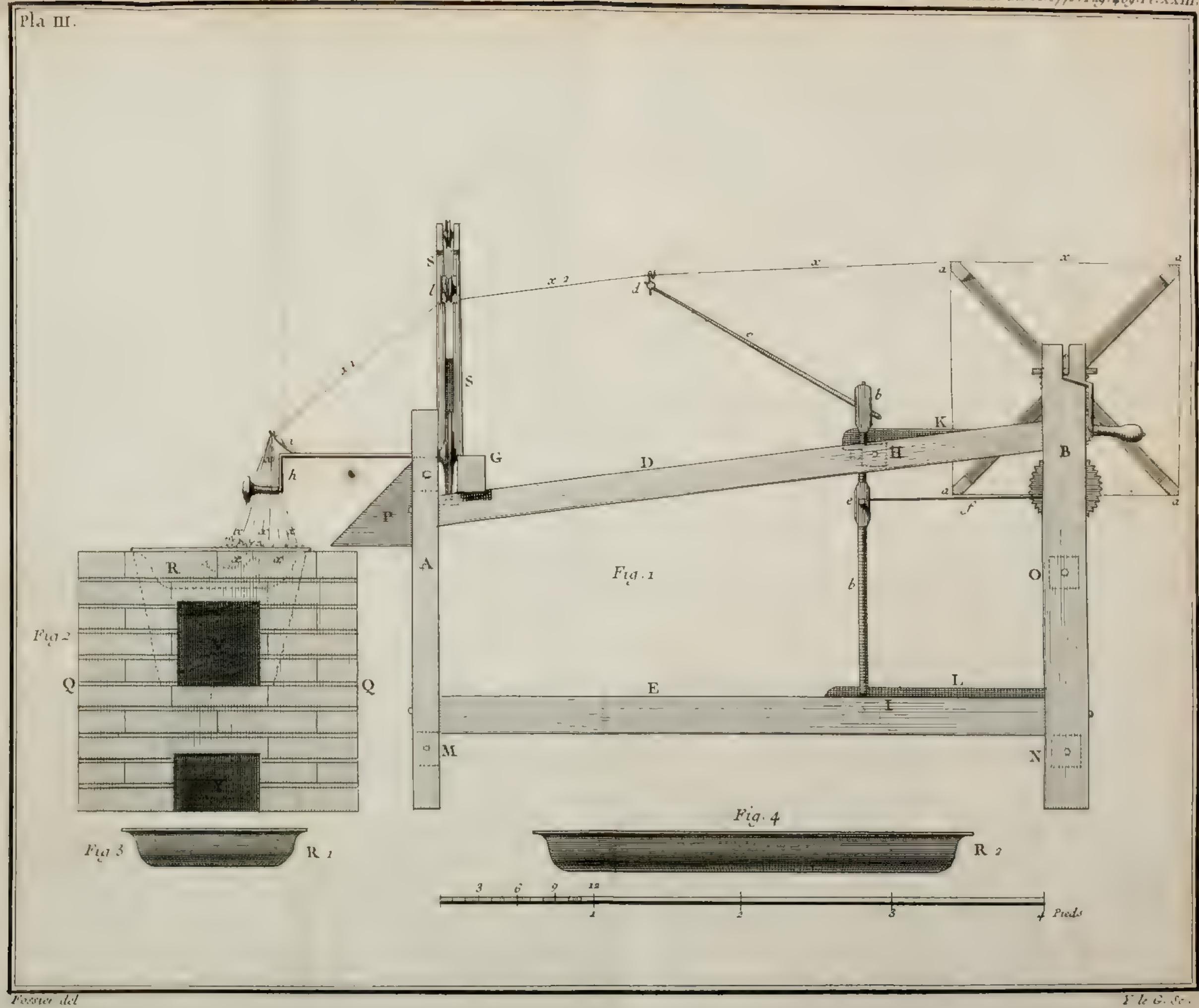


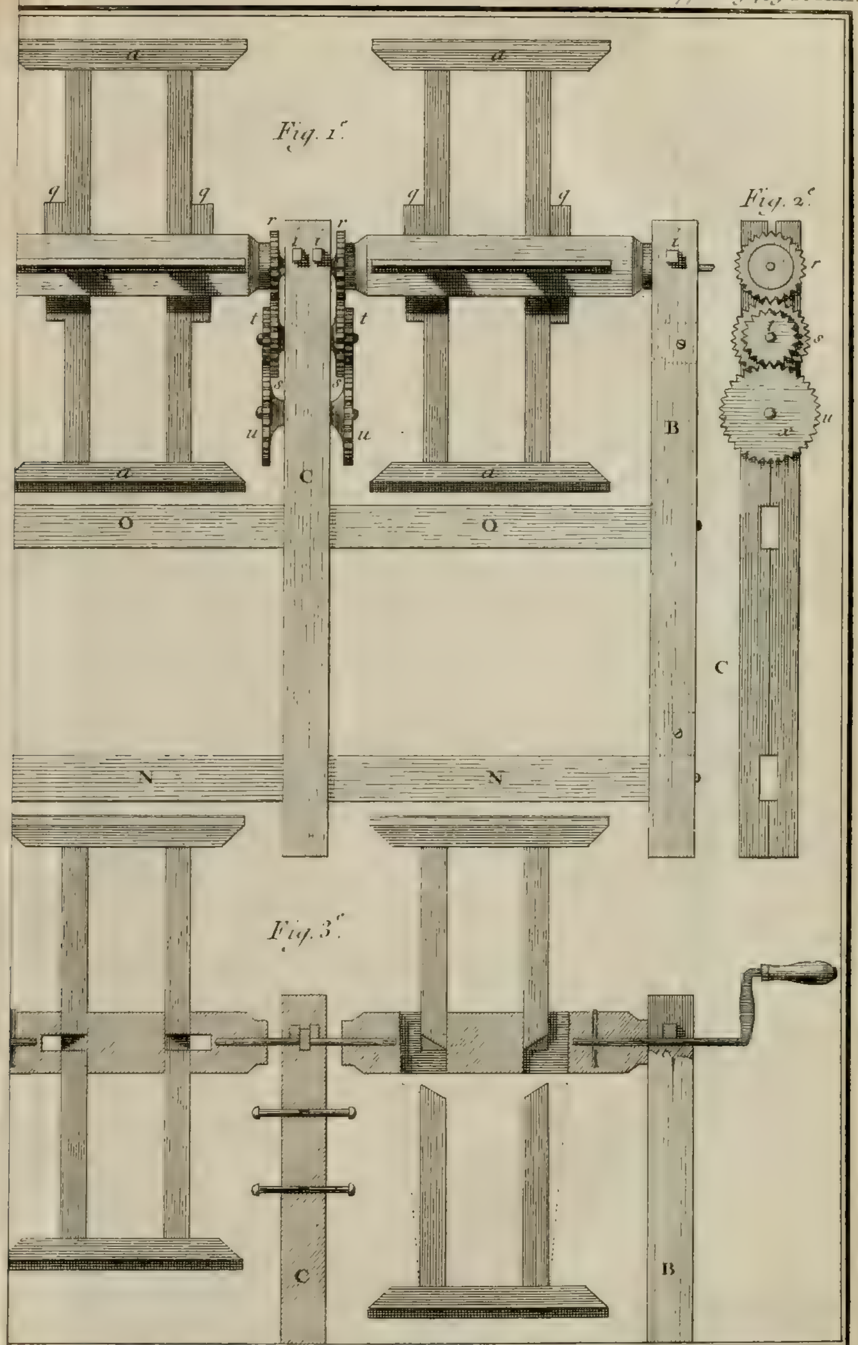
Fossier del.

Y le G. Sc.

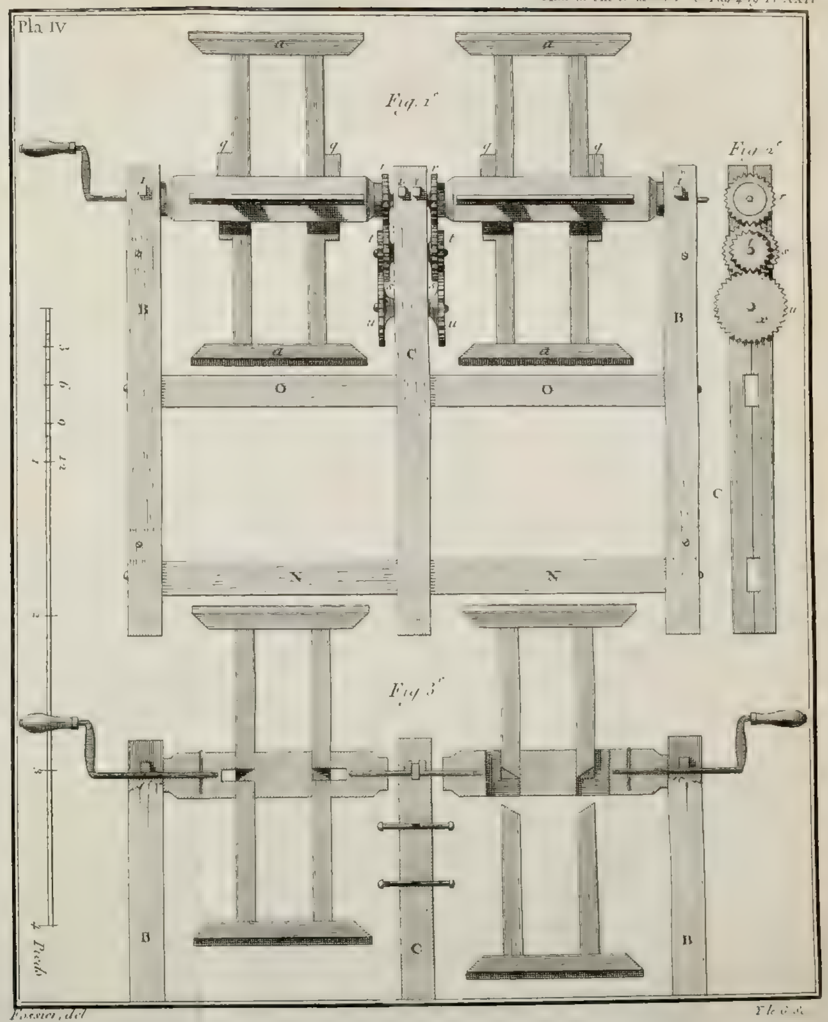


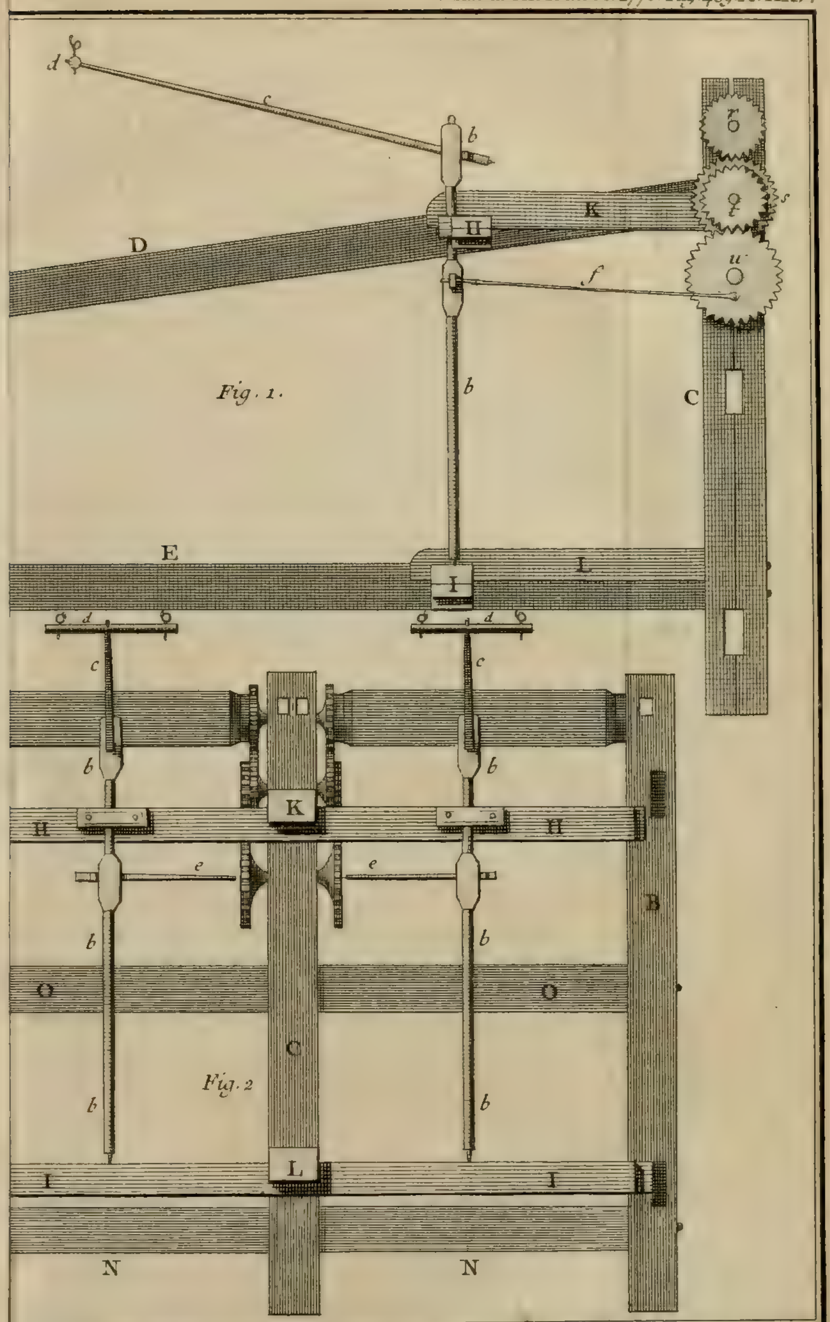
Y. le G. Sc.


Mem. de l'Ac. R. des Sc. 1770. Pag. 459. Pl. XXIII.
Pla III.
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
A
B
C
D
E
G
H
I
K
L
M
N
O
P
Q
Q
R
R 1
R 2
S
S
Pieds
Fossier del.
Y le G. Sc.

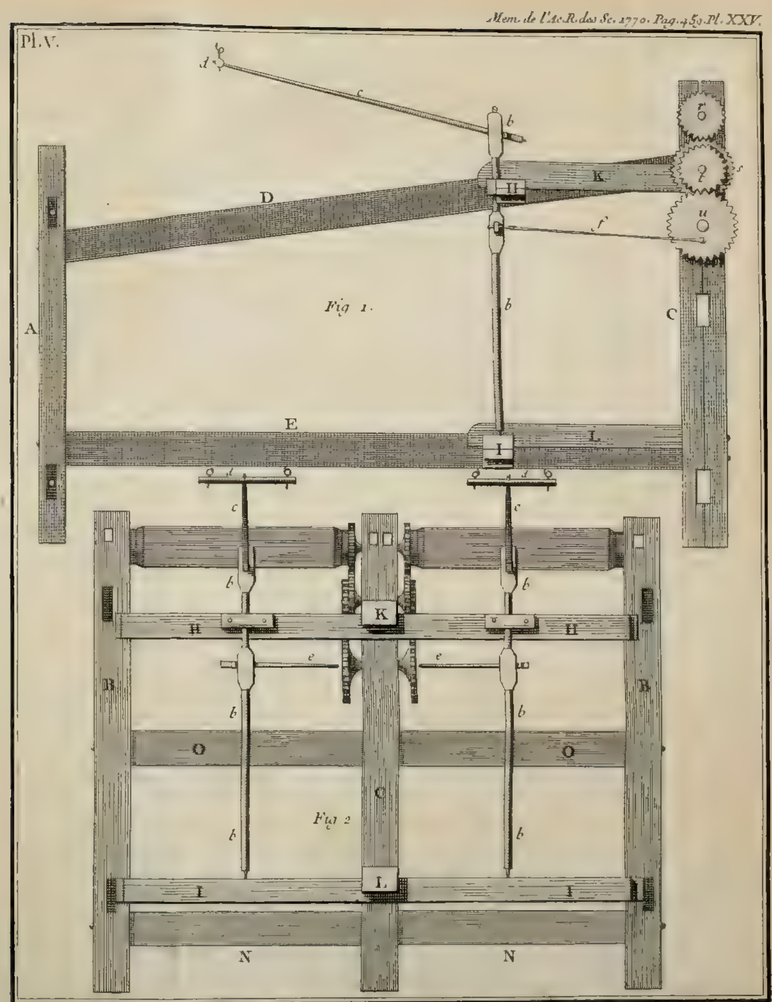


Y. le G. Sc.

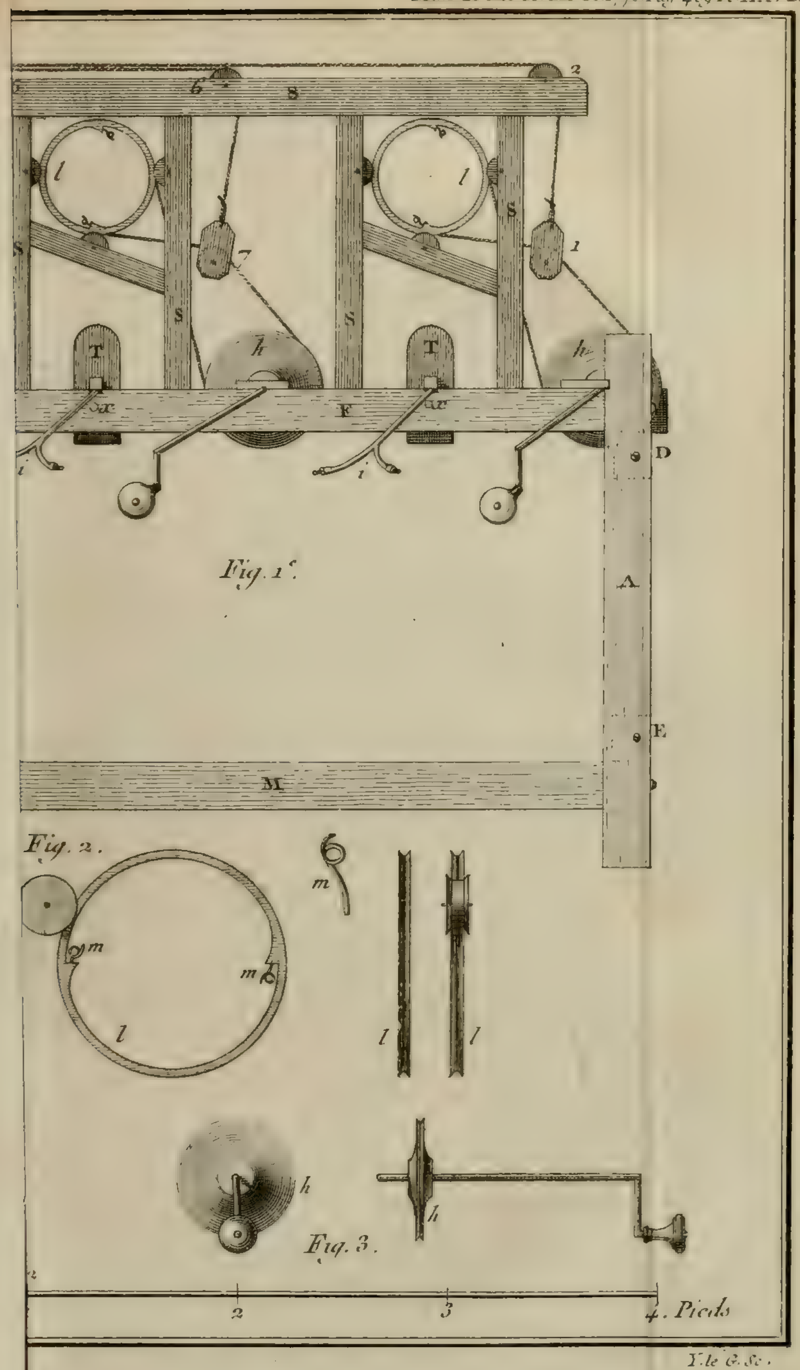

Pla IV
Fig. 1.re
Fig. 2.e
Fig. 3.e
a
q
r
s
t
u
x
B
C
O
N
3
6
9
12
1
2
3
4 Pieds
Fossier, del.



Y. le G. Sc.

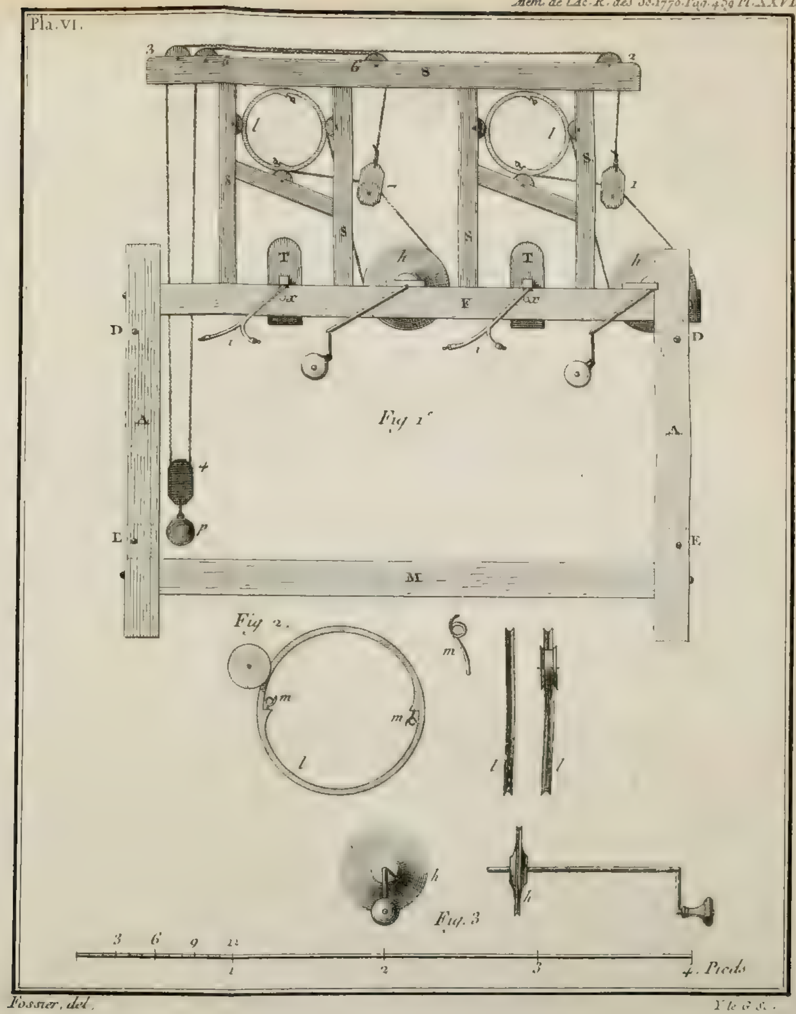


Fossier del. Y. le G. Sc.



Y. le G. Sc.

Pla. VI.



Fossier, del.

Y le G. s.

VARIATIONS DE L'AIMANT À PARIS.

Par M. LE MONNIER.

ANNÉES 1541 . . . . . 7^d au nord-est, selon le cadran de *Bellarmatus*. 7 Août 1771.

1600 . . 7 à 8.
1640 . . . . . 3. } selon *Varenius* & la Connoissance des Temps de 1682.
1666 . . . . . . 0.

1684 en 18 ans 4^d $10'$
1702 . . . . 8. 50. } au nord-ouest.

Une preuve que le mouvement n'est pas uniforme; c'est 1.° que l'aiguille a paru stationnaire depuis la fin du règne de François I.er, vers 1541, jusqu'à la fin du règne d'Henri IV, au commencement du XVII.e siècle.

2.° Qu'en 1666, selon le livre de la Mesure de la Terre de M. Picard, elle faisoit alors par an un tiers de degré tout au plus vers le nord-ouest, & qu'ainsi elle acceléroit pour lors son mouvement de variation au nord-ouest.

3.° Qu'en dix-huit ans, depuis 1666 jusqu'en 1684, elle ne faisoit qu'environ 14 minutes par année, à raison de $7^d\frac{2}{3}$ pendant le tiers d'un siècle; ce qui est assez conforme à ce qui s'observoit déjà en 1666.

4.° Que depuis 1666 jusqu'en 1702, en trente-deux ans, elle a varié assez pour que l'on en puisse conclure 8^d $6'$ pendant le tiers d'un siècle, à raison de $15'\frac{1}{2}$ par an, vers le nord-ouest.

On ne trouve plus que 12 minutes par an, vers le nord-ouest, si l'on prend la durée entière depuis 1666 jusqu'en 1769; la variation ayant augmenté de 20 degrés pendant ce long intervalle de temps.

5.° Depuis 1736 & 1737, lorsque nous allames en Lapponie, jusqu'en 1769, je trouve que la variation s'est accrûe depuis 15 degrés, jusqu'à près de 20 degrés, c'est-à-dire de près de 5 degrés

dans le tiers d'un ſiècle; on n'auroit donc plus que 9 minutes par an, ce qui annonceroit que ſon mouvement s'eſt ralenti, puiſqu'on a trouvé au commencement de ce ſiècle, juſqu'à 15 ou 16 minutes.

6.° Enfin depuis 1758 juſqu'en 1769, l'aiguille n'a pas varié tout-à-fait de deux degrés, à raiſon de $10' \frac{1}{2}$ par an; mais comme il peut y avoir un peu d'erreur qu'il n'eſt pas facile de répartir pendant une auſſi petite durée que onze années, nous ne pourrions, par cela ſeul, prononcer ſi le mouvement s'eſt ralenti: on peut conjecturer néanmoins, d'après un examen plus réfléchi, que l'aiguille ne tardera pas à devenir ſtationnaire, puiſqu'au 6 Août de cette année 1771, la variation ne m'a paru à l'Obſervatoire que de $19^{d} \frac{3}{4}$, à raiſon de 8 minutes par an depuis 1758.



DÉTERMINATION

De la réfraction & de la dispersion des rayons dans le Crown-glass *& le* Verre de Venise, *& dans le* Flint-glass *ou* Cristal blanc d'Angleterre, *avec les dimensions des Objectifs achromatiques, composés de deux, de trois, de quatre & de cinq lentilles, calculées depuis deux pouces de foyer jusqu'à vingt pieds.*

Par M. JEAURAT.

L'IMPOSSIBILITÉ de donner aux verres de Lunettes d'autre courbure que celle du cercle, fait que cette courbe est la seule qu'on doive admettre dans leur construction; aussi les avantages des fameuses ovales, imaginées par Descartes pour corriger l'aberration de sphéricité, doivent-ils être regardés comme purement théoriques, ces ovales étant inexécutables. Une autre aberration, beaucoup plus contraire à la perfection des Lunettes ou des Télescopes dioptriques, c'est l'aberration de réfrangibilité; mais l'heureuse découverte qu'a faite M. Dollond d'une dispersion particulière au *flint-glass* blanc, & différente de celle du *crown-glass*, fait qu'on diminue cet effet, au point que le pouvoir amplifiant de l'oculaire, ne produit pas sur la rétine un angle sensible; aussi M. Dollond est-il le premier qui ait pu construire des lunettes sans iris. Jusque-là, le projet de M. Euler étoit resté sans exécution, & les tentatives de M. de Maupertuis & du même M. Dollond, pour faire des objectifs composés de verre & d'eau, qui remplissent le même objet, avoient été sans succès; M. Dollond ayant trouvé que la combinaison du *crown-glass* d'Angleterre, auquel je substitue ici le verre de Venise avec le *flint-glass* blanc, que j'appellerai *cristal d'Angleterre*, étoit propre à détruire l'aberration de réfrangibilité; il a cherché, par le secours de l'analyse,

4 Juillet 1770.

les moyens de détruire en même temps les aberrations de ſphéricité & de réfrangibilité. D'autres Géomètres ſe ſont occupés de ce même objet, & M. d'Alembert n'a rien laiſſé à deſirer à cet égard; auſſi me ſuis-je reſtreint ici à ce qui convient aux Artiſtes, à qui j'ai fait en ſorte de ne laiſſer d'autres ſoins que celui de l'exécution, en leur donnant des meſures exactes de verres achromatiques pour les différentes longueurs de lunettes dont ils ont beſoin.

Dès que la queſtion eſt du reſſort de la Trigonométrie, l'uſage des Tables des ſinus eſt indiſpenſable, & en les employant comme je l'ai fait, on peut tenir un compte exact de l'épaiſſeur du verre, ſans pour cela preſque alonger les calculs; cet avantage n'eſt pas à négliger, car il facilite le moyen d'atteindre dans la pratique à toute la préciſion qu'on peut deſirer.

Les rayons plus ou moins grands des ſurfaces des lentilles, & dont il réſulte les plus longs ou les moindres foyers, ne peuvent avoir entr'eux un rapport conſtant; auſſi les rapports des courbures propres aux petites lunettes ne peuvent convenir aux grandes, & réciproquement.

D'un autre côté, l'épaiſſeur des meilleurs verres eſt à peu près limitée à deux lignes, ainſi cette épaiſſeur des verres doit être regardée comme conſtante par le fait; d'où il reſulte, que, proportion gardée, les longues lunettes ne peuvent avoir autant d'ouverture que les petites.

Cela poſé, on voit qu'ayant adopté un arrangement ou un ſyſtème de lentilles, & que voulant tenir un compte exact de l'épaiſſeur du verre, ſans cependant avoir recours à l'analyſe, il faut fixer, & au moins pour deux différentes longueurs de lunettes, le rapport des courbures de l'objectif propres à chacune de ces longueurs particulières, puis, par des parties proportionnelles, aſſigner ce qui convient à toutes les autres longueurs de lunettes.

Dans l'exécution de ce travail, je me ſuis ſervi uniquement des Tables des ſinus, ce qui eſt tout-à-la-fois exact & expéditif, & qui m'a procuré, à ce que je crois, le moyen de tracer aux Artiſtes, exercés dans le calcul trigonométrique, une route telle que s'ils emploient des matières différentes de celle du verre de

Veniſe & du *flint-glaſs*, ils pourront eux-mêmes conſtruire facilement & promptement des Tables qui répondront exactement au degré de réfringence de ces différentes matières. Or, une recherche auſſi délicate qu'importante, & qui doit précéder toutes les autres, c'eſt celle de la réfraction & celle de la diſperſion des rayons dans les matières qu'on veut employer: Voici comment je m'y ſuis pris pour le verre de Veniſe & pour le *flint-glaſs* d'Angleterre, dont on peut ſe ſervir avec ſuccès, & pour leſquels ſont calculées les huit Tables qu'on trouve dans ce Mémoire.

Détermination de la réfraction & de la diſperſion des rayons dans le verre de Veniſe & dans le flint-glaſs *d'Angleterre.*

Le moyen qui m'a paru le plus propre pour l'objet que je me propoſois, eſt celui qu'a employé avec tant de ſuccès M. l'Abbé de Rochon, pour découvrir la réfraction moyenne dans le *flint-glaſs*, & qui conſiſte à meſurer le foyer de lentilles formées de deux demi-lentilles de différens verres; car ce moyen eſt encore très-propre pour déterminer la diſperſion des rayons, comme on le verra dans ce Mémoire; je le crois même préférable à celui des priſmes qu'a employé Newton, & à ſon imitation Mrs Clairaut & Dollond.

D'après M. l'Abbé de Rochon, & comme l'a pratiqué depuis M. le Duc de Chaulnes, j'ai donc travaillé, préciſément enſemble, dans un même baſſin concave, & avec tout le ſoin poſſible, un morceau *V* de verre de Veniſe, peſant 950 grains le pouce cube, & un autre *C* de *flint-glaſs* ou criſtal d'Angleterre, peſant 1215 grains le pouce cube. Ces deux morceaux différemment réfringens, ajoutés & collés contigument l'un contre l'autre, formoient un objectif mi-parti, ayant 29 lignes de diamètre & 2 lignes d'épaiſſeur.

Cet objectif mi-parti ayant été ainſi travaillé dans un même baſſin, a été préſenté au Soleil dans une chambre noire qu'a fait conſtruire à Paris, rue des Poſtes, M. l'Abbé Bourriot, & cachant alternativement la partie *V* ou la partie *C*, nous avons meſuré,

M. l'Abbé Bourriot & moi, & à beaucoup de reprises différentes, le foyer des rayons rouges, celui des rayons moyens & celui des rayons violets du verre de Venise & du cristal d'Angleterre.

Pour la mesure du foyer des rayons moyens, nous avons reçu sur un verre douci, l'image du Soleil.

Pour la mesure du foyer des rayons extrêmes rouges & violets, nous avons interposé, entre l'objectif & l'image du Soleil sur le verre douci, tantôt un verre rouge, tantôt un verre violet; & quoique ces verres fussent plans, néanmoins nous les avons placés très-près de l'image, afin qu'on n'eût pas à craindre que le foyer de l'objectif fût changé par l'interposition de ces verres colorés, qui peut-être n'étoient pas exactement plans.

Voici les mesures exactes qui ont été prises pour le verre de Venise & pour le cristal d'Angleterre.

Dans le verre de Venise pesant 950 grains le pouce cube;

	pieds.	pouces.	lignes.	lignes.
Foyer des rayons rouges	6.	5.	6, ou	930.
Foyer des rayons moyens	6.	4.	11, ou	923.
Foyer des rayons violets	6.	3.	0, ou	900.

Dans le cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube,

	pieds.	pouces.	lignes.	lignes.
Foyer des rayons rouges	5.	8.	10, ou	826.
Foyer des rayons moyens......	5.	8.	0, ou	816.
Foyer des rayons violets	5.	5.	5, ou	785.

De plus, le rayon du bassin ou de la courbure des verres, est de 6 pieds 9 pouces 6 lignes, ou 978 lignes; ainsi faisant constamment $r = 978$, & faisant successivement $f = 930$; $f = 923$; $f = 900$; $f = 826$; $f = 816$; $f = 785$; si l'on désigne la réfraction par p, la formule générale $p = \frac{r}{2f} + 1$, donnera

Pour

Pour le verre de Venise dont le pouce cube pèse 950 grains.

Réfraction des rayons rouges	1,5258.
Réfraction des rayons moyens	1,5298.
Réfraction des rayons violets	1,5433.
Dispersion des rayons................	0,0175.

Pour le cristal d'Angleterre dont le pouce cube pèse 1215 grains.

Réfraction des rayons rouges.......	1,5920.
Réfraction des rayons moyens	1,5973.
Réfraction des rayons violets	1,6229.
Dispersion des rayons.............	0,0309.

Comparant maintenant mes résultats avec ceux qui sont connus, on voit,

1.° Que la réfraction moyenne dans le cristal d'Angleterre, est

Selon M. l'abbé de Rochon, de..........	1,6200.
Selon feu M. Clairaut, de	1,6000.
Selon moi, de.........................	1,5973.
Selon M. Dollond, de...................	1,5830.

2.° Que la réfraction moyenne du verre de Venise, est à la réfraction moyenne du cristal ou *flint-glass* d'Angleterre,

Selon M. Dollond..........	comme 1000 à 1021.
Selon feu M. Clairaut.........	comme 1000 à 1032.
Selon M. l'abbé de Rochon...	comme 1000 à 1045.
Selon moi.................	comme 1000 à 1045.

3.° Que la dispersion des rayons dans le verre de Venise, est à celle du cristal ou *flint-glass* d'Angleterre,

Selon M. Dollond................	comme 200 à 300.
Selon M. l'abbé de Rochon.......	comme 200 à 320.
Selon M. Martin, Opticien à Londres,	comme 200 à 334.
Selon moi........................	comme 200 à 353.

Par où l'on voit avec satisfaction, qu'ayant employé uniformément l'expédient des foyers des lentilles travaillées dans un même bassin, j'ai trouvé à très-peu de chose près le même résultat

que M. Clairaut pour la réfraction moyenne du criſtal d'Angleterre, & de plus que je me ſuis rencontré exactement avec M. l'abbé de Rochon quant au rapport de 1000 à 1045 qu'il a établi pour celui de la réfraction moyenne du verre de Veniſe à la réfraction moyenne du criſtal d'Angleterre; au reſte ſi les quantités que j'ai établies pour la réfraction & pour la diſperſion des rayons, n'ont pas la plus grande préciſion, au moins les rapports que j'en ai déduits pour les différentes quantités qui compoſent mes huit Tables, ſont-ils conſtans, car ils ont tous été déterminés d'après une même courbure de baſſin, & préciſément avec les mêmes verres colorés; j'ajoute encore, que mes déterminations ont été de nouveau juſtifiées par l'expérience, puiſqu'ayant pris pour baſe de mes calculs les réfractions telles que je les viens de déterminer, j'en ai déduit des dimenſions d'objectifs achromatiques à deux, à trois & à quatre lentilles, qui ont réuſſi au-delà de mes eſpérances.

Avant que de paſſer à mes déterminations d'objectifs achromatiques, voici les logiſtiques conſtans qui m'ont ſervi de baſe, & qui ne ſont autre choſe que les réſultats mêmes que je viens de donner.

1.° Pour le verre de Veniſe dont le pouce cube pèſe 950 grains.

R, 0,1834976 logiſtique des rayons rouges.

M, 0,1846347 logiſtique des rayons moyens.

V, 0,1884504 logiſtique des rayons violets.

+ Lorſqu'on paſſe du dedans au dehors du verre de Veniſe.

— Lorſqu'on paſſe du dehors au dedans du verre de Veniſe.

2.° Pour le criſtal d'Angleterre dont le pouce cube pèſe 1215 grains.

r, 0,2019431 logiſtique des rayons rouges.

m, 0,2033865 logiſtique des rayons moyens.

u, 0,2102918 logiſtique des rayons violets.

+ Lorſqu'on paſſe du dedans au dehors du criſtal.

— Lorſqu'on paſſe du dehors au dedans du criſtal.

3.° Pour paſſer d'une matière dans l'autre, lorſque les courbures contiguës des lentilles ſont les mêmes.

ρ, 0,0184455 logiſtique pour les rayons rouges.

μ, 0,0187518 logiſtique pour les rayons moyens.

r, 0,0218414 logiſtique pour les rayons violets.

+ Lorſqu'on paſſe du dedans du criſtal au dedans du verre de Veniſe.

— Lorſqu'on paſſe du dedans du verre de Veniſe au dedans du criſtal d'Angleterre.

Voyons maintenant comment ſe calculent les dimenſions des objectifs compoſés de cinq, de quatre, de trois & de deux lentilles.

DÉTERMINATION des dimenſions d'objectifs achromatiques, compoſés de cinq, de quatre, de trois & de deux lentilles.

Pour que les objectifs achromatiques euſſent réellement les dimenſions qu'ils devroient avoir, il faudroit qu'ils puſſent détruire entièrement & tout-à-la-fois l'aberration de ſphéricité & celle de réfrangibilité, & pour les objets placés dans l'axe & pour ceux qui en ſeroient éloignés; mais cela eſt impoſſible, comme l'a démontré M. d'Alembert. En effet, pour y parvenir il faudroit employer d'autres courbes que le cercle, & la pratique ne le permet pas; l'effort des Géomètres doit donc ſe borner à établir, entre les rayons des différentes ſurfaces ſphériques, la relation la plus propre à corriger autant qu'il eſt poſſible les aberrations de ſphéricité & de réfrangibilité.

Or le premier examen de cette queſtion conduit à trois équations principales, dont la première déſigne la diſtance focale d'un ſyſtème de lentilles, la ſeconde exprime l'aberration de ſphéricité, & la troiſième renferme la relation néceſſaire entre les foyers particuliers des lentilles pour diſſiper les iris: ainſi excepté trois des rayons des différentes ſurfaces qu'on a, relativement au nombre des lentilles qu'on adopte, on peut faire tous les autres rayons égaux à l'un de ces trois; ce qui offre la facilité de choiſir les ſolutions qui peuvent, dans l'exécution, être les

plus avantageuses à l'artiste, pour lequel il faut autant qu'il est possible diminuer le nombre des variables.

Comme on ne peut faire disparoître tout-à-la-fois l'aberration de sphéricité & l'aberration de réfrangibilité; il convient de détruire, s'il est possible, celle qui est la plus nuisible, & en même temps de diminuer, autant qu'on le peut, l'autre moins contraire à la perfection des Lunettes : or l'expérience semble nous apprendre que l'aberration de réfrangibilité est la plus nuisible, ce qui vient vraisemblablement de ce qu'étant naturellement de beaucoup plus considérable que celle de sphéricité, elle ne peut manquer de se faire apercevoir d'une manière plus sensible.

L'aberration de réfrangibilité, étant la plus forte, & par cette seule raison la plus à craindre, ne peut se détruire ou au moins se diminuer que par l'alternative des lentilles, qui, étant de différentes matières, ont en même temps des foyers de directions contraires: or de ces directions diamétralement opposées des foyers particuliers de chaque lentille, il résulte nécessairement un foyer commun, qui ne peut avoir, quant à l'aberration de sphéricité, d'autre aberration que la différence des aberrations particulières, d'où il suit assez heureusement, qu'on ne peut tendre à la destruction totale de l'aberration de réfrangibilité, qu'on ne diminue en même temps celle de sphéricité.

De plus, la progression des aberrations de réfrangibilité & celle des aberrations de sphéricité, sont toutes deux comprises entre deux limites, dont les bornes sont communes; car l'aberration de sphéricité est d'autant plus grande ou d'autant plus petite, que l'ouverture est plus grande ou plus petite, & l'aberration de réfrangibilité est à peu près dans le même cas, par la raison que plus les angles d'incidence sont grands, plus la décomposition des rayons est sensible. Je crois donc pouvoir conclure hardiment que, pour obtenir toute la perfection que peut permettre l'exécution, il faut s'occuper uniquement de l'aberration de réfrangibilité pour les objets placés dans l'axe; car on ne peut détruire cette aberration qui est certainement la plus forte, qu'on ne diminue en même temps l'autre, qui est d'une moindre valeur.

Mais si on rend nulle l'aberration de réfrangibilité, dit M. d'Alembert, on a des courbures qui sont si considérables, qu'alors le peu d'épaisseur des verres ne permet pas de donner aux objectifs achromatiques de grandes ouvertures, & dans ce cas il est certain qu'on perd l'avantage essentiel de ces sortes d'objectifs, qui est d'augmenter considérablement les ouvertures. A cet égard, j'observerai cependant que, si, au lieu des réfractions que M. d'Alembert a employées dans ses formules, il avoit pu employer celles que je donne ici, & que je crois exactes, il auroit trouvé que l'entière destruction de l'aberration de réfrangibilité, n'exige point des courbures aussi considérables.

Quant à moi, ayant admis mes résultats fondamentaux de réfraction, j'ai non-seulement trouvé des courbures propres à donner des ouvertures suffisamment grandes aux objectifs; mais en outre j'ai rencontré dans mon V.e système, *page 481*, précisément les mêmes mesures d'un objectif achromatique que celles d'un excellent objectif que M. l'Abbé Bourriot a fait lui-même d'après des dimensions que lui a données M. Antheaume: or ces dimensions sont originairement celles de feu M. Clairaut, rectifiées depuis par M. de l'Étang, qui après avoir courbé plus ou moins les surfaces extérieures, a trouvé directement par expérience les courbures qui réussissoient le mieux. Je conclus donc de nouveau, que mes résultats de réfraction sont bons, & que d'ailleurs il convenoit que je tournasse toute mon attention du côté de l'aberration de réfrangibilité.

De-là les calculs se trouvent considérablement simplifiés & quel que soit le nombre des lentilles, on peut, comme je l'ai fait dans mon VI.e système, *page 481*, faire que toutes les courbures soient égales, excepté seulement la dernière; mais ce que j'ai suivi uniformément dans mes quatre premiers systèmes, c'est que toutes les courbures intérieures soient égales, & que les deux courbures extérieures le soient respectivement aussi; alors quel que soit le nombre des lentilles qui composent l'objectif total, les courbures extérieures sont les mêmes à foyer égal, & plus le nombre des lentilles est considérable, moins les courbures intérieures sont grandes.

On observera aussi que quel que soit le nombre des lentilles

qui doivent composer l'objectif total, il faut que d'une en une elles soient non-seulement alternativement de matière différente, mais encore qu'elles soient alternativement concaves & convexes, ou alternativement convexes & concaves; parce que l'alternative des lentilles de différentes matières détruit l'aberration de réfrangibilité, & que celle des foyers de directions opposées diminue immanquablement l'aberration de sphéricité. Cela posé, voyons comment les Tables de sinus seules suffisent pour fixer les rayons des courbures cherchées pour les différentes distances focales demandées.

Pour fixer les courbures extérieures & intérieures des lentilles; quel que soit le nombre de celles qui doivent composer l'objectif total.

1.° On supposera, comme de fait, que les rayons extrêmes rouges & violets entrent dans la première lentille *E b*, suivant une seule & même direction *PEH*, parallèle à l'axe *Rf*.

2.° Ayant adopté à volonté pour la première courbure extérieure *b*, l'arc qu'on aura jugé à propos; ayant aussi, & autant qu'on aura pu en juger par estime, fait les arcs intérieurs *a*, de la valeur convenable; on calculera trigonométriquement les directions *Hr*, *Hu*, des rayons rouges *Hr*, & des rayons violets *Hu*, dans l'intérieur de la dernière lentille *Hβ*; puis avec la dispersion trouvée *rHu*, on trouvera dans la Table ci-après, l'angle *SHR*, tel que la position du rayon *HR* du dernier arc *β*, soit celle qui convienne pour que les rayons sortent de la dernière lentille, suivant une direction *SHf*, entièrement exempte de toute aberration de réfrangibilité. Alors si le dernier arc *β*, ainsi déterminé, est exactement le même que le premier *b* donné, on aura pleinement satisfait aux conditions prescrites; que si cela n'est pas, on augmentera ou l'on diminuera selon qu'il conviendra les arcs *a*, *a*, *a*, *a*, qui n'avoient été évalués qu'arbitrairement relativement à l'autre *b*, qui avoit aussi été pris à volonté; & quelle que soit la méprise qu'on ait pu faire dans ces suppositions, on sera toujours assuré de parvenir à la troisième fois au vrai résultat cherché.

Figure 2.

Voici la Table dont il vient d'être parlé :

TABLE pour la réunion HS *des rayons au dehors du cristal d'Angleterre ou du verre de Venise, la dispersion des rayons rouges & violets* Hr, Hu, *étant donnée au-dedans de l'une ou de l'autre de ces matières.*

Figure 3.

HR, rayon de l'arc β.
Hr, rayon rouge } au dedans de la matière.
Hu, rayon violet }
HS, réunion des rayons au dehors.

Pour le CRISTAL d'ANGLETERRE, pesant 1215 grains, le pouce cube.			Pour le VERRE de VENISE, pesant 950 grains, le pouce cube.		
u H r	Differ.	*S H R*	*u H r*	Differ.	*S H R*
0′ 0″	′ ″	0d 0′ 0″	0′ 0″	′ ″	0d 0′ 0″
	0. 14			0. 9	
0. 14		0. 20. 0	0. 9		0. 20. 0
	0. 15			0. 8	
0. 29		0. 40. 0	0. 17		0. 40. 0
	0. 14			0. 9	
0. 43		1. 0. 0	0. 26		1. 0. 0
	0. 43			0. 27	
1. 26		2. 0. 0	0. 53		2. 0. 0
	0. 43			0. 27	
2. 9		3. 0. 0	1. 20		3. 0. 0
	0. 43			0. 27	
2. 52		4. 0. 0	1. 47		4. 0. 0
	0. 43			0. 27	
3. 35		5. 0. 0	2. 14		5. 0. 0
	0. 44			0. 27	
4. 19		6. 0. 0	2. 41		6. 0. 0
	2. 52			1. 47	
7. 11		10. 0. 0	4. 28		10. 0. 0
	3. 36			2. 15	
10. 47		15. 0. 0	6. 43		15. 0. 0
	3. 36			2. 15	
14. 23		20. 0. 0	8. 58		20. 0. 0
	3. 37			2. 15	
18. 00		25. 0. 0	11. 13		25. 0. 0

Cette Table fixe l'angle *SHR*, ce qui procure tout naturellement le moyen de calculer l'angle *rHR*, ou l'angle *uHR*; ainsi *Hu*, *Hr*, étant donnés de position, on trouve celle de *RH*, rayon de l'arc β, & celle de *SHf*, sortie des rayons entièrement exempte d'aberration de réfrangibilité. Voyons présentement l'application de ce qui vient d'être dit, pour le calcul des dimensions des objectifs achromatiques.

CALCUL *des Objectifs achromatiques composés de cinq, de quatre, de trois, & de deux lentilles.*

1.° Pour le I.er systême, *page 479*, dans lequel l'objectif total est composé de cinq lentilles alternativement convexes & concaves, les unes de verre de Venise, les autres de cristal d'Angleterre.

Donnant au premier arc b, la valeur qu'on jugera à propos, je le ferai dans cet exemple de $1^d\ 0'\ 0''$, établissant aussi & à peu près entre a & b, le rapport qui convient pour que la dernière courbure β, soit égale à la première b; je suppose $a = 0^d\ 38'\ 22''$, cela posé, je calcule ainsi la route du rayon rouge dans les cinq lentilles.

Figure 4. $b = 1^d\ 0'\ 0''$ donne logarithme sinus	+ 8,2418553	
Page 466, on a, logistique R, . . .	− 0,1834976	
Ce qui donne dans la lentille C de Venise	8,0583577 =	$0^d\ 39'\ 19''$ −
$a + b$ est de.		1. 38. 22 +
Ainsi dans la lentille C de Venise	+ 8,2349247 =	0. 59. 3
Page 467, pour passer du Venise C dans le cristal D, logarithme S . . .	− 0,0184455	
Ce qui donne dans le cristal D	8,2164792 =	0. 56. 35 −
$2a$ est de.		1. 16. 44 +
Ainsi dans le cristal D	+ 7,7679987 =	0. 20. 9
Page 467, pour passer du cristal D dans le Venise E, logistique S. .	+ 0,0184455	
Ce qui donne dans la lentille de Venise E	7,7864442 =	0. 21. 1 −
$2a$ est de		1. 16. 44 +
Ainsi dans la lentille de Venise E	+ 8,2096922 =	0. 55. 43
Page 467, pour passer du Venise E au cristal G, logistique S.	− 0,0184455	
Ce qui donne dans la lentille de cristal G	8,1912467 =	0. 53. 24 −
$2a$ est de.		1. 16. 44 +
Ainsi donc la lentille de cristal G . . .	+ 7,8316996 =	0. 23. 20
Page 467, pour passer du cristal G dans le Venise H, logistique S	+ 0,0184455	

Ce qui

Ce qui donne dans le Venise *H*... 7,8501451 = 0. 24. 21 —
a, est de.............................. 0. 38. 22 +

Ainsi dans la lentille de Venise *H*, on a PHr = 0. 14. 1 +
Calculant de même pour le rayon violet, on a PHu = 0. 13. 12 —

Ce qui donne.................. uHr = 0. 0. 49.

Puis, selon la Table calculée à cet effet, *page 471*, l'angle uHr de 0′ 49″, donne, quant au verre de Venise $SHR = 1^d\ 51'\ 7''$. Figure 3.

Pourſuivant le calcul pour le rayon rouge,

L'angle SHR de $1^d\ 51'\ 7''$ donne............ + 8,5094296
Page 466, on a, logiſtique R............. — 0,1834976

Ainſi............... + $RHr = 1^d\ 12'\ 49'' = 8{,}3259320$
De plus, on a déjà.... — PHr = 0. 14. 1.

Donc HRf, ou .... PHR = 0. 58. 48 courbure β cherchée.

Ainſi b étant de $1^d\ 0'\ 0''$, & a, de $0^d\ 38'\ 22''$; on trouve $\beta = 0^d\ 58'\ 48''$.

De même, continuant de faire $b = 1^d\ 0'\ 0''$; mais faiſant $a = 0^d\ 39'\ 22''$, on trouve $\beta = 1^d\ 3'\ 20''$.

D'où l'on voit facilement que le cas de $b = \beta = 1^d\ 0'\ 0''$, eſt celui où $a = 0^d\ 38'\ 38''$.

Alors l'angle RfH, qui eſt la demi-ouverture de l'objectif au foyer f, eſt de $0^d\ 52'\ 53''$; ainſi d'après ces déterminations, qui ſont des plus exactes, j'établis pour mon Ier ſyſtème, le rapport que voici :

Foyer de l'objectif..................... 1,0000.
Rayons intérieurs a, a, a, a, ... 1,3688.
Rayons extérieurs b, b, ... 0,8814.
Diamètre de l'ouverture .... 0,0308.
Épaiſſeur du verre .... 0,0002.

Pareillement, faiſant $b = 6^d\ 50'\ 0''$, on trouvera que le cas propoſé de ce premier ſyſtème exige que $a = 4^d\ 28'\ 41''$; d'où il ſuit que la demi-ouverture $RfH = 6^d\ 4'\ 6''$: or ces

déterminations procurent pour un des nouveaux fondemens de mon I.er système le rapport que voici:

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	1,3540.
Rayons extérieurs *b, b,*	0,8885.
Diamètre de l'ouverture	0,2114.
Épaisseur des verres	0,0105.

De plus, faisant attention que l'épaisseur du verre est assez uniformément limitée à deux lignes, on réduira le tout, relativement à cette épaisseur, constante par le fait: or la circonstance de $b = 1^d\ 0'\ 0''$, & de $a = 0^d\ 38'\ 38''$, est tout naturellement le cas d'une lunette de 10000 lignes, ou de 69 pieds 5 pouces 4 lignes; ainsi pour cette longueur de lunette 69 pieds 5 pouces 4 lignes, on a

Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	de 13688 lig.	ou de	95pi 0po 8l.
Rayons extérieurs *b, b,*	de 8814	ou de	61. 2. 6.
Diamètre de l'ouverture	de 308	ou de	2. 1. 8.

Quant au cas de $b = 6^d\ 50'\ 0''$, & de $a = 4^d\ 28'\ 41''$, savoir; celui où l'épaisseur du verre est de 105, on voit qu'étant réduit, comme il convient, à l'épaisseur ordinaire des verres, il est celui d'une lunette de 144 lignes ou de 1 pied 0 pouce 0 ligne; ainsi dans ce cas on a pour une lunette de 1 pied 0 pouce 0 ligne,

Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	de 194 lig.	ou de	1pi 4po 2l
Rayons extérieurs *b, b,*	de 128	ou de	10. 8.
Diamètre de l'ouverture	de 30	ou de	2. 6.

C'est donc d'après ces deux résultats fondamentaux que j'ai dressé ma Table I, *page 479*, dans laquelle on trouve les dimensions d'objectifs achromatiques calculées depuis 2 pouces de foyer jusqu'à 20 pieds.

Quant aux autres systèmes, ayant constamment fait $b = 1^d\ 0'\ 0''$, j'ai trouvé

Pour le II.e système $a = 1^d\ 14'\ 0''$ & $RfH = 0^d\ 52'\ 40''$.
Pour le III.e système $a = 2.\ 18.\ 22$ & $RfH = 0.\ 52.\ 44$.
Pour le V.e système $a = 3.\ 36.\ 10$ & $RfH = 0.\ 52.\ 46$.

D'une autre part, ayant constamment fait $b = 6^d\ 50'\ 0''$, j'ai trouvé

Pour le II.e système $a = 8^d\ 12'\ 0''$, & $RfH = 6^d\ 4'\ 10''$.
Pour le III.e système $a = 15.\ 25.\ 0$, & $RfH = 6.\ 4.\ 44$.
Pour le V.e système $a = 23.\ 40.\ 35$, & $RfH = 6.\ 4.\ 2$.

Alors le cas de $b = 1^d\ 0'\ 0''$, donne

Pour le II.e système.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs *a*, *a*, *a*, *a*, ...	0,7117.
Rayons extérieurs *b*, *b*, ...	0,8777.
Diamètre de l'ouverture	0,0306.
Épaisseur du verre	0,0003.

Pour le III.e système,

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs *a*, *a*, *a*, *a*, ...	0,3812.
Rayons extérieurs *b*, *b*, ...	0,8789.
Diamètre de l'ouverture	0,0306.
Épaisseur du verre	0,0006.

Pour le IV.e système.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs *a*, *a*, *a*, *a*, ...	0,2443.
Rayons extérieurs *b*, *b*, ...	0,8795.
Diamètre de l'ouverture	0,0307.
Épaisseur du verre	0,0008.

De plus, le cas de $b = 6^d\ 50'\ 0''$, donne

Pour le II.e système.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs	0,7411.
Rayons extérieurs	0,8887.
Diamètre de l'ouverture	0,2115.
Épaisseur du verre	0,0154.

Pour le IIIe systême.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	0,3983.
Rayons extérieurs *b, b,*	0,8900.
Diamètre de l'ouverture	0,2118.
Épaisseur du verre	0,0286.

Pour le Ve systême.

Foyer de l'objectif	1,0000.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	0,2632.
Rayons extérieurs *b, b,*	0,8887.
Diamètre de l'ouverture	0,2114.
Épaisseur du verre	0,0284.

Réduisant le tout, relativement à l'épaisseur des verres, qui ordinairement est de 2 lignes, je trouve

1.° Que le cas de $b = 1^d\ 0'\ 0''$, fait que

Dans le IIe systême on a pour une lunette de	43^pi.^	0^po.^	0^lig.^
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	30.	7.	4.
Rayons extérieurs *b, b,*	37.	9.	0.
Diamètre de l'ouverture	1.	3.	10.
Dans le IIIe systême on a pour une lunette de	20.	0.	0.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	7.	7.	6.
Rayons extérieurs *b, b,*	17.	7.	0.
Diamètre de l'ouverture		7.	6.
Dans le Ve systême, on a pour une lunette de	17.	0.	0.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	4.	1.	10.
Rayons extérieurs *b, b,*	14.	11.	4.
Diamètre de l'ouverture	0.	6.	2.

2.° Que le cas de $b = 6^d\ 50'\ 0''$, fait que

Dans le IIe systême, on a pour une lunette de	0^pi^	10^po^	0^lig.^
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	0.	7.	4.
Rayons extérieurs *b, b,*	0.	8.	10.
Diamètre de l'ouverture	0.	2.	2.

Dans le IIIe ſyſtème, on a pour une lunette de	0^pi.^	6^po.^	0^lign.^
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	0.	2.	4.
Rayons extérieurs *b, b,*	0.	5.	4.
Diamètre de l'ouverture	0.	1.	2.
Dans le Ve ſyſtème, on a pour une lunette de	0.	6.	0.
Rayons intérieurs *a, a, a, a,*	0.	1.	6.
Rayons extérieurs *b, b,*	0.	5.	4.
Diamètre de l'ouverture	0.	1.	2.

C'eſt donc d'après ces réſultats que j'ai dreſſé, comme pour le Ier ſyſtème, les IIe, IIIe & Ve Tables, où l'on trouve les dimenſions d'objectifs achromatiques, calculées depuis 2 pouces de foyer juſqu'à 20 pieds; enfin c'eſt en cette manière que le tout a été calculé; un plus ample détail ſeroit ſuperflu, j'ajouterai ſeulement,

Que ſi les matières qu'on emploie n'ont pas préciſément le même degré de réfringence que celui que je leur ai ſuppoſé, on y remédiera en augmentant ou en diminuant les courbes extérieures *b, b.*

N. B. *Comme je ne ſache pas que juſqu'ici on ait conſtruit d'objectif achromatique à quatre & à cinq lentilles, & qu'il eſt naturel de craindre que le nombre des verres ne diminue trop la lumière; j'ai fait moi-même l'eſſai en petit de mon IIe ſyſtème, dans lequel l'objectif eſt compoſé de quatre lentilles. Et quoique cet eſſai ne puiſſe pas être regardé comme déciſif, puiſque la lunette que j'ai conſtruite n'a que 4 pouces 10 lignes de foyer; néanmoins il m'a paru que le peu de lumière que cela fait effectivement perdre à l'objectif, eſt plus que compenſé par la diminution des courbures & par l'augmentation d'ouverture que cela procure; en effet, les meilleures lunettes angloiſes de 6 pouces ne portent que 15 lignes d'ouverture, & la mienne, qui n'a que 5 pouces 10 lignes de foyer, porte une ouverture de 18 lignes, & la diminution dans les courbures eſt d'autant plus importante qu'il n'y a pas, à ce que je crois, d'autre moyen pour faire diſparoître, s'il eſt poſſible, l'aberration de ſphéricité, celle de réfrangibilité étant détruite; j'oſe regarder auſſi comme certain, que les objectifs achromatiques exécutés*

d'après mes différens systèmes, dissiperont également & en entier les iris, & que, quand à l'aberration de sphéricité, elle sera d'autant plus diminuée, qu'on prendra dans ces systèmes ceux qui contiendront un plus grand nombre de lentilles.

Voici les huit Tables que j'ai calculées en faveur des Opticiens zélés pour le progrès de leur Art; les six premières sont pour les objectifs composés de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & de cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube; la septième Table est pour les objectifs composés de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube, & d'eau distillée, pesant 373 grains le pouce cube; la huitième & dernière Table est pour les objectifs composés de verre de Venise, de cristal d'Angleterre & d'eau distillée, de la pesanteur qui vient d'être dite.

M. l'abbé Bourriot, que j'ai déjà cité dans ce Mémoire, comme lui ayant en grande partie l'obligation des déterminations de réfraction dont j'ai fait usage dans mes cinq premières Tables, m'a de plus communiqué ses résultats particuliers pour la réfraction de l'eau distillée, qui sont un des principaux fondemens de mes septième & huitième Tables: voici donc les résultats de M. l'abbé Bourriot, pour l'eau distillée, pesant 373 grains le pouce cube.

Réfraction des rayons rouges..........	1,3293.
Réfraction des rayons moyens.........	1,3320.
Réfraction des rayons violets.........	1,3406.
Dispersion des rayons................	0,0113.

Enfin si mes huit systèmes de lunettes achromatiques ne réussissent pas toujours entre les mains des Artistes, au moins suis-je assuré qu'ils diminueront considérablement les tâtonnemens qu'ils pourroient faire pour avoir un succès complet; on séparera aussi les lentilles des différens systèmes, de l'épaisseur seulement d'une feuille de papier très-mince, afin que les lentilles, qui doivent être très-proche les unes des autres, ne se touchent cependant pas.

I.

I.er SYSTÈME (Figure 5) *composé de cinq lentilles, dont trois sont de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & deux concaves isocèles, de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a, a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes*	*pieds. pouces. lignes*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 2. 6	0. 1. 10	1. 2
0. 4	0. 5. 3	0. 3. 7	1. 5
0. 6	0. 8. 0	0. 5. 4	1. 8
0. 8	0. 10. 8	0. 7. 1	2. 0
0. 10	1. 1. 5	0. 8. 10	2. 3
1. 0	1. 4. 2	0. 10. 7	2. 6
2. 0	2. 8. 7	1. 9. 2	2. 10
3. 0	4. 1. 0	2. 7. 8	3. 2
4. 0	5. 5. 5	3. 6. 3	3. 6
5. 0	6. 9. 10	4. 4. 9	3. 10
6. 0	8. 2. 4	5. 3. 4	4. 2
7. 0	9. 6. 9	6. 1. 10	4. 6
8. 0	10. 11. 2	7. 0. 5	4. 10
9. 0	12. 3. 7	7. 11. 0	5. 2
10. 0	13. 8. 0	8. 9. 6	5. 6
11. 0	15. 0. 5	9. 8. 1	5. 10
12. 0	16. 4. 10	10. 6. 7	6. 2
13. 0	17. 9. 3	11. 5. 2	6. 6
14. 0	19. 1. 9	12. 3. 8	6. 10
15. 0	20. 6. 2	13. 2. 3	7. 2
16. 0	21. 10. 7	14. 0. 9	7. 6
17. 0	23. 3. 0	14. 11. 4	7. 10
18. 0	24. 7. 5	15. 9. 10	8. 2
19. 0	25. 11. 10	16. 8. 5	8. 6
20. 0	27. 4. 3	17. 7. 0	8. 10

II.e SYSTÈME (Figure 6) *composé de quatre lentilles, dont deux de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & deux de cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 1. 8	0. 1. 10	0. 11
0. 4	0. 3. 1	0. 3. 7	1. 3
0. 6	0. 4. 6	0. 5. 4	1. 6
0. 8	0. 5. 11	0. 7. 1	1. 10
0. 10	0. 7. 4	0. 8. 10	2. 2
1. 0	0. 8. 10	0. 10. 7	2. 3
2. 0	1. 5. 4	1. 9. 2	2. 7
3. 0	2. 1. 10	2. 7. 8	2. 11
4. 0	2. 4. 5	3. 6. 3	3. 3
5. 0	3. 6. 11	4. 4. 9	3. 7
6. 0	4. 3. 6	5. 3. 4	3. 11
7. 0	5. 0. 0	6. 1. 10	4. 2
8. 0	5. 8. 7	7. 0. 5	4. 6
9. 0	6. 5. 1	7. 11. 0	4. 10
10. 0	7. 1. 7	8. 9. 6	5. 2
11. 0	7. 10. 2	9. 8. 1	5. 6
12. 0	8. 6. 8	10. 6. 7	5. 10
13. 0	9. 3. 3	11. 5. 2	6. 2
14. 0	9. 11. 9	12. 3. 8	6. 5
15. 0	10. 8. 4	13. 2. 3	6. 9
16. 0	11. 4. 10	14. 0. 9	7. 1
17. 0	12. 1. 4	14. 11. 4	7. 5
18. 0	12. 9. 11	15. 9. 10	7. 9
19. 0	13. 6. 5	16. 8. 5	8. 1
20. 0	14. 3. 0	17. 7. 0	8. 5

III.ᵉ SYSTÈME (Figure 7) *composé de trois lentilles, dont deux convexes, de verre de Venise, pesant 9 5 0 grains le pouce cube, & une concave, de cristal d'Angleterre, pesant 1 2 1 5 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 2. 0	0. 1. 10	0. 11
0. 4	0. 3. 4	0. 3. 7	1. 3
0. 6	0. 4. 8	0. 5. 4	1. 7
0. 8	0. 6. 0	0. 7. 1	1. 10
0. 10	0. 7. 4	0. 8. 10	2. 2
1. 0	0. 8. 8	0. 10. 7	2. 6
2. 0	1. 4. 8	1. 9. 2	2. 9
3. 0	2. 0. 8	2. 7. 8	3. 1
4. 0	2. 8. 8	3. 6. 3	3. 4
5. 0	3. 4. 8	4. 4. 9	3. 7
6. 0	4. 0. 8	5. 3. 4	4. 0
7. 0	4. 8. 8	6. 1. 10	4. 3
8. 0	5. 4. 9	7. 0. 5	4. 6
9. 0	6. 0. 9	7. 11. 0	4. 9
10. 0	6. 8. 9	8. 9. 6	5. 1
11. 0	7. 4. 9	9. 8. 1	5. 4
12. 0	8. 0. 10	10. 6. 7	5. 8
13. 0	8. 8. 10	11. 5. 2	6. 0
14. 0	9. 4. 10	12. 3. 8	6. 3
15. 0	10. 0. 11	13. 2. 3	6. 6
16. 0	10. 8. 11	14. 0. 9	6. 10
17. 0	11. 4. 11	14. 11. 4	7. 1
18. 0	12. 1. 0	15. 9. 10	7. 5
19. 0	12. 9. 0	16. 8. 5	7. 8
20. 0	13. 5. 0	17. 7. 0	8. 0

IV.ᵉ SYSTÈME (Figure 8) *composé de trois lentilles, dont deux menisques sont de cristal d'Angleterre, pesant 1 2 1 5 grains le pouce cube, & une convexe isocèle de verre de Venise, pesant 9 5 0 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS. *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 0. 10	0. 1. 10	0. 8
0. 4	0. 1. 7	0. 3. 7	0. 11
0. 6	0. 2. 4	0. 5. 4	1. 2
0. 8	0. 3. 1	0. 7. 1	1. 3
0. 10	0. 3. 10	0. 8. 10	1. 3
1. 0	0. 4. 7	0. 10. 7	1. 4
2. 0	0. 9. 2	1. 9. 2	1. 8
3. 0	1. 1. 9	2. 7. 8	2. 0
4. 0	1. 6. 4	3. 6. 3	2. 4
5. 0	1. 10. 11	4. 4. 9	2. 7
6. 0	2. 3. 6	5. 3. 4	2. 11
7. 0	2. 8. 1	6. 1. 10	3. 3
8. 0	3. 0. 7	7. 0. 5	3. 7
9. 0	3. 5. 2	7. 11. 0	3. 11
10. 0	3. 9. 9	8. 9. 6	4. 3
11. 0	4. 2. 4	9. 8. 1	4. 7
12. 0	4. 6. 11	10. 6. 7	4. 11
13. 0	4. 11. 6	11. 5. 2	5. 3
14. 0	5. 4. 1	12. 3. 8	5. 7
15. 0	5. 8. 8	13. 2. 3	5. 10
16. 0	6. 1. 2	14. 0. 9	6. 2
17. 0	6. 5. 9	14. 11. 4	6. 6
18. 0	6. 10. 4	15. 9. 10	6. 10
19. 0	7. 2. 11	16. 8. 5	7. 2
20. 0	7. 7. 6	17. 7. 0	7. 6

Ve SYSTÈME (Figure 9) *composé de deux lentilles, l'une menisque de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube, l'autre de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 0. 6	0. 1. 10	0. 7
0. 4	0. 1. 0	0. 3. 7	0. 11
0. 6	0. 1. 6	0. 5. 4	1. 1
0. 8	0. 2. 0	0. 7. 1	1. 2
0. 10	0. 2. 6	0. 8. 10	1. 3
1. 0	0. 3. 0	0. 10. 7	1. 4
2. 0	0. 5. 11	1. 9. 2	1. 7
3. 0	0. 8. 10	2. 7. 8	1. 11
4. 0	0. 11. 9	3. 6. 3	2. 3
5. 0	1. 2. 8	4. 4. 9	2. 6
6. 0	1. 5. 7	5. 3. 4	2. 10
7. 0	1. 8. 6	6. 1. 10	3. 2
8. 0	1. 11. 6	7. 0. 5	3. 5
9. 0	2. 2. 5	7. 11. 0	3. 9
10. 0	2. 5. 4	8. 9. 6	4. 0
11. 0	2. 8. 3	9. 8. 1	4. 4
12. 0	2. 11. 2	10. 6. 7	4. 8
23. 0	3. 2. 1	11. 5. 2	4. 11
14. 0	3. 5. 0	12. 3. 8	5. 3
15. 0	3. 8. 0	13. 2. 3	5. 7
16. 0	3. 10. 11	14. 0. 9	5. 10
17. 0	4. 1. 10	14. 11. 4	6. 2
18. 0	4. 4. 9	15. 9. 10	6. 6
19. 0	4. 7. 8	16. 8. 5	6. 9
20. 0	4. 10. 7	17. 7. 0	7. 1

VIe SYSTÈME (Figure 10) *composé de deux lentilles, l'une convexe isocèle de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, l'autre concave, de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent être proche les unes des autres, sans cependant se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS *a, a.*	RAYONS *b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 0. 10	0. 8. 2	0. 7
0. 4	0. 1. 7	1. 2. 1	0. 11
0. 6	0. 2. 4	1. 8. 0	1. 1
0. 8	0. 3. 2	2. 1. 10	1. 2
0. 10	0. 3. 11	2. 7. 9	1. 3
1. 0	0. 4. 8	3. 1. 8	1. 4
2. 0	0. 9. 3	6. 1. 10	1. 7
3. 0	1. 1. 10	9. 0. 5	1. 11
4. 1	1. 6. 6	11. 11. 9	2. 3
5. 0	2. 11. 1	14. 11. 2	2. 6
6. 0	2. 3. 8	17. 10. 6	2. 10
7. 0	2. 8. 3	20. 9. 10	3. 2
8. 0	3. 0. 10	23. 9. 3	3. 5
9. 0	3. 5. 6	26. 8. 7	3. 9
10. 0	3. 10. 1	29. 8. 0	4. 0
11. 0	4. 2. 8	32. 7. 4	4. 4
12. 0	4. 7. 3	35. 6. 8	4. 8
13. 0	4. 11. 10	38. 6. 1	4. 11
14. 0	5. 4. 6	41. 5. 5	5. 3
15. 0	5. 9. 1	44. 4. 10	5. 7
16. 0	6. 1. 8	47. 4. 2	5. 10
17. 0	6. 6. 3	50. 3. 6	6. 2
18. 0	6. 10. 10	53. 2. 10	6. 6
19. 0	7. 3. 6	56. 2. 3	6. 9
20. 0	7. 8. 1	59. 1. 8	7. 1

Pour rectifier un objectif qui ne seroit pas exactement achromatique & dont on ne voudroit cependant pas changer les courbures intérieures a, a; *on diminuera les rayons des surfaces extérieures* b, b, *si le foyer des rayons violets est plus long que le foyer des rayons rouges: au contraire, on les augmentera si c'est le foyer des rayons rouges qui est plus long que le foyer des rayons violets; & pour l'un ou pour l'autre cas, la Table que voici contient la correction desirée, laquelle dépend de la longueur du foyer de l'objectif & aussi de l'excès ou de la différence du foyer des rayons violets au foyer des rayons rouges.*

TABLE de la quantité qu'il faut retrancher des rayons *b, b* de l'objectif, ou qu'il faut ajouter à ces rayons.

Longueur de l'objectif.	DIFFÉRENCE du foyer des rayons violets & du foyer des rayons rouges.											
	1 ligne.		2 lignes.		3 lignes.		6 lignes.		9 lignes.		12 lignes.	
pieds.	*pouces.*	*lignes.*	*pouces.*	*lignes.*	*pouces.*	*lignes.*	*pouces.*	*lignes.*	*pouces.*	*lignes.*	*pouces.*	*lignes.*
1	0.	7	1.	2	1.	10	3.	7	5.	5	7.	3
2	0.	8	1.	5	2.	1	4.	2	6.	3	8.	4
3	0.	9	1.	7	2.	4	4.	9	7.	1	9.	6
4	0.	11	1.	9	2.	8	5.	4	8.	0	10.	8
5	1.	0	1.	11	2.	11	5.	11	8.	10	11.	10
6	1.	1	2.	2	3.	3	6.	5	9.	8	12.	11
7	1.	2	2.	4	3.	6	7.	0	10.	6	14.	1
8	1.	3	2.	6	3.	9	7.	7	11.	4	15.	1
9	1.	4	2.	8	4.	1	8.	2	12.	3	16.	4
10	1.	5	2.	11	4.	4	8.	8	13.	1	17.	6
11	1.	6	3.	1	4.	7	9.	3	13.	11	18.	7
12	1.	8	3.	3	4.	11	9.	10	14.	9	19.	9
13	1.	9	3.	5	5.	2	10.	5	15.	7	20.	10
14	1.	10	3.	8	5.	6	11.	0	16.	6	22.	0
15	1.	11	3.	10	5.	9	11.	6	17.	4	23.	1
16	2.	0	4.	0	6.	0	12.	1	18.	2	24.	3
17	2.	1	4.	2	6.	4	12.	8	19.	0	25.	5
18	2.	2	4.	6	6.	7	13.	3	19.	10	26.	6
19	2.	3	4.	7	6.	10	13.	9	20.	8	27.	8
20	2.	5	4.	9	7.	2	14.	4	21.	7	28.	9

N. B. Le changement de ce qu'on fera aux rayons des surfaces *b, b*, en produira aussi un dans la longueur du foyer de l'objectif, & le rapport de ses deux changemens sera à peu près de 5 à 6.

VIIe SYSTÈME (Figure 11) *composé de deux lentilles menisques de cristal d'Angleterre, pesant 1215 grains le pouce cube, & d'eau distillée, pesant 373 grains le pouce cube.*

Les lentilles doivent se toucher.

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 2. 2	0. 3. 5	1. 9
0. 4	0. 2. 7	0. 4. 1	1. 11
0. 6	0. 3. 0	0. 4. 9	2. 2
0. 8	0. 3. 6	0. 5. 5	2. 5
0. 10	0. 3. 11	0. 6. 2	2. 8
1. 0	0. 4. 4	0. 6. 10	2. 11
2. 0	0. 6. 11	0. 10. 11	3. 3
3. 0	0. 9. 6	1. 3. 0	3. 6
4. 0	1. 0. 1	1. 7. 1	3. 9
5. 0	1. 2. 8	1. 11. 2	4. 1
6. 0	1. 5. 3	2. 3. 3	4. 4
7. 0	1. 7. 10	2. 7. 4	4. 8
8. 0	1. 10. 6	2. 11. 5	4. 11
9. 0	2. 1. 1	2. 3. 6	5. 2
10. 0	2. 3. 8	3. 7. 7	5. 6
11. 0	2. 6. 3	3. 11. 8	5. 9
12. 0	2. 8. 10	4. 3. 9	6. 1
13. 0	2. 11. 5	4. 7. 10	6. 4
14. 0	3. 2. 0	4. 11. 11	6. 8
15. 0	3. 4. 8	5. 4. 0	6. 11
16. 0	3. 7. 3	5. 8. 1	7. 3
17. 0	3. 9. 10	6. 0. 2	7. 6
18. 0	4. 0. 5	6. 4. 3	7. 9
19. 0	4. 3. 0	6. 8. 4	8. 1
20. 0	4. 5. 7	7. 0. 5	9. 4

VIIIe SYSTÈME (Figure 12) *composé de deux lentilles, l'une de cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube, l'autre de verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & entre les deux lentilles menisques, de l'eau distillée, pesant 373 grains le pouce cube. Les lentilles doivent se toucher.*

Longueur de l'Objectif.	RAYONS INTÉRIEURS *a, a.*	RAYONS EXTÉRIEURS *b, b.*	Diamètre de l'ouvert.
pieds. pouc.	*pieds. pouces. lignes.*	*pieds. pouces. lignes.*	*pouc. lig.*
0. 2	0. 0. 3	0. 0. 5	0. 4
0. 4	0. 0. 5	0. 0. 10	0. 7
0. 6	0. 0. 7	0. 1. 3	0. 10
0. 8	0. 0. 10	0. 1. 9	1. 2
0. 10	0. 1. 2	0. 2. 4	1. 5
1. 0	0. 1. 5	0. 2. 10	1. 8
2. 0	0. 3. 1	0. 6. 0	2. 0
3. 0	0. 4. 9	0. 9. 1	2. 4
4. 0	0. 6. 6	1. 0. 3	2. 8
5. 0	0. 8. 2	1. 3. 4	3. 1
6. 0	0. 9. 10	1. 6. 6	3. 6
7. 0	0. 11. 6	1. 9. 8	3. 10
8. 0	1. 1. 2	2. 0. 9	4. 2
9. 0	1. 2. 11	2. 3. 11	4. 6
10. 0	1. 4. 7	2. 7. 0	4. 10
11. 0	1. 6. 3	2. 10. 2	5. 3
12. 0	1. 7. 11	3. 1. 4	5. 7
13. 0	1. 9. 7	3. 4. 5	5. 11
14. 0	1. 11. 4	3. 7. 7	6. 4
15. 0	2. 1. 0	3. 10. 9	6. 8
16. 0	2. 2. 8	4. 1. 10	7. 0
17. 0	2. 4. 4	4. 5. 0	7. 5
18. 0	2. 6. 0	4. 8. 1	7. 9
19. 0	2. 7. 9	4. 11. 3	8. 1
20. 0	2. 9. 5	5. 2. 5	8. 5

NOTE pour le Mémoire précédent.

APRÈS avoir donné les dimensions respectives des différens verres qu'on peut combiner ensemble pour former avec succès des Objectifs achromatiques, je crois qu'on ne sera pas fâché de trouver ici un précis des meilleurs moyens de travailler ces verres.

1.° *Pour préparer les différens émerils.*

Il faut prendre trois ou quatre livres d'émeril grossier, qu'on nomme à la Manufacture des glaces, *premier émeril*, & une douzaine de pots de faïence; il faut choisir ceux dont le fond est le plus uni; ceux qui sont larges en haut & étroits au fond sont les plus commodes: les grands vases de terre ou de grès dont on se sert pour mettre de l'eau ou du lait, pourroient être aussi d'un bon usage.

Mettez tout l'émeril dans un des pots avec de l'eau; délayez bien jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de grumeaux. Remuez ensuite la matière, & au bout d'une seconde, transvasez l'eau chargée d'émeril dans un autre pot, par le moyen d'un siphon: répétez cette opération une vingtaine de fois, ou plus, si vous le jugez à propos, & vous aurez l'émeril d'une seconde, duquel vous tirerez tous les autres.

Le but de l'opération est de séparer chaque émeril d'une qualité, de sorte qu'il ne contienne rien ou presque rien d'une autre.

Remuez votre émeril d'une seconde, & après l'avoir laissé reposer huit secondes, transvasez avec le siphon l'eau chargée de l'émeril de huit secondes; on l'appellera *second émeril.*

Tirez de la même manière de l'émeril d'une seconde, & de celui de huit secondes, l'émeril de vingt-six secondes, qu'on appellera *troisième émeril.*

De ces trois premiers émerils, tirez de même le quatrième qui est d'une minute, & ainsi des autres jusqu'à celui de seize minutes, qui est ordinairement le dixième & qui doit être tiré des neuf autres à plusieurs fois.

2.° *Pour travailler les verres.*

Après avoir dégrossi sur un mauvais bassin de fer & centré le verre

qu'on veut tailler, on le travaillera sur le bon bassin avec le premier émeril, jusqu'à ce qu'il en ait bien pris la forme & qu'il soit atteint également par-tout. Alors travaillez-le encore avec le même émeril pendant vingt minutes.

Passez au second émeril: travaillez le verre avec cet émeril une première fois pendant cinq minutes, une seconde fois pendant vingt minutes; passez ainsi d'émeril en émeril, jusqu'au sixième inclusivement.

Travaillez avec le septième & le huitième émeril une demi-heure; avec le neuvième, trois quarts d'heure; avec le dixième & dernier, une heure & demie.

Il y a des verres qui étant d'une matière plus dure, sont plutôt travaillés: j'en ai vu qui pouvoit être poli au sortir du huitième émeril.

Pour travailler de grands verres, il faut peut-être employer un peu plus de temps; mais bien peu si je ne me trompe.

Mes bons bassins n'éprouvent jamais la chaleur: je les fais faire plats en dessous avec une vis au centre, qui entre dans un écrou fait dans une petite planche quarrée, que je fixe à une table. Je mets un carton entre la planche & le bassin, afin que l'effort du bois ne gâte pas le bassin.

Mes verres étant dégrossis ne sont plus présentés au feu; je colle dessus, avec de la colle de farine, un morceau de carton circulaire, sur lequel j'ai auparavant mastiqué une petite bande mince & pliante de cuivre ou de plomb, sur laquelle est pareillement mastiqué avec de la poix ou de la cire d'Espagne un petit morceau de liége rond ou quarré.

Si je travaille des verres bi-concaves, dont le centre soit mince; je les double d'un autre verre, aussi convexe à peu près, que l'autre est concave.

Pour éprouver le *flint-glass*, il faut qu'il soit poli des deux côtés: alors on y voit les filandres, en l'exposant au Soleil, & recevant la lumière rompue sur un papier blanc: avec un peu d'attention on distingue facilement les raies du verre d'avec les filandres.

On voit aussi les filandres en tenant le *flint-glass*, entre l'œil & une croisée: les filandres paroissent à l'émergence des traverses de la croisée.

Mais la meilleure manière est de mettre le morceau de *flint-glass*, qu'on veut éprouver, au foyer d'un objectif & de l'examiner avec une loupe. Alors on voit les moindres défauts du verre.

Enfin pour travailler enſemble deux morceaux de verre dans un même baſſin, il ne s'agit que de les coller ſur un morceau entier auſſi concave que les deux morceaux ſont convexes; & en inclinant le morceau de *flint-glaſs* dans lequel on voit des filandres; on voit ſi elles ſont d'un côté ou de l'autre, relativement à un point obſervé dans l'une ou dans l'autre ſurface, & on peut juger ainſi quel côté on doit le plus uſer pour les enlever quand l'épaiſſeur le permet.



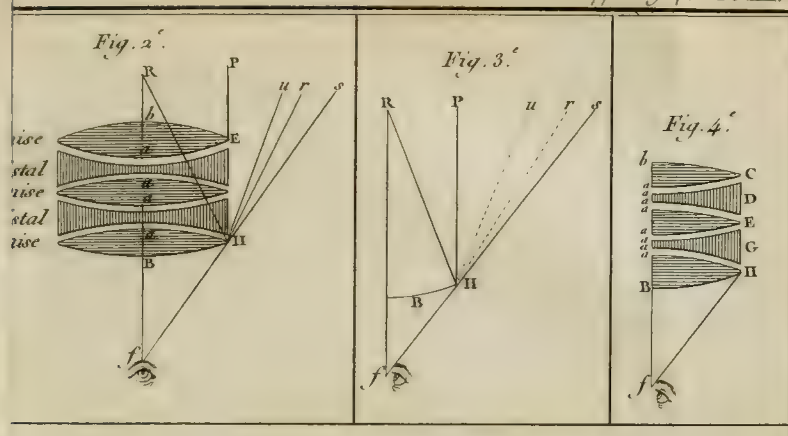


Fig. 5.e
ême composé
q Lentilles.

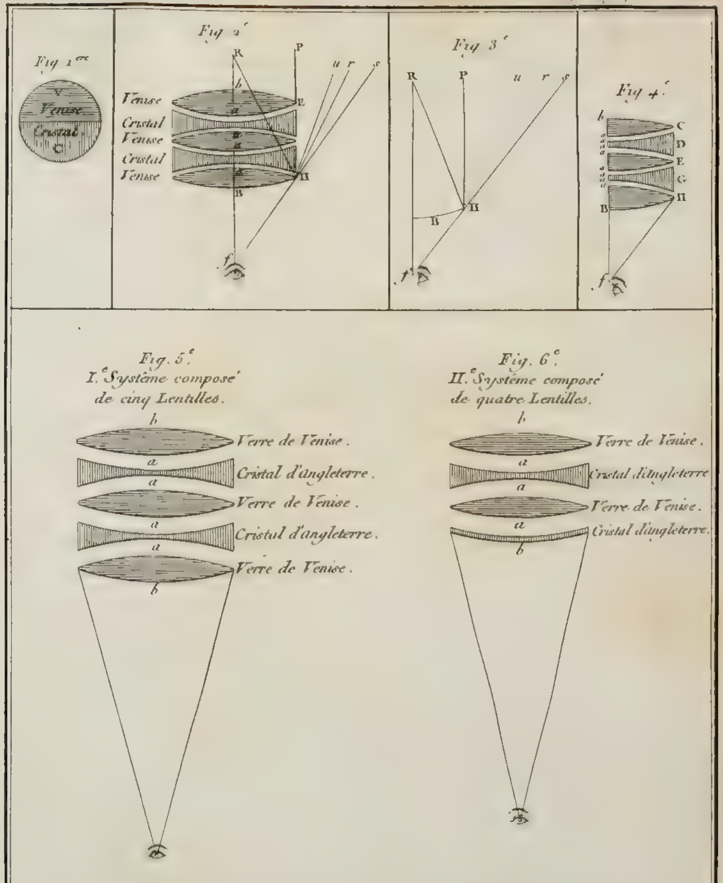
b
Verre de Venise.
a
Cristal d'angleterre.
a
Verre de Venise.
a
Cristal d'angleterre.
a
Verre de Venise.
b

Fig. 6.e
II.e Systême composé
de quatre Lentilles.

b
Verre de Venise.
a
Cristal d'angleterre
a
Verre de Venise.
a
Cristal d'angleterre.
b

se doit peser 950. grains le pouce cube.
leterre doit peser 1215. grains le pouce cube.

Y. le G. Sc.



Le Verre de Venise doit peser 950. grains le pouce cube.
Le Cristal d'angleterre doit peser 1215. grains le pouce cube.

Y le G. Sc.

ne le Verre de Venise pesant . . . . . 950 grains le pouce cube.
ne le Cristal d'Angleterre pesant . . 1213 grains le pouce cube.
ne l'Eau distillée pesante . . . . 373 grains le pouce cube.

e composé
illes.



Fig. 8.e II.e Système composé
de trois Lentilles.

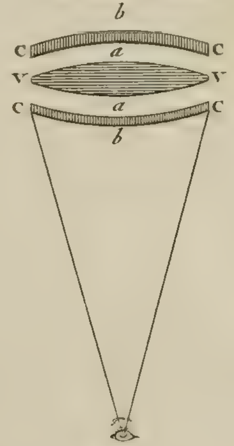
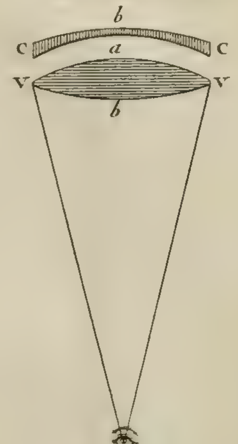


Fig. 9.e V.e Système composé
de deux Lentilles.



composé
es.

Fig. 11.e VII. Système composé
de deux Lentilles
et d'Eau distillée.

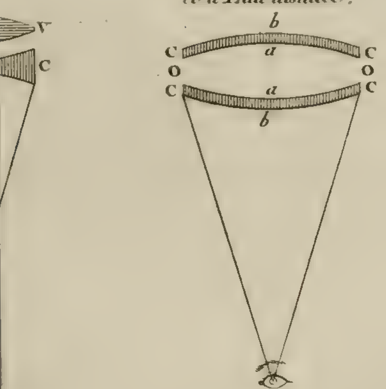
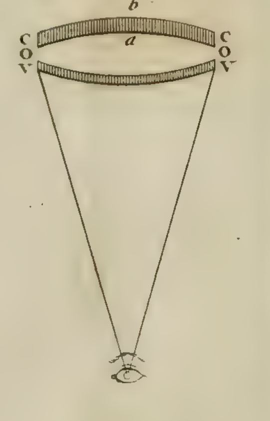


Fig. 12.e VIII.e Système composé
de deux Lentille
et d'Eau distillée.



V. le G. Sc.

La Lettre V. *designe le Verre de Venise pesant . . . . 950 grains le pouce cube.*
La Lettre C. *designe le Cristal d'Angleterre pesant . . 1215 grains le pouce cube.*
La Lettre O. *designe l'Eau distillée pesante . . . . 373 grains le pouce cube.*

Fig. 7.e III.e Systême composé de trois Lentilles.

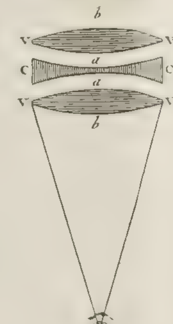


Fig. 8.e IV.e Systême composé de trois Lentilles.

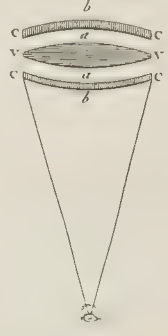


Fig. 9.e V.e Systême composé de deux Lentilles.

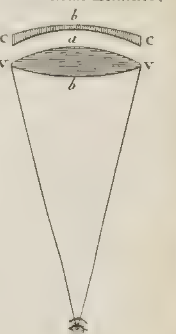


Fig. 10.e VI. Systême composé de deux Lentilles.

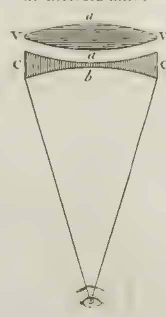


Fig. 11.e VII. Systême composé de deux Lentilles et d'Eau distillée.

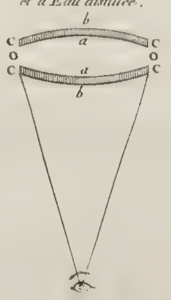
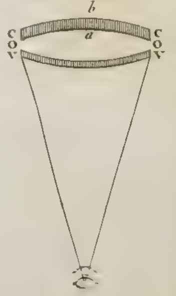


Fig. 12.e VIII.e Systême composé de deux Lentille et d'Eau distillée



Y le G. Sc.

PRÉCIS
D'UN VOYAGE EN AMÉRIQUE,
OU
Eſſai Géographique ſur la poſition de pluſieurs Iſles, & autres lieux de l'Océan atlantique; accompagné de quelques Obſervations concernant la Navigation.

Par M. PINGRÉ.

L'*Isis*, frégate ou corvette du Roi, de dix-huit pièces de canon, fut armée à Rochefort en Novembre 1768; l'unique objet de cet armement étoit la vérification des méthodes de déterminer les Longitudes ſur mer. M. de Fleurieu, Enſeigne des Vaiſſeaux du Roi, étoit nommé pour commander la frégate: le Roi ayant ordonné à l'Académie de nommer un de ſes Aſtronomes pour cette expédition, je fus chargé de cette commiſſion; il nous étoit enjoint, à M. de Fleurieu & à moi, d'agir toujours de concert en tout ce qui pouvoit concerner l'objet de l'expédition.

25 Avril 1770.

Objet du voyage.

Cet objet étoit, comme je l'ai dit, la vérification de toutes les méthodes de Longitudes; cela étoit expreſſément porté dans nos inſtructions: cependant nous avions un ordre bien plus ſpécial de vérifier la marche des horloges marines conſtruites par le ſieur Ferdinand Berthoud, Horloger de Paris. Nous profitions de toutes les occaſions poſſibles pour envoyer à M. le Duc de Praſlin, Miniſtre & Secrétaire d'État ayant le département de la Marine, des procès-verbaux authentiques de nos opérations. Ces procès-verbaux ont été mis ſous les yeux de l'Académie; je ne puis que ſouſcrire au jugement favorable qu'elle a porté de la marche de ces horloges.

Nous ne nous attendions pas à trouver dans ces horloges une préciſion égale à celle des meilleures horloges aſtronomiques, leur auteur même ne prétendoit point avoir atteint ce degré de perfection;

il ne s'étoit engagé qu'à construire des horloges dont l'écart n'excéderoit pas 4 minutes de temps durant l'intervalle de soixante jours ou deux mois. Il nous en livra deux, numérotées *6* & *8*, & c'est par ces numéros que nous les avons toujours distinguées. Le *n.º 6* a paru conserver son isochronisme, à la précision même d'une minute sur chaque intervalle de temps prescrit, durant les six premiers mois de l'expédition ; ses écarts sont montés ensuite à 4 minutes ou au degré entier & même au-delà. Le *n.º 8* nous avoit été recommandé par une pièce authentique, comme devant être fort supérieur au *n.º 6;* dès les premiers mois il éprouva un retardement sensible dans sa marche; mais outre que ce défaut ne paroît pas avoir été jusqu'au point de pouvoir occasionner dans la détermination de notre longitude plus de 2 minutes de temps d'erreur en six semaines ou un mois & demi, intervalle de temps que n'ont jamais atteint nos plus longues traversées; ce retardement semble d'ailleurs avoir toujours suivi une marche assez régulière, de manière que d'une relâche à l'autre on peut regarder la variation de ce retardement comme proportionnelle au temps, sans crainte d'erreurs sensibles. Cette manière d'envisager la marche de nos horloges marines ne pouvoit nous être d'aucune utilité à la mer; nous ignorions quel seroit le retard de ces horloges à la relâche suivante: connoissant maintenant toutes les variations de leur marche, nous pouvons en faire usage pour déterminer la longitude des Isles, Ports & Caps que nous avons relevés. Je ne donne pas ces déterminations comme astronomiquement précises, mais je pense qu'elles le seront assez pour l'usage de la Géographie & de la Navigation, cet usage est l'unique objet auquel je m'attacherai dans ce Mémoire.

Départ de l'île d'Aix.

Embarqués le 8 Décembre 1768, nous fumes retenus par les vents contraires pendant plus de deux mois en rade de l'île d'Aix. Deux fois nous essayames de sortir; & deux fois nous fumes contraints de regagner notre mouillage: enfin le 12 Février 1769, nous appareillames sous des auspices moins défavorables; nous essuyames cependant deux coups de vent, le 14 & le 16 du même mois; heureusement ils durèrent peu, nous reconnumes les côtes d'Espagne le 18, & notre navigation fut depuis très-heureuse.

Le

Le 19 Février à 4 heures du soir, nous estimant par 43^d 50′ de latitude & par 10^d 59′ 45″ de longitude *(a)*, nous relevames la Tour de fer qui est à l'ouverture de la Corogne au sud-sud-est *(b)*, à la distance de six lieues, & l'extrémité la plus occidentale des îles *Sisarga* au sud 36^d 15′ ouest, à la distance de cinq lieues. Selon ce relèvement, la tour de Fer est par 43^d 33′ de latitude & par 10^d 50′ de longitude; la latitude de l'extrémité la plus occidentale des îles *Sisarga* est de 43^d 38′ & sa longitude de 11^d 12′. Nous avions pris la veille la hauteur méridienne du Soleil, nous la primes encore le lendemain 20; mais le jour même 19, les nuages nous cachèrent le Soleil à midi; à 7$^h\frac{1}{2}$ du matin le 19, nous avions pris des hauteurs du Soleil pour nous assurer de notre longitude: ces deux jours nous avons fait un grand nombre de routes différentes. Ces circonstances ajoutent nécessairement quelque degré d'incertitude à celle qui accompagne ces sortes de déterminations; je ne puis répondre qu'à 10 à 12 minutes près de la longitude & de la latitude que nous avons assignées aux objets relevés. La Corogne.

Le 20 à midi, nous étions selon la hauteur méridienne du Soleil, observée à cet instant même, par 42^d 46′ $\frac{1}{4}$, & notre longitude, dont l'estime avoit été corrigée par des observations faites à 8$^h\frac{1}{2}$ & à 9$^h\frac{3}{4}$ du matin, étoit de 11^d 49′ $\frac{1}{2}$. On releva le cap Finistère à l'est 13^d 45′ sud. Le vaisseau étoit en panne depuis onze heures. La distance du point relevé étoit de deux lieues; il s'ensuivroit que sa latitude seroit de 42^d 45′, & sa longitude de 11^d 41′ $\frac{1}{2}$. Quand on eut remis en route & regagné le large, M. de Fleurieu a prétendu que le point relevé n'étoit pas le vrai cap Finistère, que nous voyons alors plus au nord; il suivroit en effet des observations de M. de Bory, faites à terre, que ce cap est par 42^d 51′ 50″ de latitude; mais si cela est, quel est donc cet autre cap ou cette autre terre que nos Pilotes ont ainsi Cap Finistère.

(a) Nous avertissons une fois pour toutes, que les latitudes déterminées dans ce Mémoire sont toutes septentrionales, & les longitudes comptées à l'ouest du méridien de Paris.

(b) Tous les relèvemens sont corrigés de la variation ou déclinaison de l'aiguille. Le long des côtes d'Espagne & de Portugal, nous avons supposé cette variation de 20 degrés.

relevée? Aucun de nos Officiers, aucun de nos Pilotes, n'avoit encore eû connoiſſance de ce cap.

Iſles Barlingues. Le 21 à midi, étant par 39^d 30′$\frac{2}{3}$ de latitude obſervée, & par 12^d 09′$\frac{1}{2}$ de longitude, corrigée ſur des obſervations faites le jour même à 7^h 20′ du matin, on releva l'île des Barlingues, qui nous paroiſſoit être le plus au large, au ſud 2^d 30′ oueſt, à la diſtance d'environ quatre lieues & demie; ſa latitude ſeroit donc de 39^d 17′, & ſa longitude de 12^d 10′$\frac{1}{2}$. Le même jour, à 4 heures, l'Iſis étant par 39^d 23′$\frac{1}{2}$ de latitude, & par 12^d 17′$\frac{1}{2}$ de longitude, la plus haute extrémité des Barlingues nous reſtoit au ſud 14^d$\frac{1}{3}$ vers l'eſt à la diſtance de deux lieues; elle ſeroit donc par 39^d 17′$\frac{3}{4}$ de latitude, & par 12^d 15′$\frac{1}{2}$ de longitude. Enfin à 5 heures & demie du ſoir, la pointe du nord-eſt de la plus groſſe Barlingue nous reſtoit au ſud 36^d 52′ eſt, & l'extrémité du ſud-oueſt de la même île au ſud 31^d 15′ oueſt. Depuis 4 heures, nous nous étions approchés de cette île d'environ un mille ou un tiers de lieue; d'où il ſuivroit que la latitude du milieu de l'île eſt par 39^d 16′$\frac{1}{3}$, ſa longitude au plus de 12^d 16′$\frac{1}{2}$, & que l'île s'étend environ un demi-mille du ſud-ſud-oueſt au nord-nord-eſt. Le ſoir vers 9 heures, nous nous aſſurames de notre latitude par la hauteur méridienne de *Procyon*. Ainſi je ne doute point que la principale des îles Barlingues ne ſoit par 39^d 17′ de latitude. Quant à notre longitude, nous ne pumes l'aſſurer que le 23; en donnant à l'île 12^d 12′ de longitude, je ne crois pas que l'erreur puiſſe excéder 4 à 5 minutes; je ſerois même tenté d'aſſurer qu'elle ne peut être que de 2 à 3 minutes au plus.

Cap la Roque. Le 22 au lever du Soleil, notre latitude, eſtimée & corrigée par les obſervations du 21 & du 23, étoit de 38^d 07′, & notre longitude de 12^d 36′. Le cap la Roque étoit de 6 degrés au ſud du centre du Soleil, lorſque cet aſtre parut tout entier hors de la montagne, c'eſt-à-dire, lorſque ſon centre étoit réellement dans l'horizon; le cap la Roque nous demeuroit donc à l'eſt 18^d$\frac{1}{2}$ vers le ſud, à la diſtance d'environ ſix lieues; la latitude du cap de la Roque eſt donc à 3 ou 4 minutes près de 38^d 01′, & ſa longitude de 12^d 13′. Dans cette détermination de la longitude, je ne garantirois pas que l'erreur fût moindre que 12 à 15 minutes.

Le lendemain nous nous proposions de relever le cap de Saint-Vincent ; nos Pilotes manœuvrèrent de manière qu'il ne nous fut pas possible de le reconnoître.

Le 24 de Février, nous relâchames dans la baie de Cadiz. La latitude de Cadiz est bien constamment de 36^d 31′ 07″; c'est le résultat d'un grand nombre d'observations faites en 1724 par le P. Feuillée. Ce Père a fait toutes ses observations dans une maison particulière, située vers le milieu de la ville, & non dans l'Observatoire royal de l'Académie de M.^{rs} les Gardes de la Marine; mais j'ai vu à Cadiz même un ouvrage de Don George Juan, Commandeur d'Aliaga, Chef d'Escadre, & Commandant des Gardes de la Marine, Correspondant de l'Académie; dans cet ouvrage, Don George donne à l'Observatoire de Cadiz la même latitude de 36^d 31′ 07″; & il appuie cette détermination sur une infinité d'observations faites dans l'Observatoire, apparemment par Don George lui-même & par feu M. Godin. Au reste il est très-possible que l'Observatoire de Cadiz soit sous le même parallèle que la maison où le P. Feuillée observoit. Cadiz.

La longitude de Cadiz avoit été déterminée de 33′ 25″ de temps sur une seule éclipse du premier satellite de Jupiter, qui n'avoit pas même été observée à Paris, mais seulement à Rome & à Lisbonne. Une telle détermination devoit nécessairement être sujette à révision. La formation de l'anneau, sa rupture, & la fin de l'éclipse annulaire du Soleil du 1.er Avril 1764, furent observées à Cadiz par Don Gérard Hénay, Lieutenant des Vaisseaux de Sa Majesté Catholique, Directeur de l'Académie des Gardes de la Marine, & par Don Vincent Tosiño, alors Lieutenant de Frégate, & depuis Lieutenant de Vaisseaux & Directeur de la même Académie. L'anneau se forma à 9^h 24′ 51″ du matin, il se rompit à 9^h 27′ 43″; l'éclipse finit à 11^h 00′ 07″. M. du Séjour ayant appliqué à cette observation la méthode ingénieuse qu'il a inventée pour déterminer la différence des méridiens sous lesquels de telles observations ont été faites, a conclu qu'il falloit augmenter de 51″ de temps la longitude de Cadiz : cette longitude seroit donc de 34′ 16″. J'ai pareillement comparé les observations de Cadiz avec le travail que j'avois déjà

fait ſur cette même éclipſe, & j'ai trouvé que la formation de l'anneau plaçoit Cadiz par 34′ 09″, ſa rupture par 34′ 32″, la fin de l'éclipſe par 34′ 29″ de longitude. Le commencement de l'éclipſe de Soleil du 4 Juin 1769, obſervé par M. Toſiño à 6^h 01′ 34″ du matin, reculeroit cette ville juſqu'à 34′ 50″; la fin, obſervée à 7^h 17′ 59′, la rapprocheroit à 34′ 37″. En prenant un milieu entre ces cinq déterminaiſons, Cadiz ſeroit par 34′ 31″$\frac{1}{2}$ de longitude. Les Obſervateurs de l'éclipſe de 1764, avertiſſent qu'ils ne s'attendoient point à voir l'éclipſe annulaire; ils auront probablement été ſurpris, & auront vu l'anneau plus tard qu'il n'a été réellement formé; c'eſt ce qu'il ne ſeroit pas difficile de confirmer par les obſervations faites immédiatement avant la formation de l'anneau. D'un autre côté, quelque ſuppoſition raiſonnable que l'on faſſe, il eſt impoſſible que l'éclipſe de 1769 ait duré à Cadiz une heure 16 minutes 25 ſecondes; je ſoupçonnerois volontiers qu'il s'eſt gliſſé une erreur dans les chiffres des ſecondes, & que le commencement eſt arrivé à 6^h 01′ 54″, & non à 6^h 01′ 34″. Quoi qu'il en ſoit, ſi on exclut ces deux obſervations, dont le réſultat s'écarte trop du réſultat moyen, la longitude de Cadiz ſera de 34′ 32″$\frac{1}{2}$; en admettant toutes les obſervations, nous l'avions trouvée de 34′ 31″$\frac{1}{2}$; je penſe qu'on peut l'établir avec quelque confiance, de 34′ 32″ de temps, ou de 8^d 38′.

Port de Sainte-Croix, île de Ténériffe.

Nous appareillames de Cadiz le 15 Mars vers 10 heures du matin, & nous mouillames le 19 avant midi dans la baie de Sainte-Croix, île de Ténériffe. Ce port de Sainte-Croix eſt maintenant le lieu le plus fréquenté des Canaries, le centre du commerce de toutes ces îles, & la réſidence du Gouverneur général. Don Miguel-Lopez-Fernandez de Heredia, maintenant Lieutenant général des armées de Sa Majeſté Catholique, occupoit alors, & occupe encore maintenant la place de Gouverneur général des Canaries. Aux termes du pacte de famille, les Eſpagnols & les François ne compoſent plus qu'une ſeule & même nation, ſelon Don Lopez : ſa conduite à notre égard fut conſéquente à ce principe. Il n'omit rien de ce qui pouvoit contribuer à nous rendre le ſéjour de Sainte-Croix gracieux, & faciliter le ſuccès de nos opérations; il nous permit même de diſpoſer de ſon palais, s'il

pouvoit nous être de quelque utilité. La maiſon de M. Caſalon, Conſul de France, ſituée ſur le port, & ſurmontée d'une terraſſe très-ſolide en quelques-unes de ſes parties, nous parut plus convenable; nous y établîmes notre obſervatoire. A notre ſeconde relâche, nous y obſervames l'émerſion du premier ſatellite le 16 Août à 9^h 16′ 05″ *(c)*. Nous ne trouvons aucune obſervation faite en Europe, à laquelle celle-ci puiſſe être comparée.

Le 22 Mars, nous fumes, quelques Officiers, Gardes de la Marine, & moi, à la Laguna, capitale de l'île Ténériffe; nous y retournames le 20 Aout à notre ſeconde relâche. On compte une lieue de Sainte-Croix à la Laguna; cette lieue nous parut forte, mais le chemin n'eſt pas toujours droit, il eſt d'ailleurs très-inégal, on monte preſque perpétuellement en allant; auſſi la température de l'air eſt-elle bien différente d'un endroit à l'autre. A Sainte-Croix la chaleur nous paroiſſoit aſſez vive; à la Laguna nous nous trouvions habillés trop à la légère. Tant en allant qu'en revenant, je m'aſſurai par la poſition du Soleil, comparée à l'heure de ma montre, que le milieu du port de Sainte-Croix, où eſt ſituée la maiſon de M. Caſalon, eſt ſenſiblement à l'eſt de la Laguna, déclinant très-peu vers le ſud. Or il ſuit des obſervations faites en 1724 à la Laguna par le P. Feuillée *(d)*, que cette ville eſt par 28^d 29′ de latitude, & par 18^d 39′ $\frac{1}{2}$ de longitude. La longitude du port de Sainte-Croix doit donc être de 18^d 36′, ou 36′ $\frac{1}{2}$; & c'eſt à 2 minutes près la longitude que nous avons concluе de la marche de l'horloge, *n.° 8*.

Nous quittames la rade de Sainte-Croix le 28 Mars à 6 heures du ſoir. Le 30 à $6^h \frac{1}{4}$ du ſoir, étant par 25^d 06′ de latitude & par 18^d 35′ de longitude, nous ſondâmes ſans trouver de fond à 100 braſſes. Le lendemain à $8^h \frac{1}{4}$ du matin, nous trouvames à 65 braſſes un fond de coquilles pourries, mêlées avec du ſable gris & roux, quelques fragmens de madrépores & de petite roche. Nous étions par 24^d 21′ de latitude, & par 18^d 57′ $\frac{1}{2}$ de Sondes.

(c) Cette obſervation eſt de M. de Fleurieu, je n'ai aperçu le ſatellite que 15 ſecondes plus tard, il y avoit un verre dérangé dans ma lunette.

(d) Voyez les Mémoires de l'Académie, *année 1746*.

longitude, ſelon l'eſtime confirmée par des obſervations faites le même jour à midi & à $4^h \frac{1}{4}$ du ſoir.

Sondes près le cap Blanc.

Le 1.er Avril à 5 heures du ſoir, par 21^d 28′ de latitude, & 20^d 03′ de longitude, nous ne trouvames point de fond. A $7^h \frac{1}{2}$, par 21^d 16′ de latitude, & 19^d 50′ de longitude, nous trouvames à 150 braſſes un fond de ſable vaſard, mêlé d'une très-petite quantité de coquillages pourris. La latitude avoit été obſervée à midi, & la longitude à $4^h \frac{1}{2}$ du ſoir.

Le cap Vert.

Le 4 Avril à 8 heures du matin, notre latitude corrigée ſur celle qui fut obſervée à midi, étoit de 15^d 04′ $\frac{1}{2}$, & notre longitude de 19^d 53′, ſelon les obſervations faites à cet inſtant même. On releva les mamelles du cap Vert au ſud 11^d 15′ oueſt *(c)*, à la diſtance d'environ cinq lieues; & à midi, étant par la latitude obſervée de 14^d 53′ & par la longitude de 20^d 04′, on releva la pointe des mamelles, qui nous paroiſſoit dirigée vers le nord-oueſt, au ſud-eſt du monde, à la diſtance d'environ trois lieues: ce ſecond relèvement eſt plus ſûr que le premier, quant à l'eſtime de la diſtance. Le premier donne 14^d 50′ de latitude & 19^d 56′ de longitude aux mamelles du cap Vert; il ſuit du ſecond que la pointe des mamelles, qui eſt le plus au nord-oueſt, eſt par 14^d 47′ de latitude & par 19^d 57′ $\frac{1}{2}$ de longitude.

Les mamelles du cap Vert ſont deux hautes montagnes qui paroiſſent terminer la terre de ce côté. Au bas de ces montagnes eſt une pointe baſſe, qui s'étend au moins une lieue ou une lieue & demie en mer, & qui finit par des roches dont pluſieurs ſont cachées ſous l'eau, cela forme un écueil dangereux. A midi nous avions preſque doublé cette pointe qu'on appelle *pointe d'Almadie*. De-là juſqu'à 3 heures & un quart nous fumes pouſſés par un vent bon frais & tout-à-fait favorable; nous rangeames de fort près les îles de la Magdeleine & le cap Manoël. Les îles de la Magdeleine ſont au nombre de quatre, elles ſemblent décroître en grandeur à raiſon de leur proximité au cap Manoël: toute cette côte eſt ſaine, il n'y a pas d'écueil caché. On ne jugeoit plus à propos de jeter le loch pour eſtimer la route; mais je ne doute

(c) J'ai ſuppoſé ici la déclinaiſon de l'aiguille de 11^d 15′ du nord à l'oueſt.

pas que durant ces trois heures nous n'ayons parcouru environ 21 milles ou 7 lieues. Je fais cette remarque, parce que je pense que M.rs Varin, des Hayes & de Glos se sont trompés dans leur estime, en ne comptant que deux lieues de distance entre les mamelles du cap Vert *(f)* & l'île de Gorée; il m'a paru que cette distance étoit au moins de quatre lieues. M. d'Après compte quatre lieues de la pointe escarpée du cap Vert au cap Manoël, & une demi-lieue de ce cap à Gorée, ce qui s'accorde assez avec mon estime. Nous fumes obligés de courir une bordée pour gagner le mouillage, & à quatre heures nous laissames tomber l'ancre en rade de Gorée.

Nous eumes à Gorée de belles journées; durant les nuits une brume perpétuelle, ou plutôt de légers nuages, qui ne paroissoient avoir aucun mouvement, nous dérobèrent constamment la vue des étoiles tant fixes qu'errantes. La latitude de cette île est de 14d 40′ selon les observations de M.rs Varin, de Glos & des Hayes; sur l'autorité de nos montres marines je crois pouvoir fixer sa longitude à 19d 47′. A notre arrivée à Gorée le mercure dans le baromètre étoit à la hauteur de 28 pouces, les jours suivans il se soutint constamment entre 28 pouces 1 ligne & 28 pouces 1 ligne $\frac{3}{4}$, sans qu'il m'ait paru de distinction entre le soir & le matin, la nuit & le jour. Gorée.

Du lieu de notre mouillage nous relevames le milieu des mamelles du cap Vert à l'ouest 29 degrés nord *(g)*. Nous étions au nord-est de l'île, à plus d'un quart de lieue de distance; je conclus de cette position que les mamelles, relevées de dessus l'île de Gorée, auroient paru 5 ou 6 degrés plus au nord. Le 9 du même mois d'Avril, ayant appareillé vers le soir, & nous estimant à une lieue & demie de Gorée, nous relevâmes le milieu de cette île au nord 33d 45′ est, & la plus boréale & occidentale

(f) Au VII.e Volume des anciens Mémoires de l'Académie, *pages 448 & suiv.* M.rs Varin, de Glos & des Hayes ne comptent que 5 minutes de degré en longitude & 3 minutes en latitude entre l'extrémité occidentale du cap Vert & Gorée; mais il me paroît clair, par leurs expressions, que sous le nom d'*extrémité occidentale du cap Vert*, ils ont entendu l'extrémité occidentale des mamelles, & non la pointe d'Almadie.

(g) J'ai supposé encore ici un rumb de variation du nord à l'ouest.

des mamelles au nord 33d 45′ ouest, si ces trois relèvemens sont exacts, la distance de Gorée à cette mamelle doit être de 11 milles ou 3 lieues & deux tiers, & c'est à très-peu près la distance que l'on concluëroit de nos observations sur la longitude & la latitude de ces lieux.

Isle de Mai. Le 11 Avril à 7 heures du soir, nous relevames l'extrémité la plus haute de l'île de Mai, & nous conclumes que cette extrémité étoit par 15d 12′ de latitude & 25d 20′ de longitude. Nous courumes des bordées durant la nuit, pour pouvoir le lendemain faire un relèvement plus certain. Le 12 donc, à $5^h \frac{1}{2}$ du matin, la pointe méridionale de l'île de Mai nous restoit à l'ouest du monde, à la distance de trois lieues; la latitude de l'*Isis* étoit alors de 15d 6′ & sa longitude 25d 17′ $\frac{1}{2}$ selon notre estime corrigée tant par les observations faites le jour précédent que par celles que nous fimes le jour même & les jours suivans en rade de la Praya; donc la partie la plus méridionale de l'île de Mai est par 15d 6′ de latitude & par 25d 26′ $\frac{1}{2}$ de longitude. Nous relevames au même instant la partie septentrionale de la même île au nord 33d 45′ ouest *(h)*. A 8 heures étant par la même latitude & par 25d 34′ de longitude, on releva la pointe la plus occidentale de la rade des Anglois dans l'île de Mai, à l'est 43d $\frac{1}{2}$ nord, & la pointe la plus méridionale de l'île de Sant-Yago à l'ouest 32d $\frac{1}{2}$ sud.

Personne de l'équipage n'avoit encore eu connoissance de ces îles; en conséquence nous allions comme à tâtons, les yeux cependant très-ouverts, le routier de M. Daprès à la main, conjointement avec quelques instructions communiquées à M. de Fleurieu par M. de l'Eguille, Lieutenant général des armées navales, Commandant de la marine à Rochefort. On peut observer que si nous avons fait quelques remarques qui ont échappé à ces deux excellens Navigateurs, cela doit venir en partie de ce que nous avons attaqué ces îles par un côté par lequel il n'est pas ordinaire de le faire. L'île de Mai est haute par son milieu; on y distingue des mornes assez reconnoissables. Il y a au nord une longue

(h) Nous avons ici supposé la variation de 10 degrés du nord à l'ouest.

longue terre basse, dont M. Daprès fait mention, ainsi que des roches qui s'étendent de-là dans la mer. Il ne parle pas d'une longue terre basse au sud; elle est terminée par une pointe, qui met les vaisseaux à couvert des vents d'est & de nord-est : ces vents soufflent presque perpétuellement dans ces parages. La baie des Anglois est au-delà de cette pointe du sud, ou plutôt au sud-ouest de l'île : il y avoit alors trois vaisseaux à l'ancre dans cette rade. La côte orientale de l'île n'est pas haute; les mornes ou montagnes paroissent au-dessus à quelque distance de la côte. Lorsqu'on est nord & sud de la rade Angloise, en doublant la pointe méridionale de l'île, ou même un peu avant que de la doubler, on voit l'île de Sant-Yago à l'ouest-sud-ouest; il faut se mettre au vent de la partie la plus méridionale de cette dernière île, pour pouvoir gagner plus facilement le mouillage de la Praya; les deux pointes méridionales des deux îles m'ont paru assez sensiblement nord-est & sud-ouest : on distingue plusieurs anses dans la partie orientale de Sant-Yago. Sur les avis de M. Daprès, nous étions attentifs à ne point prendre la fausse baie pour la véritable; des vaisseaux à l'ancre nous ont fait connoître celle-ci, avant même que nous eussions soupçonné la première : il nous a paru que pour s'y tromper il falloit le vouloir. Nous rangions la terre de près; c'est un conseil très-sage que donne M. Daprès, autrement on risqueroit d'être emporté sous le vent du mouillage; mais en conséquence nous ne vimes que très-tard les maisons couvertes de tuiles, que M. Daprès donne pour signal de la véritable baie, nous étions déjà dans la baie lorsque nous les reconnumes; nous vimes encore plus tard le pavillon du fort. Un signal que je regarde comme plus certain que tous ceux-là, c'est un morne rouge peu élevé, mais très-reconnoissable : il est situé assez précisément à l'ouest-quart-nord-ouest du mouillage, dont il est peu éloigné; l'îlet aux Cailles étoit entre notre mouillage & ce morne. Du mouillage on voit le volcan ou le pic de l'île de Feu à l'ouest $3^d\ 40'$ vers le nord, ainsi que je m'en suis assuré par plusieurs observations célestes; ce pic est encore une bonne reconnoissance pour distinguer la véritable rade, je doute qu'on puisse le voir vis-à-vis de la fausse baie. Ce n'est au reste que quand on s'est assuré par ces signaux

Mouillage de la Praya.

de la proximité de la véritable baie, qu'on peut ranger de fort près la côte; par-tout on la trouvera très-saine. M. de Fleurieu l'a fait sonder avec la chaloupe; à la distance de la côte de deux fois au plus la longueur de la chaloupe, on a trouvé par-tout 5, 6 & 7 brasses au moins de profondeur. Il ne seroit cependant pas prudent de mouiller sans discrétion le long de cette côte, il y a des roches en plusieurs endroits. Nous étions très-bien mouillés par 8 brasses, fond de gros sable, un peu vasard, la pointe de l'est de la rade nous restant à l'est-quart-sud-est du compas, la pointe de l'ouest au sud-ouest-quart-d'ouest, le fort qui est au fond de la baie, par un grand piton coupé, au nord-ouest 5 degrés nord. La rade de la Praya est absolument à la partie la plus méridionale de l'île de Sant-Yago; nous y mouillames le 12 d'Avril vers $10^h \frac{1}{2}$ du matin.

Raz de Marée. Le petit îlet aux Cailles nous parut très-propre à y établir notre observatoire: nous demandames & obtinmes les permissions nécessaires; mais un raz de marée s'éleva dans la nuit du 12 au 13, & dura tout le temps de notre séjour en cette rade. Les vagues rouloient impétueusement le long du rivage, la terre blanchissoit d'écume, l'îlet aux Cailles étoit inondé; le canot d'un vaisseau Anglois fut mis en pièces, & les morceaux dispersés; notre propre chaloupe chavira par l'effort de la lame, & se brisa contre des roches. Nous n'osames exposer nos instrumens; nous nous contentames de faire à bord toutes les observations que l'exposition de la rade pouvoit permettre.

Position de la Praya. La rade de la Praya étoit autrefois marquée par $14^d\ 55'$ de latitude. M. Daprès a réduit cette latitude à $14^d\ 42'$; cela forme une autorité bien respectable. Mais il paroît que ce savant Navigateur n'a observé qu'une seule fois la hauteur méridienne en cette rade; dix-huit ou vingt observations faites en ma présence le 12 Avril, & les six jours suivans, ne me permettent pas de douter que la hauteur du pôle à la Praya ne soit à très-peu près de $14^d\ 57'$. Le 13 du même mois, & les cinq jours suivans, nous avons multiplié les observations des hauteurs du Soleil, pour nous assurer de l'heure vraie du vaisseau; & comparant les heures données par les observations avec celles qui étoient marquées par nos

horloges marines, nous croyons pouvoir établir $25^d\ 56'$ pour la longitude de la Praya : je ne crois pas qu'il puiſſe y avoir 4 à 5 minutes d'erreur dans cette détermination.

Nous appareillames de la Praya le 18 Avril au ſoir. Nos Pilotes ne nous conduiſoient pas toujours au gré de M. de Fleurieu; ils nous éloignèrent des îles de Feu & de Brava plus qu'il ne leur étoit ordonné. Nous reconnumes cependant ces îles le 19 après midi; à $4^h \frac{1}{4}$ l'île de Feu, c'eſt-à-dire ſon pic, fut relevée au nord-quart de nord-eſt du compas, & l'île de Brava au nord-quart de nord-oueſt 5^d oueſt, c'eſt-à-dire, que la première nous reſtoit au nord du monde $1^d\ 45'$ vers l'eſt, & la ſeconde au nord $25^d\ 45'$ oueſt : nos Pilotes eſtimoient que nous étions à 9 lieues de l'île de Feu, & à 10 lieues de l'île de Brava. Quant à ce qui regarde l'île de Feu, il nous étoit indifférent de connoître bien préciſément ſa diſtance ; nous connoiſſions ſon giſement, tant à l'égard de la rade de la Praya, qu'à l'égard du point où nous étions alors; & d'ailleurs la poſition de ces deux points étoit déterminée, celle de la Praya par $14^d\ 57'$ de latitude, & par $25^d\ 56'$ de longitude, comme nous l'avons vu ci-deſſus; celle de l'Iſis par $14^d\ 27'\frac{1}{2}$ de latitude, ſelon les hauteurs méridiennes priſes le jour même & le lendemain, & par $26^d\ 43'$ de longitude, ſelon cinq bonnes hauteurs du Soleil priſes à l'inſtant même du relèvement. De ces données, il eſt facile de conclure que le pic ou volcan de l'île de Feu eſt plus boréal de 3 minutes, & plus occidental de 47 minutes que la rade de la Praya; que ſa longitude eſt de $26^d\ 43'$, & ſa latitude de $15^d\ 00'$, & qu'enfin ſa diſtance étoit de 11 lieues lorſque nous l'avons relevé. Je regarde cette détermination comme une des plus certaines de toutes celles que je propoſe dans ce Mémoire, & qui ne ſont fondées que ſur de ſimples relèvemens. *Pic de l'île de Feu.*

Quant à l'île de Brava, elle nous paroiſſoit effectivement alors un peu plus diſtante que l'île de Feu, peut-être parce qu'elle n'eſt pas tout-à-fait ſi haute. Quand nous fumes par ſon travers, il me parut que nous en paſſions un peu plus près que de l'île de Feu, quoique notre route dans l'intervalle eut un peu décliné vers le ſud. Suppoſons qu'à $4^h \frac{1}{4}$ nous en fuſſions diſtans de 11 lieues $\frac{1}{2}$, ſa latitude ſeroit de $14^d\ 58'\frac{1}{2}$, & ſa longitude de $26^d\ 58'$. A *Iſle Brava.*

$6^h \frac{1}{2}$ on releva la plus haute pointe de l'île de Feu au nord 24^d $15'$ eſt, & la plus haute partie de l'île de Brava au nord $4^d \frac{1}{2}$ oueſt; ce qui, comparé avec la route que nous avions faite dans l'intervalle, confirme la longitude que j'ai attribuée à l'île de Brava: quant à la latitude, je penſe qu'on pourroit la diminuer de 3 à 4 minutes, & l'établir de 14^d $55'$.

Méthode pour trouver la latitude en mer, équivoque.

Le 28 Avril, la hauteur méridienne du Soleil approchant de 90 degrés, fut difficile à ſaiſir; des différences de 20 & 30 minutes entre les Obſervateurs, rendirent la détermination de notre latitude incertaine. Le lendemain 29, les uns prirent hauteur du côté du ſud, les autres du côté du nord; les réſultats s'accordèrent moins mal que la veille, mais non pas aſſez pour nous tranquilliſer ſur notre latitude. Il nous étoit eſſentiel de la connoître, nous devions doubler durant la nuit une vigie, marquée ſur les cartes du Dépôt. Entre midi & une heure on prit trois hauteurs du bord du Soleil, en marquant avec préciſion l'intervalle de temps écoulé entre ces hauteurs. M. l'abbé de la Caille, *Nouveau Traité de Navigation, &c. page 204, n.° 526 & ſuiv.* propoſe cette méthode comme la ſeule bonne dans la pratique, lorſqu'on ne peut employer la hauteur méridienne des Aſtres; mais il ſe contente de la propoſer ſans la démontrer. Le P. Pézenas, *Aſtronomie des Marins, chap. IV, problème XXI*, la propoſe pareillement, & y joint une demi-démonſtration. Deux autorités auſſi puiſſantes ſeroient bien capables de jeter les Marins dans de dangereuſes erreurs. J'ai analyſé cette méthode; on y ſuppoſe qu'une partie du parallèle que le Soleil décrit vers l'heure de midi, peut toujours être priſe pour une partie de parabole, ce qui n'eſt pas généralement vrai. Voici la règle que je crois pouvoir propoſer; toutes les fois que la déclinaiſon du Soleil & la latitude du lieu diffèrent de 18 à 20 degrés, ou davantage, on peut ſans danger uſer de la méthode des trois hauteurs; lorſque la différence entre la latitude du lieu & la déclinaiſon du Soleil eſt au-deſſous de 10 degrés, la méthode conduit à un réſultat impoſſible ou imaginaire, & par conſéquent elle ne peut être alors ni utile ni préjudiciable : c'eſt le cas où nous nous trouvions alors; enfin lorſque cette différence eſt entre 10 & 18 degrés, le réſultat de l'opération peut conduire à des erreurs de la dernière

conséquence : on ne peut trop alors se défier de cette méthode.

Obligés de recourir à une autre méthode, nous primes, peu avant 7 heures du soir, la hauteur de *Sirius*, & 4′ 56″ ½ plus tard, celle de la Chèvre; la hauteur vraie de *Sirius* étoit de 38d 41′ 37″, & celle de la Chèvre de 26d 35′ 30″: nous conclumes notre latitude de 14d 28′, & nous poursuivimes en toute sécurité notre route. Cette méthode me paroît très-bonne, & dans la théorie & dans la pratique, pourvu qu'on puisse répondre de la marche de sa montre pendant un intervalle de temps de quelques minutes seulement. On trouve presque par-tout la solution de ce Problème, le P. Pézenas la donne, c'est le trentième du Chapitre déjà cité; il remarque que d'autres l'ont déjà résolu par une équation du second degré; *mais une telle équation*, dit-il, *indique deux latitudes*, ce qui peut embarrasser un Marin; *on ne trouve pas*, ajoute-t-il, *cet inconvénient dans les règles tirées de la Trigonométrie.* Le P. Pézenas n'a pas fait réflexion qu'il est impossible qu'une équation, que l'analyse démontre être du second degré, n'ait qu'une seule solution en synthèse. Le Problème dont il s'agit ici se résout synthétiquement par trois triangles sphériques; pour avoir un angle du troisième triangle, il faut prendre selon les circonstances, ou la somme ou la différence de deux angles, l'un du premier, l'autre du second triangle, & voilà les deux solutions; je n'ai vu aucun Auteur qui en fit la distinction. Pour n'être pas embarrassé dans le choix, il faut que les Étoiles dont on voudra prendre les hauteurs, soient tellement situées qu'on puisse juger sans peine & d'un seul coup d'œil de quel côté du pôle & du zénith passera la ligne droite ou l'arc de grand cercle qui joint les deux Étoiles; en rapportant le tout sur une figure, même grossièrement faite, on se mettra facilement à l'abri de toute perplexité.

Méthode plus sûre.

Le 3 Mai, vers 4 heures ¼ du soir, nous conclumes des hauteurs du Soleil comparées avec l'heure de nos horloges marines, que nous n'étions plus qu'à vingt-une lieues de la Martinique; jusqu'à minuit nous nous approchames de l'île de douze lieues : à minuit, nonobstant les représentations du premier Pilote, qui se faisoit encore à plus de quarante lieues de la terre, M. de Fleurieu fit courir une bordée au nord, & une autre à 2 heures & demie

Le Fort Saint-Pierre de la Martinique.

au ſud; à 4 heures on reprit la route de l'oueſt, & à 5 heures $\frac{1}{2}$ on découvrit la Martinique, à ſix lieues de diſtance. Nous mouillames le même jour, 4 Mai, en rade du fort Saint-Pierre; les obſervations que nous y fimes le 7, comparées avec l'heure marquée par les horloges marines, donnent $63^d\ 33'$ de longitude à la batterie de Sainte-Marthe où nous obſervions; cette batterie eſt à une bonne portée de fuſil au ſud des maiſons les plus méridionales du fort Saint-Pierre. La longitude de ce fort ſeroit de $63^d\ 41'$ en conſéquence de l'obſervation d'une ſeule émerſion du premier ſatellite de Jupiter, faite par M.[rs] Varin, de Glos & Deshayes, & ſa latitude de $14^d\ 44'$.

Le Fort-royal. Nous levames l'ancre le 8, & nous mouillames le 9 dans le port, ou, ſelon l'expreſſion du pays, dans le cul-de-ſac du Fort-royal. Nous établimes le 10 notre Obſervatoire ſur le terre-plain du baſtion neuf: pluſieurs hauteurs méridiennes d'Étoiles, priſes en nombre égal du côté du ſud & du côté du nord, nous donnèrent $14^d\ 35'\ 46''$ pour la latitude du lieu; quant à la longitude, elle eſt de $63^d\ 26'$, ſi nous voulons nous en rapporter abſolument à nos horloges marines. D'ailleurs les obſervations multipliées faites par le P. Feuillée au Gros-morne, près du cul-de-ſac Robert, ne permettent pas de donner à ce morne plus de $63^d\ 19'$ de longitude; le Fort-royal eſt de 6 à 7 minutes plus occidental que le Gros-morne, ſelon les cartes du P. Feuillée & de Guillaume de l'Iſle, qui me paroiſſent en ce point préférables à celles du P. Labat & du Dépôt. Il ſuit de-là que la longitude du Fort-royal ne peut excéder $63^d\ 26'$; cependant deux émerſions du premier Satellite, que nous y avons obſervées, paroîtroient le reculer de 20 minutes plus à l'oueſt: il eſt vrai que ce Satellite étoit bien près de Jupiter en ſortant de l'ombre. Jupiter avoit été en oppoſition le 8 Mai: le 12, je vis le premier Satellite pointer hors de l'ombre à $16^h\ 28'\ 23''$, temps vrai; je me ſervois d'une lunette achromatique de 5 pieds de foyer, faite à Paris par M. de l'Étang. Le 13, à $10^h\ 01'\ 00''$, je vis le troiſième Satellite; M. de Fleurieu, avec une lunette achromatique de Dollond de 2 pieds & demi ſeulement, mais excellente d'ailleurs, n'aperçut le Satellite qu'à $10^h\ 01'\ 22''$. La même nuit à $12^h\ 44'\ 09''$,

émersion du second Satellite, selon M. de Fleurieu; je ne le vis que 8 secondes plus tard, & il étoit déjà brillant. Le 14, à 10^h $57' 14''$, émersion du premier Satellite, selon M. de Fleurieu; fatigué d'une posture très-gênante, j'avois quitté la lunette. En comparant les deux émersions du premier Satellite, avec celle qui fut observée le 16 Mai à Paris par M. Messier, on seroit tenté d'admettre $63^d 48' \frac{3}{4}$ ou $63^d 46'$ de différence entre les méridiens de Paris & du Fort-royal. Cette distance ne seroit diminuée que de $1' \frac{3}{4}$, si au lieu de l'observation de M. Messier, on prenoit pour terme de comparaison une observation faite le même jour à Greenwich avec un télescope catadioptrique de 6 pieds; mais encore une fois, les observations du P. Feuillée ne paroissent pas permettre que le Fort-royal soit reculé vers l'ouest fort au-delà de $63^d 26'$.

Les colons de la Martinique commençoient à accuser de lenteur la saison des pluies; elle arriva enfin dès le 15 Mai, trop tard selon leurs desirs, un peu trop tôt selon les nôtres. N'ayant plus de beaux jours à espérer sur l'horizon de la Martinique, nous levames l'ancre le 17 au soir, & nous primes la route de Saint-Domingue: chemin faisant, nous reconnumes & relevames beaucoup d'iles; mais sous prétexte que nous étions toujours en vue des terres & par conséquent en sûreté, on ne jugea pas à propos de faire la plus légère observation pour constater notre longitude. Nous mouillames dans la baie du Cap-François, île de Saint-Domingue, le 23 Mai après midi.

Le lieu que nous choisimes au Cap, pour nous servir d'observatoire, est situé sur un petit morne au nord-nord-est de la ville, à quelques quatre cents toises de la nouvelle église. Nous y fimes peu d'observations, la saison ne nous étoit pas favorable; les matinées étoient ordinairement fort belles, peu après midi les nuages paroissoient en quelque sorte sortir des montagnes; ils s'accumuloient bientôt, le ciel se couvroit, le tonnerre grondoit sur nos têtes, la pluie tomboit à grands flots, sans qu'elle tempérât en rien l'ardeur de ce climat brûlant; l'orage duroit jusque bien avant dans la nuit. Tout le temps de notre séjour au Cap, le thermomètre gradué selon la méthode de M. de Reaumur & exposé à l'air libre, se soutint

Le cap François à S.t-Domingue

jour & nuit entre 25 & 26 degrés de dilatation, & la chaleur cependant nous paroiſſoit étouffante; le mercure dans le baromètre s'eſt toujours maintenu entre 28 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$ & 28 pouces 3 lignes $\frac{2}{3}$, ſans que j'aie remarqué de différence ſenſible entre le jour & la nuit, le matin & le ſoir. J'avois fait la même obſervation à la Martinique.

Des hauteurs méridiennes d'Étoiles, priſes la nuit du 10 au 11 Juin, les unes au ſud & les autres au nord, nous donnèrent $19^d\ 47'\ 04''$ pour la latitude de notre obſervatoire; ainſi la latitude de la nouvelle égliſe du Cap, ſiſe à peu près au milieu de la ville, ne doit pas être fort éloignée de $19^d\ 46'\ 40''$. Nos horloges marines nous ont donné $11^d\ 12'$ de différence entre les méridiens du Fort-royal de la Martinique & du Cap-françois de Saint-Domingue; ſi donc le Fort-royal eſt par $63^d\ 26'$ de longitude, le Cap ſera par $74^d\ 38'$. C'eſt auſſi à très-peu près le réſultat de quelques obſervations de la hauteur de la Lune, faites le 10 Juin, & comparées avec les Tables corrigées ſur d'autres obſervations de la Lune, faites à Oxford les 10, 11 & 12 Juin, & communiquées par M. Maskelyne; mais quelque incertitude ſur l'erreur des inſtrumens, & principalement ſur la quantité de la réfraction qu'il convenoit d'appliquer à nos obſervations, m'empêchent de regarder cette détermination comme abſolument préciſe. Le 3 Juin, nous obſervames le contact intérieur des bords du Soleil & de Vénus à $2^h\ 44'\ 44''\frac{1}{2}$ temps vrai; en prenant un milieu entre l'obſervation de M. de Fleurieu & la mienne, elles ne diffèrent que d'une ſeule ſeconde. Or en comparant cette obſervation du Cap avec le réſultat moyen de toutes les obſervations faites à Paris, à Greenwich, à Hawkill, à Stockolm, à Upſal & à Cajanebourg, la longitude du Cap eſt de $4^h\ 58'\ 43''$ ou de $74^d 40' 45''$, dans la ſuppoſition de 9 ſecondes de parallaxe ſolaire le 3 Juin. Pour chaque dixième de ſeconde dont on voudra augmenter ou diminuer la parallaxe, il faudra augmenter ou diminuer la longitude du Cap de 3 ſecondes de temps ou de 45 ſecondes de degré; en établiſſant cette longitude de $74^d\ 39'$, l'erreur, s'il y en a, doit être bien peu conſidérable.

Éclipſe de Lune. Nous appareillames le 16 Juin au matin, les jours ſuivans le Soleil

Soleil ne parut que rarement, & lorſqu'il paroiſſoit il étoit environné d'une brume qui ne permettoit pas de diſtinguer clairement les bords de ſon diſque. Cependant la nuit du 18 au 19 fut aſſez claire, nous en profitames pour obſerver une éclipſe totale de Lune, une lunette achromatique de Ramſden de 6 pouces de longeur, fut le meilleur inſtrument que le mouvement du vaiſſeau me permit d'employer. Nous étions, ſelon nos horloges marines, par $73^d\ 26'$ de longitude. Je crus pouvoir déterminer le commencement à $13^h\ 38'\ 30''\frac{1}{2}$ temps vrai, l'immerſion à $15^h\ 7'\ 32''$, l'émerſion à $15^h\ 41'\ 18''$; la fin nous fut cachée par les nuages qui bordoient l'horizon. J'ai calculé cette Éclipſe ſur les Tables de feu M. Clairaut, leur erreur n'eſt que de 9 ſecondes en longitude à l'heure du milieu de l'Éclipſe, dans la ſuppoſition de l'exactitude de l'obſervation & de la préciſion de notre longitude.

Sondes du grand banc de Terre-neuve.

Le 2 Juillet, nous obſervames notre latitude à midi, & notre longitude à $4^h\frac{1}{4}$ du ſoir. Le 3 à midi, nous nous trouvames de $4'\frac{1}{2}$ plus au nord que par l'eſtime; le 4, nous obſervames encore une erreur égale ſur la latitude; les jours ſuivans, nous fumes enveloppés d'un brouillard froid, épais & humide, nous traverſames le grand banc de Terre-neuve. Le ciel ne redevint ſerein que le 9; nous en profitames pour aſſurer notre longitude & notre latitude; nous nous trouvames de $26'\frac{1}{2}$ plus au nord, & d'une minute & demie ſeulement plus à l'eſt que par notre eſtime. Je vais donc ſuppoſer que nous avons été emportés par les courans de $5'\frac{1}{3}$ chaque jour vers le nord, & que l'eſtime de la longitude du Vaiſſeau a été à peu près exacte.

Le 5 Juillet à 4 heures du ſoir, point de fond à 200 braſſes par $43^d\ 23'$ de latitude & par $57^d\ 4'$ de longitude.

Le 6 à 4 heures du matin, par $44^d\ 6'$ de latitude & par $55^d\ 41'$ de longitude; & à 9 heures du matin, par $44^d\ 22'\frac{1}{2}$ de latitude & $55^d\ 11'\frac{1}{2}$ de longitude; point encore de fond à pareille profondeur.

Le même jour à midi, par $44^d\ 23'$ de latitude & $54^d\ 49'\frac{1}{2}$ de longitude, à 60 braſſes fond de ſable vaſard, fin & gris, tirant un peu ſur le vert.

A 2 heures après midi, par 44^d 24' de latitude & 54^d 35' de longitude, 52 brasses, fond de sable gris piqué de noir, mêlé de petits cailloux blancs & de coquilles pourries.

A 4 heures, 44^d 25' de latitude, 54^d 20' de longitude, 55 brasses, fond de sable vasard noir & très-fin.

A minuit, latitude 44^d 30', longitude 53^d 22', 45 brasses, fond de sable gris, mêlé d'un peu de gravail & de coquillages pourris.

Le 7 à midi, latitude 44^d 43', longitude 53^d 10', 45 brasses, fond de cailloutages & de coquilles pourries.

A 6 heures du soir, latitude 44^d 38', longitude 52^d 12'; 33 brasses, fond de gravier & de coquillages.

A 10 heures, latitude 44^d 35', longitude 51^d 29', 35 brasses, fond de gros gravier & coquillages cassés.

A minuit, latitude 44^d 33', longitude 51^d 7', 35 brasses, fond de sable fin & gris.

A 2 heures du matin le 8, par 44^d 27' de latitude & 50^d 49' de longitude, 200 brasses n'atteignirent point le fond.

Cette brume constante, que nous éprouvames sur le grand banc, n'y étoit point un phénomène extraordinaire; un matelot d'Olonne, qui avoit fait quarante-six voyages sur ce banc, me dit qu'il étoit rare d'y voir le Soleil en été; qu'on le voyoit plus fréquemment en Octobre, Novembre, Décembre, Janvier & Février; mais que les coups de vent étoient alors plus fréquens: un autre Navigateur, M. Jeanne, Capitaine de vaisseaux marchands, qui a beaucoup fréquenté ces parages, m'a ajouté qu'il y avoit vu assez souvent le Soleil, mais jamais ou presque jamais l'horizon.

Isles de Flores & de Corvo.

Le 18 Juillet, à 4 heures du soir, nous étions par 39^d 36' $\frac{1}{2}$ de latitude, corrigée sur les observations faites à midi le jour même & les jours précédens & suivans; notre longitude fut trouvée par des observations faites à l'heure même de 33^d 58'. On releva à cet instant la partie la plus boréale de l'île de Flores, la plus occidentale des Açores, à l'est 11^d $\frac{1}{2}$ sud *(i)*, à la distance estimée de 9 lieues, & la pointe la plus australe de l'île de Corvo à l'est

(i) Pour réduire les relèvemens faits sur le compas, j'ai supposé la variation de 15 degrés du nord à l'ouest.

20 degrés nord, à peu près à la même diſtance. Il ſuivroit de ce relèvement, que le canal entre les deux îles auroit 5 lieues de largeur. A $6^{h}\frac{1}{2}$ on ne ſe croyoit plus qu'à 4 lieues de l'île de Flores, & depuis 4 heures notre route eſtimée étoit tout au plus de 3 lieues; ainſi à 4 heures nous étions tout au plus à 7 lieues de l'île de Flores, & dans cette ſuppoſition la largeur du canal ne ſeroit que de 4 lieues. Il n'eſt pas impoſſible que le courant, aidé peut-être de la marée, nous ait portés vers la terre bien au-delà de notre eſtime; les obſervations faites à 4 heures, comparées avec celles de $6^{h}\frac{1}{4}$, nous donnent au moins 5 lieues de chemin dans l'intervalle : il eſt cependant vrai qu'après les obſervations de 4 heures on oublia de vérifier l'octant.

Le même jour à $6^{h}\frac{1}{4}$, notre latitude étant de $39^{d}\ 30'\frac{1}{2}$, & notre longitude, vérifiée à cet inſtant même, de $33^{d}\ 38'$, la pointe la plus boréale de l'île de Flores nous reſtoit à l'eſt 21^{d} nord, & la plus auſtrale à l'eſt 25^{d} ſud, à la diſtance de 4 lieues; l'île s'étend donc en latitude depuis $39^{d}\ 25'\frac{1}{2}$ juſqu'à $39^{d}\ 35'$, & la longitude de ſa partie occidentale eſt de $33^{d}\ 24'$.

Les jours ſuivans nous fimes beaucoup de relèvemens des autres îles Açores; le détail ne pourroit en être qu'ennuyeux, d'autant plus que le ciel ne nous favoriſoit pas toujours aſſez pour que nous fuſſions bien pleinement aſſurés de notre longitude & de notre latitude; je me contenterai donc de propoſer & d'apprécier nos réſultats.

L'île Fayal s'étend depuis $38^{d}\ 31'$ juſqu'à $38^{d}\ 42'$ en latitude, Iſle Fayal.
& en longitude depuis $30^{d}\ 47'\frac{1}{2}$ juſqu'à $30^{d}\ 59'$; c'eſt le réſultat d'un aſſez grand nombre de relèvemens faits en des occaſions où nous nous croyons bien aſſurés de la poſition actuelle de l'*Iſis*. Je deſirerois que toutes les autres poſitions des Açores fuſſent auſſi aſſurées que celle-ci.

Le Pic des Açores eſt par $38^{d}\ 30'$ de latitude, & par $30^{d}\ 39'$ Iſle du Pic.
de longitude. Cette poſition me paroît auſſi exacte que la précédente, au moins par rapport à la longitude; elle eſt fondée ſur de bonnes obſervations faites lorſque nous nous trouvions dans la ligne nord & ſud de ce pic. Quant à l'île même du Pic, elle peut s'étendre depuis $38^{d}\ 27'$ juſqu'à $38^{d}\ 34'$ du ſud au nord, &

depuis 30^d 33′ juſqu'à 30^d 46′ de l'eſt à l'oueſt; mais je ne réponds pas de la préciſion de ces limites, du moins à l'eſt & au nord. Le pic des Açores ne reſſemble en rien à la gravure qu'on en voit ſur les cartes du Dépôt; le pied en eſt fort large, il s'élève tant au ſud qu'à l'eſt & à l'oueſt par une pente qui ne paroît pas bien roide, & le terrain ſemble aſſez uni; il ſe termine au ſommet par une pointe ou par une eſpèce de chapeau pointu, beaucoup plus roide que le reſte de la montagne. En étant à peu près à 7 lieues, ſa hauteur au-deſſus du niveau de la mer me parut être de 2^d 52′; ſi cela eſt, cette hauteur ne ſera guère que de mille toiſes.

Iſle de St-George.

La partie méridionale de l'île Saint-George eſt par 38^d 38′ de latitude, & par 30^d 6′ de longitude; je ne donne pas cette détermination comme bien préciſe.

Rade d'Angra.

Le 23 de Juillet, vers 3 heures après midi nous mouillames dans la rade d'Angra, ville capitale de l'île Tercère & de toutes les Açores. Nous en étions encore à trois lieues, lorſqu'un canot vint à notre rencontre; après mille queſtions, on promit de nous amener un pilote du Port, ſi l'on obtenoit le conſentement du Gouverneur général. Nous pourſuivimes notre route, ſans attendre ce conſentement, & nous fimes bien; le Gouverneur étoit abſent; il s'étoit tranſporté le jour même à la *Praya,* à 3 lieues d'Angra, pour prendre connoiſſance d'une île qu'on aſſuroit s'être formée peu de jours auparavant à 3 ou 4 lieues en mer; il revint à Angra le même jour à la nuit, ſans avoir pu découvrir la prétendue île nouvelle: on nous mouilla ſous le canon du Fort qui eſt au bas du mont Breſil. L'accueil que l'on nous fit, ſans être déciſivement impoli, ne fut rien moins que gracieux; il nous ſembla que la vue de la flamme du Roi, vue extrêmement rare dans cette rade, occaſionna de la frayeur. Pour ne point accréditer ni augmenter les ſoupçons, nous crumes devoir renoncer à la penſée d'établir un obſervatoire à terre; nous nous contentames d'obſerver, toutes les fois qu'il fut poſſible, des hauteurs tant méridiennes que non méridiennes du Soleil, les premières pour connoître notre latitude, les ſecondes, tant pour vérifier la marche de nos horloges marines, que pour déterminer la longitude de la rade. La latitude fut trouvée de 38^d 43′ $\frac{1}{2}$; l'horloge *n.° 8* nous donna 29^d 32′ de

longitude, par comparaiſon avec les obſervations faites quarante-cinq jours auparavant au cap François de Saint-Domingue, & $29^d\ 36'$ en prenant pour terme de comparaiſon les obſervations qu'on fit à Sainte-Croix de Ténériffe, dix-huit jours après celle de la rade d'Angra; la différence, comme on voit, n'eſt que de 4 minutes. En donnant à la rade d'Angra $29^d\ 35'$ de longitude, je crois ſa poſition mieux déterminée que la plupart de celles qui ne l'ont été que par un petit nombre d'éclipſes des ſatellites de Jupiter: c'eſt d'après cette longitude, & la vérification de la marche de l'horloge marine, *n.° 8*, faite à Angra, que j'ai déterminé toutes les autres longitudes des Açores.

Angra eſt ſituée vers le milieu de la partie méridionale de l'île Tercère; lorſque l'on aborde l'île par cette partie, on diſtingue aiſément deux mornes qui ſe joignent par le pied, qui ſont à peu près d'une égale élévation, qui ſemblent s'élever de la mer même, & qui y forment une pointe ou cap; c'eſt ce qu'on nomme *le mont Breſil*, & c'eſt-là la pointe la plus occidentale de la baie d'Angra. Au de-là, ou à l'oueſt du mont Breſil eſt une autre baie, nommée l'*Anſe du Fanal*, à laquelle on a probablement donné ce nom, parce qu'autrefois on allumoit un fanal ſur le mont Breſil, pour que de nuit on ne prît pas l'anſe du fanal pour la baie d'Angra. Cette anſe du fanal ne vaut rien, elle eſt ſemée de roches; ſa pointe occidentale ſe nomme *pointe Saint-Matthieu*, du nom d'un village dont elle eſt voiſine; on nous a aſſuré qu'on ne connoiſſoit ſur l'île aucune anſe, aucun village, du nom de *Saint-Martin*. De la pointe du Breſil, en tournant par l'oueſt, on ne trouve aucun bon mouillage juſqu'à l'eſt-nord-eſt de l'île, où eſt *la Playa*, ou *la Praya*, dont la rade, faite en forme d'anſe demi-circulaire, peut contenir deux cents vaiſſeaux, ſur un bon fond de ſable blanc; c'eſt le meilleur mouillage de l'île. Au ſud de *la Praya*, eſt l'anſe de *Porto-Novo*, beaucoup plus petite; mais d'un fort bon mouillage, même fond. A la pointe du nord de l'anſe de la *Playa*, eſt un îlet; & à la pointe du ſud ou entre les anſes de la *Playa* & de *Porto-Novo*, une ſuite de roches, cachées ſous l'eau, s'étend à environ une lieue en mer. *Porto-judio* eſt plus bas que *Porto-novo*, & ne vaut rien.

Iſle Tercère.

A l'eſt de la baie d'Angra on voit deux îles, qu'on nomme les *îles aux Chèvres;* elles ſont ſituées oueſt & eſt l'une de l'autre ſur le compas, la variation étant à peu près de 15 degrés nord-oueſt dans ces parages. La plus grande des deux îles eſt la plus orientale; elle a environ deux encablures (ou 240 braſſes) de longueur, du ſud-eſt au nord-oueſt. Le canal entre les Chèvres & l'île de Tercère a environ un mille (ou un tiers de lieue) de largeur : on peut y paſſer ſans danger; il a dans ſon milieu 15 braſſes d'eau, fond de gros gravier. On peut même paſſer entre les Chèvres, le canal, qui n'a qu'environ une demi-encablure de large, a en ſon milieu 8 & 10 braſſes de profondeur, fond de roches. A un mille & demi des Chèvres, au ſud-eſt du compas, eſt un écueil élevé au-deſſus de l'eau, on le nomme *los Frayles* ou *les Frères;* toutes les roches qui le compoſent ne paroiſſent pas hors de l'eau, il ne faut pas l'approcher de trop près. Les îles aux Chèvres ſont à environ une lieue & demie de la baie d'Angra, à l'eſt $33^d\ 45'$ ſud ſur le compas, ou 2 degrés plus à l'eſt. Cette baie n'eſt pas bien ſaine, le fond eſt preſque par-tout de roches; il faut choiſir le mouillage, ou plutôt il faut ſe faire mouiller par le Pilote du port. On ne peut avoir de trop bons cables, ſur-tout dans la mauvaiſe ſaiſon; on eſt alors expoſé aux coups de vent du large, le navire chaſſe, les cables frottent contre les roches; on riſque non-ſeulement de perdre ſes ancres, mais encore d'être jeté à la côte : elle eſt roide & eſcarpée. La mauvaiſe ſaiſon commence ſouvent dès le commencement de Septembre, elle ne finit qu'en Avril.

Iſle S.t-Michel. Nous levames l'ancre le 1.er Août à 9 heures du matin; dès le lendemain nous eumes connoiſſance de l'île de Saint-Michel; à midi, la partie de cette île qui nous étoit viſible, s'étendoit depuis l'eſt juſque 13 degrés & demi vers le ſud : la hauteur méridienne du Soleil que nous primes alors, nous mettoit par $37^d\ 59'\frac{1}{2}$ de latitude; telle eſt donc auſſi la latitude de la partie la plus boréale de l'île de Saint-Michel. De pluſieurs autres relèvemens faits le 2 & le 3, nous avons conclu que cette île s'étendoit du nord au ſud entre $38^d\ 00'$ & $37^d\ 40'$, & de l'eſt à l'oueſt depuis $27^d\ 45'$ juſqu'à $28^d\ 14'$: de ces limites la plus

certaine eſt la boréale; l'occidentale ne paroît pas pouvoir être avancée du côté de l'oueſt, elle pourroit au contraire être reculée vers l'eſt de 2 ou 3 minutes; je ne puis décider rien de bien certain ſur les deux autres.

Enfin d'après pluſieurs relèvemens faits le 3 & le 4, je bornerois volontiers l'île de Sainte-Marie entre 36^d 57′ & 37^d 10′ de latitude, & entre 27^d 24′ & 27^d 34′ de longitude, avec un peu plus de doute cependant ſur les limites orientale & méridionale que ſur les deux autres; l'occidentale me paroît la plus certaine de toutes, ayant fait une obſervation de longitude à l'inſtant que la pointe occidentale de l'île nous reſtoit preſqu'au nord du monde. Dans la partie méridionale de l'île, nous vimes une eſpèce de ville vis-à-vis de laquelle il y avoit quelques bâtimens à l'ancre; elle nous reſtoit au nord 22 degrés & demi eſt *(k)*, à la diſtance de deux lieues & demie, lorſque notre latitude, corrigée quatre heures après par l'obſervation, étoit de 36^d 52′½, & notre longitude ſelon les obſervations faites à l'inſtant même, de 27^d 35′. La ville eſt donc par 36^d 59′½ de latitude & par 27^d 31′½ de longitude. Iſle Ste-Marie.

Nous avions éprouvé des calmes fréquens dans le parage des îles Açores, les courans nous portoient ſouvent plus que le vent; ces calmes nous pourſuivirent même au-delà de l'île de Sainte-Marie, la plus orientale de toutes ces îles: ils firent place enſuite à des vents contraires qui ne nous permirent pas d'attaquer l'île Madère par la partie du nord-oueſt, comme M. de Fleurieu ſe l'étoit propoſé. Nous découvrimes cette île le 12 Août au matin, nous en relevames pluſieurs parties ce jour-là même & le lendemain 13; voici ce que j'ai pu conclure de plus certain de ces relèvemens. La partie occidentale de l'île ne s'étend pas au-delà de 19^d 47′ de longitude, & peut-être même n'excède-t-elle pas 19^d 34′; cette même partie occidentale s'étend au nord juſqu'à 33 degrés de latitude & probablement au-delà. Le cap qui forme à l'oueſt l'entrée de la baie de Funchal, (lequel doit être fort près de l'îlet du Lion, ſi ce n'eſt pas cet îlet même) eſt aſſez préci- Iſle Madère.

(k) La variation a été ſuppoſée de 16 degrés nord-oueſt.

ſément par 19^d 21′ de longitude, & à peu près par 32^d 41 ou 42′ de latitude; l'île du côté du ſud ne paroît pas s'étendre en deçà de 32^d 41′; la pointe du ſud-eſt de l'île, telle qu'on peut la voir à deux lieues au large de la rade de Funchal, peut être par 19^d 10 ou 12′ de longitude, & par 32^d 45′ de latitude; l'îlet le plus oriental de ceux qui ſont à la pointe du ſud-eſt de l'île, eſt à peu près par 19^d 07′ de longitude, & 32^d 46′ de latitude; enfin la pointe la plus boréale de la plus grande des îles Déſertes eſt aſſez exactement par 32^d 35′ de latitude, & à peu près par 18^d 58′ de longitude.

Iſle Salvage. Le 13 Août au ſoir, étant fort près de Funchal & étant en calme plat, nous nous diſpoſions à entrer dans la rade, à l'aide de notre chaloupe & de nos canots que nous avions mis à la mer pour nous remorquer juſqu'au mouillage: le vent commença à ſouffler de terre & nous fit rebrouſſer chemin; ce n'avoit pas été la première intention de M. de Fleurieu de relâcher à Madère, nous mimes le cap ſur l'île Salvage. Nous la reconnumes le lendemain, elle fut relevée à trois repriſes, & les réſultats de ces relèvemens s'accordent à donner à la partie boréale de cette île, 30^d 08′ de latitude & 18^d 23′ de longitude: un gros piton qui eſt au ſud-oueſt de l'île Salvage, a 29^d 57′ 30″ de latitude, & 18^d 32′ de longitude.

Retour en France. Le 15 Août au matin, nous mouillames à Sainte-Croix-de Téneriffe; nous y reſtames juſqu'au 24 au ſoir. Le 26, nous découvrimes la belle Comète qui paroiſſoit alors; nous lui trouvames au commencement de Septembre une queue de 90 & 100 degrés de longueur. Nous l'obſervames d'ailleurs aſſez régulièrement, mais nos obſervations faites ſur un ſol vacillant, ſoutiendroient mal le parallèle avec celles qui ont été faites à Paris & ailleurs. Nous eumes encore connoiſſance de l'île Madère, mais de fort loin; on ne fit aucun relèvement. Nous avions fait en Mars le trajet de Cadiz à Sainte-Croix dans l'intervalle de quatre fois vingt-quatre heures; vingt-deux jours à peine nous ſuffirent pour aller de Sainte-Croix à Cadiz; les vents d'eſt, de nord-eſt & de nord ſoufflent la plus grande partie de l'année dans ce parage, ils favoriſent la traverſée de Cadiz aux Canaries, ils s'oppoſent au retour.

Nous

Nous jetames l'ancre le 15 Septembre dans la baie de Cadiz, & après y avoir séjourné jusqu'au 13 Octobre, nous reprimes le chemin de la France. Nous relevames, en passant, le cap de Saint-Vincent; mais trop incertains sur notre propre position, nous ne pouvons tirer aucune conclusion de ce relèvement. Les vents contraires nous interdirent l'approche du cap Finistère, de la position duquel nous voulions nous assurer par de nouvelles opérations. Enfin nous mouillames l'ancre en rade de l'île d'Aix, le 31 Octobre vers trois heures du soir, après huit mois dix-neuf jours d'une navigation assez heureuse.



OBSERVATIONS MÉTALLURGIQUES SUR LA SÉPARATION DES MÉTAUX.

Par M. JARS.

SECONDE PARTIE.

Nouveau procédé pour traiter les minéraux d'argent & cuivre, ainsi que ceux d'argent, cuivre & plomb.

10 Mars 1770.

PAR toutes les méthodes connues de traiter par la fonte les minéraux d'argent & cuivre, on sait que l'on consomme une quantité considérable de plomb, qui se scorifie en pure perte; d'où l'on pensoit qu'une mine d'argent & cuivre ne pouvoit être exploitée à moins que l'on n'eût abondamment des minéraux de plomb dans le pays. J'ai ouï dire plusieurs fois à feu M. Hellot, qui en a fait mention dans la préface de sa traduction du Traité des Fonderies de Schlüter, que l'on avoit découvert en basse Navarre un minéral gris de cette espèce, dont il m'a montré plusieurs morceaux; mais que l'on ne pouvoit exploiter, faute d'avoir une mine de plomb qui fût à portée.

Pendant six mois que j'ai passé il y a quatorze ans à Sainte-Marie-aux-mines, à m'instruire par moi-même de tous les procédés en usage, de même que depuis dans les endroits les plus remarquables de l'Europe, j'ai reconnu que la consommation en plomb pour extraire l'argent des minéraux d'argent & cuivre, étoit très-considérable, sans compter une partie de ce dernier métal, qui est immanquablement vitrifiée avec le plomb. La preuve en est dans les scories qui proviennent de ce travail, & dont on retire du cuivre & du plomb dans le comté de Mansfeld, en les fondant avec des pyrites pour les minéraliser.

Avant que d'entrer dans le détail du procédé que j'ai à publier,

il eſt à propos que je mette ſous les yeux du Lecteur, une idée ou un précis de la méthode des Anglois, qui eſt exécutée avec beaucoup de ſuccès en baſſe Bretagne, pour traiter par la fonte les minéraux de plomb, & ceux de plomb & argent; me réſervant d'en donner tous les détails dans l'ouvrage dont j'ai déjà parlé dans la première partie.

Les fourneaux dont on fait uſage pour la première fonte, ſont des *cupols*, ou fourneaux de réverbère à l'angloiſe; on y introduit ſur le ſol par la trémie deux mille livres ou vingt quintaux de minéral de plomb concaſſé. On chauffe lentement le fourneau pendant ſix heures, à l'effet de rôtir ou griller le minéral, que l'on remue ſouvent pendant cet intervalle, pour qu'il préſente plus de ſurfaces au feu. On y jette de la chaux fuſée à l'air, & du menu charbon de terre; cette première abſorbe ſans contredit une partie du ſoufre, mais ſa principale action eſt de s'unir à l'acide vitriolique qui peut demeurer uni au métal après la décompoſition, comme ayant avec cet acide plus d'affinité que celui-ci n'en a avec le plomb; par ce moyen les chaux métalliques ſe trouvent à nu, rencontrent le principe inflammable du charbon, ſe revivifient, & viennent couler en gouttes dans le baſſin ménagé à cet uſage, à meſure que l'on remue & que l'on augmente le feu. A l'égard de la combinaiſon de la chaux avec l'acide vitriolique dont je viens de parler, elle eſt une ſorte de ſélénite, dont l'acide peut à la vérité reformer du ſoufre par le contact du principe inflammable des charbons; mais il eſt probable que ce ſoufre ſe brûle de nouveau, ou ſe diſſipe, avant d'avoir eu le temps de ſe combiner avec les métaux.

Il faut quinze heures environ pour retirer tout le plomb poſſible de la quantité mentionnée ci-deſſus, mais cela ſe fait en trois coulées différentes; la première au bout de neuf heures, la ſeconde trois heures après, & enfin la troiſième lorſque finit l'opération. L'expérience a fait connoître que la première coulée eſt la plus riche de toutes en argent; de ſorte que j'ai eſſayé du minéral dont le plomb ne tenoit que trois quarts d'once d'argent par quintal, lequel en produiſoit un dans la première coulée, qui rendoit juſqu'à une once & demie, la ſeconde moins riche, & enfin la dernière eſt la plus pauvre; ce qui eſt de la plus grande utilité pour le travail

en grand, puiſque par-là, ſur-tout lorſqu'un minéral eſt pauvre en argent, on concentre preſque tout le fin dans la première coulée. Pour peu qu'on ſe rappelle tout ce que j'ai dit de mes expériences ſur les minéraux & mattes de cuivre dans la première partie, on reconnoîtra ici les mêmes loix des affinités, l'argent abandonne le premier le ſoufre pour s'unir avec le plomb, avec lequel il a la plus grande affinité à meſure que celui-ci ſe trouve déſoufré.

Les minéraux d'argent & cuivre ſont ordinairement minéraliſés par le ſoufre & l'arſenic; mais comme on ne doit établir aucun procédé de Métallurgie ſans qu'il ſoit précédé de différens eſſais docimaſtiques, pour bien connoître les matières que l'on a à traiter, on s'aſſurera d'abord ſi l'arſenic contenu dans le minéral ne domine pas au point de volatiliſer un peu d'argent, ou de reſter intimément uni au cuivre, même juſqu'après le raffinage; il diminue de beaucoup la valeur de ce métal dans l'uſage du commerce: j'aurai occaſion d'en parler dans un autre Mémoire. En pareil cas il ſeroit à propos de le fondre d'abord dans un fourneau à manche avec des pyrites martiales, qui, par leur abondance de ſoufre, étendroient l'arſenic de façon à n'avoir que peu ou point du tout d'action ſur l'argent, qu'il abandonneroit pour s'unir au fer de la pyrite, avec lequel il a une plus grande affinité; partie ſe combineroit auſſi avec le ſoufre, pour former de l'orpiment.

Loin d'augmenter par un tel procédé le volume des matières à traiter, on en diminuera la maſſe; puiſque par cette fonte on vitrifiera toutes les matières terreſtes, comme le ſpath, le quartz, qui n'étoient pas minéraliſés avec eux. Le cas de la volatiliſation de l'argent d'un pareil minéral eſt rare, ainſi il n'arrivera pas ſouvent que l'on ſoit obligé d'avoir recours à ce procédé; d'ailleurs par la méthode que je vais preſcrire, cela eſt moins dangereux que par celles qui ſont en uſage. La matte provenant de cette fonte ou le minéral crud ſera traité comme je vais le rapporter.

Les uns ſont en uſage de traiter le minéral de cuivre & argent, comme s'il ne contenoit que ce premier métal; lorſqu'ils en ont obtenu le cuivre noir, ils le font paſſer par le travail de la liquation pour en ſéparer l'argent; procédé qui a paſſé long-temps pour un ſecret, & dont on fait encore un myſtère dans pluſieurs

fonderies; d'autres mêlent ce minéral avec celui de plomb, & les fondent ensemble; il est bien vrai que par-là ils concentrent une partie de l'argent dans le plomb, qui se trouve dégagé le premier de son soufre; mais après plusieurs rôtissages & fontes, ils ont encore un cuivre qui contient assez d'argent pour être liquéfié. On sent de reste que le feu violent d'un pareil travail, doit nécessairement scorifier beaucoup de plomb; cela est au point, que les scories qui en proviennent, & qui sont très-abondantes par les additions que l'on fait aux minéraux de matières propres à accélérer la fusion, & à leur donner toute la fluidité nécessaire, tiennent depuis 20 jusqu'à 25 pour cent, & quelquefois plus en plomb; d'ailleurs la fonte est trop prompte, pour que le départ puisse s'en faire facilement.

Si j'avois un pareil minéral à traiter, je m'y prendrois comme il suit:

Dans le cas où ce minéral seroit mêlé avec beaucoup de roche, je le ferois fondre dans un fourneau à manche, pour concentrer les parties métalliques; j'y ajouterois même des pyrites martiales, comme cela est en usage dans toutes les fonderies, si la séparation de ce qui seroit hétérogène ne s'en faisoit pas bien; mais si le minéral étoit riche & dégagé de roche, il seroit inutile d'avoir recours à cette fonte préliminaire; ce minéral ou la matte provenue de la fonte dont je viens de parler, seroit concassé de façon que les plus gros morceaux seroient comme des fèves (un bocard à sec seroit destiné à cet usage). Je le mêlerois avec une quantité de minéral de plomb, proportionnée à celle de l'argent contenu dans le minéral ou la matte de cuivre; je mettrois deux milliers de ce mélange, plus ou moins suivant la grandeur du fourneau, sur le sol d'un fourneau de réverbère à l'angloise; je procéderois d'abord comme pour la fonte du minéral de plomb, mentionnée ci-dessus, en ajoutant aussi un peu de chaux & du poussier de charbon; à mesure que le plomb se dégageroit de son soufre, il viendroit couler avec l'argent dans le bassin intérieur.

Le procédé de la liquation ordinaire est fondé, 1.° sur ce que le plomb a plus d'affinité avec l'argent que celui-ci n'en a avec le cuivre; 2.° sur ce que ce premier entre en fusion à un degré

de chaleur moindre que ce dernier. Le même raiſonnement autoriſe ma nouvelle façon de procéder; j'y ai de plus le ſoufre contenu dans les deux minéraux, qui par ſa grande affinité avec le cuivre ne l'abandonne qu'autant que l'évaporation continue, & que les deux autres en ont été dégagés; enfin l'on reconnoît aiſément, ſans avoir beſoin de le répéter, le double rapport qui agit en même temps pour rendre la ſéparation plus exacte.

On donneroit à la fin de l'opération une chaleur plus forte qui acheveroit de dégager le plomb, ce que l'on pourroit nommer une eſpèce de reſſuage, mais en prenant toujours bien garde de ne point chauffer la matière reſtante juſqu'au degré de fuſion; elle ſeroit alors très-pâteuſe, on la retireroit du fourneau à l'aide d'un rable, on en feroit l'eſſai pour connoître la quantité d'argent qui lui reſteroit uni; s'il y en avoit encore beaucoup, & que le cuivre parût ſe développer par la privation de ſon ſoufre, & qu'il y eût de l'arſénic qui ſeroit immanquablement le plus puiſſant intermède qui retiendroit l'argent & qui nuiroit au raffinage du cuivre, comme il a été dit, il n'y auroit pas à héſiter de fondre le tout dans un fourneau à manche, avec addition de pyrites pour obtenir de nouveau une matte ſur laquelle on procéderoit comme ci-deſſus dans le fourneau de réverbère, avec addition de minéral de plomb ou de litarge.

Mais s'il y avoit encore aſſez de ſoufre dans cette matière reſtante & peu d'argent, on la fondroit dans un fourneau à manche, avec addition de *teſt* ou cendre de coupelle imbibée; on pourroit eſſayer d'y ajouter des grenailles de fer ou du laitier de fer, ſi on en avoit qui fût à portée; car celui-ci en abſorbant un peu de ſoufre, donneroit des ſcories admirables dont toutes les parties métalliques ſe précipiteroient aiſément: ſuivant toute apparence le reſtant de l'argent ſe trouveroit concentré dans les culots de plomb que l'on obtiendroit, ſinon on acheveroit de procéder ſur les mattes, comme le fait M. Cramer.

Mais ſi l'on ſe trouvoit dans un pays où l'on n'eût point de minéral de plomb, mais ſeulement du plomb que l'on pût tirer du dehors, on s'y prendroit comme il ſuit.

Il ſeroit queſtion de fondre crud le minéral de cuivre & argent,

c'eſt-à-dire tel qu'il ſort de la mine après avoir été trié ou lavé ſuivant les cas, dans un fourneau à manche, avec les ſcories de la fonte dans le même fourneau des matières qui auroient été reſſuées dans celui de réverbère & dont il ſera queſtion ci-après; ſi les ſcories de cette fonte étoient trop épaiſſes, & empêchoient par-là tous les globules régulins de ſe précipiter, on ajouteroit des pyrites martiales rôties ou grillées une, deux ou trois fois, ſuivant que le minéral l'exigeroit.

On auroit l'avantage par l'addition des ſcories plombifères, de reſſuſciter, en le minéraliſant avec le ſoufre du minéral, le plomb vitrifié contenu dans leſdites ſcories, pour l'incorporer dans les mattes qui ſeroient le produit de cette fonte. Les pyrites martiales fondent aiſément & facilitent la fuſion des matières auxquelles on les mêle; elles donnent des ſcories claires & fluides qui empêchent les autres de retenir des parties régulines : je preſcris de les rôtir, afin d'étendre dans une moindre quantité de matte l'argent & le cuivre, puiſqu'il eſt queſtion ici de les concentrer autant qu'il eſt poſſible, ſans pourtant qu'ils prennent leur forme métallique; car ſi le minéral étoit trop ſulfureux, il ſeroit à propos de le faire rôtir avant la fonte. Les pyrites bien grillées dans ce cas-ci ſeroient d'un grand avantage, elles fourniroient alors une ocre ou chaux de fer qui abſorberoit une partie du ſoufre du minéral. Je ne puis déterminer aucune proportion, chaque eſpèce de minéral doit en exiger une différente : j'obſerverai qu'il n'y a aucun danger d'introduire un peu de fer dans les mattes, un bon Métallurgiſte trouve toujours les moyens de le ſcorifier par le ſoufre; d'ailleurs ces mattes devant paſſer par un travail de plomb, tous les Chimiſtes ſavent que ces deux métaux ne contractent aucune union entr'eux.

On auroit un fourneau de réverbère ſemblable aux précédens; on feroit concaſſer la matte, ainſi qu'il a été dit, & on la mêleroit avec de la litarge provenue d'un précédent affinage, on étendroit ce mélange ſur le ſol du fourneau, & on donneroit un feu très-doux. Il faudroit ſe bien garder de mettre d'abord du pouſſier de charbon, n'étant point queſtion ici de commencer par revivifier la litarge, mais de minéraliſer d'abord le plomb qu'elle

contient, ce qui arriveroit aisément par le contact du soufre contenu dans les mattes; ce ne seroit qu'au bout de quelques heures, & lorsqu'on seroit sûr que la mineralisation auroit eu lieu, que l'on ajouteroit la chaux éteinte, le poussier de charbon, &c. pour procéder, comme j'ai dit précédemment que l'on devoit le faire pour le minéral d'argent & cuivre, mêlé avec celui de plomb. Si l'on ne commençoit pas par minéraliser le plomb de la litarge, il arriveroit que ce métal se revivifieroit & couleroit dans le bassin, n'entraînant avec lui que peu ou point d'argent, au lieu que la minéralisation se faisant aux dépens du soufre des mattes, qui y est toujours très-abondant, l'argent qui est celui des métaux contenus dans le mélange, qui a le moins d'affinité avec le soufre, commenceroit à s'en dégager le premier, & à mesure que le feu de flamme volatiliseroit plus de soufre, le plomb se métalliseroit par le contact du poussier de charbon, & entraîneroit avec lui l'argent qui se sépareroit du minéral.

Les matières ressuées restantes dans le fourneau, seroient fondues dans un fourneau à manche avec les cendres de coupelle imbibées, dont le métal se revivifiant entraîneroit avec lui l'argent qui seroit resté avec le cuivre, & ainsi de suite, comme il a été dit plus haut: on ajouteroit dans cette fonte le plomb frais, tel qu'on l'acheteroit dans le Commerce, pour suppléer au déchet de ce métal; ce sont les scories de ce travail que j'ai recommandé d'ajouter dans la première fonte du minéral crud. Par cette méthode, on économiseroit certainement beaucoup de plomb; tous les Métallurgistes en seront aisément convaincus à la lecture de ce procédé.

Si les minéraux d'argent & cuivre se trouvoient dans un pays où la matière combustible fût à très-bon compte, & que le plomb y fût très-cher, je crois qu'il seroit possible, par une répétition de rôtissages bien gradués, & de fontes avec des additions de substances ferrugineuses ou autres, qui eussent plus d'affinité avec le soufre que n'en ont l'argent & le cuivre, de parvenir à concentrer l'argent dans un très-petit volume de cuivre, lequel seroit ensuite minéralisé avec des pyrites, pour être traité dans un fourneau de réverbère avec de la litarge, en observant de procéder comme il a été rapporté plus haut.

Je n'ai

Je n'ai pas besoin de dire de quelle façon on s'y prendroit si on avoit un minéral qui contînt en même temps de l'argent, du cuivre & du plomb; car je ne pourrois que répéter tout ce qui a été dit ci-dessus.

TROISIÈME PARTIE.

Départ par la voie sèche, des Matières d'argent & cuivre tenant or.

C'est sur les mêmes principes mentionnés dans les deux premières parties, qu'est fondé le départ de l'or d'avec l'argent, par la voie sèche, dont plusieurs Auteurs, tels que M.rs Schlüter, Cramer, Eller, &c. ont donné les procédés, mais dont la manipulation est encore tenue secrète dans les ateliers où elle est en usage; on peut rapporter aussi aux mêmes principes la séparation de l'or d'avec le cuivre.

J'observerai d'abord que cette opération n'a été décrite & faite jusqu'à présent que par des voies docimastiques; j'entends par-là toutes les opérations qui se font dans des creusets, par conséquent trop en petit, tandis qu'elles peuvent l'être dans des fourneaux plus en grand: je parle d'après l'expérience, pour avoir fait par moi-même ce départ, sur lequel je n'entrerai dans aucun détail pour le présent, dans la crainte de passer les bornes que je me suis prescrites par ce Mémoire.

Avant que de passer au procédé que je propose, je ferai seulement remarquer que l'opération ordinaire expose à nombre de détails minutieux, celui de granuler l'argent & de le cémenter ensuite avec le soufre; on se propose par-là une union qui ne se fait pas toujours parfaitement pour peu qu'on manque d'exactitude dans la manipulation; d'ailleurs le soufre pur ne minéralise pas aussi-bien un métal quelconque, que lorsqu'il est déjà mêlé lui-même avec un autre métal; la pyrite martiale est sans contredit la matière la moins chère & la plus convenable pour ce procédé. On peut très-bien rapporter ceci à ce que M. Macquer dit dans son Dictionnaire de Chimie, à l'article de *la purification de l'or*

par l'antimoine; je dois dire que je suis extrêmement flatté que mes idées s'accordent aussi-bien avec celles d'un si savant Chimiste: voici de quelle façon il s'exprime.

« Cette purification de l'or est une sorte de *départ sec;* elle » réussit mieux néanmoins que le départ sec par le soufre seul : la » raison de cette différence, c'est que le soufre étant très-volatil » & très-inflammable, se dissipe & se consume en grande partie » lorsqu'on l'emploie seul, avant d'avoir pu saisir les métaux alliés » à l'or; au lieu que lorsqu'il est déjà lié à une substance métallique, » comme il l'est dans l'antimoine avec la partie réguline qui l'empêche » de se consumer & de se dissiper si promptement, il a beaucoup plus de facilité à se porter sur les métaux alliés à l'or, &c. »

Ce n'est point ici le cas, comme dans le traitement des minéraux d'argent & cuivre, de faire usage d'un fourneau de réverbère, mais bien de celui à manche; il faudroit donc en construire un petit, pratiquer dans son intérieur un bassin en forme de cône, renversé & profond, & un extérieurement de même forme, dans lequel on pût faire couler en perçant tout ce qui seroit dans le premier; on en pourroit avoir un troisième, dans lequel le trop plein du premier pût se répandre; la tuyère par où passeroit le vent du soufflet, se placeroit au niveau du bassin inférieur, & inclinée de façon à frapper au tiers de la profondeur dudit bassin; le fourneau ayant été bien échauffé, & rempli de charbon, on feroit agir les soufflets, & l'on chargeroit d'abord autant de pyrites qu'il en faudroit pour remplir à moitié le bassin, ensuite de l'argent aurifère conjointement avec de la même pyrite. Le bassin intérieur étant une fois plein, on laisseroit aller le fourneau, mais sans charger de nouvelle matière. On pourroit alors introduire par la tuyère de la grenaille de fer, ou quelqu'autre précipitant; cela fait, on perceroit pour faire couler la masse fluide dans le bassin en forme conique, où on la laisseroit refroidir, pour en séparer ensuite le culot d'avec la matte ou le *plachmall,* comme on voudra le nommer. Pendant ce temps-là on recommencera à procéder de nouveau comme il a été dit, on fera l'essai du culot; si l'or n'y est pas assez concentré (car je conseillerois de le pousser ainsi jusqu'à la quartation, pour achever ensuite le départ par la voie humide),

on mettroit tous les culots à part, jusqu'à ce qu'on en eut une quantité suffisante pour le concentrer davantage en répétant la même opération; quant à la matte ou le *plachmall*, s'il contenoit encore de l'or, on le refondroit de la même manière, mais sans aucune addition de pyrites, & on répéteroit jusqu'à ce que tout fût concentré; pour peu que l'on réfléchisse, on verra avec quelle vîtesse se feroient de pareilles opérations. J'ai dit qu'il falloit d'abord laisser remplir à moitié, avec des pyrites en fusion, le bassin intérieur avant que de fondre l'argent, c'est afin que celui qui n'auroit pas été attaqué par le soufre des pyrites en fondant dans le fourneau, pût être minéralisé en tombant goutte à goutte dans un bain de pyrites, dont la surabondance du soufre attaqueroit aussi-tôt l'argent pour laisser l'or, qui ne se mêle point avec lui dans une division infinie, lequel se précipiteroit en raison de sa pesanteur spécifique, qui reste d'autant plus grande, que l'argent par sa minéralisation devient plus léger, sur-tout étant minéralisé par une pyrite qui rend cette pesanteur d'autant moindre, qu'elle contient plus de fer; mais comme il y auroit des globules trop petits pour se précipiter tout de suite, ainsi qu'on en a l'exemple par les procédés connus, il arriveroit dans celui-ci que le vent du soufflet frappant continuellement sur la matière, en faisant l'effet du chalumeau au travers des charbons pour la tenir toujours la plus chaude possible, & dans le plus grand degré de fluidité, il arriveroit, dis-je, que la matière seroit tellement agitée, que chaque partie de sa masse se présenteroit alternativement au coup de soufflet, comme l'expérience le démontre dans le raffinage du cuivre: le vent à chaque fois enleveroit un peu de soufre, mettroit ainsi des molécules d'argent à nu, lesquelles rencontrant d'autres molécules d'or suspendues par leur petitesse, s'uniroient entr'elles pour se précipiter au fond du bassin; la précipitation se feroit ainsi également dans toutes les parties de la masse, on voit même qu'on n'auroit pas besoin du précipitant dont on fait usage par la voie sèche ordinaire; mais si on le croyoit nécessaire, j'ai dit de l'introduire par la tuyère, étant inutile de lui faire subir une fonte préliminaire par le fourneau; l'état d'agitation dans lequel seroit alors la matière, feroit que ce précipitant se mêleroit avec toute l'égalité & la promptitude possibles dans toutes les parties de

la masse, s'uniroit au soufre pour précipiter autant de molécules d'argent, lesquelles accrocheroient l'or qui y seroit suspendu.

Il est plus que prouvé que si l'on avoit du cuivre aurifère, ce procédé seroit encore plus avantageux que pour l'argent, puisque le soufre a plus d'affinité avec lui qu'avec ce dernier métal, & que sa pesanteur spécifique est moindre que celle de l'argent.

Dans le cas où on auroit beaucoup de ces cuivres aurifères, (comme cela peut arriver dans une mine, je puis citer celle de Newssol en Hongrie, dont le cuivre tient certainement assez d'or pour mériter ce départ, puisque j'ai vu séparer de l'or de son minéral dans les bocards & laveries, par le seul lavage. J'ai demandé pourquoi on ne retiroit pas celui qui devoit naturellement se trouver uni au cuivre, on m'a répondu qu'il ne payoit pas les frais; je n'ai pas eu peine à le croire, puisque j'ai appris qu'on avoit tenté de le faire par la voie de la liquation avec le plomb. On a aussi dans ce pays-là une très-grande quantité de pyrites aurifères, dont on ne traite que les plus riches, & que l'on pourroit fondre avec un très-grand avantage en partant des mêmes principes & prenant pour guide ce procédé); dans le cas, dis-je, où l'on auroit beaucoup de ces cuivres aurifères, la séparation de l'or du cuivre, après qu'il auroit été minéralisé, s'en feroit très-bien avec la litarge dans le fourneau de réverbère; car quoique l'or ait plus d'affinité avec le cuivre qu'il n'en a avec le plomb, l'or se trouvant dégagé du cuivre par l'intermède du soufre, s'uniroit au plomb, qui dans le rôtissage prend le premier sa forme métallique.

La matte ou le *plachmall* privée d'or, sera ensuite cassée en morceaux, rôtie à feu ouvert entre quatre murs, & fondue dans le même fourneau à manche, que l'on aura préparé à l'ordinaire pour cet ouvrage.

Combien de matières d'argent & cuivre tenant or, qui se trouvent tous les jours dans le commerce, que l'on regarde comme ne méritant pas le départ ou la séparation, & que l'on travailleroit avec le plus grand avantage par la voie que je viens de décrire!

On m'objectera, sans doute, que l'on n'a que par petites parties de ces matières aurifères, & que l'on ne pourroit pas pour si peu monter un travail en grand; je réponds que, quoiqu'il fut plus

avantageux pour des Entrepreneurs d'avoir un établissement uniquement à cet usage, & d'acheter les matières ou bien de les y travailler pour le compte des particuliers, à tant le marc; on peut traiter par le procédé ci-dessus aussi-bien 100 marcs, que si on en avoit plusieurs milliers, tout dépend de la grandeur du fourneau, des soufflets & des bassins; car il en est ici de même qu'avec les creusets, on fait le départ de 25 marcs à la fois, ainsi que de 600, & plus la quantité est grande, plus il y a de profit.

Je fus consulté en 1763 pour donner des procédés Métallurgiques, à l'effet de retirer de la pyrite des environs de Saumur de l'argent, que l'on prétendoit y exister, & être volatilisé par l'arsénic, quoique par tous les procédés docimastiques connus je n'y trouvasse pas de fin; cela me fut recommandé par une personne que je respectois trop, pour ne pas tenter toutes les voies Métallurgiques que j'imaginai : j'étois alors aux mines de Saint-Bel. Je fis venir 100 livres de cette pyrite; je construisis un fourneau à manche, qui n'avoit que 18 pouces de hauteur, 8 pouces de profondeur, & 5 pouces de largeur; j'y fis cinq procédés différens avec 10 livres de pyrites à chaque fois, sans y comprendre les additions. Je puis certifier que j'y opérai tout aussi-bien que si j'avois eu des milliers à traiter dans de grands fourneaux; d'où on peut conclure que le procédé ci-dessus peut être mis en usage dans tous les cas.



RÉFLEXIONS SUR LES ARÉOMÈTRES,

Particulièrement ſur les Principes d'après leſquels on peut en faire de comparables;

Avec la deſcription d'Aréomètres d'argent (a), deſtinés à déterminer les peſanteurs ſpécifiques des Eſprits-de-vin & des Eaux-de-vie, & des moyens d'en faire de pareils ou de comparables.

Par M. LE ROY.

Lû le 5 Déc. 1770.

AVANT d'entretenir l'Académie, des Aréomètres que j'ai l'honneur de lui préſenter, il eſt à propos de dire un mot des raiſons qui m'ont déterminé à les faire faire.

On ſait, & M. de Malesherbes le rappela à la dernière Aſſemblée, que les Fermiers généraux demandent depuis long-temps un règlement au ſujet des eaux-de-vie & des eſprits-de-vin, & qu'il eſt queſtion d'avoir des aréomètres qui puiſſent être employés & par les Commis des Fermiers, & par les Commerçans, pour reconnoître avec exactitude la qualité ou plutôt la peſanteur de ces liqueurs, & par-là le droit qu'elles doivent payer.

On tint en conſéquence, au commencement de 1768, pluſieurs aſſemblées à ce ſujet, tant chez M. de Montigny, de cette Académie, que chez M. de Mazières, Fermier général. Vers le mois de Mars, pour obliger le ſieur Germain, Orfévre du Roi, je me rendis avec lui à une de ces aſſemblées, qui ſe tenoit chez M. de Montigny. On parla de ces aréomètres, & ſur ce que j'expoſai de la poſſibilité d'en faire en argent de comparables, & qui puſſent remplir tout ce qu'on demandoit de cet inſtrument pour le

(a) Ces aréomètres ſont à peu près de la forme de ceux de Boyle. *Voyez la figure.*

commerce ; M. de Mazières chargea le ſieur Germain d'en faire faire de cette eſpèce, conformément à mes vues.

Pour ſatisfaire à ce que demandoient les Fermiers généraux, il me parut :

1.° Que l'inſtrument en queſtion devoit être ſimple, commode & portatif :

2.° Qu'il devoit être auſſi mobile qu'il ſe pouvoit relativement à ſon objet, afin que plongé dans le même fluide où dans des fluides différens, il indiquât toujours les mêmes degrés reſpectifs ou à très-peu près dans la même température ; ce qui n'a lieu qu'autant que l'inſtrument a toute la mobilité qu'il peut avoir :

3.° Que pour qu'il eût cette mobilité, il étoit abſolument néceſſaire qu'on ſe bornât à le faire *marquer (b)* dans l'eſprit-de-vin & dans une eau-de-vie fort foible & au-deſſous de la moindre des eaux-de-vie marchandes, mais non dans l'eau toute pure, parce que l'eſprit-de-vin & l'eau diffèrent tellement de peſanteur ſpécifique, qu'un aréomètre ne peut avoir la propriété de *marquer* dans ces deux liqueurs, ſans avoir une échelle ou fort longue ou fort groſſe. Or dans le premier cas l'inſtrument ne peut être portatif à cauſe de la longueur de ſon échelle, & dans le ſecond il ne peut avoir la mobilité néceſſaire, à cauſe de ſa groſſeur :

4.° Enfin que cet inſtrument fût comparable, c'eſt-à-dire que l'Orfévre en ayant fait faire un, deux, trois, conformément à mes vues, il pût en faire faire enſuite dix, vingt, trente, quarante, &c. tous pareils, ou indiquant le même degré pour la même liqueur, dans la même température.

C'eſt en conſéquence de ces différentes conditions auxquelles il me parut que ces aréomètres devoient ſatisfaire, que l'on a conſtruit ceux qui ſont ſous les yeux de l'Académie. M.rs de Montigny *(c)*,

(b) J'emprunte cette expreſſion des perſonnes qui ſe ſervent d'aréomètres pour reconnoître la peſanteur des eaux-de-vie & des eſprits-de-vin, parce qu'elle me paroît déſigner aſſez bien la propriété de ces inſtrumens, relativement aux différentes liqueurs dont ils peuvent indiquer les peſanteurs ſpécifiques, par leurs diviſions, en n'entrant ni trop, ni trop peu dans ces liqueurs.

(c) Ce ſont ceux dont parle cet Académicien, dans ſon Mémoire ſur les Aréomètres, *année 1768, p. 458,* ſur lequel j'aurai occaſion de faire quelques obſervations dans la ſuite.

Macquer & plusieurs autres Académiciens les ont vus chez moi dans l'été de 1768, ainsi que M. Aublin, Employé dans les Fermes; ils ont été divisés dans le même temps par M. Canivet: enfin l'un de ces aréomètres est resté chez M. Baumé plus d'un an, ayant été employé chez lui l'année passée à faire des expériences en comparaison avec les siens, comme M. Macquer peut facilement se le rappeler.

Après ce détail qui m'a paru nécessaire pour faire connoître, non-seulement l'usage auquel ces aréomètres sont destinés & les vues que j'ai eues dans leur construction, mais encore le temps où ils ont été faits *(d)*; il faut entrer en matière & exposer les principes sur lesquels, si cela se peut dire, la *comparabilité* de ces sortes d'instrumens est établie. Cette exposition servira à faire comprendre plus facilement ce que je dirai dans la suite, relativement aux différentes méthodes d'en faire qui soient comparables.

Dans les aréomètres il faut considérer deux choses, le volume & le poids; ils ne peuvent être comparables, que les volumes déterminés ou indiqués par les degrés de leur échelle qui sont censés se correspondre, que ces volumes, dis-je, ne soient entr'eux respectivement comme les poids de ces aréomètres. Cela est évident, car les liqueurs étant chacune en particulier censées homogènes, les poids de leurs volumes sont toujours comme ces volumes, *& vice versâ;* ainsi toutes les fois que des aréomètres indiqueront par leurs divisions correspondantes des volumes qui seront entr'eux comme les poids respectifs de ces aréomètres, ces instrumens seront comparables, dans toute la rigueur du mot, puisque ces divisions correspondantes exprimeront toujours de la même manière la relation entre le poids & le volume de la liqueur dans laquelle ils

(d) Je n'aurois peut-être jamais fait voir ces instrumens à l'Académie, n'y attachant pas assez d'importance pour l'en occuper; mais les sieurs Péron & Cartier étant venus quelques jours auparavant présenter à la Compagnie des aréomètres pour les eaux-de-vie & les esprits-de-vin, qu'ils disoient être comparables & avoir été faits par une méthode sûre & générale, sur laquelle ils gardoient le secret; je me crus obligé, non-seulement de montrer à l'Académie des aréomètres comparables destinés au même usage, & que j'avois fait faire plus de deux ans auparavant; mais encore d'exposer les différentes méthodes de faire des instrumens qui aient cette propriété, & dont l'une entr'autre est aussi sûre & aussi générale qu'on puisse l'espérer.

seront

seront actuellement plongés. Or ce principe une fois établi, toute la théorie de la *comparabilité* des aréomètres est fort facile à en déduire; car il est clair que pour faire des aréomètres comparables il ne faut que les graduer de manière que les volumes qu'ils occupent dans les liqueurs, marqués par leurs degrés correspondans, soient toujours comme leurs poids respectifs. De-là toutes les méthodes, par lesquelles on pourra déterminer sur leurs échelles, deux points où les volumes indiqués aient la même relation que les poids respectifs de différens aréomètres, fourniront des moyens de diviser ces échelles en parties similaires, de façon que les degrés qu'elles indiqueront se correspondront parfaitement dans les mêmes liqueurs. Ainsi, par exemple, si l'on prend deux aréomètres & qu'on les plonge dans deux liqueurs différentes, en sorte que dans l'une ils s'enfoncent presque jusqu'au haut de leurs tiges, & dans l'autre qu'ils n'y entrent que vers le commencement, & qu'on marque ensuite sur chacune de ces tiges ces points d'enfoncement; on aura en divisant dans le même nombre de parties, l'intervalle qui sépare respectivement ces deux points; on aura, dis-je, deux aréomètres comparables. Cela est clair, car lorsqu'on marquoit les points respectifs de ces enfoncemens dans les différentes liqueurs, il est bien constant que les volumes déplacés dans ces liqueurs, se trouvoient alors respectivement comme les poids de ces aréomètres, puisqu'ils restoient tranquilles; or en ajoutant ou en retranchant des volumes occupés dans ces deux différens points, des parties similaires des échelles, la proportion entre les poids & les nouveaux volumes indiqués restera toujours la même; donc ces instrumens seront comparables dans tous les points de leur échelle.

On parviendra encore au même but, c'est-à-dire, à déterminer un second point sur chacune des échelles, où les volumes soient encore en proportion des pesanteurs des aréomètres, en substituant de petits poids, à la plus légère des liqueurs.

En effet, si au lieu d'avoir plongé ces instrumens dans cette dernière liqueur, on les eût chargés dans la première de poids qui eussent été entr'eux comme les différentes pesanteurs de ces aréomètres, & qui les eussent fait enfoncer respectivement, autant qu'ils s'enfonçoient dans la liqueur la plus légère; on auroit

trouvé pareillement un point ſur chacun de ces aréomètres; d'où diviſant, comme ci-devant, on auroit eu encore des aréomètres comparables. Il eſt preſque inutile d'ajouter que ſi ces inſtrumens s'étoient trouvés de la même peſanteur, les petits poids ſe ſeroient trouvés égaux.

La méthode que je viens d'expoſer pour faire des aréomètres comparables, eſt ſi ſimple, & en même-temps d'une application ſi étendue, qu'on peut s'en ſervir encore pour reconnoître ou établir la proportion entre les diviſions de différens aréomètres, qui correſpond à leurs peſanteurs reſpectives, & par-là les rendre comparables.

Il ſuffit pour cela que leurs poids ſoient connus, & qu'ils ſoient de nature à pouvoir marquer dans les mêmes liqueurs. En effet, ſuppoſons pour un moment deux aréomètres, dont les peſanteurs reſpectives ſoient dans la raiſon de 18 à 20, & que la tige de l'un ſoit diviſée en 90 parties, & celle de l'autre en 100, & qu'on les plonge ſucceſſivement dans la même liqueur; que le premier s'y enfonce de quatre de ſes diviſions, & le ſecond de ſix; qu'on les mette enſuite dans une nouvelle liqueur beaucoup plus légère que la première, en ſorte que le premier aréomètre y deſcende juſqu'au 80.me degré de ſa diviſion, & le ſecond juſqu'au 90.me; ces inſtrumens reſtant tranquilles dans ces liqueurs à ces différentes immerſions; il s'enſuit, comme nous l'avons dit plus haut, que les points marqués reſpectivement par leur échelle dans ces liqueurs, indiquent des volumes qui ſont en proportion de leur poids; or il eſt évident que les différences reſpectives des enfoncemens de ces aréomètres dans ces deux liqueurs, qui ſont pour le premier de 76 & le ſecond de 84, il eſt évident, dis-je, que ces différences ſont dans la raiſon des poids des aréomètres, & par conſéquent qu'on pourra toujours s'en ſervir pour régler le rapport des diviſions de ces inſtrumens qui établit leur *comparabilité.* Tout cela eſt aſſez facile à comprendre, pour que nous ne nous y arrêtions pas davantage.

Je viens de donner une idée générale des différentes manières de faire des aréomètres comparables en ce ſens, qu'au moyen des aréomètres diviſés ſelon la méthode que j'ai donnée, ou des

liqueurs mêmes qui ont ſervi à former leur graduation, on pourra en faire de ſemblables; mais les perſonnes qui n'auroient pas ces aréomètres, ou ces liqueurs, ne pourroient pas en faire de comparables, & en ce ſens cette manière de faire des aréomètres dont les diviſions ſe correſpondent, n'eſt pas générale dans toute l'étendue du mot.

Pour y parvenir par une méthode qui ait cet avantage, tellement que tout le monde en puiſſe faire de ſemblables en leur annonçant la manière d'y procéder, on peut employer deux ſortes de moyens; 1.° ſe ſervir de deux différentes liqueurs, comme nous l'avons dit (pour marquer les deux points néceſſaires pour la diviſion de leurs tiges), qui ſoient de telle nature, qu'on puiſſe s'en procurer de ſemblables ou d'identiques; 2.° employer une ſeule liqueur, pour avoir le premier terme de la diviſion, comme l'eau diſtillée, par exemple, & obtenir le ſecond en chargeant l'aréomètre de petits poids connus, comme nous l'avons déjà indiqué, qui le faſſe enfoncer de la quantité requiſe.

Quant au premier moyen, il faut avouer qu'on ne peut guère l'employer avec ſûreté, par la grande difficulté de ſe procurer deux liqueurs dont on puiſſe tellement conſtater la nature & le degré de pureté ou de rectification, qu'un tiers ait la poſſibilité d'en avoir de parfaitement identiques. Il eſt vrai qu'on peut s'aider dans cette détermination de leur poids dans une meſure connue: mais ce n'eſt pas une choſe facile que d'avoir deux meſures parfaitement les mêmes, & encore d'avoir avec une exactitude ſuffiſante la quantité de liquide qu'elles contiennent. L'eau diſtillée, il eſt vrai, peut diminuer la difficulté en l'employant comme l'une de ces liqueurs, ſa peſanteur ſpécifique étant aſſez conſtante, mais il reſte toujours à trouver la ſeconde liqueur, ce qui n'eſt rien moins que facile. On ne peut s'aſſurer bien exactement du degré de rectification des eſprits-de-vin; & ſi l'on vouloit avoir recours à une liqueur qui donnât un terme au-deſſous de l'eau diſtillée, on n'y trouveroit pas moins de difficulté. M. Baumé a propoſé dans ſa Pharmacie *(e)* une manière de graduer un pèſe-liqueur, en prenant pour premier terme de la diviſion ou zéro, le point où s'enfonce

(e) Élémens de Pharmacie, *deuxième édition, page 468.*

un aréomètre dans une liqueur composée de neuf parties d'eau pure & d'une partie de sel marin purifié & bien sec, & pour second terme le point où cet aréomètre se plonge dans l'eau distillée; & divisant ensuite cet espace en dix parties, en former les degrés de l'échelle, &c. Mais on sent combien il est difficile de s'assurer que le sel marin dissous dans cette eau soit toujours pur & bien exactement séché au même degré, & par conséquent que le premier terme de cette graduation soit bien constant. Cette circonstance est cependant d'autant plus nécessaire, que l'intervalle entre ce terme & celui de l'eau distillée n'est pas fort considérable, leurs pesanteurs spécifiques n'étant que dans le rapport à peu près de 1103 à 993.

On voit par tout ce que je viens de dire l'extrême difficulté d'avoir des liqueurs parfaitement identiques dans leur espèce, ou qu'on puisse indiquer comme telles aux personnes qui voudroient les employer; d'où il résulte qu'il sera toujours très-difficile de faire des aréomètres bien exactement comparables (en prenant ce mot dans toute sa généralité), lorsqu'on divisera leur échelle au moyen de deux points déterminés, par la différence de leurs enfoncemens dans deux liqueurs indiquées.

La plus sûre méthode pour y réussir, est d'employer le second moyen dont nous avons parlé, savoir, de se servir d'eau distillée, dont la pesanteur est supposée constante, pour avoir le premier terme de la graduation, & de déterminer ensuite le second au moyen de petits poids, égaux, si les aréomètres sont de la même pesanteur; & proportionnés à leur poids, s'ils sont différens, comme nous l'avons suffisamment expliqué plus haut. Car par-là dans la graduation de l'échelle, on n'aura que la petite erreur qui peut résulter de la différence dans l'eau distillée, qu'on regarde comme insensible; ou, si l'on emploie une autre liqueur à la place de cette eau, pour déterminer le premier terme, on n'aura à craindre que la moitié de l'erreur qu'on auroit en employant deux liqueurs dans cette graduation *(f)*.

Au reste, ce dernier moyen, quoique le meilleur sans contredit,

(f) On a toujours supposé dans tout ce qu'on a dit ici, que la température étoit la même dans ces différentes déterminations.

ne laiſſe pas que de comporter encore des difficultés; & deux perſonnes qui ne ſe ſeront jamais communiquées ni les liqueurs qu'elles emploient pour diviſer leurs aréomètres, ni ces mêmes aréomètres, auront toujours de la peine à en conſtruire dont les diviſions ſe rapportent très-exactement. Il en eſt ici à peu près de même que dans les thermomètres, qui lorſqu'ils n'ont pas été faits d'après un même thermomètre, ſervant de modèle, diffèrent ſouvent entr'eux quoique ſoigneuſement gradués par la même méthode.

Quoi qu'il en ſoit, cette extrême généralité dans la manière de faire des aréomètres comparables, n'eſt pas auſſi importante pour le Commerce qu'on pourroit ſe l'imaginer; car ſi on ſuppoſe qu'un homme ſoit chargé par le Gouvernement d'en faire qui ſoient comparables, afin d'indiquer d'une manière conſtante la qualité des eaux-de-vie & des eſprits-de-vin par leur peſanteur, il lui ſera toujours facile d'y réuſſir, rien n'étant plus aiſé que d'avoir pluſieurs étalons qui lui ſervent en même temps de comparaiſon, & de moyens pour reconnoître l'identité, ou la non-identité des liqueurs qu'il emploie pour graduer ſes aréomètres.

Et quant aux particuliers, peu leur importe que l'aréomètre qu'on leur préſente ait été gradué par une méthode générale ou non, lorſqu'ils ne la connoiſſent pas; il leur ſuffit que la graduation ſoit conſtatée juridiquement, & que comparé à d'autres de la même eſpèce, il indique les mêmes degrés pour les mêmes liqueurs, afin que ces perſonnes ſachent reconnoître, au moyen de cet inſtrument, leur peſanteur, & en conſéquence leurs qualités & les droits qu'ils doivent payer. Mais en voilà aſſez ſur ce ſujet.

Il faut, après avoir expoſé les différentes méthodes de faire des aréomètres comparables, paſſer à la deſcription de ceux qui ſont devant l'Académie, & rapporter les moyens qui ont été employés pour les faire, de manière qu'ils aient cette propriété.

Ayant déterminé les dimenſions de l'œuf *(e)* & de l'échelle ou de la tige de ces aréomètres, j'en fis faire un en conſéquence; & pour qu'il le fût avec toute la préciſion poſſible, l'œuf compoſé de deux parties fut tourné ſur un mandrin & calibré de la

(e) J'ai donné ce nom à cette partie de l'aréomètre, à cauſe de ſa forme ovoïde. *Voyez la Figure.*

même épaiſſeur, la tige creuſe formée d'une lame d'une épaiſſeur donnée, fut tirée à la filière pour qu'elle fût bien cylindrique & exactement du même diamètre par-tout.

Cet aréomètre fini, on fit le ſecond, en donnant autant qu'on le put, les mêmes dimenſions & les mêmes épaiſſeurs à l'œuf & à l'échelle. Pour cet effet, on tourna les deux parties de l'œuf ſur le même mandrin, en leur ménageant la même épaiſſeur, & on donna pareillement à la lame formant la tige, la même épaiſſeur qu'à la première, & on la tira à travers du même trou de la même filière. Ces deux aréomètres étant leſtés à peu près avec la même peſanteur de leſt, j'en plongeai un que je nommerai *A*, dans une liqueur qui étoit une eau-de-vie fort affoiblie ou fort au-deſſus du poids ordinaire de cette liqueur, & dans laquelle l'aréomètre ne devoit entrer que juſqu'au pied de l'échelle, ayant déterminé auparavant par des calculs, qu'un volume de cette liqueur, occupé par l'œuf, devoit peſer à peu près le poids total de l'aréomètre. Cette opération faite, je marquai ſur la tige le point où il s'enfonçoit, qui ſe trouva un peu plus haut que l'endroit où l'échelle tient à l'œuf. Je mis enſuite cet aréomètre dans de l'eſprit-de-vin bien rectifié de M. Cadet, de cette Académie, & je marquai de même vers le haut de l'échelle le point où ſon enfoncement répondoit. Je plongeai de même, & à la même température, le ſecond aréomètre, que j'appelle *B*, dans la première liqueur, il ſe trouva qu'il n'entroit pas tout-à-fait juſqu'au collet; mais après avoir fait racler un peu l'œuf, il s'enfonça davantage dans la liqueur, & entra juſqu'au point requis. Je le mis enſuite comme l'autre dans l'eſprit-de-vin de M. Cadet, & je marquai le point de ſon enfoncement dans cette liqueur. Ces deux points établis reſpectivement ſur chacun de ces aréomètres, je les portai chez M. Canivet, pour qu'il diviſât l'intervalle, qui les ſéparoit reſpectivement, en ſoixante parties égales. Cette diviſion ayant été faite, je les plongeai ſans aucune autre préparation, dans différens mélanges d'eſprit-de-vin & d'eau, dans différentes eaux-de-vie, & j'eus la ſatisfaction de voir qu'ils s'accordoient avec beaucoup de préciſion: l'Académie peut en juger par la manière dont ils ſe correſpondent aujourd'hui, qu'il y a plus de deux ans qu'ils ſont faits. L'aréomètre que j'ai

appelé *B*, a été un peu sali par une liqueur dans laquelle il a trempé, & qui a obligé de le nettoyer ; cependant on va voir la précision avec laquelle il s'accorde avec l'aréomètre *A (g)*.

Les moyens qu'on a pris pour les faire semblables en dimensions & en poids, ont si bien réussi, que l'un pèse 1947 grains $\frac{1}{2}$, & l'autre 1944; de façon qu'ils ne diffèrent que de 3 grains $\frac{1}{2}$ sur près de deux mille.

Je prie l'Académie de considérer de plus que ceci n'est qu'un essai, & qu'un homme qui en auroit fait plusieurs, & qui y seroit stilé, acquerroit bientôt le moyen de les faire facilement & en peu de temps ; mais il faut dire quelque chose de plus détaillé sur la fabrication de ses instrumens, on voit qu'elle dépend de deux choses, & de la manière de les fabriquer, proprement dite, & de celle de les graduer. Pour les faire facilement du même volume & du même poids, il faut ajouter à ce que j'ai dit sur la fabrication de l'œuf, qu'il faut avoir un moule dans lequel on fasse entrer chaque partie de l'œuf, de manière qu'on puisse s'assurer par-là & par le mandrin, qu'ils ont la même forme intérieurement & extérieurement, & aussi qu'ils sont de la même épaisseur; par-là on sera assuré que les deux moitiés de l'œuf, soudées & réunies ensemble, formeront le même volume & le même poids. Quant à l'échelle, ce que j'en ai déjà dit suffit pour les graduer ; on prendra un esprit-de-vin bien rectifié, & on le mêlera avec une quantité d'eau distillée, de façon qu'il en résulte un mélange qui donne une liqueur plus lourde ou plus pesante que la plus commune des eaux-de-vie. On plongera les aréomètres dans cette liqueur, ils s'y enfonceront un peu au-dessus du collet ou du point de réunion de l'échelle & de l'œuf; il faut observer qu'il est nécessaire que ce point d'immersion soit à quelque distance du collet, pour que s'il se trouve quelque différence dans les poids de ces aréomètres, cet intervalle serve comme de remède pour faciliter leur graduation: on suppose ici qu'on veut les faire à peu près de la même grandeur; ensuite on plongera ces aréomètres dans le même esprit-de-vin dont je viens de parler, ou un autre, car cela est égal, & ayant

(g) L'expérience en fut faite sur le champ, & toute la Compagnie vit avec quelle justesse les mêmes degrés de ces instrumens se répondoient dans les mêmes liqueurs,

marqué ce ſecond terme ou le point où ils s'enfoncent dans cette liqueur, on diviſera l'intervalle qui ſépare ces deux points dans un nombre de parties égales, à volonté. Ces aréomètres ainſi fabriqués & ainſi gradués, ſeront de toute néceſſité comparables dans toutes les liqueurs où on les plongera : au lieu de cet eſprit-de-vin, on auroit pu déterminer le ſecond point par un petit poids, comme nous l'avons dit. On voit évidemment que cette méthode s'étend à des aréomètres de toutes grandeurs, plus petits ou plus grands que ceux que nous venons de décrire; & que pourvu qu'ils marquent dans les mêmes liqueurs, on pourra toujours les graduer de manière qu'ils ſoient comparables à ceux-ci.

En décrivant ces aréomètres, je n'ai point parlé des raiſons qui m'ont déterminé à leur donner la forme qu'ils ont, afin de ne point interrompre ce que j'avois à dire ſur la manière de les faire & de les graduer; cependant cet article eſt aſſez important pour mériter que nous nous y arrêtions. J'ai fait obſerver au commencement de ce Mémoire, combien il eſt néceſſaire qu'ils aient la plus grande mobilité; or c'eſt un objet qu'on ne peut remplir qu'autant que la figure de la partie qui porte l'échelle eſt régulière, & d'une forme à produire la moindre réſiſtance dans les mouvemens d'aſcenſion ou de deſcenſion de l'inſtrument, dans les liqueurs. En effet, ſans cela, quelqu'attention que vous ayez dans la conſtruction & la graduation de votre inſtrument, il vous induira fréquemment en erreur, en ne revenant pas, ou ne s'enfonçant pas au même point, dans la même liqueur; j'inſiſte d'autant plus là-deſſus, que c'eſt une choſe à laquelle on ne fait pas aſſez d'attention, & qui ajoute beaucoup à l'imperfection de ces inſtrumens. On en voit dont le plus grand diamètre ne ſe trouve pas au milieu du flotteur, de façon que ſi l'aréomètre tend à ſe mouvoir d'un ſens, il éprouve plus de réſiſtance que s'il ſe meut de l'autre; ce qui fait qu'il indique différens degrés ſelon qu'on l'enfonce au-deſſus ou au-deſſous du point où il doit revenir. J'ai ſoigneuſement évité cet inconvénient dans mes aréomètres; l'on voit *(h)* que le plus grand diamètre ſe trouve préciſément au milieu de la hauteur du flotteur, & j'ai eu ſoin pareillement qu'ils éprouvaſſent le moins de réſiſtance dans leur

(*h*) Voyez *la Figure*.

mouvement,

mouvement, en leur donnant la forme ou à peu près, du solide produit par la révolution de la chaînette; aussi qu'on lâche ces aréomètres dans une liqueur au-dessus ou au-dessous du point où ils doivent s'arrêter, ils y reviennent toujours avec exactitude. Enfin je dois observer qu'on leur a donné une espèce de *douci*, pour qu'ils n'aient pas ce *gras* qu'on observe sur certains métaux polis, & qui auroit nui à l'exactitude de ces instrumens, en diminuant leur mobilité & les empêchant de revenir au même point.

ADDITION AU MÉMOIRE PRÉCÉDENT.

LORSQUE je lûs ce Mémoire à l'Académie, celui de M. de Montigny, que j'ai cité *page 525*, n'étoit pas encore imprimé, autant que je puisse m'en souvenir; mais ce Mémoire ayant paru depuis, & M. de Montigny y faisant quelques objections contre mes aréomètres, je me trouve obligé d'y répondre, & de faire voir qu'elles ne sont pas fondées.

Cet Académicien observe que « mes aréomètres ont deux inconvéniens; le premier, que les divisions deviendroient trop « inégales & les sous-divisions impossibles pour toutes les liqueurs « qui contiendroient beaucoup d'eau & peu d'esprit-de-vin, une « partie de l'œuf qui forme le corps de l'aréomètre, nageant toujours « au-dessus de ces liqueurs foibles. «

Le second, que ces aréomètres deviendroient beaucoup trop « chers, par les soins & les attentions scrupuleuses qu'ils exigent « dans leur construction, & cela pour approcher d'un degré de pré- « cision que nous devons regarder comme superflu, relativement « aux besoins du commerce. »

Je réponds, 1.° que le premier inconvénient ne peut en aucune façon avoir lieu dans ces aréomètres, considérant l'objet auquel ils sont destinés, & *que ces divisions & ces sous-divisions pour des liqueurs qui contiendroient beaucoup d'eau & peu d'esprit-de-vin* me deviennent absolument inutiles.

En effet, j'ai dit & prouvé dans le commencement de ce Mémoire, que ces instrumens ne doivent pas avoir la propriété de *marquer* dans l'eau & dans l'esprit-de-vin, parce qu'il en résulteroit

néceſſairement que leur échelle ſeroit ou trop longue ou trop groſſe, & dans le premier cas que l'inſtrument ne ſeroit plus portatif, & dans le ſecond qu'il n'auroit pas toute la mobilité requiſe; il s'enſuit donc qu'ils devoient être conſtruits de manière *qu'une partie de l'œuf qui forme le corps de l'aréomètre, nageât toujours au-deſſus des liqueurs foibles*, c'eſt-à-dire, car cela mérite explication, de toutes celles qui ſont beaucoup plus peſantes que les eaux-de-vie les plus communes; toutefois en *marquant* dans ces dernières. Or dès qu'ils en ont la propriété, ils ont, comme je l'ai déjà fait voir, tout ce qu'il faut pour le commerce, puiſqu'on eſt en état d'eſſayer avec ces inſtrumens toutes les eaux-de-vie marchandes, & même de beaucoup plus foibles. Il faut le dire, en paſſant, on tient beaucoup trop, & dans les Sciences même, aux premières formes des choſes. Quand on commença à ſe ſervir du pèſe-liqueur dans la Phyſique, on voulut qu'il pût indiquer les peſanteurs de toutes ſortes de liqueurs; & comme l'eau eſt celle qui eſt la plus commune, il fallut qu'on y rapportât toutes les autres, & conſéquemment que ſa peſanteur fût indiquée par l'échelle de ces pèſe-liqueurs; il fallut donc qu'il y eût un grand rapport de volume entre ſa boule & ſa tige, & pour cela que cette tige fût fort longue ou fort groſſe; & il en réſulta les inconvéniens dont nous venons de parler. On n'aura donc des pèſe-liqueurs bien mobiles, & par conſéquent capables de donner de très-petites différences, qu'autant qu'ils ſeront conſtruits uniquement pour les liqueurs particulières auxquelles leur uſage eſt deſtiné; il faut donc que les pèſe-liqueurs pour les eaux-de-vie & les eſprits-de-vin ne marquent que dans ces liqueurs, afin qu'ils aient toute la perfection dont ils ſont ſuſceptibles. En effet, de quelle utilité peut-il être pour le Commis du Fermier ou pour l'Épicier, de ſavoir par ſon aréomètre, qu'une certaine liqueur contient huit parties d'eau ſur une d'eſprit-de-vin, lorſque le premier n'aura jamais de droits à exiger ſur une pareille liqueur, & que le ſecond n'en vendra jamais une ſemblable? Mais il ne leur eſt pas indifférent d'avoir un inſtrument qui leur indique promptement, ſûrement & nettement la peſanteur de la liqueur dont ils veulent ſavoir la qualité. Ainſi je crois qu'il ſuffit de cette obſervation pour répondre à l'excès de préciſion que

M. de Montigny ſuppoſe que j'ai donné à mes aréomètres; & je ſuis aſſuré, comme je l'ai déjà dit, que des ouvriers ſtilés à en faire, les donneront à un prix tout auſſi modique que la choſe peut le comporter. Au reſte, M. de Montigny convient que mes aréomètres peuvent ſe diviſer par ſa méthode; & en effet rien n'eſt plus facile, mais je dois ajouter que cette méthode, qui n'eſt pas aiſée dans la pratique, n'eſt point du tout néceſſaire, & qu'on peut aiſément s'en paſſer; car il ſuffit d'avoir une fois pour toutes établi le rapport entre les diviſions de l'échelle d'un aréomètre dont on ſera convenu, & les peſanteurs des différentes liqueurs compoſées de parties d'eau & d'eſprit-de-vin, ſelon les proportions que cet Académicien a données, ou toutes autres, pour avoir des aréomètres qui faſſent connoître enſuite, avec toute l'exactitude & la préciſion poſſible, la conformité ou la différence des liqueurs qu'on eſſaye, avec celles dont les degrés de l'aréomètre annoncent la compoſition.



OBSERVATION SUR LES MINES EN GÉNÉRAL, ET PARTICULIÈREMENT SUR CELLES DE LA PROVINCE DE CORNWALL EN ANGLETERRE.

Par M. JARS.

4 & 6 Avril 1770.

L'UTILITÉ de l'exploitation des Mines dans un État quelconque, eſt tellement reconnue, que je n'entreprendrai point d'entrer dans un détail à cet égard; je me contenterai de dire qu'après l'Agriculture, on peut regarder l'exploitation des Mines comme la branche d'induſtrie la plus importante & la plus utile aux hommes. Nous connoiſſons des peuples entiers qui ne ſont chauffés qu'avec le charbon de terre; & nous ſavons qu'il n'y a pas un ſeul Art où les métaux, les ſoufres, les vitriols, les bitumes & les ſels n'entrent pour quelque choſe. Les Mines offrent enfin une ſource inépuiſable de découvertes intéreſſantes pour l'Hiſtoire Naturelle, la Phyſique, la Chimie & la Métallurgie. Nous ne pouvons pas douter que nous n'ayons des montagnes en France qui renferment des mines en auſſi grande abondance que celles des États de nos voiſins. Nous trouvons dans pluſieurs provinces des veſtiges des mines qui y ont été exploitées anciennement; mais cette branche d'induſtrie a tellement été négligée depuis pluſieurs ſiècles, qu'il n'y a que très-peu de ces entrepriſes qui ſoient actuellement en activité en France; il n'y a que celles où les Entrepreneurs ont fait une étude particulière de ce genre de travail, qui aient réuſſi d'une manière à en continuer avantageuſement l'exploitation.

Dans les vues de rendre à la France une branche de commerce ſi utile & ſi importante, le Miniſtère a fait voyager en différens temps pluſieurs perſonnes dans les pays ſeptentrionaux de l'Europe;

il y a quelques années qu'il me fit l'honneur de jeter les yeux ſur moi. Pénétré de reconnoiſſance & animé du zèle le plus ardent pour tout ce qui peut être avantageux à ma patrie, j'ai fait avec toute l'exactitude dont j'ai été capable, des obſervations ſur toutes les parties qui dépendent de l'exploitation des mines; j'oſe me flatter d'avoir déjà fait reſſentir la France, non-ſeulement de quelques-unes des connoiſſances que j'ai puiſées chez l'Étranger, mais encore de quelques nouvelles découvertes que j'ai faites. L'Académie a bien voulu donner ſon approbation à pluſieurs de mes Mémoires ſur l'Hiſtoire Naturelle, la Phyſique & la Métallurgie; c'eſt dans l'intention de mériter de plus en plus ſon ſuffrage, que je me propoſe de lui communiquer un très-grand nombre d'obſervations que j'ai faites dans les mines les plus remarquables en tout genre qu'il y ait en Europe.

Les veines minérales varient dans preſque tous les pays, ſoit par la nature du minéral, ſoit auſſi par celle des matières qui l'accompagnent, & par le rocher qui les renferme: ces obſervations feront l'objet de pluſieurs Mémoires; je paſſerai enſuite aux moyens que l'on met en uſage dans chaque pays pour l'extraction des minéraux, relativement à la diſpoſition des veines, filons ou couches minérales; je décrirai les moyens dont on ſe ſert pour étançonner les ſouterrains & donner de la ſûreté aux ouvrages, ce que l'on peut nommer l'*architecture ſouterraine;* je détaillerai enſuite tout ce qui fait l'objet de l'écoulement & épuiſement des eaux hors des mines, ainſi que la manière dont on retire le minéral des ſouterrains; je ferai un détail des différentes méthodes de trier, bocarder & laver les minéraux; je décrirai leur rôtiſſage ou grillage, leur fonte, la ſéparation des métaux qui y ſont contenus, & leur raffinage ou purification; à quoi j'ajouterai mes obſervations ſur les différens procédés que j'aurai décrits; je dirai quels ſont ceux que je trouverai les meilleurs, & les changemens que je croirai néceſſaires d'y faire, relativement aux principes de Chimie & de Métallurgie & à la grande expérience que j'ai été à même d'acquérir dans cette partie.

Je commencerai par les mines d'étain, comme étant celles qui ſont les moins connues en France, puiſque juſqu'à préſent on n'en

a encore découvert aucune; trop heureux ſi les obſervations que je vais rapporter pouvoient donner lieu à quelques recherches fructueuſes dans le Royaume! & comme la province de Cornwall en Angleterre eſt celle qui juſqu'à préſent a fourni le plus d'étain à l'Europe, je décrirai d'abord les mines de cette province; je laiſſerai pour un autre Mémoire à parler de celles de la Saxe & de la Bohème, je traiterai alors en même temps des différentes méthodes de laver & fondre ces minéraux.

OBSERVATIONS faites en Angleterre ſur les mines d'Étain & de Cuivre de la province de Cornwall.

La province de Cornwall eſt une eſpèce de péninſule ou preſqu'île qui forme une langue de terre dans la direction de l'eſt à l'oueſt, ſituée dans la partie occidentale de l'Angleterre.

Cette province joint celle de Devonshire où l'on a exploité anciennement une grande quantité de mines d'étain; elles ſont de peu de conſéquence aujourd'hui, & elles n'ont jamais été auſſi abondantes que celles de la partie occidentale de la province de Cornwall. Ces deux provinces ſont limitrophes; à leur point de réunion, ainſi que fort avant de chaque côté, elles ſont compoſées de montagnes fort élevées, dans leſquelles on a exploité quelques mines; les rochers qui les compoſent ſont ſemblables à ceux du reſte de la province de Cornwall dont il ſera parlé ci-après, mais en allant à l'oueſt de cette province, les montagnes diminuent beaucoup de hauteur & ne forment plus entr'elles que des collines & des vallons fort agréables; c'eſt cependant dans cette partie de la province où les veines minérales ſont les plus multipliées & les filons les plus abondans. J'obſerverai à cette occaſion qu'en général j'ai remarqué que les mines les plus abondantes ne ſe trouvoient pas dans les montagnes les plus élevées, mais dans ce qu'en termes de Mineurs on nomme *demi-montagnes*, c'eſt-à-dire des montagnes dominées par d'autres plus élevées.

En allant dans la partie occidentale de la province de Cornwall, peu après avoir paſſé la ville de Bodmin d'un côté, & celle de Loſtwithiel de l'autre, on rencontre preſque par-tout des mines

jusqu'à l'extrémité de ladite province, nommée *Landsend;* ce qui fait une étendue de soixante milles de longueur ou vingt lieues de France.

Cette province a été, depuis les temps les plus reculés, très-renommée pour ses mines d'étain; elle l'est aujourd'hui presque autant pour ses mines de cuivre, comme on le verra par la suite; on y a travaillé quelques mines de plomb & une de cobolt, mais sans succès.

On distingue en fait de mines d'étain deux espèces différentes d'exploitation, celle des *streams-work* & celle des filons; il y en a encore une troisième & qui participe des deux, comme on le verra ci-après: je traiterai d'abord des *streams-work*, mais pour rendre mes observations plus intéressantes & plus utiles, il sera nécessaire dans certains cas, que j'entre dans quelques détails de l'exploitation.

EXPLOITATION de mines d'Étain, nommées Streams-work.

Dans les environs de la ville de Saint-Austle, dans la province de Cornwall, on a travaillé anciennement beaucoup de mines d'étain; mais il y en a peu d'exploitées aujourd'hui. Les travaux les plus considérables consistent à laver les terrains qui sont dans le fond des vallons, & à en retirer des morceaux de minéral d'étain, dont les angles sont arrondis, & qui paroissent avoir été roulés par les eaux; on en trouve principalement dont la grosseur tient le milieu entre le gravier & le sable: ces minéraux sont répandus dans les terres des vallons sur de très-grandes étendues; on prétend dans le pays que cet accident doit son origine au temps du déluge, & que ces morceaux de minéral ont été détachés alors des filons mêmes. Il me paroît bien plus vraisemblable de croire qu'ils doivent leur origine à d'anciennes mines, & que ce n'est autre chose que les déblais de ces mines qui ont été chariés par les eaux dans le fond des vallons. Il est vrai que l'on observe que quoique l'on reconnoisse d'anciennes mines sur les hauteurs de ces vallons, il est nombre de ces endroits où on n'en reconnoît pas du tout; mais je crois qu'il est très-possible qu'il y en ait dont les traces n'aient

pas encore été découvertes; cependant il y a toujours des filons ſur ces hauteurs dont le minéral eſt de la même nature que celui que l'on rencontre dans le bas : ces minéraux ſont de la même eſpèce que ceux qui ſeront décrits dans la ſuite de ce Mémoire. Quoiqu'il ſoit poſſible que les eaux des gros orages puiſſent détacher quelque choſe des filons, d'autant mieux qu'il eſt commun à ceux d'étain d'avoir du minéral juſqu'à la ſurface de la terre, & qu'il y en a ſur-tout dans ces cantons-là d'une eſpèce dont le rocher eſt très-tendre, comme je le dirai ci-après; cependant il me paroît comme impoſſible qu'elles en aient pu charier une auſſi grande quantité. Pour ſoutenir mon ſentiment, j'obſerverai qu'il y a toute apparence, & on le voit même par les vieilles mines, que les Anciens travailloient moins avantageuſement les mines que l'on ne le fait aujourd'hui, qu'ils négligeoient & jetoient dans les déblais beaucoup de bon minéral; peut-être auſſi qu'anciennement il y avoit une moindre conſommation d'étain, & que l'on en retiroit une plus grande quantité que l'on n'en pouvoit vendre; & comme les mines n'étoient pas profondes alors, & coûtoient peu d'exploitation, on ne fondoit, ſans doute, que le meilleur minéral. Quoi qu'il en ſoit, je ſuis perſuadé, d'après ce que j'ai vu dans les comtés de Cumberland & de Northumberland en Angleterre, que ſi l'on continue à y travailler les mines de plomb, comme je le rapporterai dans un autre Mémoire, on aura dans un ſiècle ou plus des *Streams-work* en minéraux de plomb, ſemblables à ceux d'étain; car j'y ai obſervé que pendant pluſieurs milles de longueur, tout le fond du ruiſſeau qui paſſe aux mines, conſiſte en déblais des mines, mêlés d'une très-grande quantité de minéral de plomb.

Ces terrains chargés de minéral d'étain, ſont d'une conſiſtance plus ou moins dure, de ſorte qu'il en eſt qui paroiſſent bien plus anciens les uns que les autres, quoique dans le même endroit; il y en a qui annoncent abſolument des terres remuées, ce qui me fait croire qu'il y a eu de ces terrains qui ont déjà été lavés, comme ceux que l'on lave aujourd'hui le ſeront encore par la ſuite, car on laiſſe échapper bien du minéral.

On a trouvé l'été dernier, dans ces terrains chargés de minéral d'étain,

d'étain une maſſe de matière, qui a été caſſée en pluſieurs pièces; on la regarde comme contenant de l'étain natif ou vierge. Je dois convenir que ces débris ſont de toute beauté, & que l'on peut s'y méprendre aiſément; j'en fus frappé au premier coup d'œil, mais j'avouerai qu'après l'avoir bien examiné, j'ai peine à croire que ce ſoit réellement de l'étain natif, malgré le ſentiment de pluſieurs Naturaliſtes Anglois; l'endroit où ce prétendu étain natif a été trouvé me le rend d'abord très-ſuſpect. Voici ce que m'ont paru ces échantillons à la vue; c'eſt une maſſe de quartz criſtalliſé, dont tous les vides qui ſont entre les criſtaux ſont remplis d'un étain qui m'a paru très-beau, très-pur & très-malléable; ce quartz eſt adhérent d'un côté, ou paroît porter ſur une baſe minérale, mais que je crois être d'une eſpèce de régule ou matte, ſans doute un mélange d'étain, de ſoufre & d'arſénic. Tout conſidéré, j'imagine qu'anciennement on faiſoit des fourneaux à fondre le minéral ſans beaucoup de précaution, & qu'il eſt poſſible qu'un quartz criſtalliſé (ils ſont très-communs dans les mines de Cornwall) ait ſervi de ſol ou de paroi à un fourneau de fonte, & que l'étain en coulant ait rempli les vides que laiſſoient entr'eux les criſtaux de quartz. Quoi qu'il en ſoit, je ſuis très-perſuadé qu'artificiellement je pourrois imiter ce prétendu étain vierge ou natif; je ne prétends pourtant pas par-là dire qu'il n'exiſte point d'étain natif dans la Nature, mais je n'en ai point encore vu.

Mine d'Étain & Streams-work *tout enſemble.*

A un éloignement d'à peu-près un mille & demi de la ville de Saint-Auſtle, il y a une montagne peu élevée, mais très-étendue, dont une partie forme ce que les Allemands nomment *ſtockwerck.* C'eſt un rocher de la nature du granit; il eſt blanchâtre, mais pour la plus grande partie très-friable; il contient par-tout un peu de minéral d'étain, il eſt entre-mêlé par un nombre infini de petites veines noires, qui contiennent plus de minéral d'étain que le rocher lui-même; il y en a où le minéral d'étain eſt tout pur. Ces veines ſont preſque toutes parallèles, & ont leur direction de l'eſt à l'oueſt; la partie du rocher où ſe trouvent ces veines, quoique

de la même nature que l'autre, eſt beaucoup plus dure; cependant elle ſe détache à coups de pic & avec des coins de fer.

La méthode de travailler ce rocher eſt en plein air, comme une carrière très-étendue. La facilité qu'a le rocher de ſe détacher & de ſe réduire de lui-même en ſable, a fait imaginer de conduire dans cette carrière des petits courans d'eau, ſur-tout en hiver & dans tous les temps humides, mais on y a pratiqué auparavant une galerie d'écoulement; des ouvriers ſont occupés à faire paſſer les petits courans d'eau ſur les endroits tendres du rocher, lequel ſe réduit auſſi-tôt en ſable; les ouvriers agitent bien ce ſable, afin que l'eau puiſſe l'entraîner; mais comme le minéral d'étain qui y eſt répandu eſt extrêmement peſant, eu égard au rocher, il ſe précipite dans le fond, on l'en retire pour achever de le laver ſur des pêles, comme il ſera dit dans un autre Mémoire. Tout ce qui ne peut être détrempé par l'eau, & qui eſt d'une conſiſtance ſolide, eſt caſſé à coups de maſſe, pour le mettre en état d'être tranſporté aux bocards; mais comme il en auroit trop coûté pour élever tout ce minéral au-deſſus de cette carrière, qui peut avoir actuellement huit à dix toiſes de profondeur perpendiculaire, on a pratiqué un canal horizontal d'environ un mille de long, & qui a été creuſé de près de cinquante toiſes de longueur ſous terre pour arriver au fond de la carrière, c'eſt-à-dire, deux toiſes au-deſſus de la galerie d'écoulement. Ce canal étant de niveau, contient une eau dormante; on a conſtruit des bateaux exprès pour ce canal, avec leſquels on va chercher le minéral dans la carrière même, pour le conduire aux différens bocards qui ſont tout près de ce canal.

On a commencé un autre canal, qui prendra douze toiſes encore plus bas, moyennant quoi on aura pour bien des années à exploiter ce rocher: on en ignore l'étendue. Le travail en eſt aiſé, & on n'y emploie point de poudre, quoique l'on y pratique quelques galeries pour ſuivre les veines minérales les plus fortes. Les déblais ne gênent point, ils ſont entraînés par les courans d'eau. Ce rocher n'eſt pas riche en étain; mais ſon abondance & le peu de frais rendent cette entrepriſe très-bonne.

Il y a toute apparence que cette méthode de travailler cette

mine comme une carrière, n'aura lieu que pendant le temps que le minéral ne ſera pas ſuivi dans la profondeur; mais par la ſuite cette mine ſe travaillera, ſans doute, comme toutes les autres, avec des ouvrages ſouterrains; d'ailleurs le rocher friable qui eſt à la ſurface, devient plus dur en approfondiſſant.

Des Filons en général.

Tous les filons principaux de la province de Cornwal, ſoit en étain, ſoit en cuivre, ont leur direction de l'eſt à l'oueſt, & leur pente communément du côté du nord; il y en a pourtant quelques-uns qui ſont inclinés au midi, mais il y en a très-peu d'une direction différente que celle que je viens de rapporter; ainſi on peut les regarder tous comme parallèles.

Il y a auſſi des filons ou couches horizontales, que les Allemands nomment *flotz*, & qu'en Cornwal on nomme *floors*, mais très-peu de cette eſpèce.

Les filons d'étain ſe trouvent dans deux eſpèces différentes de rocher, je puis même dire trois eſpèces; l'une ſe nomme dans le pays *killas*, ce n'eſt autre choſe qu'un *ſchiſte* ou roche *ſchiſteuſe;* l'autre eſpèce, que l'on nomme *moor-ſtone* ou *growen*, eſt un granite; il y en a enfin un autre, que l'on nomme auſſi *moor-ſtone,* mais qui ſe rapproche plus de la nature du grès que du granite. Quant aux filons de cuivre, tous ceux que j'ai vus ſont dans l'eſpèce de *ſchiſte,* nommée *killas;* mais la couleur en eſt un peu différente. Avec les minéraux d'étain ce *killas* eſt brun, noir & bleuâtre; mais avec les minéraux de cuivre il eſt plutôt griſâtre, blanchâtre & rougeâtre. Il eſt très-commun de rencontrer des filons qui produiſent du minéral de cuivre & de celui d'étain en même-temps; mais il y en a toujours un qui domine. L'étain eſt ſi abondant dans ce pays, qu'il eſt répandu preſque par-tout; de ſorte que les filons de cuivre les plus abondans, contiennent de l'étain dans leur partie ſupérieure, c'eſt-à-dire, proche de la ſurface de la terre; ce minéral y eſt même aſſez abondant pour mériter l'extraction. D'autres fois le minéral de cuivre & celui d'étain ſe trouvent dans le même filon, quoique ſéparément; ce qui ne

continue pas ordinairement dans la profondeur. Je vais donner la deſcription de quelques-uns de ces filons pour ſervir d'exemple.

Mine d'Étain & de Cuivre.

Preſque joignant la ville de Redruth, on exploite une mine d'étain très-conſidérable, nommée *Peduaudrea.* Cette mine fut d'abord commencée comme mine de cuivre : on y a extrait une très-grande quantité de ce minéral. On y travailloit alors deux filons parallèles, qui ſe touchoient preſque l'un l'autre, de ſorte qu'ils n'en formoient qu'un ſeul ; l'un produiſoit du minéral jaune de cuivre ou pyrite cuivreuſe, & l'autre du minéral d'étain. Ce premier étoit joignant le toit *(a),* & le ſecond joignant le mur *(b);* mais en allant dans la profondeur, le minéral de cuivre a ceſſé ; de ſorte qu'il ne reſte plus que le filon d'étain, qui eſt fort abondant : cette mine a de cinquante à ſoixante toiſes de profondeur perpendiculaire.

On fait une diſtinction en général dans cette province des matières qui accompagnent & annoncent les minéraux de cuivre & ceux d'étain ; celles qui forment les filons de cuivre & qui conduiſent au minéral, & en contiennent ſouvent elles-mêmes, ſe nomment *goſſan* ou *gozan.* Elles conſiſtent, proche de la ſurface de la terre, en une eſpèce de minéral de fer décompoſé en partie, ou ſubſtance ocreuſe mêlée de quartz ou d'un rocher bleuâtre; mais dans la profondeur le *gozan* eſt compoſé de quartz, d'un mica blanc ſur une pierre ou roche d'un bleu clair, aſſez ſouvent de la pyrite, tantôt blanche, tantôt jaune; quelquefois le tout eſt parſemé avec des taches de minéral de cuivre.

Quant aux matières qui compoſent les filons d'étain, & que l'on nomme *ſcovin*, c'eſt une roche bleue foncée, quelquefois mêlée de quartz, & contenant toujours un peu d'étain. On nomme *flucan* l'argile qui accompagne les filons.

L'habitude fait que les ouvriers diſtinguent très-bien ces

(a) On nomme *toit* le rocher ſupérieur qui recouvre un filon.

(b) On nomme *mur* le rocher inférieur ſur lequel eſt appuyé le filon ; ainſi un filon a toujours un *toit* & un *mur* formés par le rocher dans lequel il eſt renfermé.

différentes matières. Je puis dire en général que les mineurs de cette province ſont très-entendus pour les recherches & les ſuites des filons; le grand nombre d'exemples qu'ils ont chaque jour ſous les yeux, leur a appris à ſe faire des règles générales.

Le filon de la mine de *Peduaudrea,* dont j'ai parlé ci-deſſus, a ſa direction de l'eſt à l'oueſt, comme l'ont tous les filons principaux de ce diſtrict, & ſa pente ou inclinaiſon de 65 degrés du côté du nord.

Le rocher dans lequel eſt renfermé ce filon, eſt celui que l'on nomme en général dans le pays *killas;* c'eſt une roche bleuâtre qui ſe délite, mais en morceaux épais; dans d'autres endroits c'eſt une roche *ſchiſteuſe*, qui ſe délite en morceaux très-minces. Elle eſt entre-mêlée de beaucoup de veines de quartz; le minéral d'étain eſt uni auſſi quelquefois avec du quartz, on trouve très-peu de ce minéral pur; il en eſt cependant de criſtalliſé, mais en petits grains d'un brun noir, cependant moins noirs & bien moins gros que ceux de Bohème & de Saxe. Il eſt de ce minéral mêlé dans le rocher, mais que l'on ne diſtingue qu'avec une très-grande habitude : le poids doit pourtant faire voir qu'il y a plus que de la pierre. J'avoue qu'avant d'avoir vu les mines de ce pays-là, j'y aurois été trompé, & qu'il n'y a que le poids ſeul qui auroit pu me faire ſoupçonner qu'il y avoit quelque choſe de métallique dans certains morceaux.

Comme il y a des endroits où le filon eſt plus ou moins large, j'ai jugé que ſa largeur commune pouvoit être environ de quatre pieds.

Mine de Cuivre.

Au-deſſus de la ville de Redruth, on exploite une mine de cuivre très-abondante, elle ſe nomme *wheal-ſpernon;* ſon filon eſt à très-peu de diſtance de celui d'étain de la mine de *peduaudrea* dont je viens de parler; il lui eſt parallèle, mais ſon inclinaiſon eſt du côté du midi d'à peu-près 70 degrés. La largeur commune du filon peut être de quatre à cinq pieds, dans laquelle il produit un très-bon minéral jaune ou pyrite cuivreuſe, point de blinde,

aſſez ſouvent du quartz & de la pyrite, ſur-tout de la blanche qui eſt arſénicale, quelquefois du quartz tranſparent criſtalliſé, qui n'eſt autre choſe qu'une eſpèce de criſtal de roche; on le nomme *diamant de Cornwall;* il s'en trouve dans beaucoup de mines différentes, on le taille pour en faire des boucles & des boutons à pierre. On rencontre aſſez ſouvent dans ce filon, du cuivre natif; mais il ne ſe trouve guère que dans les endroits où le filon n'eſt pas riche, & ſur-tout dans la partie ſupérieure de la mine: c'eſt une obſervation que j'ai faite aſſez généralement par-tout. Le filon eſt enfermé dans le rocher ſchiſteux, nommé *killas,* dont il a été queſtion ci-deſſus; le côté du mur du filon eſt tendre, ſouvent il eſt compoſé d'une matière jaune, ocreuſe & poreuſe, ſouvent auſſi d'une eſpèce d'argile: ce n'eſt point un inconvénient, parce qu'on détache ordinairement cette partie pour abattre plus aiſément le filon. Le filon eſt quelquefois diviſé par des parties de rocher qui en forment deux branches ſur une diſtance plus ou moins conſidérable, comme cela arrive à preſque tous les filons; ces rochers ſe nomment en Cornwall, en termes de Mineurs, *horſe:* ce nom vient, dit-on, de ce qu'ils préſentent la forme d'un cheval.

Ce filon n'eſt pas bien réglé dans ſa pente ou inclinaiſon, mais il l'eſt très-bien dans ſa direction; quoiqu'il ne produiſe pas également, il eſt très-riche & abondant dans la plus grande profondeur, qui eſt de 60 & quelques toiſes.

Quoique cette mine ſoit très-conſidérable, il y en a de bien plus étendues & qui ſont d'un plus grand produit, à un, deux, trois, quatre & cinq milles de la ville de Redruth ſur la route de Truro, nommément la mine de *north-down* où on exploite pluſieurs filons parallèles, & celle de *wheal-virgin;* mais comme le rocher & les minéraux ſont de la même nature que ceux dont je viens de parler, il eſt inutile d'en faire une deſcription particulière: mais ce que je viens de dire doit ſuffire pour faire voir que les environs de Redruth ſont très-abondans en mines de cuivre; il y en a même une toute différente des autres pour la nature de ſon minéral, qui eſt une mine vitrée de cuivre extrêmement riche, mais très-peu abondante. Il y a auſſi pluſieurs

autres mines d'étain que celle dont je viens de parler, mais moins considérables, une entr'autres à demi-mille au-dessus de celle de *peduandrea*, dont le minéral d'étain est dans l'espèce de rocher qui tient le milieu entre le granit & le grès, mais qui est très-pauvre quant-à-présent.

Il y a une quantité innombrable d'anciens puits sur plusieurs milles d'étendue, qui annoncent qu'on y a travaillé un nombre infini de mines de cuivre & d'étain; mais si l'on va à six milles au nord de la ville de Redruth, on rencontre sur toute la route des vestiges de mines de cuivre & d'étain, jusqu'à ce qu'on arrive dans la paroisse de Sainte-Agnès & particulièrement tout proche des bords de la mer. La différence de ce district avec celui dont je viens de parler, est qu'aux environs de Redruth, les filons de cuivre sont les dominans & les plus abondans, au lieu que dans la paroisse de Sainte-Agnès, les filons d'étain y sont très-multipliés, & qu'il n'y a presque point de ceux de cuivre.

On exploite dans ce district, tout proche des bords de la mer, plusieurs mines d'étain très-étendues; une de ces mines est de vingt-neuf toises au-dessous de la galerie d'écoulement, & par conséquent de cette profondeur au-dessous de la mer, puisque la galerie a son embouchure au niveau de la haute marée.

Les filons ont également qu'à Redruth, leur direction de l'est à l'ouest, & leur pente communément au nord; cependant il y en a un qui a sa pente au midi, à peu de distance d'un autre qui l'a au nord, de sorte qu'il y a apparence qu'ils se rencontrent dans la profondeur.

Ces filons dans leur pente ou inclinaison, s'éloignent plus de la perpendiculaire que ceux des environs de Redruth; ils sont également qu'à Redruth, dans l'espèce de rocher nommé *killas*, mais ils sont séparés tantôt du toit & tantôt du mur par un quartz qui se mêle quelquefois dans le filon avec le minéral, de sorte qu'il contient lui-même assez souvent de l'étain; on y trouve aussi un peu de minéral jaune de cuivre, assez souvent de la blinde qui est fort difficile à distinguer du minéral d'étain, parce qu'elle en a la couleur, il n'y a que le poids & l'habitude qui en puissent faire connoître la différence.

On y rencontre quelquefois du minéral criſtallifé & ſemblable à des grains de grenats quant à la forme; cela eſt pourtant rare, car le minéral eſt plus communément entre-mêlé dans le rocher.

En ſortant de la ville de Redruth pour ſe rendre au bourg de Camborn, on rencontre ſur toute cette route une très-grande quantité de mines de cuivre de la même nature que celles dont j'ai parlé plus haut & dont il y en a pluſieurs en exploitation; il y en a auſſi quelques-unes d'étain.

Mine d'Étain.

A peu-près à ſix milles de la ville de Marazion, & à trois à quatre milles de celle de Helſtone, dans un endroit nommé *Godolphin-ball,* eſt la mine d'étain la plus étendue qu'il y ait dans la province de Cornwall; ſon exploitation eſt auſſi des plus anciennes; elle eſt dans une très-belle ſituation, dans un pays preſque plat, entre deux petites montagnes dont l'une eſt au nord & l'autre au ſud; la direction des filons eſt toujours de l'eſt à l'oueſt comme dans toutes les mines du pays, ſon inclinaiſon eſt au nord d'environ 70 degrés. Cette mine a, dit-on, 90 toiſes de profondeur perpendiculaire; mais je n'ai pu deſcendre que juſqu'à celle de 52 toiſes, la partie la plus profonde étant pleine d'eau depuis quelque temps; on fut obligé de laiſſer monter les eaux pendant que l'on conſtruiſoit une nouvelle chaudière à la machine à feu; cette mine n'eſt travaillée actuellement que ſur une petite étendue, mais on reprend chaque jour les anciens ouvrages.

On compte cinq filons parallèles ſur 50 à 60 toiſes d'étendue, mais qui ne ſont point exploités également; ils l'ont été ſeulement à différentes hauteurs lorſqu'ils ont produit du minéral, il n'y a que le principal qui a été & qui eſt exploité totalement.

Ces filons ſont renfermés dans un granit à gros grains, très-dur, mais il n'en eſt pas ici comme je l'ai obſervé ailleurs, ſurtout en Saxe & en Bohème; l'étain ne ſe trouve jamais réuni & confondu dans cette pierre, mais dans une eſpèce de rocher bleuâtre qui paroît être la matrice générale du plus grand nombre

des

mines d'étain en Cornwall. On rencontre communément le long du filon joignant le *mur*, ce que l'on nomme le *guide;* c'eſt un quartz mêlé quelquefois de *mica*, lequel le rend peu ſolide. Le filon conſiſte lui-même en un quartz fort dur, qui n'eſt pas toujours parfaitement blanc, mais a un œil bleuâtre; il eſt réuni à la roche bleue dans laquelle ſe trouve le minéral d'étain, mais preſque toujours en petits grains criſtalliſés comme des grenats. On y trouve auſſi quelquefois du quartz criſtalliſé en hexagone; il y a des endroits du filon qui ſont très-riches, mais fort tendres, ce minéral eſt parſemé de beaucoup de mica & des petits grains de minéral d'étain, comme des grenats; ce filon a 2, 3, 4, 5 pieds de large, plus ou moins, il eſt quelquefois diviſé par des parties de rocher venant du *toit* ou du *mur*, & que j'ai dit que l'on nommoit dans ce pays-là *Horſe*, ces parties de rocher ſont toujours du granite.

On rencontre aſſez ſouvent dans ces filons, du très-bon minéral jaune de cuivre.

Aux environs de la ville de Marazion, on exploite pluſieurs filons de minéral de cuivre & de celui d'étain, à peu près de la même nature & dans la même roche *ſchiſteuſe*, nommée *Killas*, que ceux des environs de la ville de Redruth, & dont j'ai parlé ci-deſſus; il y a auſſi des minéraux d'étain dans le granite, entre autre dans le rocher qui compoſe le Mont-Saint-Michel; ce mont n'eſt ſéparé de la ville de Marazion ou Market-jew, que par un petit bras de mer, dans le temps ſeulement de la haute marée, il conſiſte en un rocher de granite où l'on aperçoit dans les endroits où il eſt à découvert, une très-grande quantité de filons d'étain, qui contiennent de fort bon minéral; on y en a extrait pendant quelque temps, mais le Seigneur propriétaire de ce rocher, en a fait ceſſer l'exportation, dans la crainte que cela ne gâtât ce mont, qui eſt digne en effet de la curioſité de tous les Étrangers, il y a un château bâti ſur ſon ſommet.

Je n'entreprendrai pas de donner la deſcription d'autres mines & filons de cette province, je crois en avoir aſſez dit pour en donner une idée étendue.

On eſtime le produit en étain de cette province à la valeur de

190 à 200 mille livres ſterlings chaque année, & qu'il ſe vend du minéral de cuivre, également produit de cette province, pour 140 mille livres ſterlings, de ſorte que le cuivre qui en eſt extrait, doit ſe monter à peu près à la même ſomme que l'étain.

Par une ſuite d'obſervations que j'ai faites dans mes voyages, j'ai remarqué qu'en général les filons principaux, & les plus avantageux à exploiter dans un pays, étoient parallèles aux rivières principales, quoique cette règle ſouffre des exceptions, elle doit pourtant ſervir pour ceux qui veulent entreprendre des mines, à préférer dans un pays quelconque, de faire des recherches ſur les filons qui ſont à peu près parallèles à la rivière principale des environs.

Par la deſcription que je viens de faire des veines minérales de la province de Cornwall, on voit que tous les filons que l'on y exploite ſont dans les mêmes cas de la règle générale que je viens de citer, puiſque cette province n'eſt qu'une langue de terre dirigée de l'eſt à l'oueſt, même direction que celle des filons, & que la mer qui eſt de chaque côté, peut être conſidérée comme deux rivières principales parallèles.

Ces différentes obſervations & pluſieurs autres que je rapporterai dans d'autres Mémoires, pourroient conduire à établir un ſyſtème général ſur la formation des veines minérales, mais je ne communiquerai point mes idées à cet égard pour le préſent, je n'y vois aucune utilité, au lieu que je ne puis trop me hâter de communiquer mes obſervations, puiſqu'elles ne peuvent que devenir très-avantageuſes pour la découverte des mines en France.

Il réſulte de tout ce qui vient d'être rapporté, que par la direction des veines minérales qui ſont dans la province de Cornwall, on voit que ces filons ont une ſuite très-étendue, puiſqu'on rencontre pluſieurs mines d'étain dans les îles de Scilly, qui ſont ſituées dans la même direction & latitude que la province de Cornwall; cela doit nous ſervir de preuve que nous ne pouvons eſpérer de trouver la même continuité des filons d'étain dans la Bretagne, comme pluſieurs perſonnes ſe l'étoient imaginées, cependant nous pouvons en rencontrer qui leur ſoient parallèles, avec d'autant plus de raiſon que l'on y voit dans pluſieurs endroits

des rochers de la même nature & espèce que ceux qui sont en Cornwall; nous avons, sans contredit, aussi plusieurs provinces en France où l'on rencontre des rochers semblables.

Il doit paroître surprenant, après tout ce que j'ai rapporté sur les mines d'étain dans le présent Mémoire, que nous n'ayons encore aucune mine de cette espèce, découverte en France, cela pourroit même induire à penser que nous ne devons pas espérer de trouver pareils minéraux en France, puisqu'il est constant, comme je l'ai déjà dit, que de tous les minéraux connus, le minéral d'étain est celui qui, dans les filons, se trouve le plus proche de la surface de la terre, mais je dois observer à cette occasion, que tous les filons, à l'exception de ceux d'étain, se manifestent au jour, c'est-à-dire à la surface de la terre où le rocher est à découvert, par du quartz, du spat, de la pyrite & quelquefois du minéral même; tous les Mineurs savent qu'un filon de quartz ou de spat, conduit ordinairement à une veine minérale, & tout le monde est surpris du brillant d'une pyrite ou d'un minéral quelconque; l'imagination frappée de l'apparence de l'or contenu dans une pyrite, a occasionné la découverte de plusieurs mines, il n'en est pas de même des filons d'étain, qui ne s'annoncent à la surface de la terre, que par des veines d'un brun noir & quelquefois rougeâtre; cette matière est souvent le minéral même, mais elle n'a rien de brillant, rien qui annonce une matière métallique cachée dans son intérieur; d'ailleurs de tous les minéraux à essayer, celui d'étain est le plus difficile par la facilité qu'a ce métal à être privé de son phlogistique; ce n'est que depuis très-peu d'années que M. Gellert a trouvé une méthode pour en obtenir un produit exact; les procédés qui avoient été décrits jusqu'alors dans presque tous les livres ou traités de Chimie, sont très-fautifs; l'addition du fer que l'on y prescrit, ne peut qu'induire en erreur, je m'en suis convaincu en réduisant en limaille tout le bouton que j'avois obtenu d'un minéral d'étain fort riche & très-pur, je trouvai, ainsi que je m'y étois attendu, que le fer s'étoit si intimement uni à l'étain, que tout ce qui étoit réduit en limaille, étoit devenu attirable par l'aimant; il n'en est pas de même par le procédé de M. Gellert: si je n'avois pas

craint de paſſer les bornes que je me ſuis preſcrites dans ce Mémoire, j'aurois donné le réſultat des différens procédés que j'ai faits par comparaiſon.

Je terminerai ce Mémoire par preſcrire la méthode la plus ſimple de faire des recherches des mines d'étain, laquelle méthode ſe déduit naturellement de toutes les obſervations qui viennent d'être rapportées.

Toute perſonne vivant à la campagne peut s'occuper à peu de frais de la découverte des mines d'étain; elle obſervera ſi dans le pays qu'elle habite on y voit des rochers à découvert, conſiſtant en granite ou en grès, ou bien en une roche bleuâtre qui ſe délite par lames ou feuilles plus ou moins épaiſſes, & dans une poſition qui approche plus de la perpendiculaire que de la ligne horizontale, elle examinera ſi dans ces différens rochers on aperçoit des veines ou petits filons d'une couleur d'un brun noirâtre ou rougeâtre; elle en fera extraire une petite quantité, & fera pulvériſer & tamiſer le tout, après quoi elle en fera le lavage dans une ſebile de bois, la grande peſanteur ſpécifique du minéral d'étain rendra la ſéparation des parties pierreuſes très-facile, s'il exiſte de ce minéral dans la matière que l'on aura pulvériſée; ſi l'on voyoit que réellement il ſe précipitât une poudre d'un brun noirâtre au fond de la ſebile, on réitéreroit cette opération juſqu'à ce que l'on eût obtenu au moins une demi-once de ladite poudre, c'eſt alors qu'il faudroit s'adreſſer à un Chimiſte très-verſé dans l'art & pratique de la Docimaſie, pour en faire l'eſſai: ſi dans le lavage on n'apercevoit qu'une quantité imperceptible de cette poudre brune, ſe précipiter au fond de la ſebile, il ſeroit à propos de faire creuſer de quelques pieds ſur ces petites veines ou filons, afin de s'aſſurer s'ils ont une continuité, & ſi la matière brune n'y eſt pas abondante & ne s'y développe pas davantage, on obſervera auſſi s'il n'y a pas quelques petites cavités dans ces filons, & ſi la matière brune n'offre pas des ſurfaces unies comme ſi elle avoit été polie; ce ſeroit alors immanquablement des petits criſtaux d'étain; j'ai obſervé beaucoup de petits filons de cette eſpèce aux rochers du Mont-Saint-Michel en Cornwall, dans les endroits où ils ſont à découvert & lavés par la mer.

Les temps les plus convenables pour faire ces recherches, ſont après de fortes pluies, ſur-tout en été après celles d'orage, qui forment très-ſouvent des ravins dans leſquels on voit le rocher à découvert; on ne doit pas négliger auſſi d'examiner les ſables & les pierres détachées & roulées dans le fond des valons, toutes celles qui ſont brunes & fort peſantes, méritent d'être eſſayées, elles contiennent du fer ou de l'étain, ce dernier minéral eſt toujours plus peſant que le premier, ſi l'on étoit aſſez heureux pour faire la découverte d'un morceau ou d'un ſable de minéral d'étain dans le fond d'un vallon, il faudroit remonter la colline & viſiter tous les ravins juſqu'à ce que l'on fut parvenu à découvrir le filon d'où il auroit été détaché. Je ne ſaurois trop recommander auſſi d'examiner ſcrupuleuſement certains rochers de granite qui ſont blanchâtres, tendres à la ſurface, & paroiſſent pour ainſi dire avoir été décompoſés à l'air; ſi on aperçoit dans ledit rocher des petites veines brunes ou noires, il n'y a pas à héſiter de le pulvériſer & de le laver, comme il a été dit ci-deſſus.

On ne doit pas confondre avec le minéral d'étain, des grains de mica noir qui ſont communément répandus dans le granite; au ſurplus ſa légèreté au lavage le fera bientôt connoître; toute matière brune ou noire, qui au lavage paroîtra d'une peſanteur ſpécifique égale ou plus légère que le rocher même, ne ſera pas du minéral d'étain.



EXAMEN CRITIQUE DES OBSERVATIONS DU PASSAGE DE VÉNUS SUR LE DISQUE DU SOLEIL, Le 3 Juin 1769;

Et des conséquences qu'on peut légitimement en tirer.

Par M. PINGRÉ.

DE toutes les méthodes qu'on peut employer pour conclure la parallaxe horizontale du Soleil d'un paſſage de Vénus ſur le diſque de cet aſtre, la plus ſimple, la plus naturelle, la plus facile, la moins expoſée aux contradictions, eſt celle où l'on ne fait uſage que de la différence des durées obſervées en des lieux où l'effet de la parallaxe ait le plus ſenſiblement différé. Des autres méthodes, les unes, excellentes dans la théorie, demandent dans la pratique une délicateſſe dont la plupart des inſtrumens qu'on tranſporte pour ces ſortes d'obſervations ne ſont pas ſuſceptibles; les autres ne peuvent réuſſir qu'autant que la différence des méridiens des Obſervateurs eſt exactement connue; & cette connoiſſance n'eſt pas facile à acquérir, au moins avec la préciſion requiſe pour l'uſage qu'on ſe propoſe d'en faire. J'ai eu une trop grande part dans les obſervations du paſſage de 1761 & dans l'eſpèce de conteſtation que ce paſſage a occaſionnée, pour ne pas m'intéreſſer aux conſéquences qu'on peut tirer de celui de 1769. L'amour ſeul de la vérité m'affecte; c'eſt le deſir de la trouver, & de lui rendre un hommage libre & volontaire, qui m'a engagé dans le calcul de toutes les obſervations qui ſont venues à ma connoiſſance. J'ai eſpéré que de ce puits immenſe il pourroit ſortir quelques étincelles de vérité, & plus de certitude que n'en ont procuré les obſervations du premier paſſage.

Les obſervations de la durée entière du paſſage de 1761, ont été au nombre de ſept ou huit; mais elles ont été faites en des

lieux trop défavorablement situés, pour qu'on pût en tirer des conséquences absolument décisives. Il ne nous est encore parvenu que deux observations complètes du passage de 1769, mais elles ont été faites en des lieux mieux situés que tous ceux qu'on auroit pu choisir en 1761; la latitude de Vénus avoit changé, elle étoit de même dénomination que sa déclinaison, c'est ce qui a rendu le passage de 1769 bien plus décisif que le précédent.

M. Étienne Rumowski, déjà célèbre par l'observation du premier passage de Vénus, & par beaucoup d'autres observations qu'il avoit faites en 1761 à Sélinginsk, s'étoit transporté à Kola en Lapponie, pour y observer le passage de Vénus. Cette observation auroit certainement été très-bonne & extrêmement utile; mais le ciel ne favorisa pas le zèle & l'intelligence de M. Rumowski; un vent de sud poussa une nuée noire & épaisse qui cacha la partie du Soleil par laquelle Vénus devoit entrer. Que cela fût arrivé un quart-d'heure plus tôt, dit M. Rumowski, ou que le nuage se fût dissipé une ou deux minutes plus tôt qu'il ne l'a fait, l'observation eut été telle qu'on pouvoit la desirer. A $9^h\ 24'\ 11''$, temps vrai, Vénus couvroit déja un petit segment du disque solaire; à $9^h\ 42'\ 03''$, contact intérieur, mais par estime, plus que par observation. *Integra observatio (ingressûs Veneris)* dit M. Rumowski, *peracta est, Sole nubibus tecto, ita ut nec limbus Solis nec Veneris benè distingui potuerit.* A $9^h\ 42'\ 26''$ *(a)*, ou dès $9^h\ 42'\ 23''$, selon M.rs Ochtenski & Borodulin, qui observoient avec M. Rumowski, les nuages s'étant dissipés, les bords du Soleil & de Vénus paroissoient écartés d'un petit intervalle. Contact intérieur à la sortie entre $15^h\ 35'\ 21''$ & $15^h\ 35'\ 25''$ selon M. Rumowski, $18''\frac{1}{2}$ plus tard selon M.rs Ochtenski & Borodulin. Je supposerai avec M. Rumowski que cette phase est réellement arrivée à $15^h\ 35'\ 23''$. M. Rumowski ajoute qu'à $15^h\ 35'\ 37''$ le limbe de Vénus paroissoit déjà un peu confondu avec celui du Soleil: il ajoute que toute cette observation du second contact intérieur a été faite, *Sole nubeculâ tecto;* il la croit cependant passablement bonne. A $15^h\ 53'\ 33''$ le limbe de Vénus paroît mordre

(a) Dans ce Mémoire, tous les temps marqués sont vrais, si l'on n'avertit du contraire.

encore un peu ſur celui du Soleil; un petit nuage ſurvient, & à 15^{h} 54′ 38″ il ne reſte aucun veſtige de Vénus.

A 23^{h} 30′ 20″ ſelon M. Rumowski, ou 2 ſecondes plus tôt ſelon Mrs Ochtenski & Borodulin, fin de l'éclipſe de Soleil. J'ai calculé cette éclipſe ſur les Tables de Clairaut, & j'ai corrigé l'erreur de ces Tables ſur les obſervations de M. Caſſini à Paris & de M. Maskelyne à Greenwich. M. Maskelyne a obſervé le commencement à 18^{h} 38′ 54″, la fin à 20^{h} 23′ 30″; ſelon M. Caſſini le commencement eſt arrivé à 18^{h} 46′ 44″,6; la fin à 20^{h} 27′ 13″,8 temps vrai. Ces deux obſervations m'ont donné la même erreur des Tables à une demi-ſeconde près; les Tables de Clairaut donnent la longitude de la Lune au Soleil trop occidentale de 33″$\frac{2}{3}$, & la latitude trop boréale de 10 ſecondes. J'ai fait entrer l'aplatiſſement de la Terre dans ce calcul, & j'ai diminué de 4 ſecondes le demi-diamètre de la Lune, pour compenſer l'effet de l'inflexion des rayons du Soleil. L'obſervation de la fin de l'éclipſe faite à Kola, donne à cette ville 2^{h} 02′ 43″ de longitude orientale à l'égard du méridien de Paris; M. Rumowski a déterminé ſa latitude boréale de 68^{d} 52′ 56″.

M. Planman avoit déjà obſervé avec ſuccès le paſſage de 1761 à Cajanebourg, ville capitale de la Cajanie ou Bothnie orientale; c'eſt dans cette même ville qu'il a obſervé le paſſage de 1769, mais moins favoriſé de la ſérénité du ciel. Les nuages s'étant diſſipés à 9^{h} 08′ 30″, Vénus paroiſſoit en partie ſur le Soleil; immerſion totale à 9^{h} 20′ 45″$\frac{1}{2}$, bonne obſervation; puis nuages, pluie & tonnerre. Le Soleil reparoît à 15^{h} 20′ 46″, & Vénus eſt déjà ſortie d'un tiers de ſon diamètre; à 15^{h} 32′ 27″ émerſion totale, M. Planman croit que cette dernière obſervation eſt bonne, nonobſtant l'ondulation des bords du Soleil. Il employoit une lunette de 21 pieds, dont il s'étoit déjà ſervi en 1761; commencement de l'éclipſe du Soleil à 21^{h} 00′ 53″; fin à 23^{h} 00′ 00″$\frac{1}{2}$. La latitude boréale de Cajanebourg eſt de 64^{d} 13′ 30″; j'avois déterminé en 1761 ſa longitude de 1^{h} 41′ 41″ à l'eſt de Paris, & cette même longitude eſt bien préciſément confirmée par l'obſervation de la fin de l'éclipſe; elle ſeroit moindre de 6″, s'il falloit s'en rapporter à l'obſervation du commencement.

A Ponoi

A Ponoi en Lapponie, M. Jacques-André Mallet avoit comme marqué le point du disque solaire où Vénus devoit paroître, & il avoit l'œil fixé sur ce point. A $9^h\ 56'\ 33'',6$ il crut apercevoir quelque chose; ce ne fut qu'une demi-minute après qu'il ne douta plus de la présence de Vénus; second contact à $10^h\ 15'\ 03'',7$; lunette achromatique de 12 pieds. M. Mallet fit ensuite diverses observations jusqu'à 13 heures un quart; des nuages survinrent alors, & la pluie qui succéda nous a privés de la fin d'une observation si heureusement commencée. A $22^h\ 01'\ 00''$ de la pendule, ou à $22^h\ 07'\ 05''$ temps vrai, l'éclipse du Soleil étoit commencée, mais la partie éclipsée étoit encore très-petite. Le 4 Juin à $0^h\ 07'\ 55'',1$ fin de l'éclipse : donc longitude orientale de Ponoi, $2^h\ 35'\ 11''$; & dans cette supposition à $22^h\ 07'\ 05''$ la Lune ne mordoit encore que de $9''\frac{1}{2}$ sur le disque du Soleil, ce qui s'accorde avec ce que dit M. Mallet, que l'éclipse étoit alors très-petite. La latitude de Ponoi est selon M. Mallet de $67^d\ 04'\ 30''$.

A Oumba en Lapponie, par $66^d\ 45'\ 02''$ de latitude, le ciel se couvrit le 3 Juin, 2 heures avant midi; il ne cessa de pleuvoir depuis 8 heures jusqu'à 16 heures. Le ciel s'étant ensuite éclairci, M. Pictet soupçonna le commencement de l'éclipse à $21^h\ 34'\ 00''$, il en fut assuré à $21^h\ 34'\ 03''$; fin de l'éclipse à $23^h\ 34'\ 25''$. Cette dernière observation met Oumba à $2^h\ 07'\ 43''$ à l'est de Paris; & cela supposé, à $21^h\ 34'$ la Lune mordoit déjà d'environ 6 secondes sur le disque du Soleil.

De toutes les observations faites au nord de l'Europe, la plus complète est celle de Wardhus, ville capitale de la Lapponie danoise. Le célèbre P. Maximilien Hell, Astronome de Leurs Majestés Impériales à Vienne, s'y étoit transporté avec son confrère le P. Sajnovics; M. Borgrewing se joignit à eux; il est à remarquer que celui-ci, selon le témoignage du P. Hell, n'avoit encore fait aucune observation astronomique. Le P. Hell, persuadé que le premier contact extérieur ne peut être observé avec précision, ne jugea pas à propos de fatiguer inutilement ses yeux; les deux autres Observateurs marquèrent ce premier contact à $9^h\ 16'\ 39'',8$; *quo tempore*, dit le P. Hell, *particula aliqua diametri Veneris in limbum Solis jam ingressa cernebatur.* Le P. Hell conjecture que

le contact avoit précédé de 30 secondes l'heure marquée; je trouve par le calcul, qu'il s'étoit écoulé déjà 41 ou 42 secondes. Le P. Sajnovics employoit une lunette de 10 pieds & demi, & M. Borgrewing se servoit d'une lunette achromatique de 10 pieds. Vénus étoit alors élevée sur l'horizon de 7^d 37'. A 9^h 33' 57",6 le P. Hell, avec la même lunette achromatique, juge que Vénus a presque recouvré sa circonférence entière; à 9^h 34' 04",6 il juge que les circonférences de Vénus & du Soleil coïncident parfaitement; enfin à 9^h 34' 10",6, un filet de lumière paroît entre les bords voisins du Soleil & de Vénus. Le P. Sajnovics, avec la lunette de 10 pieds & demi, décide que Vénus a recouvré toute sa rondeur à 9^h 33' 52",6; il voit les bords des deux astres séparés par un fil de lumière à 9^h 34' 07",6, trois secondes plus tôt que le P. Hell. M. Borgrewing, avec une lunette ordinaire de 8 pieds & demi, ne détermine le contact intérieur qu'à 9^h 34' 32",6; Vénus avoit alors 6^d 33' de hauteur apparente. Le ciel étoit assez serein, les bords du Soleil paroissoient avoir un mouvement d'ondulation très-léger; le P. Hell ne croit cependant pas que cette circonstance ait pu nuire à la précision de l'observation.

A la sortie de Vénus, le ciel étoit parfaitement serein & l'air extrêmement calme: à 15^h 27' 24",6, le P. Hell voit une goutte noire se former entre le limbe obscur de Vénus & le limbe lumineux du Soleil, *gutta nigra intra limbum obscurum Veneris & lucidum Solis formatur;* à 15^h 27' 30",6, cette goutte diminue, elle s'évanouit ensuite pour un moment, *momentaneè disparet & veluti diffluit*, & les limbes de Vénus & du Soleil se joignant, le véritable contact intérieur optique arrive à 15^h 27' 35",6; le P. Sajnovics détermine ce contact une seconde plus tard, & M. Borgrewing 7 secondes plus tôt que le P. Hell; la hauteur de Vénus étoit de 9^d 43'; sortie totale de Vénus, douteuse à 15^h 45' 40",4, certaine à 15^h 45' 44",4 suivant le P. Hell, à 15^h 45' 45",4 selon le P. Sajnovics, à 15^h 45' 38",4 selon M. Borgrewing.

A 21^h 22' 47", commencement de l'Éclipse du Soleil observé avec une lunette de 4 pieds, une partie du disque de la Lune étoit même déjà entrée sur celui du Soleil; en conséquence

le P. Hell ſuppoſe que le commencement a pu arriver 5 ou 6 ſecondes plus tôt. Fin de l'Éclipſe dans la préciſion d'une ſeconde à $23^h\ 22'\ 35''$, obſervée par le P. Hell avec une lunette de 8 pieds & demi; le P. Sajnovics avec une lunette de 10 pieds, a déterminé la fin à $23^h\ 22'\ 36''$.

Le P. Hell, d'après deux cents Obſervations, a déterminé la latitude de Wardhus de $70^d\ 22'\ 36''$. Quant à la longitude, il ſe plaint beaucoup de ce que la ſituation de Wardhus ne lui a pas permis d'obſerver des Éclipſes de ſatellites de Jupiter; il eſt malheureuſement obligé de ſe contenter d'une Éclipſe de Soleil, quelque inſuffiſant que ſoit ce moyen, ſelon lui, pour déterminer avec préciſion la différence des Méridiens. Je ſuis cependant perſuadé que ſi le P. Hell vouloit mettre un moment de côté les préjugés qu'il a conçus contre les occultations d'Étoiles par la Lune & contre les Éclipſes de Soleil, il concevroit facilement que dans les cas les plus déſavorables, cas extrêmement rares, & qui n'ont guère lieu que dans la zone Torride, l'erreur d'une ſeconde dans l'obſervation de ces phénomènes ne peut occaſionner plus d'une ſeconde & demie d'erreur dans les longitudes qu'on en déduit. Le P. Hell ayant comparé ſon obſervation de la fin de l'Éclipſe avec celles de Stockolm & quelques autres qui étoient parvenues à ſa connoiſſance, a trouvé que le Méridien de Wardhus étoit plus oriental que celui de Paris de $1^h\ 55'\ 06''$. J'ai trouvé le même réſultat, à une ſeconde près, en comparant cette même obſervation avec celle de M. Caſſini à Paris & celle de M. Maskelyne, à Greenwich; cette comparaiſon m'a donné $1^h\ 55'\ 07''$ pour longitude de Wardhus. Quant au commencement de l'Éclipſe, pour lequel le P. Hell s'eſt contenté d'une lunette de 4 pieds, j'ai trouvé qu'à $21^h\ 22'\ 47''$ la Lune mordoit déjà de 18 à 20 ſecondes. En admettant l'heure du commencement, telle que le P. Hell la conjecture, il ſaudroit reculer Wardhus de 25 à 30 ſecondes à l'eſt; il faudroit au contraire rapprocher d'autant ſon Méridien vers l'oueſt, ſi on vouloit régler ſa longitude ſur les obſervations de l'entrée de Vénus faites à Wardhus d'une part, & de l'autre à Cajanebourg, à Stockolm & à Upſal. On pourroit ſauver cette difficulté en donnant à Stockolm $1^h\ 03'\ 13''$,

de longitude orientale, comme on le faisoit autrefois, & en reculant d'autant vers l'est Cajanebourg & Upsal; on peut voir ce que j'ai cru pouvoir dire de plus plausible sur ce sujet dans un Mémoire sur les Longitudes de plusieurs villes. *(Mémoires de l'Académie, année 1766, pages 61 & suivantes)* Mais je ne dois pas dissimuler que la fin de l'Éclipse de 1769, observée à Stockolm à $22^h\ 04'\ 51''$ *(a)* par M. Wargentin avec une lunette de 20 pieds, ne permet pas de donner à cette ville plus de $1^h\ 02'\ 53''$ de longitude orientale. Enfin le contact intérieur à la sortie de Vénus, observée tant à Wardhus qu'à Saint-Pétersbourg, concourroit encore à rapprocher Wardhus de 25 à 30 secondes vers notre méridien; il y a dans tout cela quelque chose que je ne conçois pas facilement, & que je n'entreprendrai pas d'expliquer.

On a de plus demandé pourquoi le P. Hell avoit tant tardé à communiquer ses Observations au Public? Cet Astronome s'est excusé sur ce qu'observant sous les auspices du Roi de Danemarck, il avoit cru devoir faire à ce Monarque le premier hommage de son Observation. Soit, mais cet hommage pour n'être que manuscrit, auroit-il perdu de son mérite? pourquoi attendre une impression qui n'a été exécutée que plusieurs mois après l'observation? Il est certain que le P. Hell, avant de publier son observation, a eu le temps d'en voir & d'en combiner beaucoup d'autres. Qui assurera qu'il n'a pas travaillé la sienne, pour la faire cadrer avec les préjugés, tant physiques qu'astronomiques, qu'il avoit pu précédemment concevoir? Voilà, je pense, tout ce que l'on peut objecter pour répandre quelque doute sur l'observation du P. Hell, & sur les conséquences qu'on en peut tirer pour la détermination de la parallaxe du Soleil. Si cette Observation est exacte, elle doit nous être bien précieuse, puisqu'elle est unique quant à la longueur de la durée du passage; & c'est la longueur de cette durée qui nous intéresse principalement ici. Je ferai usage

(b) Le P. Hell marque $22^h\ 04'\ 53''$; il y a $22^h\ 04'\ 51''$ dans une lettre de M. Wargentin à M. de la Lande. Admettant la leçon du P. Hell, la longitude orientale de Stockolm à l'égard de Paris, seroit de $1^h\ 02'\ 54''\frac{1}{2}$ selon l'observation de la fin de l'éclipse.

de la durée obſervée par le P. Hell, & je me flatte que j'établirai ſa certitude ſur des raiſons fort ſupérieures à celles que je viens d'employer pour infirmer le total de l'obſervation, c'eſt-à-dire ſur des raiſons priſes de la combinaiſon des autres obſervations, tant de l'entrée que de la ſortie de Vénus, faites au nord de l'Europe dans des Obſervatoires bien déterminés de poſition, & par des Obſervateurs dont l'expérience eſt univerſellement reconnue.

Un de ces Obſervatoires ſera Saint-Péterſbourg; l'Impératrice Catherine II, protectrice éclairée des Lettres & des Sciences, héritière des vertus comme du trône de Pierre le Grand, avoit attiré dans cette ville le P. Mayer, Aſtronome de l'Électeur Palatin & Profeſſeur de Mathématiques. Outre le P. Mayer, le paſſage fut obſervé par le P. Stahl, que le P. Mayer avoit mené avec lui, par M. le Profeſſeur Euler & par M. Lexell; le P. Mayer ſe ſervoit d'une excellente lunette achromatique de 18 pieds, faite à Londres, le P. Stahl d'un téleſcope catoptrique de Short de 3 pieds & demi, M. Lexell d'un ſemblable téleſcope de 2 pieds & demi, & M. Euler, d'une lunette achromatique de Dollond de 7 pieds.

Le P. Mayer crut voir le premier contact extérieur à $9^h\ 09'\ 39''$ temps vrai, le Soleil étant déjà preſqu'entièrement couché; il ne donne pas cependant cette obſervation comme bien certaine, & elle ne l'eſt pas en effet, le contact extérieur n'a dû arriver pour Saint-Péterſbourg que 2 minutes après le coucher total du Soleil.

Contact intérieur à la ſortie de Vénus.

Selon le P. Stalh .... à	$15^h\ 25'\ 33'',7$
Selon M. Lexell .... à	15. 25. 40,7
Selon le Profeſſeur Mayer .... à	15. 25. 43,7
Il eſt certainement paſſé ſelon le P. Mayer, à	15. 25. 46,7
Il eſt paſſé ſelon le Profeſſeur Euler.... à	15. 25. 47,7

Le limbe du Soleil étoit un peu ondulant, celui de Vénus étoit cependant bien déterminé.

Contact extérieur.

Selon le P. Stalh.................... à $15^h\ 43'\ 13'',7$
Selon M. Lexell.................... à 15. 43. 23,7
Selon M. Euler.................... à 15. 43. 30,7
Selon le P. Mayer.................... à 15. 43. 40,7

Le P. Mayer avec la lunette achromatique de 7 pieds, marqua le commencement de l'éclipſe de Soleil à $21^h\ 10'\ 28'',7$, la fin à $23^h\ 06'\ 14''$. Commencement, ſelon M. Lexell avec le téleſcope de 2 pieds & demi, à $21^h\ 10'\ 28'',7$; fin à $23^h\ 06'\ 09''$. Le P. Stahl détermina le commencement à $21^h\ 10'\ 24'',7$; il ſe ſervoit de la lunette du quart-de-cercle palatin; il n'obſerva point la fin. M. Euler vit l'éclipſe finir dès $23^h\ 06'\ 05''$, mais ce fut à l'aide d'une chambre obſcure. M. le Profeſſeur Kotelnikow s'accorda avec M. Euler pour la fin de l'éclipſe. Le P. Mayer croit qu'on peut fixer le commencement de l'éclipſe à $21^h\ 10'\ 23''$, & la fin à $23^h\ 06'\ 14''$. Cette détermination de la fin de l'éclipſe met Saint-Péterſbourg par $1^h\ 51'\ 56''$ à l'eſt de Paris, & telle eſt probablement la véritable longitude de cette ville; mais dans cette ſuppoſition, à l'heure marquée pour le commencement, la Lune mordoit déjà de 6 à 7 ſecondes. En admettant la longitude que l'on a coutume de donner à Saint-Péterſbourg, de $1^h\ 52'\ 00''$, le commencement auroit dû être obſervé environ 8 ſecondes plus tôt, & la fin 3 à 4 ſecondes plus tard.

L'Impératrice de Ruſſie, perſuadée que les obſervations d'un phénomène auſſi rare & auſſi intéreſſant que le paſſage de Vénus ne pouvoient être trop multipliées, ne s'eſt pas contentée d'envoyer des Obſervateurs au nord de ſes États d'Europe, elle en a fait partir pour le Nord, le Sud & l'Eſt des vaſtes provinces qu'elle poſſède en Aſie. Il n'eſt encore parvenu à ma connoiſſance que quatre obſervations aſiatiques. M. Islenief à Jakoutzk n'a pu obſerver l'entrée; il détermina le contact intérieur, à la ſortie de Vénus, à $22^h\ 02'\ 55''$, & le contact extérieur à $22^h\ 19'\ 15''$; le temps de cette ſortie eſt bien court; j'ignore d'ailleurs la latitude préciſe de Jakoutzk.

M. Lowitz a fait un myſtère des obſervations qu'il a faites

à Gurief, on a cependant réussi à avoir connoissance des principales. De trois hauteurs méridiennes du Soleil, d'une de α de l'Aigle & d'une de θ d'Antinoüs, j'ai conclu la latitude de Gurief de 47^d 07′ 08″,5. Contact intérieur, à la sortie de Vénus, à 16^h 52′ 54″,4; contact extérieur à 17^h 11′ 06″,1. Commencement de l'éclipse le 3 Juin à 23^h 29′ 44″,7 ou à 23^h 29′ 50″,7; fin le 4, à 0^h 26′ 47″,7; donc selon l'observation de la fin, la différence des méridiens de Paris & de Gurief est de 3^h 18′ 28″, & en admettant cette longitude, la Lune ne mordoit pas tout-à-fait de 4 secondes à 23^h 29′ 44″,7.

M. Wolfgang-Louis Krafft observa la sortie de Vénus à Orenburg. « A 17^h 05′ 00″$\frac{1}{2}$, temps vrai, les bords parurent se toucher; encore, dit M. Krafft, je remarquai là clairement l'effet « d'un mouvement de vacillation; à 17^h 05′ 06″, continue-t-il, « les bords me parurent se joindre très-vîte, je regarde ce moment « comme celui du contact intérieur; à 17^h 05′ 08″$\frac{1}{2}$, le contact « est certainement arrivé; à 17^h 23′ 30″$\frac{1}{2}$, on ne voyoit plus qu'une « très-petite partie de Vénus; à 17^h 23′ 34″$\frac{1}{2}$, sortie totale. Au « temps de la sortie totale le ciel étoit parfaitement serein; je crois l'ob- « servation de cette sortie aussi exacte & même plus exacte que celle du « contact intérieur. A 23^h 30′ 22″ la Lune mord sur le disque du « Soleil; bonne observation, quoique la lunette fût un peu agitée « par le vent, & que j'eusse été obligé d'attendre ce commencement « dans une posture fort incommode. A 23^h 30′ 29″, l'éclipse est « notablement commencée. Le 4 à 1^h 02′ 44″, fin de l'éclipse. » Orenbourg est par 51^d 46′ de latitude nord, selon M. Krafft, & à 3^h 31′ 01″ à l'Est du méridien de Paris, tant selon l'observation du commencement, que selon celle de la fin de l'éclipse.

M. Christophe Euler, à Orsk, n'a point épargné les observations; de soixante-dix-huit hauteurs méridiennes, tant du Soleil que des Étoiles qu'il a observées, j'ai calculé les cinquante-quatre principales, & j'ai conclu la latitude d'Orsk de 51^d 12′ 11″. Au défaut de l'Éclipse du Soleil, il a observé plusieurs immersions & émersions des satellites de Jupiter; j'en ai comparé quelques-unes à nos observations d'Europe, la conclusion seroit que Orsk est plus oriental que Paris de 3^h 45′ 03″, mais ce résultat ne peut se soutenir;

le contact intérieur de Vénus à sa sortie a dû être observé à Orsk une minute plus tard qu'à Saint-Péterfbourg, & il y auroit été observé 20 à 25 secondes plus tôt. A $17^h\ 17'\ 36''$, temps vrai, les bords de Vénus & du Soleil se joignirent subitement, & à $17^h\ 18'\ 26''$, la sortie commença. A $17^h\ 36'\ 58''$, la dernière marque de Vénus se perdit entièrement. A $23^h\ 52'\ 13''$, l'Éclipse du Soleil étoit commencée, je crois depuis 30 secondes au plus, dit M. Euler; à $1^h\ 30'\ 42''$, elle étoit déjà finie. Si la longitude d'Orsk est $3^h\ 45'\ 03''$, à $23^h\ 52'\ 13''$ la Lune ne couvroit encore que 3 secondes & un quart du diamètre du Soleil; combien d'Observateurs n'auroient pas même jugé l'Éclipse commencée? en diminuant cette longitude d'Orsk de 50 secondes, la Lune à ladite heure auroit mordu de 20 secondes, ce qui paroîtroit plus vraisemblable; quant à la fin de l'Éclipse, le temps en étoit déjà bien écoulé à $1^h\ 30'\ 42''$.

Dans cette observation d'Orsk, il est une circonstance qui par sa singularité me donne lieu de faire ici quelques réflexions. Que signifie cette jonction des bords, distinguée du commencement de la sortie de Vénus? j'ai bien observé en 1761 comme un nuage noir, qui rompit en un instant le fil lumineux qui séparoit les bords de Vénus & du Soleil, lorsque je jugeois ce fil assez large pour durer encore plusieurs secondes, mais je n'ai pas balancé à prendre ce jugement pour une illusion d'optique, & à marquer l'instant de la rupture du fil lumineux pour celui du contact intérieur, & en cela je pense avoir bien fait; on a trouvé que mon observation donnoit trop de parallaxe au Soleil; elle lui en auroit donné bien davantage, si j'eusse attendu un commencement de la sortie postérieure de près d'une minute à cette rupture de l'anneau lumineux. Le P. Hell a remarqué quelque chose d'analogue au temps de la sortie de Vénus, mais outre que ce n'a été que 11 secondes avant ce qu'il nous donne pour contact intérieur, cette tache du P. Hell après s'être montrée, a diminué & disparu totalement. On a pareillement jugé à Rouen, & sur-tout à Greenwich, que les bords des deux Astres se touchoient à l'entrée de Vénus plusieurs secondes avant que le filet lumineux parût, mais on a marqué l'apparition ou la disparition de ce filet lumineux comme lié

immédiatement

immédiatement avec le contact intérieur. Si les deux circonférences ne paroissent pas se toucher géométriquement au moment de la formation ou de la rupture de ce filet, je pense que c'est à des causes purement physiques & étrangères à l'observation, qu'il faut attribuer cet effet illusoire; ce qui me le persuade, est que peu d'Observateurs ont remarqué cet effet, soit en 1761, soit en 1769: je l'ai vu très-clairement en 1761, le Soleil ayant 45 degrés environ de hauteur, & le Ciel paroissant très-serein dans cette partie; il est vrai que 20 ou 25 minutes après commença une pluie abondante & qui fut de durée: je m'attendois à revoir le même phénomène en 1769, je ne vis rien d'approchant, le Soleil n'étoit cependant guère plus élevé qu'en 1761. A Wardhus il ne paroît pas que le P. Sajnovics ni M. Borgrewing aient observé la goutte noire dont parle le P. Hell. A Greenwich, de quatre Observateurs qui ont remarqué ce phénomène, un le fait durer 73 secondes, un autre 52 secondes, un troisième 20 secondes, enfin un quatrième, celui qui manioit le meilleur instrument, 10 secondes seulement. Je conclurois volontiers que ce phénomène dépend des vapeurs de notre atmosphère, de la qualité de l'instrument qu'on emploie, & peut-être même en partie de l'état de l'œil qui observe; que ces causes concourent à faire paroître le disque obscur de Vénus plus petit qu'il n'est réellement, l'effet dont nous parlons me paroît se présenter nécessairement, sur-tout si les mêmes causes, comme cela ne peut manquer d'arriver, se réunissent pour donner au disque du Soleil une étendue apparente plus grande que la réelle.

Pour revenir à l'observation d'Orsk, j'ai été tenté de regarder la première jonction ou confluence des bords, comme le commencement de la sortie; deux considérations m'ont retenu, il faudroit conclure de ce contact une longitude d'Orsk, moindre de 2 minutes & plus qu'elle n'est donnée par les Éclipses des satellites de Jupiter, & d'ailleurs la durée de la sortie de Vénus auroit été à Orsk plus longue que par-tout ailleurs, tandis que selon le calcul, ce lieu est un de ceux où la parallaxe devoit diminuer le plus cette durée.

Comme je me propose d'employer les observations de Stockolm, d'Upsal & de Greenwich, je vais en donner un précis.

À STOCKOLM, premier contact à l'entrée de Vénus.

Selon M. Ferner. . . à 8h 24′ 07″ lunette achromatique de 10 pieds
Selon M. Wargentin à 8. 23. 57 lunette de 20 pieds.
Selon M. Wilke. . . à 8. 24. 06 télescope catoptrique de 1 pied ½.

Contact intérieur.

Selon M. Ferner. . . à 8h 41′ 48″.
Selon M. Wargentin à 8. 41. 47.
Selon M. Wilke. . . à 8. 41. 45.
Par un milieu. . . . . à 8. 41. 46½.

À UPSAL, premier contact.

Selon M. Melander... à 8h 22′ 01″.
Selon M. Prosperin... à 8. 22. 12.

Contact intérieur.

Selon M. Melander... à 8h 40′ 12″ lunette de 20 pieds.
Selon M. Bergmann à 8. 40. 09 lunette de 21 pieds.
Selon M. Prosperin... à 8. 40. 12 lunette de 16 pieds.
Selon M. Salenius... à 8. 40. 15 lunette de 12 pieds.
Par un milieu. . . . . à 8. 40. 12.

À GREENWICH, premier contact.

Selon
M. Nevil Maskelyne à 7h 10′ 58″ télesc. de 2 pieds, grossiss. 140 fois.
M. Malachie Hitchins à 7. 10. 54 télesc. de 6 pieds, grossiss. 90 fois.
M. Guillaume Hirst... à 7. 11. 11 télesc. de 2 pieds, grossiss. 55 fois.
M. Jean Horsley. . . à 7. 10. 44 lun. achr. de 10 pieds, grossiss. 50 fois
M. Samuel Dunn. . . à 7. 10. 37 lun. achr. de 3½ pieds, gross. 140 fois.
M. Pierre Dollond... à 7. 11. 19 lun. achr. de 3½ pieds, gross. 150 fois
M. Édouard Nairne... à 7. 11. 30 télesc. de 2 pieds, grossiss. 120 fois.

Les circonférences des deux disques paroissent se toucher,

Selon M. Maskelyne. . . . . à 7h 28′ 31″.
Selon M. Hitchins. . . . . . à 7. 28. 47.
Selon M. Horsley. . . . . . . à 7. 28. 15.
Selon M. Dunn. . . . . à 7. 29. 28.

Fil de lumière complet, ou Contact intérieur,

Selon M. Maskelyne.....	à 7^h 29′ 23″.
Selon M. Hitchins......	à 7. 28. 57.
Selon M. Hirst.........	à 7. 29. 18.
Selon M. Horsley.......	à 7. 29. 28.
Selon M. Dunn.........	à 7. 29. 48.
Selon M. Dollond......	à 7. 29. 20.
Selon M. Nairne........	à 7. 29. 20.

J'ai tiré tout ce détail d'une Lettre de M. Maskelyne à M. de la Lande; M. Maskelyne ajoute que M.rs Dollond & Nairne ont marqué, non pas l'heure à laquelle le filet de lumière étoit complet, mais celle à laquelle ils ont jugé qu'il étoit prêt de se compléter; ainsi ces deux observations se rapprochent encore davantage de celle de M. Maskelyne; celle de M.rs Hirst & Horsley n'en diffèrent que de 5 secondes, l'une en plus, l'autre en moins, les deux autres se compenseront réciproquement, & je regarderai 7^h 29′ 23″ comme l'heure vraie du contact intérieur à Greenwich : c'est aussi d'après M. Maskelyne que j'ai supposé plus haut que le télescope de 6 pieds étoit le meilleur de tous les instrumens employés à cette observation à Greenwich.

En supposant le diamètre apparent de Vénus de 58 secondes, presque tous les Observateurs ont trouvé l'entrée & la sortie de Vénus moindre qu'elle ne devoit être; je n'en suis pas surpris; vu la lenteur du mouvement de Vénus & la petitesse de cette Planète relativement au Soleil, il est difficile de saisir avec précision les contacts extérieurs des deux limbes: d'ailleurs n'est-il pas probable qu'on doit reconnoître encore ici cette inflexion des rayons du Soleil, dont M. le Monnier a si bien démontré l'existence dans les Éclipses du Soleil? son effet doit être d'abréger la durée de l'entrée & de la sortie de Vénus; or l'entrée à Greenwich devoit durer 18′ 40″ selon le calcul, elle a duré moins selon cinq Observateurs, & 4 secondes seulement de plus selon M. Horsley; mais qu'elle ait pu durer 19′ 11″ comme il paroît que M. Dunn l'a observé, c'est ce que j'ai beaucoup de peine à me persuader: de trente-huit observations de l'entrée de Vénus, que j'ai sous les

yeux, celle de M. Dunn eſt la ſeule dont la durée excède 18′ 44″.

Le fort du Prince de Galles ſur la baie d'Hudſon, eſt ſitué par 58d 47′ 30″ de latitude boréale ſelon pluſieurs obſervations.

Premier contact extérieur à l'entrée de Vénus.

Par M. J. Dymond.................... à 0h 57′ 01″.
Par M. Wales........................ à 0. 57. 08.

Premier contact intérieur.

Par M. Dymond....................... à 1. 15. 25.
Par M. Wales........................ à 1. 15. 21.
En prenant un milieu................ à 1. 15. 23.

Contact intérieur à la ſortie de Vénus.

Par M. Dymond....................... à 7. 00. 49.
Par M. Wales........................ à 7. 00. 46.
En prenant un milieu................ à 7. 00. 47½.

Dernier contact extérieur.

Par M. Dymond....................... à 7. 19. 21.
Par M. Wales........................ à 7. 19. 02.

Les deux Obſervateurs employoient chacun un téleſcope catoptrique amplifiant de cent vingt fois le diamètre des objets : au moment de la ſortie totale, le Ciel étoit très-brumeux & les bords mal terminés : telle eſt l'unique obſervation que nous ayons actuellement d'une durée du paſſage, ſenſiblement plus courte que toutes les durées qu'on auroit pu obſerver au nord de l'Europe & de l'Aſie : on voit que l'obſervation du ſecond contact extérieur n'eſt pas exempte d'incertitude, l'inconvénient n'eſt pas grand, pourvu que cette brume n'ait pas nui à la préciſion de l'obſervation du contact intérieur, ce que je n'oſerois décider bien affirmativement : quant aux contacts extérieurs, j'aurois peine à leur accorder une entière confiance; Vénus employoit 19 ſecondes de temps pour couvrir ſeulement une ſeconde du diamètre du Soleil, qu'une ſeconde de degré occupe bien peu d'eſpace dans le Ciel, & qu'il eſt difficile de ſaiſir, ſur-tout le commencement des Éclipſes de

Soleil avec cette précision, quoique la Lune ait un tout autre volume & un mouvement bien plus sensible que celui de Vénus? Je me dispenserai donc de faire usage des contacts extérieurs, quoique je les aie calculés avec autant de précision que les contacts intérieurs.

Il nous est parvenu bien d'autres observations de l'entrée de Vénus, faites en Amérique par des Observateurs Anglois, mais l'incertitude de la longitude des lieux où elles ont été faites, permet d'autant moins de les employer à la recherche de la parallaxe du Soleil, que de petites erreurs sur la longitude de ces lieux en produisent de très-sensibles sur la parallaxe: il n'est aucun de ces lieux où 20 secondes de longitude ne répondent à une seconde & plus de parallaxe, & les longitudes ne sont fondées que sur un petit nombre d'Éclipses des satellites de Jupiter.

Dans un *Mémoire sur le choix & l'état des lieux où le passage de Vénus du 3 Juin 1769, pouvoit être observé avec le plus d'avantage, &c.* Mémoire qui a été imprimé séparément de ceux de l'Académie, je donnois une Table des lieux du Soleil & de Vénus pour le jour du passage depuis 7 heures jusqu'à 14 heures: cette Table, plus exacte que celle qu'on auroit tirée des Tables astronomiques, n'étoit cependant pas assez précise, le passage est arrivé 5 à 6 minutes plus tard que je ne l'avois annoncé; j'aurois pu pourtant m'en tenir à cette Table, son erreur étoit légère, elle portoit également sur toutes les observations, & par conséquent elle influoit peu ou même point du tout sur leur combinaison réciproque: nonobstant cette réflexion j'ai voulu corriger au moins la plus grande partie de cette erreur: la Table suivante représente avec assez de précision presque toutes les observations européennes, dans la supposition que la parallaxe du Soleil est de 9",2, son demi-diamètre 15' 47" & celui de Vénus 29": l'erreur qui pourroit être dans ces suppositions n'en peut occasionner qu'une absolument insensible dans la détermination de la vraie parallaxe solaire, pourvu que celle-ci ne soit pas énormément différente de celle que j'ai supposée.

TABLE des lieux du Soleil & de Vénus, le 3 Juin 1769.

TEMPS MOYENS.	LIEU moyen du SOLEIL.	LIEU VRAI du SOLEIL.	LIEU VRAI de VÉNUS.	LATITUDE boréale de VÉNUS.
H. M.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.
7. 00	72. 28. 50	73. 19. 40,30	73. 32. 20,70	12. 13,25
7. 05	72. 29. 00	73. 19. 52,25	73. 32. 12,85	12. 10,30
7. 10	72. 29. 15	73. 20. 04,20	73. 32. 05,05	12. 07,35
7. 15	72. 29. 25	73. 20. 16,20	73. 31. 57,20	12. 04,40
7. 20	72. 29. 40	73. 20. 28,15	73. 31. 49,35	12. 01,45
7. 25	72. 29. 50	73. 20. 40,10	73. 31. 41,55	11. 58,50
7. 30	72. 30. 05	73. 20. 52,05	73. 31. 33,70	11. 55,55
7. 35	72. 30. 20	73. 21. 04,00	73. 31. 25,85	11. 52,55
7. 40	72. 30. 30	73. 21. 15,95	73. 31. 18,00	11. 49,60
7. 45	72. 30. 45	73. 21. 27,90	73. 31. 10,15	11. 46,65
7. 50	72. 30. 55	73. 21. 39,90	73. 31. 02,35	11. 43,70
7. 55	72. 31. 10	73. 21. 51,85	73. 30. 54,50	11. 40,75
8. 00	72. 31. 20	73. 22. 03,80	73. 30. 46,70	11. 37,80
9. 00	72. 33. 50	73. 24. 27,30	73. 29. 12,75	11. 02,35
10. 00	72. 36. 15	73. 26. 50,80	73. 27. 38,75	10. 26,90
11. 00	72. 38. 45	73. 29. 14,30	73. 26. 04,75	9. 51,50
12. 00	72. 41. 10	73. 31. 37,80	73. 24. 30,75	9. 16,05
13. 00	72. 43. 40	73. 34. 01,30	73. 22. 56,80	8. 40,60
13. 05	72. 43. 50	73. 34. 13,25	73. 22. 48,95	8. 37,65
13. 10	72. 44. 05	73. 34. 25,20	73. 22. 41,15	8. 34,70
13. 15	72. 44. 15	73. 34. 37,20	73. 22. 33,30	8. 31,75
13. 20	72. 44. 30	73. 34. 49,15	73. 22. 25,45	8. 28,80
13. 25	72. 44. 40	74. 35. 01,10	73. 22. 17,65	8. 25,85
13. 30	72. 44. 55	73. 35. 13,05	73. 22. 09,80	8. 22,85
13. 35	72. 45. 10	73. 35. 25,00	73. 22. 02,00	8. 19,90
13. 40	72. 45. 20	73. 35. 36,95	73. 21. 54,15	8. 16,95
13. 45	72. 45. 35	73. 35. 48,90	73. 21. 46,35	8. 14,00
13. 50	72. 45. 45	73. 36. 00,90	73. 21. 38,50	8. 11,05
13. 55	72. 46. 00	73. 36. 12,85	73. 21. 30,65	8. 08,10
14. 00	72. 46. 10	73. 36. 24,80	73. 21. 22,85	8. 05,15

La première colonne donne le temps moyen pour le méridien de l'Obſervatoire royal de Paris, la ſeconde contient le lieu moyen du Soleil dans la préciſion de 5 ſecondes, préciſion ſuffiſante pour

l'uſage qu'on peut faire de cette colonne : dans les trois colonnes ſuivantes on a pouſſé la préciſion juſqu'aux demi-dixièmes de ſecondes : le vrai lieu du Soleil a été calculé ſur les Tables de M. l'abbé de la Caille, celui de Vénus eſt affecté de la nutation & de l'aberration.

Pour réduire les temps vrais des obſervations en temps moyens, j'ai par-tout retranché 2′ 15″ des temps vrais, lorſqu'il s'eſt agi de l'entrée de Vénus, & 2′ 13″ ſeulement lorſqu'il a été queſtion de ſa ſortie : pour plus de préciſion, j'aurois pu ajouter à ces nombres ou en retrancher quelques décimales de ſeconde, mais ce défaut de préciſion, ſi c'en eſt véritablement un, étant commun à toutes les obſervations, & d'ailleurs la variation diurne de l'équation étant à peine de 10 ſecondes, quelques décimales de plus ou de moins n'auroient influé en rien ſur le réſultat des obſervations.

Pour déduire maintenant la parallaxe horizontale du Soleil des obſervations faites à Wardhus & au fort du Prince de Galles, je ſuppoſe comme auparavant cette parallaxe de 9″,2, le demi-diamètre du Soleil de 15′ 47″, & celui de Vénus de 29″, la longitude de Wardhus de 1^h 55′ 07″ à l'eſt, & celle du fort du Prince de Galles de 6^h 26′ 06″ à l'oueſt ; il nous ſuffit que ces longitudes ſoient à peu près connues, une erreur de quelques minutes ne devroit pas paſſer ici pour bien importante, il faudroit en dire autant à proportion des latitudes, ſi elles étoient moins parfaitement connues qu'elles ne le ſont.

Par un calcul direct, ſtrict & précis, fondé ſur la Table précédente, j'ai trouvé que le paſſage de Vénus entre les deux contacts intérieurs, a dû durer à Wardhus 5^h 53′ 32″,4, & au fort du Prince de Galles 5^h 45′ 26″,3 ; donc le paſſage a dû durer au fort du Prince de Galles 8′ 06″,1 de temps moyen moins qu'à Wardhus ; or en prenant un milieu entre les obſervations du P. Hell & du P. Sajnovics, le paſſage a duré à Wardhus 5^h 53′ 29″ de temps moyen, au fort du Prince de Galles, en prenant pareillement un milieu entre les deux obſervations, il a duré 5^h 45′ 26″,5 ; donc la différence des durées obſervées a été de 8′ 02″,5, & elle devoit être de 8′ 06″,1,

dans la ſuppoſition de 9″,2 de parallaxe du Soleil : je dis; 8′ 06″,1 : 8′ 02″,5 :: 9″,2 : 9″,132; telle eſt la vraie parallaxe horizontale du Soleil, ſi nous admettons les obſervations de Wardhus & du fort du Prince de Galles comme exactes & préciſes.

On n'a rien objecté contre les obſervations du fort du Prince de Galles, & en effet ces obſervations paroiſſent ſe ſuivre très-bien en elles-mêmes; d'ailleurs elles ont été envoyées en Europe, lorſque les obſervations européennes, & ſur-tout celles de Wardhus n'avoient pu pénétrer juſqu'en Amérique. Quant à celles de Wardhus, mettons-les un moment de côté, & employons au lieu d'elles des obſervations qui ſoient à l'abri de tout ſoupçon. Nous ne trouverons point, il eſt vrai, de durée entière obſervée; mais ne pouvons-nous pas ſuppléer à ce défaut, en comparant l'entrée de Vénus, obſervée en des lieux bien donnés de poſition, avec la ſortie obſervée en d'autres lieux, dont la poſition ſoit également bien déterminée. Par exemple, Stockolm eſt au moins par 1^h 02′ 50″ de longitude orientale, & Saint-Péterſbourg au plus par 1^h 52′ 00″ de longitude auſſi orientale à l'égard de Paris; donc Saint-Péterſbourg eſt de 49′ 10″ au plus à l'orient de Stockolm. Selon la Table précédente, & dans la ſuppoſition de 9″,2 de parallaxe, le premier contact intérieur a dû être obſervé à Stockolm à 7^h 36′ 40″,4, temps moyen, méridien de Paris, & le ſecond contact intérieur a dû arriver à Saint-Péterſbourg lorſqu'il étoit à Paris 13^h 31′ 27″,4 de temps moyen. Donc entre l'entrée de Vénus à Stockolm, & ſa ſortie à S.t Péterſbourg, il a dû s'écouler 5^h 54 47″, c'eſt-à-dire, 9′ 20″,7 plus que la durée du paſſage calculée pour le fort du Prince de Galles. Or le premier contact intérieur a été obſervé à Stockolm à 8^h 39′ 31″,5, temps moyen; le ſecond a été obſervé à Saint-Péterſbourg par un milieu entre les obſervations de M. Lexell & des PP. Stahl & Mayer, à 15^h 23′ 26″,4, temps moyen. La différence eſt de 6^h 43′ 54″,9; ôtez au plus 49′ 10″ pour la différence des méridiens, il reſtera au moins 5^h 54′ 44″,9 pour le véritable intervalle de temps moyen écoulé entre le premier contact intérieur obſervé à Stockolm, & le ſecond obſervé à Saint-Péterſbourg.

Cet

Cet intervalle excède de 9′ 18″,4 la durée obſervée au fort du Prince de Galles; or l'excès devoit être de 9′ 20″,7 dans la ſuppoſition de 9″,2 de parallaxe horizontale du Soleil. Je dis 9′ 20″,7 : 9′ 18″,4 : : 9″,2 : 9″,161; donc ſelon les obſervations de Stockolm & de Saint-Péterſbourg, combinées avec celles du fort du Prince de Galles, la parallaxe horizontale du Soleil eſt au moins de 9″,161; elle ſera plus forte, ſi la longitude de Stockolm excède 1^h 02′ 50″, ou ſi celle de Saint-Péterſbourg eſt au-deſſous de 1^h 52′ 00″; la fin de l'éclipſe du 3 Juin 1769 met Stockolm par 1^h 02′ 52″,5, & Saint-Péterſbourg par 1^h 51′ 56″, alors la parallaxe concluе ſeroit de 9″,267.

En comparant pareillement les obſervations d'Upſal & de Saint-Péterſbourg avec celles du fort du Prince de Galles, & donnant à Upſal 1^h 01′ 10″ de longitude à l'Eſt de Paris, on trouve que l'intervalle entre la fin de l'entrée à Upſal & le commencement de la ſortie à Saint-Péterſbourg, a dû être de 9′ 20″,7 plus long que la durée obſervée au fort du Prince de Galles, dans la ſuppoſition de 9″,2 de parallaxe horizontale. Or cet excès a été au moins de 9′ 12″,9; donc la parallaxe eſt au moins de 9″,072.

Subſtituant Cajanebourg à Upſal, & donnant à Cajanebourg 1^h 41′ 41″ de longitude orientale, la parallaxe ſeroit de 9″,242; de 9″,302, en prenant l'obſervation de M. Maskelyne à Greenwich au lieu de celle de Cajanebourg (celle de M. Hitchins donneroit 9″,747); enfin prenant un milieu entre les obſervations de M.^rs Caſſini, Maraldi & Meſſier, on a le premier contact intérieur obſervé à Paris à 7^h 36′ 33″,7 de temps moyen; comparant ce milieu avec les obſervations de Saint-Péterſbourg & du fort du Prince de Galles, la parallaxe horizontale du Soleil eſt de 9″,150. Il me ſemble que l'accord de tous ces réſultats avec celui de l'obſervation de Wardhus, ne laiſſe aucun lieu de douter de l'exactitude de cette obſervation; comparée avec celles que nous attendons de la Californie & de la mer du Sud, elle décidera la queſtion de la parallaxe avec toute la préciſion que l'on peut deſirer, & le paſſage de 1769 nous aura procuré une connoiſſance, dont celui de 1761 n'avoit fait que nous approcher.

Si la parallaxe horizontale du Soleil étoit le 3 Juin de 9",150; la parallaxe horizontale moyenne est de 9",288, ou de 9",339 si la première est de 9",2, ou enfin de 9",135 si celle du 3 Juin n'est que de 9 secondes.

Je n'ai point fait usage des observations de Gurief & d'Orenburg, parce que je me crois moins assûré de la longitude de ces deux villes que de celle de Saint-Pétersbourg; leur longitude n'est fondée que sur la dernière éclipse de Soleil, & cette éclipse étoit bien petite, sur-tout à Gurief. Je remarquerai seulement qu'en substituant dans les comparaisons précédentes les obs rvations de Gurief & d'Orenburg à celle de Saint-Pétersbourg, la parallaxe du Soleil seroit un peu au-dessous de 9 secondes; celle qui résulteroit de l'observation de M. Rumowski à Kola, excéderoit à peine 9 secondes; elle excéderoit au contraire 9",3, si à l'observation de M. Rumowski on substituoit celle de M.rs Ochtenski & Borodulin.

Admettant la parallaxe du Soleil de 9",15, nous pouvons nous servir des observations américaines, pour déterminer la longitude des lieux où elles ont été faites; observant qu'il faudra augmenter ou diminuer cette longitude de 2 secondes par chaque dixième de seconde, dont on augmentera ou dont on diminuera la parallaxe. Je prends l'observation de M. Maskelyne à Greenwich pour terme de comparaison; si au lieu de cette observation on vouloit prendre un milieu entre les observations de Paris, Greenwich, Hawkhill, Stockolm, Upsal & Cajanebourg, il faudroit augmenter de 4 à 5 secondes de temps toutes les longitudes américaines que je vais déterminer. J'ai préféré l'observation de Greenwich, parce que le Soleil y étoit plus élevé, & peut-être le ciel plus pur qu'à Paris, Stockolm & Upsal.

A Norriton en Pensilvanie, par $40^d\ 09'\ 56''$ de latitude boréale, contact intérieur à l'entrée de Vénus, ou apparition du fil de lumière à $2^h\ 30'\ 14''$ selon M. Lukens, à $2^h\ 30'\ 15''$ selon le Docteur Smith, par un milieu à $2^h\ 30'\ 14''\frac{1}{2}$. Donc longitude de Norriton $5^h\ 11'\ 44''\frac{1}{2}$ à l'ouest de Paris; par quelques éclipses du 1.er satellite de Jupiter, j'avois trouvé $5^h\ 11'\ 17''$.

A Philadelphie, dans la place de la maison-de-ville, par la

latitude boréale de 39^d 56′ 55″, contact intérieur à 2^h 29′ 11″ temps moyen, ſelon M. Ewing, & ſelon M. Prior à 2^h 29′ 23″; donc longitude occidentale de Philadelphie de 5^h 10′ 33″ ſelon l'obſervation de M. Ewing, ou de 5^h 10′ 21″ ſelon celle de M. Prior.

A Leweſtonn, dans la maiſon du Capitaine de Laware, latitude nord 38^d 47′ 27″, ſous un méridien, dit-on, d'une ſeconde de temps ſeulement plus oriental que la partie la plus ſud de Philadelphie, ou exactement ſous le même méridien que la place de la maiſon-de-ville, M. Owen Biddle a obſervé l'apparition du fil de lumière à 2^h 29′ 57″, temps moyen; donc longitude de Leweſtonn 5^h 09′ 52″ à l'oueſt de Paris. Si cela eſt ainſi, il paroît que les meſures géodéſiques, d'après leſquelles on a probablement décidé que Leweſtonn & la place de la maiſon-de-ville de Philadelphie étoient ſous le même méridien, n'ont pas été priſes avec la plus grande préciſion.

A New Cambridge dans la nouvelle Angleterre, par 42^d 25′ de latitude nord, M. le Profeſſeur Winthrop vit à 2^h 47′ 33″ la circonférence du diſque ſolaire rendue à ſa parfaite intégrité; donc Cambridge eſt de 4^h 54′ 01″ plus occidentale que Paris. M. Maskelyne avoit déterminé cette longitude moindre ſeulement de 2 ſecondes, d'après quelques obſervations d'émerſions du 1.er ſatellite de Jupiter, faites à Cambridge par M. Winthrop, & comparées avec les ſiennes.

A l'île Coudre, près de Québec, par la latitude de 47^d 17′ nord, M. Thomas Wright vit le fil de lumière ſe compléter à 2^h 50′ 50″$\frac{1}{2}$, temps vrai; cette île eſt donc plus occidentale que Paris de 4^h 50′ 20″$\frac{1}{2}$. On ajoute que cette île eſt ſituée au nord 41^d$\frac{1}{2}$ Eſt de Québec, à 55 milles Anglois de diſtance; le mille Anglois terreſtre eſt de 69$\frac{1}{6}$ au degré. Il eſt clair d'abord que cette diſtance & ce giſement ſont incompatibles avec la latitude qu'on donne à l'île Coudre, combinée avec celle de Québec. De plus, la longitude de cette île, telle qu'elle réſulte de l'obſervation, eſt plus occidentale d'une minute & demie de temps, que celle par laquelle on place ordinairement Québec. Au reſte, je ne voudrois pas garantir l'exactitude de celle-ci; je crois l'île Coudre réellement plus orientale que Québec.

Le premier contact intérieur, obſervé au fort du Prince de Galles ſur la baie d'Hudſon, détermine la longitude occidentale de ce fort, de $6^h\ 26'\ 20''$.

Par un milieu entre l'obſervation de M. de Fleurieu & la mienne, le contact intérieur des bords eſt arrivé au cap François, île de Saint-Domingue, à $2^h\ 44'\ 44''\frac{1}{2}$; donc la longitude de cette ville eſt de $4^h\ 58'\ 43''$ à l'oueſt de Paris. Cette longitude doit être augmentée ou diminuée, non de deux, mais de 3 ſecondes par chaque dixième de ſeconde, dont on augmentera ou dont on diminuera la parallaxe.

On pourroit par cette même voie parvenir à déterminer la poſition d'Édimbourg, qui n'eſt pas encore aſſez préciſément connue; on peut auſſi employer à cette même fin l'obſervation de l'éclipſe du Soleil faite à Hawkill, à un mille & demi Anglois de diſtance du collége d'Édimbourg, au nord-eſt. Avec deux lunettes achromatiques, l'une de trois pieds & demi, l'autre de deux pieds, on s'accorda à une ſeconde près à déterminer la fin de l'Éclipſe le 3 Juin 1769 à $20^h\ 17'\ 30''$, temps moyen. Latitude du lieu $55^d\ 57'\ 37''$ nord; donc longitude occidentale $0^h\ 21'\ 55''\frac{1}{2}$ ou $0^h\ 21'\ 56''\frac{1}{2}$, ſelon qu'on prendra pour terme de comparaiſon l'obſervation de M. Caſſini ou celle de M. Maskelyne. Le Lord Alemoer avec un téleſcope catoptrique de dix-huit pouces, avoit déterminé le premier contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil à $7^h\ 14'\ 32''$, temps moyen; M. Jacques Hey avec une lunette achromatique de 3 pieds & demi, à $7^h\ 14'\ 35''$, & M. le Docteur Lind à $7^h\ 14'\ 37''$, avec une lunette achromatique de deux pieds; par un milieu, ce contact eſt arrivé à $7^h\ 14'\ 34'',7$, temps moyen; & la longitude de Hawkhill ſeroit de $0^h\ 21'\ 53''$, je l'établis de $0^h\ 21'\ 55''\frac{1}{2}$, comme elle eſt donnée par l'éclipſe du Soleil. Ceci poſé, le collége d'Édimbourg étant à un mille & demi Anglois (le mille de $69\frac{1}{6}$ au degré) au ſud-oueſt de Hawkhill, ſera plus méridional que Hawkhill de $55''$, & plus occidental de $1'\ 38''$ ou de $24''\frac{1}{2}$ de temps; ſa latitude ſera donc de $55^d\ 56'\ 42''$, & ſa longitude de $22'\ 20''$ de temps à l'oueſt de Paris.

La longitude de Coppenhague n'eſt que de $41'\ 01''$ de temps

à l'est de Paris, selon l'observation de la fin de l'éclipse du Soleil; cette phase a été observée par M. Horrebow à 21^h 30′ 55″, temps vrai. M. Johnson l'a observée 5 secondes plus tôt, M. Karup 2 secondes plus tôt, M. Soroé 3 secondes plus tard, & M. Aasheim 5 secondes plus tard. L'observation de M. Horrebow tient le milieu entre toutes; selon celle de M. Aasheim, la longitude de Copenhague seroit de 41′ 06″ : c'est la plus forte qu'on puisse conclure de cette éclipse.

Cette même fin d'Éclipse observée à Ingolstat à 21^h 07′ 41″ par le P. Aman, donne 36′ 18″ de longitude orientale à cette ville.

La même phase observée à Vienne à 21^h 48′ 42″ par le P. Pilgram, & à 21^h 28′ 50″ par M. Sambach, restreindroit la longitude de cette ville à 55′ 57″ selon la première observation, & à 56′ 05″ selon la seconde.

Cadiz, selon la fin de l'Éclipse observée à 19^h 17′ 59″ par Don Vincent Tofiño, est plus occidentale que Paris de 34′ 37″$\frac{1}{2}$; le contact intérieur à l'entrée de Vénus, observé par le même Don Vincent, donneroit une longitude encore plus occidentale à cette ville, mais le Soleil étoit à Cadiz trop voisin de l'horizon pour permettre une observation bien précise.

P. S. Depuis la lecture de ce Mémoire, il nous est parvenu plusieurs Observations du passage de Vénus, les plus intéressantes sont celles qui ont été faites à Saint-Joseph en Californie, & à l'île du Roi George dans la mer du Sud.

Je n'entrerai point dans le détail des observations de feu M. l'abbé Chappe à Saint-Joseph, M. Cassini le fils, s'est chargé de ce soin, il s'en acquittera mieux que je ne pourrois le faire : d'un nombre presque infini d'observations de hauteurs méridiennes du Soleil & de différentes Étoiles prises tant au Nord qu'au Sud, j'ai conclu la latitude de l'Observatoire de M. l'abbé Chappe, de 23^d 03′ 42″ vers le Nord : l'observation du passage de Vénus faite à Saint-Joseph & comparée avec les observations européennes, place le méridien de ce même Observatoire 7^h 28′ 24″ à l'ouest de celui de Paris.

Le 3 Juin 1769 à 11^h 59′ 16″,9, temps vrai selon M. l'abbé

Chappe; à $11^h\ 59'\ 13''\ 41'''\frac{1}{2}$ ſelon Don Vincent Doz; à $11^h\ 59'\ 17''\ 41'''\frac{1}{2}$ ſelon Don Salvador de Medina, premier contact extérieur des bords du Soleil & de Vénus.

Le fil de lumière paroît, ou premier contact intérieur, à $0^h\ 17'\ 26'',7$ ſelon l'abbé Chappe, à $0^h\ 17'\ 24''\ 55'''$ ſelon Don Vincent, à $0^h\ 17'\ 29''\ 55'''$ ſelon Don Salvador.

Ce même fil diſparoît à la ſortie, ou ſecond contact intérieur, à $5^h\ 54'\ 50'',2$ ſelon l'abbé Chappe, à $5^h\ 54'\ 44''\ 32'''$, ou à $5^h\ 54'\ 47''\ 32'''$, ſelon les deux autres Obſervateurs.

Enfin ſortie totale à $6^h\ 13'\ 19'',1$ ſelon M. l'abbé Chappe, à $6^h\ 12'\ 40''\ 58'''\frac{1}{2}$ ſelon Don Vincent, 5 ſecondes plus tard ſelon Don Salvador.

La durée obſervée par M. l'abbé Chappe, comparée avec celle qui a été obſervée à Wardhus, ſelon la méthode que j'ai expoſée ci-deſſus, reſtreint la parallaxe du Soleil à $8'',75$. Les obſervations de Don Vincent & de Don Salvador, donnent le même réſultat, à quelques centièmes de ſeconde près, dont elles augmentent cette parallaxe.

Sur l'île du Roi George *(a)*, ſituée, ſelon M. Maskelyne, par $17^d\ 28'\ 55''$ de latitude auſtrale, & $149^d\ 26'$ à l'oueſt de Greenwich, M. Green a obſervé le 1.er contact extérieur le 2 Juin à $21^h\ 25'\ 40''$ temps vrai, & le Capitaine Cook à $21^h\ 25'\ 45''$. Filet de lumière à $21^h\ 43'\ 55''\frac{1}{2}$ ſelon M. Green, à $21^h\ 44'\ 15''\frac{1}{2}$ ſelon M. Cook, à $21^h\ 44'\ 02''\frac{1}{2}$ ſelon le Docteur Solander. Ce filet diſparoît le 3 à $3^h\ 14'\ 03''$ ſelon M. Green, à $3^h\ 14'\ 13''$ ſelon M. Cook. Sortie totale à $3^h\ 32'\ 14''$ ſelon M. Green, à $3^h\ 32'\ 02''$ ſelon M. Cook, à $3^h\ 32'\ 13''$ ſelon M. Solander. Le ciel étoit parfaitement ſerein; ainſi la durée du paſſage entre les deux contacts intérieurs a été de $5^h\ 30'\ 07''\frac{1}{2}$ ſelon M. Green, de $5^h\ 29'\ 57''\frac{1}{2}$ ſelon M. Cook; par un milieu de $5^h\ 30'\ 02''$ de temps vrai, ou $5^h\ 30'\ 04''$ de temps moyen, moindre par conſéquent de $23'\ 25''$ que la durée obſervée à Wardhus. Or dans la ſuppoſition de $9'',2$ de parallaxe

(a) Cette île ne diffère point de l'île Taïti, découverte par M. de Bougainville, la latitude eſt la même, la longitude ne diffère pas d'un degré, préciſion que les méthodes employées par feu M. Verron ne pouvoient excéder.

ſolaire, la différence des durées devoit être de 24′ 40″,6; donc la parallaxe horizontale du Soleil le 3 Juin 1769, étoit de 8″,73. Si au lieu de comparer l'obſervation de la mer du Sud avec celle de Wardhus, on veut la comparer avec celles de Stockolm, Upſal, Paris, Greenwich, Cajanebourg, d'une part, & Saint-Péterſbourg de l'autre, comme nous avons fait ci-deſſus à l'égard de l'obſervation du fort du Prince de Galles, on trouvera 8″,76 pour parallaxe ſolaire. Nouvelle preuve, à mon avis, de l'exactitude de la durée obſervée à Wardhus.

En admettant 8″,75 pour parallaxe ſolaire le 3 Juin, je penſe que cet élément ſera déterminé mieux que dans la préciſion d'un demi-dixième de ſeconde, & alors la parallaxe horizontale du Soleil dans ſes moyennes diſtances, ſera de 8″,88.

L'obſervation des deux contacts intérieurs, faite dans l'île du Roi George, & comparée aux obſervations Européennes, donne $10^h\ 07'\ 41''$ pour différence occidentale du méridien de Paris à celui de l'obſervation.

Le ſecond contact intérieur a été obſervé à Batavia par $6^d\ 12'$ de latitude ſud à $20^h\ 30'\ 13''$, & la ſortie totale à $20^h\ 48'\ 31''$ avec un téleſcope grégorien de 3 pieds & demi; ſelon la première obſervation, Batavia ſeroit de $5^h\ 05'\ 54''$ plus oriental que Saint-Péterſbourg, & par conſéquent de $6^h\ 57'\ 50''$ plus oriental que notre Obſervatoire royal.

A Mexico, le premier contact intérieur a été obſervé à $0^h\ 55'\ 34''$, par Don Joſeph-Antoine de Alzate & Don Gama, 2 ſecondes plus tard par Don Joſeph-Ignace-Antoine Bartolachi, ce qui réduit la longitude de Mexico à $6^h\ 50'\ 01''$ dont ſon méridien eſt plus occidental que celui de notre Obſervatoire royal.



OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES;

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1769.

Par M. DU HAMEL.

AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée.*

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

Nota. Les Obſervations du baromètre, à commencer du premier du mois de Janvier, ont été faites ſur un baromètre callé ſur celui de l'Obſervatoire, qui eſt 3 lignes plus haut que celui dont nous nous ſervions les années précédentes.

JANVIER.

JANVIER 1769.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	4 ½	6	4	27.	6	pluvieux.
2	O.	2	4	3	27.	6	beau avec nuages.
3	N.	2	3 ½	1	27.	9	couvert.
4	N. E.	— 1 ½	1 ½	1	27.	8 ½	couvert & venteux.
5	E.	0	2 ½	1	27.	6	beau avec nuages; gelée blanche.
6	E.	1 ½	4	2	27.	8	beau avec nuages.
7	N.	2	2	1 ½	27.	10	couvert & bruine.
8	N.	2	2 ½	2	28.		couvert.
9	E.	1	2 ½	½	27.	11	couvert & nébuleux.
10	S.	½	1 ½	2	27.	8 ½	couvert & bruine.
11	S.	2	4	6	27.	7 ½	*idem.*
12	S. O.	6	7 ½	4	27.	9	pluvieux & venteux.
13	S. O.	6	8 ½	8	27.	9	*idem.*
14	S. O.	½	4	1	28.	1	beau temps.
15	S. E.	— 1 ¼	3	½	27.	9 ½	*idem.*
16	S. O.	3 ½	5	3	28.	1	couvert & variable avec brouillard.
17	N. E.	1 ½	4	1	27.	10 ½	grand brouillard, beau & venteux.
18	E.	— ½	5 ½	2	27.	7	beau temps.
19	N. E.	— 1 ½	1	— 1	27.	6	beau avec nuages.
20	E.	— 3 ½	— 1	— 3	27.	5	beau & venteux.
21	N. E.	— 4 ¼	— 1	— 3 ½	27.	6	beau avec nuages.
22	N. E.	— 5 ½	— 2	— 4 ½	27.	8	givre & beau temps.
23	E.	— 5	1	1 ½	27.	7 ½	beau temps.
24	E.	— 1 ½	1	— ½	27.	8	brouillard & givre, beau le ſoir.
25	E.	0	5 ½	2	27.	8 ½	beau avec nuages.
26	E.	1 ½	6 ½	3	27.	9	beau & couvert.
27	S.	4 ½	7	4	27.	10	brouillard, grande pluie, grêle, vent & tonnerre.
28	S. O.	3 ½	6	5	27.	6	couvert & pluvieux.
29	O.	1 ½	5 ½	3 ½	27.	4 ½	variable avec nuage & vent.
30	N.	— 2 ½	0	— 3	27.	8	grand vent & nébuleux.
31	N. O.	— 3	0	— 2 ½	27.	9	beau avec nuages.

Le 6, la grande & la petite Bouſſole, 19 degrés 30 minutes.

Quoiqu'il n'y ait pas eu de grandes gelées pendant ce mois, & que le 22, au matin, le thermomètre n'ait pas descendu plus bas que $5\frac{1}{2}$ au-dessous de zéro; cependant il peut passer pour froid : il est très-peu tombé de neige, & seulement 1 pouce $\frac{24}{48}$ de pluie; néanmoins les chemins ont été extrêmement mauvais, & on n'a pu faire de voitures, parce que les premiers jours de la gelée les chemins étoient trop rudes, & sur la fin lorsque la gelée a commencé à diminuer, la terre ne portoit plus.

Comme les pluies d'automne avoient rempli les étangs ainsi que les mares, la rivière d'Essonne a débordé plusieurs fois, mais ces débordemens n'ont pas duré, parce que les sources au lieu de pousser, recevoient une partie de l'eau qui les couvroit; cependant après les débordemens elles ont un peu poussé, mais ce n'étoit que pour rendre ce qu'elles avoient pris pendant le débordement, car les eaux n'ont point augmenté dans les puits où elles étoient même plus basses que l'année dernière.

Les perdrix se sont appareillées & les moineaux francs ont travaillé à faire des nids pendant les jours où le temps a été doux; mais ces premiers travaux sont abandonnés dès qu'il survient de la gelée.

Il y a eu pendant ce mois plusieurs fièvres malignes.

FÉVRIER.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	— 4	½	— 1	27.	10	beau avec nuages.
2	S.	— 2	0	— 1 ½	27.	5 ½	couvert, pluvieux & verglas.
3	S. O.	2	5	2	27.	4 ½	beau avec nuages.
4	S.	1 ½	5 ½	2 ½	27.	2	couvert & pluvieux.
5	S.	2	6 ½	3 ½	27.	2	variable & pluvieux.
6	E.	3 ½	2	1	27.	2 ½	couvert & pluvieux.
7	S.	2	3 ½	2	27.	3	grand vent, pluie & grêle.
8	S. O.	1 ½	3 ½	½	27.	3	le matin 27 ½, beau avec gros nuages.
9	N. E.	— ½	3	1	27.	3	couvert & neige fondue.
10	N.	0	½	0	27.	3 ½	couvert & neigeux.
11	E.	1	1 ½	½	27.	5	couvert & bruine.
12	N. E.	0	2	0	27.	6	beau avec nuages.
13	N. E.	— ½	1 ½	1	27.	8	couvert & neigeux.
14	E.	½	2 ½	— 1	27.	7 ½	variable sans pluie.
15	N.	— 1 ½	2 ½	1 ½	27.	11	beau avec nuages.
16	S.	1 ½	3	1	27.	8	couvert & pluvieux.
17	N. O.	1	4 ½	2	27.	9	*idem.*
18	N. O.	0	2 ½	1	27.	11	couvert & bruine.
19	S. O.	1	3	2	27.	10	pluvieux.
20	E.	1 ½	4	1 ½	28.	½	beau temps.
21	S. O.	2	5	4 ½	27.	10	couvert & bruine.
22	S. O.	5	7	3	27.	5	pluvieux.
23	S. O.	1	4	3	27.	2 ½	couvert, venteux & pluvieux.
24	O.	0	2 ½	— ½	27.	6	grand vent & giboulées.
25	S. O.	— 1 ½	3 ½	3	27.	5 ½	couvert, venteux & pluvieux.
26	O.	5	6	3	27.	6	mat. 27p 2l ½, variable avec giboulées.
27	S.	3	6	7	27.	8	couvert & pluvieux.
28	S.	6 ½	9	7	27.	8	couvert & bruine.

Le 11, la grande & la petite Boussole, 19 degrés 30 minutes.

Les chemins ayant continué à être très-mauvais & la terre très-molle, on a fait peu d'ouvrages pendant ce mois, qui peut paſſer pour humide.

Le 3, on a vu quelques grives en bandes; on n'en avoit point encore vu cette année ni la précédente.

Le 4, la perce-neige & le petit ellebore jaune étoient en fleur.

Le 26, à 7 heures du ſoir, on vit une eſpèce d'aurore boréale qui a duré deux heures; c'étoit un grand bandeau blanc dont la direction étoit Eſt & Oueſt, & qui fourniſſoit autant de clarté que la Lune en ſon plein; ce bandeau a augmenté entre 7 & 8 heures, & a diminué entre 8 & 9; il n'y a eu pendant ces deux heures rien de remarquable que ſon augmentation & ſa diminution progreſſives.

MARS.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S.	7	8	4	27.	8	beau avec nuages.
2	S.	3	6	4	28.		variable avec giboulées.
3	S. O.	½	9	5	28.	2 ½	beau avec nuages.
4	S.	2 ½	10	4 ½	28.		beau temps.
5	O.	½	12	4 ½	27.	10	beau temps, gelée blanche.
6	O.	4 ½	7 ½	5	27.	11	beau avec nuages.
7	S. E.	3 ½	7	4	27.	8	couvert.
8	N.	½	5 ½	2	27.	10	petite gelée blanche, beau & froid.
9	N.	1	4	0	27.	9	beau avec nuages & vent.
10	E.	— 2 ½	6	0	27.	6	beau temps.
11	S.	— 1 ½	4 ½	4	27.	2	variable avec pluie & vent.
12	O.	4	7	3	27.	4	*mat.* 27^p 1^l, venteux & nébuleux.
13	S.	1	8 ½	6	27.	5 ½	gelée blanche, pluie & vent.
14	S.	6	7	5	27.	9 ½	variable avec giboulées.
15	S. O.	4	10	6 ½	28.		beau avec nuages.
16	O.	5	6	2	28.	½	pluvieux, giboulées.
17	N. O.	½	6 ½	3	28.	2	gelée blanche, beau temps.
18	O.	2	6	1	28.	½	variable avec vent & bruine.
19	N. O.	1	5	3	28.	1 ½	variable & couvert avec bruine.
20	S.	3	5 ½	2	27.	10	couvert & pluvieux.
21	N. E.	½	7	2 ½	28.		gelée blanche, beau temps.
22	N. E.	0	6	2	27.	11 ½	gelée, brouillard & beau temps.
23	N. E.	— ½	9	3	28.	1 ¼	beau temps.
24	N.	0	8	3 ½	28.	2	variable avec vent & giboulées.
25	N. E.	2	6 ½	3	28.	½	*mat.* 28^p 2^l, couvert & pluvieux.
26	N. E.	½	4 ½	2 ½	27.	11	gelée, venteux & giboulées.
27	N. E.	½	3	2	27.	10	gelée, couvert & venteux.
28	N. E.	— ½	7	2 ¼	27.	8	beau temps.
29	N. E.	0	7 ½	2	27.	6	*idem.*
30	N. E.	— 1 ½	3 ½	½	27.	5	beau & grand vent.
31	N. E.	— 1 ½	2	— 1	27.	3 ½	grand vent & neige.

Le 18, la grande & la petite Bouſſole, 19 degrés 30 minutes.

Ce mois peut paſſer pour ſec, il a été variable & froid, ce qui a été avantageux pour retarder la sève tant de la vigne que des arbres fruitiers.

On a été occupé à ſemer les mars; à la fin du mois il y avoit environ la moitié des avoines de ſemées, & la moitié des vignes de taillées; il n'y avoit encore que les abricotiers en fleur; les boutons des pêchers commençoient à s'ouvrir; les poiriers étoient très-peu préparés ou montroient peu de boutons à fruits; les pommiers promettoient beaucoup plus; les oyaux, les jacinthes, les primevères étoient en fleur.

Le blé a valu, comme le mois dernier, entre 24 & 27 livres le ſetier de Paris; l'avoine 8 à 9 livres la même meſure, mais celle de la dernière récolte étoit de très-mauvaiſe qualité.

AVRIL.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	N.	—3 ½	4 ½	2	27.	6	couvert & nébuleux.
2	N.	3	4 ½	2	27.	6	couvert & pluvieux.
3	N.	½	5	2 ½	27.	7	couvert & nébuleux.
4	N.	1 ½	6	1	27.	6 ½	beau avec nuages & neige.
5	N. E.	—1	6	3 ½	27.	6	nébuleux, couvert & bruine.
6	E.	1 ½	4 ½	2	27.	6	couvert & bruine.
7	N. E.	0	5 ½	2 ½	27.	3	couvert & vent froid.
8	S.	3 ½	6	5 ½	26.	11	pluvieux.
9	S.	4 ½	10 ½	8	27.	3	variable avec vent & bruine.
10	S.	9	14 ½	11	27.	3	tonnerre, grand vent & pluie.
11	S. O.	11	17 ½	8	27.	6 ½	beau après midi, vent de tempête, tonnerre & pluie.
12	S. O.	8	12 ½	8 ½	27.	9	variable avec petites ondées.
13	S. E.	6	14 ½	11	27.	5 ½	couvert & grand vent.
14	S. O.	11	9	9	27.	8	couvert, venteux & petite bruine.
15	S. O.	6	13	7 ½	27.	10	variable avec petites ondées.
16	S. O.	4	13	8	27.	7 ½	beau avec nuages & vent.
17	S.	6	7 ½	5 ½	27.	8	variable avec pluie & vent.
18	N.	5	10	6	27.	10	variable avec pluie, grèle & tonnerre.
19	N.	3	12	7	27.	10	beau avec nuages.
20	N. E.	6	15	5	27.	10	
21	N. E.	6	15 ½	9	27.	10	beau temps.
22	E.	8	16	10 ½	27.	8 ½	
23	N. E.	10	17	11	27.	10	beau avec nuages & tonnerre.
24	N. E.	9	17	10	27.	11	beau temps.
25	N. E.	8	16	11	27.	10 ½	beau avec vent.
26	N. E.	10	15 ½	9	27.	9	*idem.*
27	S.	17	17	11	27.	9 ½	beau avec nuages.
28	N. E.	12	19 ½	12	27.	9 ½	beau & brumeux.
29	N. E.	11	19	11	[illegible]	1 ½	beau temps.
30	N.	10	18	11	28.	½	beau & brumeux.

Le 6, la grande Bouſſole, 19 degrés 30 minutes, la petite, 19 degrés.

Ce mois a été fort venteux & fort sec, ce qui étoit contraire aux seigles qui avoient très-mauvaise mine, qui étoient fort clairs & qui n'ont point monté en tuyau, parce qu'il n'y avoit point de chaleur pour les faire pousser, & que c'est dans le mois d'Avril qu'ils doivent montrer leurs épis; ils étoient même si foibles qu'on étoit tenté d'en retourner pour semer des pois; à l'égard des blés, ils étoient beaux sans être forts.

Les Vignerons se plaignoient que la taille de la vigne n'étoit pas bonne, que la moëlle étoit noire, & que beaucoup de sarmens étoient secs, parce que le bois n'avoit pas mûri l'année dernière.

Le 6 il tomba une petite pluie, il gela le matin, & quoique le soleil n'ait pas paru, beaucoup d'abricots & de pêches furent gelés.

Le 10, il tonna à 9 heures du matin, il plut toute la matinée, & l'après-midi par ondées avec un grand vent forcé; le 11 il fit un vent de tempête avec du tonnerre; le 18 le baromètre étant à 27 pouces 10 lignes, il tonna toute l'après-midi & il tomba assez de grêle pour blanchir la terre; les grains de la première ondée étoient la plupart gros comme de gros pois & plusieurs comme de petites noisettes, celles des autres ondées étoient comme des pois verds.

Le 8 au soir, on vit quatre hirondelles voler dans une cour; le 20, on vit le soir de ces petits hannetons rouges qui annoncent l'arrivée des gros; aussi le 24 & le 25 il en parut beaucoup, & le 31 il y en avoit une grande quantité.

Le 13 au matin, on entendit chanter le rossignol; le 30 le coucou chanta: les buis n'ont point fleuri cette année, ainsi on s'attendoit qu'on n'auroit point de graine.

L'élévation du mercure dans le baromètre a beaucoup varié.

On tua à la basse-cour une poule qui avoit un cul gros comme celles qui ont une descente, elle avoit de très-petits œufs dans le corps, elle étoit maigre, & étant vidée elle ne pesoit avec la tête, les pattes, les ailes, le gésier & le foie que 26 onces, & le foie seul en pesoit 8, ce qui est monstrueux; il étoit de couleur blonde, fort sain & délicat, ainsi les gros foies, qu'on nomme *gras*, à cause de leur délicatesse, n'appartiennent pas toujours aux volailles les plus grasses.

MAI.

MAI.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	9	15½	7½	28.	1½	beau & grand vent.
2	N. E.	7	12	7	28.	2	beau & grand vent froid.
3	N.	6	14	9	28.	1½	beau & venteux.
4	N.	8	15	10	28.	1½	beau temps.
5	N. O.	9	18½	12	28.		beau avec nuages.
6	N. O.	10	17½	9	28.		beau avec nuages & vent.
7	N.	5½	11½	6	28.		*idem.*
8	S.	7	8	7½	27.	9½	couvert & bruine.
9	O.	8½	11½	8½	27.	8½	couvert & pluvieux par ondées.
10	O.	8	10	6½	27.	9	couvert.
11	N. O.	8	10	5½	27.	7	gelée ; variable.
12	S.	4	12	7	27.	6½	gelée, beau avec nuages.
13	E.	7	9½	9½	27.	5	pluvieux.
14	E.	9	15	10	27.	4½	couvert.
15	N	9½	15½	10½	27.	6½	beau avec nuages.
16	N.	9½	16½	12	27.	6½	beau temps.
17	E.	11	19	12	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
18	S. O.	13	13	10	27.	8	tonnerre & pluie tout le jour.
19	S. O.	10½	13½	10	27.	9	pluvieux.
20	S.	10½	10	12	27.	8	variable avec pluie & tonnerre.
21	S. E.	10½	15	13	27.	8½	variable & pluvieux.
22	E.	14	22	15½	27.	8	beau avec nuages & temps lourd.
23	S.	16½	22½	18	27.	8½	beau & nébuleux.
24	S. O.	16	22	14	27.	10	nébuleux, tonnerre & éclairs.
25	S. O.	14	18	13	27.	10½	beau avec nuages.
26	S.	13½	18½	14½	27.	9½	*idem*
27	S.	13½	20	13	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
28	S.	12	12½	9½	27.	6½	couvert & pluvieux.
29		10	11	9	27.	7½	variable avec pluie & tonnerre.
30	S.	11	14½	10	27.	6½	couvert & pluvieux.
31	S.	12	14	11½	27.	7½	variable avec pluie & tonnerre au loin.

Le 8, la grande Bouſſole 20 degrés, la petite 19 degrés 15 minutes.

Ce mois a été fort ſec dans le commencement & pluvieux vers la fin; la nuit du 12 au 13 il a gelé très blanc, & le ſoleil a paru en ſe levant, ce qui a gelé une grande quantité de vignes; il y a des cantons qui ſont gelés entièrement pendant que d'autres n'ont preſque point été endommagés, ce qui peut venir de ce que les petites ondées de la veille n'avoient tombé que par endroits.

Le 13, il eſt tombé une bonne pluie qui a été fort avantageuſe aux grains, ſur-tout dans les terres légères; les blés étoient beaux, mais bas, & on s'attendoit à avoir peu de fourrage; les avoines étoient belles en herbe dans les endroits où elles n'avoient pas été attaquées par les vers.

Les ſainfoins entroient en fleur le 15 & ils étoient fort bas.

Le 23, les abeilles avoient commencé à donner quelques eſſaims; à la fin du mois il y avoit beaucoup d'hannetons, & le roſſignol chantoit.

JUIN.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	9	11 ½	8	27.	8	pluvieux.
2	S. O.	9	12 ½	11 ½	27.	10	pluvieux & tonnerre.
3	O.	11	15 ½	10	27.	11 ½	beau & nébuleux.
4	E.	10	16	11 ½	27.	10	*idem.*
5	S.	11 ½	15 ½	13	27.	8	variable avec grande pluie.
6	S. O.	12 ½	15 ½	12	27.	10	variable avec petite pluie & tonnerre.
7	N.	11 ½	14	12	28.	1	couvert.
8	N.	12 ½	18 ½	13	27.	11 ½	variable avec brouillard.
9	S. O.	13 ½	19 ½	13 ½	27.	10	beau avec nuages.
10	S. O.	11 ½	15 ½	12 ½	27.	9 ½	beau & couvert.
11	S. O.	13 ½	16	11 ½	28.		beau avec nuages.
12	N. E.	11 ½	17 ½	12	27.	11	*idem.*
13	S.	10	14	10 ½	27.	10	couvert & pluvieux.
14	S. O.	9 ½	15 ½	10 ½	27.	9	variable avec pluie & tonnerre.
15	N.	10	14	9 ½	27.	7	couvert avec ondées de pluie.
16	O.	11 ½	14	10	27.	7	*idem.*
17	O.	10 ½	11	10	27.	6	venteux & pluvieux.
18	O.	10 ½	12	9 ½	27.	8	variable avec ondées.
19	N. O.	10	14	8	28.	1	beau avec nuages.
20	S.	9	14	11	27.	11 ½	*idem.*
21	S.	10 ½	12 ½	11	27.	9	venteux, couvert & bruine.
22	O.	12 ½	16	12	27.	10	couvert.
23	S. E.	13	17	13	27.	8	petite pluie.
24	S.	13	16	11	27.	8 ½	pluie & tonnerre.
25	S. O.	11 ½	14 ½	11 ½	27.	10 ½	venteux & pluvieux par ondées.
26	S. O.	11	17	12	28.		beau temps.
27	S. O.	14	19	15	27.	11 ½	beau avec nuages.
28	O.	14	16	11	27.	10 ½	couvert & pluvieux.
29	N. O.	12	16 ⅔	10	27.	9	ondée le ſoir.
30	N. O.	11	14 ½	10	27.	11 ½	petites ondées.

Le 11, la grande & la petite Bouſſole 19 degrés 45 minutes.

Quoiqu'il ne ſoit pas tombé beaucoup d'eau, la terre étoit fort humide & les chemins très-mauvais, ce qu'on doit attribuer à ce qu'il ſe faiſoit peu d'évaporation, & pour cette raiſon la végétation étoit très-tardive : les ouvrages de labour étoient retardés à cauſe de l'humidité, tant pour les blés que pour les vignes qui étoient pleines d'herbes; cependant les blés étoient beaux quoique bas : à l'égard des avoines elles étoient fort belles : il y avoit des vers dans les vignes qui endommageoient les grappes, & la vigne étoit en pleine fleur le 20 de ce mois; les pois étoient très-beaux, mais les veſces ont été mangées par les pucerons.

Il y avoit beaucoup d'arbres fruitiers qui pouſſoient jaune, parce que le temps étoit très-humide & qu'il faiſoit toujours froid.

Le 4, il n'y avoit preſque plus de hannetons; le roſſignol chantoit encore un peu, mais on a ceſſé de l'entendre vers le 7.

Le 8, la moitié des foins étoient fauchés; comme le temps étoit venteux & pluvieux, il eſt ſorti fort peu d'eſſaims & les abeilles qui ne pouvoient pas aller aux champs, conſommoient leurs proviſions.

Le 24, les orangers commençoient à fleurir, le 30 ils étoient en pleine fleur.

On a travaillé pendant ce mois à arracher & à planter les oignons de ſafran.

JUILLET.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. O.	10	13 ½	10	28.	½	
2	N. O.	11	18 ½	12 ½	28.		beau avec nuages.
3	N. E.	13	18	12	28.	½	
4	N. E.	14	20 ½	15	28.		
5	E.	16	23	17	28.		beau temps.
6	N. E.	17 ½	25	18	27.	11	
7	S. E.	19	25 ½	18 ½	27.	9 ½	beau avec nuages.
8	S. O.	16 ½	18	15	27.	9	*idem.*
9	N.	14 ½	16	13 ½	27.	10 ½	petites ondées & tonnerre au loin.
10	N.	12 ½	15	11	27.	12 ½	couvert.
11	N.	12	18	14	28.		
12	E.	15	22 ½	16	27.	11	beau temps.
13	E.	16	23 ½	19	27.	11	
14	N. E.	18	25	18	27.	11	beau avec nuages.
15	S.	17	24 ½	21	27.	10	*idem*, l'horizon chargé.
16	S. O.	18	25	15	27.	8 ½	pluie & tonnerre.
17	S. O.	14 ½	20 ½	15	27.	9	petite pluie & tonnerre.
18	S. O.	15	17	12 ½	27.	9 ½	variable avec pluie & tonnerre.
19	O.	14 ½	20	13 ½	27.	11	beau avec nuages.
20	N. E.	14	21 ½	14 ½	27.	9 ½	beau avec nuages.
21	N. O.	17	20	13	27.	8 ½	variable avec petite pluie.
22	N. O.	12 ½	12 ½	10	27.	9 ½	pluvieux toute la journée.
23	N. O.	10	16 ½	13	27.	10	vent, tonnerre & grande pluie.
24	N.	12 ½	18	14	27.	11	beau avec nuages.
25	N. O.	14	19	15	27.	11 ½	variable avec une ondée.
26	N.	14	19	15	28.		beau avec nuages.
27	S.	14	20	15	27.	10	*idem.*
28	S. O.	13	17	15	27.	8 ½	petite pluie & grand vent.
29	O.	13 ½	16	12 ½	27.	9 ½	couvert & venteux.
30	N. O.	13 ½	17	12 ½	27.	9 ½	*idem.*
31	S. O.	12	19	15	27.	9 ½	gros nuages, petite pluie.

Le 13, la grande Bouſſole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degres 15 minutes.

Le commencement de ce mois a été froid & ſec, & la fin fort humide. La terre étoit ſi pénétrée d'eau, qu'on ne pouvoit labourer les vignes pour leur donner la dernière façon appelée *binage.*

Il y avoit des vignes entièrement gelées, & d'autres qui n'avoient pas ſouffert de la gelée, mais où il n'y avoit pas beaucoup de fruit, & où la coulure avoit encore diminué plus de moitié de ce qu'il y avoit.

Le 17, on commença à ſeyer les ſeigles; la pluie fit interrompre ce travail, & on ne le reçommença que le 31. Les blés étoient fort mêlés & difficiles à couper, parce que le tuyau n'étoit pas bien ſec dans le pied.

On a continué pendant ce mois à arracher & à replanter les oignons de ſafran.

Les fraiſes ont donné beaucoup de fruit, & pendant long-temps. On a ſervi vers le milieu du mois la prune jaune hâtive ou de Catalogne. Les avant-pêches blanches & rouges entroient en maturité, & à la fin du mois on ſervoit les cerneaux.

On a changé de ruche une partie des abeilles, & on les a conduit dans les pays de bruyères pour ſe remplir. Elles avoient jeté fort tard, à cauſe du froid; & depuis un mois elles avoient conſommé beaucoup de leurs proviſions.

AOUST.

Jours du Mois.	VENT.	Thermomètre. Matin	Midi	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	13 ½	19	14	27.	11	beau avec nuages.
2	N. E.	15 ½	21 ½	15	27.	11	
3	E.	15 ½	23 ½	17	27.	11	
4	E.	17	25	18	27.	9 ½	beau temps.
5	S. O.	17	20	15	27.	8	variable avec pluie & tonnerre.
6	S. O.	15	22	14 ½	27.	10	pluie & tonnerre au loin.
7	S. O.	13 ½	18	14	28.		beau avec nuages.
8	E.	14	21	16 ½	27.	10	
9	S. O.	15 ½	24	20	27.	8 ½	
10	S. O.	16	18 ½	15	27.	10	beau avec nuages, tonnerre la nuit.
11	S. O.	14	19	15 ½	27.	10 ½	beau avec nuages.
12	S. O.	14	18	15	27.	10 ½	couvert, venteux & pluvieux.
13	S. O.	16	21	15 ½	27.	10	beau avec nuages & vent.
14	S. O.	14 ½	20	14 ½	27.	10	variable avec petite pluie.
15	S. O.	14 ½	20 ½	13	27.	9	gros nuages.
16	S.	13	16 ½	10 ½	27.	9 ½	beau avec nuages.
17	N. O.	13	16 ½	11	27.	11	tonnerre & pluie.
18	O.	11 ½	15 ½	12	28.		beau avec nuages.
19	S. O.	10	15	12	27.	9	pluvieux tout le jour.
20	N. O.	13	16	12	27.	7 ½	beau avec nuages.
21	S.	10	14 ½	9 ½	27.	5 ½	venteux & pluvieux.
22	S.	10 ½	16	12	27.	4 ½	beau avec gros nuages.
23	S.	10	15 ½	10 ½	27.	7 ½	
24	S. O.	10	16	11	27.	9	
25	S.	11 ½	12 ½	11	27.	10 ½	pluie & tonnerre au loin.
26	S.	10	16	11 ⅔	28.		beau avec nuages.
27	S.	12	18	13	27.	9 ½	
28	S.	13	16 ½	11 ½	27.	9	
29	E.	11	17	12 ½	27.	8 ½	
30	S.	13 ½	20	14	27.	8 ½	
31	S. O.	14	19 ½	14	27.	10	beau avec nuages, tonnerre le soir.

Le 15, la grande Bouſſole 19 degrés 30 minutes, la pétite 19 degrés 15 minutes.

Ce mois a été froid, & l'on peut dire qu'il n'y a point eu d'été; c'eſt pourquoi les melons ne valoient rien & les pêches ont eu peu de qualité. Quoiqu'il ait plu aſſez fréquemment, en général il a tombé peu d'eau, excepté dans les endroits où il y a eu de grands orages.

On a commencé la moiſſon des fromens, qui a duré tout le mois, & à la fin il n'y avoit plus que quelques avoines à ſerrer. Les blés ont été ſerrés ſecs, parce qu'il n'eſt venu de la pluie que par ondées, qui ont été aſſez abondantes en pluſieurs endroits pour gâter les chemins. La récolte des blés n'a pas été fort abondante, mais elle étoit bonne; il y avoit moins de fourrage que l'année dernière, mais on eſpéroit qu'il y auroit autant de grain, & qu'il ſeroit de meilleure qualité.

SEPTEMBRE.

SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	11	10	10	27.	10	pluie & vent toute la journée.
2	N. E.	11 ½	15 ½	13 ½	28.	1	beau avec nuages.
3	N. E.	12	17 ½	14	28.		*idem.*
4	S.	13	18	13	27.	9	pluie & tonnerre.
5	S. O.	13 ½	17	14	27.	9	variable avec gros nuages & ondées.
6	E.	12	19	14	27.	7 ½	beau temps.
7	S.	13	12	11	27.	2 ½	pluie & grand vent.
8	S.	11	13	11	27.	8	vent, petite pluie & tonnerre.
9	S.	11 ½	16 ½	10 ½	27.	7 ½	pluie & tonnerre.
10	S.	11	15	10 ½	27.	6	beau avec nuages.
11	S. O.	11	12 ½	9 ½	27.	7	pluie la nuit, grand vent.
12	S. O.	10	14 ½	11	27.	7	grand vent & pluie par ondées.
13	S.	11	14 ½	11 ½	27.	10	couvert.
14	E.	11 ½	18	15 ½	27.	8	beau avec nuages.
15	S. O.	11 ½	15	11	27.	11 ½	
16	S. O.	9	14	10	28.	½	
17	E.	8 ½	15 ½	9 ½	28.		
18	S. O.	8	18	11 ½	28.		
19	S. E.	10 ½	21	14 ½	27.	11	
20	E.	12 ½	21	11	27.	10 ½	variable avec petite pluie.
21	N. E.	12 ½	14	11	27.	9 ½	petites ondées.
22	E.	10	14	13	27.	9	pluvieux la nuit, le jour variable.
23	S.	10 ½	11 ½	10	27.	8	pluvieux.
24	S.	9	12 ½	10	27.	9	
25	O.	11	13 ½	10	27.	9 ½	
26	O.	9	12 ½	8	27.	11	beau avec nuages.
27	S. O.	9	15	11	28.	10 ½	*idem.*
28	E.	10	18	12 ½	27.	11	beau temps.
29	N.	9 ½	15	9	28.	2	*idem.*
30	N. E.	6	13	8	28.	3	beau le soir.

Le 11, la grande Bouffole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés 1 minute.

Ce mois a été humide, ſans qu'il ſoit tombé beaucoup d'eau; mais parce qu'il a été froid, & qu'il n'y a point eu d'évaporation, les Laboureurs ont été pluſieurs jours ſans pouvoir labourer leurs terres, qui étoient trop molles. On peut dire qu'il n'y a point eu d'été cette année; car il a fait ſi froid, que l'on a ſouvent été obligé de ſe chauffer. Cependant les raiſins mûriſſoient, & l'on ſe préparoit à faire la vendange.

Dès le commencement du mois il eſt parti beaucoup d'hirondelles, qui faiſoient route vers le Midi; elles étoient fort élevées, alloient en ligne droite, ce qu'on a obſervé le vent étant au Nord. Le 25 on n'en voyoit plus.

Il y a eu une grande quantité de mouches-guêpes, qui ont beaucoup endommagé les fruits, & en particulier les muſcats.

Les oies ont été attaquées d'une maladie qui en a fait périr une grande quantité. Un de nos Fermiers, de vingt-trois douzaines, en a perdu quatorze. Leur maladie venoit d'une glande ou bouton ſur le croupion, qui venant à abſcéder, produiſoit la gangrène. Ils perdoient l'appétit, & ne faiſoient plus que boire, ſans vouloir manger : ils mouroient les unes au bout de 7 ou 8 jours, & d'autres plus tôt. Enfin on s'eſt aviſé de couper ce bouton pour le faire ſaigner, & de laver la plaie avec du ſel & du vinaigre. Il a fallu les nourrir pendant 8 ou 10 jours; enſuite la plupart ont été en état d'aller aux champs avec les autres, & ſe ſont rétablies.

OCTOBRE.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre.		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	7	12	8	27.	11	grand brouillard, beau avec nuages.
2	N. E.	5	9	5	27.	10½	beau avec nuages & vent froid.
3	N. E.	4	7	4	27.	11	*idem.*
4	N. E.	4	8	4	27.	9	couvert & petite pluie.
5	N. E.	3	4½	3	27.	9½	couvert.
6	S. O.	4	4½	3	27.	8	couvert, pluie, grêle & neige.
7	N.	3	3½	2	27.	9	*idem.*
8	N.	2½	4	3½	27.	9	couvert.
9	N.	2½	7	3	27.	10½	beau avec nuages.
10	N. E.	3	9	6½	28.		*idem.*
11	N. E.	3	9½	7	28.	1	gelée blanche, temps couvert.
12	N. E.	5	10½	5	28.	1	beau avec nuages & vent.
13	N. E.	2½	8	2	28.	1½	*idem.*
14	N. E.	2	6½	1	27.	11½	gelée, beau temps, vent froid.
15	N. E.	—1	5	4½	27.	9	couvert.
16	E.	4	11	8½	27.	9	pluie & tonnerre.
17	E.	8	15	9	27.	9½	beau avec nuages.
18	S. E.	8	14½	9	27.	10½	*idem.*
19	E.	7	15½	9	27.	11½	beau temps.
20	E.	5	14½	8½	27.	10½	grand brouillard, beau temps.
21	O.	5	12½	7	27.	7½	beau temps.
22	N.	4½	10	7	27.	7	brouillard & petite pluie.
23	N. E.	5	8½	5½	27.	9	couvert.
24	N. E.	2½	4½	3	28.		*idem.*
25	N. E.	—1	6	1	28.	1	beau; *le soir* aurore boréale rayonnante.
26	E.	1	8	2	28.	1	beau temps, gelée blanche.
27	E.	—2	7½	1	28.		*idem.*
28	S. E.	—2	8½	3½	27.	7½	beau temps.
29	S. E.	2	10½	9	27.	5	variable avec petite pluie.
30	S.	9	12½	11½	27.	4½	pluvieux.
31	S.	9	12	7	27.	6½	*idem.*

Le 14, la grande Boussole 19 degrés 15 minutes, la petite 19 degrés.

On a commencé la vendange le mardi 3, dans nos environs. Les raiſins étoient noirs, mais peu ſucrés, ayant été nourris d'eau. Ils ont demeuré trois ſemaines dans la cuve, & ont peu bouilli; cependant le vin paroiſſoit avoir plus de couleur que l'année dernière.

On ne voyoit point encore de grives.

Les abeilles qui avoient très-bien travaillé au printemps, ont conſommé en grande partie leurs proviſions pendant les jours de pluie & de vent qu'elles n'ont pu aller aux champs; mais celles qu'on a portées dans les pays de bruyères ont fait une bonne récolte pendant ce mois, & on les jugeoit en état de paſſer l'hiver.

NOVEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre.		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	6½	10½	7	27.	8	beau avec nuages.
2	E.	4½	8	8	27.	5	*idem.*
3	S.	9	11	9	27.	7	beau avec nuages & vent.
4	S. O.	10	15½	12	27.	8	couvert & venteux.
5	S. O.	10	14½	12½	27.	7	*idem.*
6	S. O.	10	13½	9½	27.	8½	grand vent, ondées de pluie.
7	S.	9	12	10½	27.	5½	couvert.
8	S. O.	10	12½	8½	27.	6½	couvert & venteux.
9	E.	8	11½	9	27.	6	*idem.*
10	N. E.	8	8	7	27.	6	venteux & pluvieux.
11	N. E.	4	4	4	27.	9	couvert & venteux.
12	E.	½	4	4½	27.	6	petite pluie.
13	S.	4	12	8½	27.	5½	couvert, éclairs & tonnerre à l'est.
14	O.	8	4½	3½	27.	5	grande pluie continue, & vent.
15	N.	2	4½	1	27.	8	beau avec nuages & vent.
16	N. E.	1	1	— 2	27.	6	gelée blanche, beau temps.
17	N. E.	— 2½	0	— 2	27.	4½	beau & venteux.
18	N. E.	— 4	— ½	— 2½	27.	6	beau & grand vent.
19	N. E.	— 4	— ½	— 3	27.	11	*idem.*
20	N. E.	— 4¾	— ½	— 3	27.	11½	couvert & pluvieux.
21	S.	— 2½	1	0	27.	10½	
22	E.	— 2	2½	4	27.	4	
23	S.	— ½	4	1½	27.	7	variable avec pluie.
24	S. O.	0	3½	1	27.	10½	pluie & vent.
25	S. O.	1	8	7½	27.	11	couvert & petite pluie.
26	S. O.	4½	7½	7½	27.	10½	*idem.*
27	N.	5	5½	1	28.	4½	beau avec nuages.
28	S.	— 1	4	½	28.	5	beau temps.
29	S. O.	0	5½	4½	27.	10	variable avec pluie.
30	N. O	4½	5	2½	28.	1	beau avec nuages & vent.

Le 13, la grande Boussole 19 degrés 45 minutes, la petite 19 degrés.

Depuis le 15 il a toujours fait froid, il a même gelé le 20 jusqu'à $4\frac{3}{4}$ au-dessous de zéro. Le 28, le mercure a monté plus haut qu'on l'ait encore vu ici; il étoit à 28 pouces 5 lignes : à Paris il étoit à 28 pouces 8 lignes. Le 29, il est descendu ici à 27 pouc. 10 lign. & il a plu; le 30, il a remonté à 28 pouc. 1 ligne, le vent étant Nord-Ouest, & le temps chargé de nuages.

On a achevé dans le commencement de ce mois de semer les blés dans la plaine, la levée a été très-belle. Les semailles ont été plus tardives dans les terres noires & fortes, du côté de la forêt.

On a fait aussi la récolte du safran; elle n'a pas été fort abondante, parce que plusieurs fleurs n'avoient pu sortir de terre.

Vers la fin du mois on a rapporté les ruches d'abeilles qu'on avoit portées aux pays de bruyères pour faire leur provision d'hiver. Elles ont beaucoup travaillé; mais les paniers qui viennent de la forêt de Fontainebleau, sont beaucoup plus gros que ceux de la forêt d'Orléans. Il a péri beaucoup de ruches pendant l'hiver dernier; mais celles qui ont passé l'hiver ont donné de bons essaims.

DÉCEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin.	Midi.	Soir.	Baromètre pouc.	lign.	ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	1	3	— 1	28.	3	beau & venteux.
2	N.	— 3 ½	½	½	28.	3	beau & couvert.
3	N. E.	1	3	2	28.	3 ½	brouillard tout le jour.
4	E.	1	1	1	28.	2	couvert & petite pluie.
5	E.	0	½	½	28.	½	couvert.
6	E.	— 1	— 1	— 1 ½	28.	1 ½	*idem.*
7	E.	— 1 ¾	— 1 ½	— 1 ½	28.	1 ½	givre & beau soleil.
8	E.	— 3	2 ½	— 2	28.	1	beau temps.
9	E.	— 3 ½	2 ½	— ½	27.	10	*idem.*
10	E.	½	4 ½	4 ½	27.	11	couvert & petite pluie.
11	S.	4	8	8	27.	11 ½	venteux, pluvieux & grande humidité.
12	S. O.	9	9 ½	6	28.	1	pluvieux, le soir brouillard.
13	S.	4 ½	5 ½	4 ½	27.	11	brouillard le matin.
14	S.	4	4 ½	3 ½	27.	8 ½	
15	S.	3 ½	6	7 ½	27.	10 ½	
16	S. O.	4 ½	8	8	28.	1	couvert, pluvieux & venteux.
17	S. O.	7 ½	7 ½	2 ½	28.	2	
18	S. O.	0	4 ½	3 ½	28.	2 ½	beau avec nuages.
19	S. O.	4 ½	7	7	27.	11	couvert & petite pluie.
20	S. O.	5	7	6	27.	10	couvert & pluvieux, aurore boréale.
21	S.	4	7 ½	8	27.	6 ½	pluie & vent.
22	S. O.	4	5	2 ½	27.	7 ½	couvert & venteux.
23	S.	5	5 ½	7 ½	27.	*	variab. * 26, 11 ¾; 26, 11; 26, 10 ¾; 26, 9.
24	O.	2 ½	4 ½	2	27.	8	beau avec nuages & une ondée.
25	S.	4 ½	8	8 ½	27.	6 ½	couvert, venteux & bruine.
26	S. O.	1 ½	6	4	27.	5	couvert & bruine.
27	O.	3	4 ½	4	27.	5 ½	variable, couvert & pluvieux.
28	N.	1	1	— 2	27.	10 ½	beau avec nuages & de la neige.
29	N. E.	— 2	— 2	— 2 ½	28.	1 ½	beau & venteux, neige.
30	N.	— 2 ½	— 1	— 2 ½	28.	2 ½	beau avec nuages.
31	S.	— 2 ¼	— 1	— 1	28.	2	couvert & nébuleux, pluie & verglas.

Le 21, la grande Boussole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés.

Ce mois a été très-humide & très-doux pour la saison. Les chemins ont été si mauvais, qu'on n'a pu avancer les ouvrages de la campagne.

Les blés ont bien levé, & étoient beaux & verts.

Le baromètre a essuyé de prodigieuses variations. Le 3, il a été à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$. Le 18, à 28 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$. Le 23 au matin, à 26 pouces 11 lignes $\frac{3}{4}$; à midi, à 26 pouces 11 lignes; à 2 heures, à 26 pouces 10 lignes $\frac{3}{4}$; à 5 heures, à 26 pouces 9 lignes, & enfin à 27 pouces. Lorsque le mercure a été le plus haut, le temps a toujours été couvert & chargé de brouillard; & quand il a descendu très-bas, sur-tout le 23, où on devoit s'attendre à quelque tempête ou à quelque pluie abondante, le temps a été beau, ou au plus variable.

IDÉE GÉNÉRALE

des Productions de la Terre, pendant l'année 1769.

FROMENS.

LA récolte des blés a été bonne, en comparaison de plusieurs endroits, même en Beauce, sans pouvoir être estimée plus de bonne demi-année. Ils ont beaucoup gerbé dans les bonnes terres, & fort peu dans les terres médiocres : il en faut l'un dans l'autre de 15 à 18 gerbes à la mine. La qualité est bonne, sur-tout celui qui a été serré avant les pluies. Il est assez net de graines, & il a valu pendant l'année de 20 à 23 livres le sac ou le setier de Paris, pesant 240 livres.

ORGES ET AVOINES.

Les orges ont beaucoup rendu ; les avoines étoient claires, parce qu'elles ont été faites tard, & par la sécheresse, mais le grain est d'une excellente qualité; & les chevaux, qui étoient très-fatigués à la sortie de la moisson, parce que l'avoine de l'année dernière ne valoit rien, se sont refaits avec l'avoine nouvelle; mais en Beauce il y en a eu très-peu : elle a toujours valu de 7 à 8 livres 10 sous le sac.

FOINS.

Foins et Sainfoins.

Les ſainfoins ont été fort bas; comme ils ont été coupés pendant l'humidité, on les a ſerrés avant qu'ils fuſſent ſecs, & il y en a beaucoup qui ſe ſont échauffés dans le tas, & qui ont moiſi.

Les foins ont été faits fort tard; cependant avec beaucoup de ſoins & de frais, ils ont été ſerrés en bon état : ils ont rendu un peu moins que l'année dernière.

Légumes.

Les pois ont été bons, mais les veſces ont été mangées par les inſectes, & les fèves ont pourri en terre.

Vins.

La vendange a été faite fort tard. La récolte a été médiocre pour la quantité dans les cantons qui n'ont point été gelés, parce que le verjus a coulé, & dans les vignobles qui ont été gelés, il n'y a point eu de récolte. Comme il n'y a point eu d'été, le vin a peu de qualité; cependant on trouve qu'il en a un peu plus que l'année dernière, & un peu plus de couleur. Il a valu toute l'année de 100 à 120 livres le tonneau, & les vins vieux n'ont point eu de prix. Suivant leur qualité, ils ont valu dans le pays de 200 à 250 livres le tonneau.

Safrans.

Il y a eu une demi-année de ſafran, parce que beaucoup de fleurs n'ont pu ſortir de terre à cauſe de la ſécheresse; mais la qualité en a été très-bonne, & il s'eſt vendu de 33 à 36 francs la livre.

Chanvres.

Les chanvres ont été bons, mais fort chers; ils ont valu à Malesherbes 50 livres le cent peſant.

Abeilles.

Les abeilles ont bien travaillé au printemps, mais pendant les pluies & les mauvais temps elles ont beaucoup conſommé, &

on n'a vendu que 7 livres les paniers qui l'année dernière valoient 12 livres; c'eſt pourquoi beaucoup de Marchands ne les ont point fait ſortir, & ont envoyé leurs paniers à la bruyère. Celles qui ont été portées du côté de Fontainebleau ont bien travaillé; mais celles de la forêt d'Orléans n'ont pour la plupart pas ramaſſé de quoi paſſer leur hiver, il a fallu les nourrir, & pluſieurs ont péri.

Fruits.

Il y a eu peu d'abricots & de pêches, aſſez de ceriſes & de prunes, peu de poires, mais abondamment de pommes, pas beaucoup de noix & de mauvaiſe qualité.

Plantes étrangères.

L'hiver n'ayant pas été rude, nos arbres étrangers ont peu ſouffert; ſeulement les arbres dont les branches avoient été gelées les années précédentes, qui avoient produit des bourgeons, & dont le bois n'avoit pas mûri avant l'hiver, ont été gelés; de ce nombre ſont les figuiers, qui n'ont point donné de fruit; les *ſydcroxilon*, &c. Néanmoins les cédres du Liban, qui les années précédentes avoient beaucoup de fleurs mâles, n'en ont point eu; mais il s'eſt formé ſur un de nos grands cédres un fruit qui paroît d'une bonne groſſeur.

Gibier.

Il y a eu beaucoup de lièvres, peu de perdrix, beaucoup de cailles. On a vu pendant la vendange beaucoup de petites grives paſſagères, qu'on appelle *mauviettes;* mais cette année-ci eſt la troiſième où l'on voit plus des deux eſpèces, qu'on appelle *Trayes* & *Chachats,* qui paſſent ordinairement l'hiver dans les garennes & le long des haies d'épine blanche, où elles vivent de genièvre & de ſenelles.

Insectes.

Il n'y a point eu de chenilles, peu de charanſons, aſſez de guêpes, & beaucoup de hannetons, qui ont fait peu de dégât, parce qu'ils ſont ſortis tard de terre, & que les feuilles commençoient à être dures : les noyers ont été plus endommagés.

MALADIES.

Il n'y a point eu de maladie régnante, si ce n'est quelques fièvres malignes.

BÉTAIL.

Il n'y a point eu non plus de maladie fâcheuse sur le bétail. A l'égard des volailles, nous avons rapporté la maladie qui a fait périr beaucoup d'oies.

NIVEAU DES EAUX.

Pendant l'été les sources ont commencé à pousser, & elles ont beaucoup augmenté pendant l'hiver.

EAU DE PLUIE.

HIVER.

	pouces	lignes	pouces	lignes
Janvier	1.	$0\frac{24}{48}$.		
Février	2.	$6\frac{19}{48}$.	4.	$4\frac{8}{48}$.
Mars	0.	$9\frac{13}{48}$.		
PRINTEMPS.				
Avril	1.	$3\frac{2}{48}$.		
Mai	2.	$2\frac{21}{48}$.	6.	$2\frac{36}{48}$.
Juin	2.	$9\frac{13}{48}$.		
ÉTÉ.				
Juillet	2.	$7\frac{10}{48}$.		
Août	0.	5.	3.	$11\frac{40}{48}$.
Septembre	0.	$11\frac{30}{48}$.		
AUTOMNE.				
Octobre	1.	$1\frac{4}{48}$.		
Novembre	1.	$0\frac{33}{48}$.	3.	$2\frac{43}{48}$.
Décembre	1.	$1\frac{6}{48}$.		

TOTAL de la pluie tombée en 1769 .... 17. $9\frac{31}{48}$.

MÉMOIRE
QUI EXPLIQUE
LA CONSTRUCTION D'UNE TOUR PORTATIVE FAITE POUR SERVIR D'OBSERVATOIRE.

Par M. DE BORY.

CETTE Tour doit être de bois; le plus ſec eſt le meilleur, parce que comme elle doit ſe démonter en pluſieurs pièces, il faut que toutes ſes parties ſe rapportent très-exactement.

Elle a ſept pieds de diamètre, elle eſt ronde & ſurmontée d'un toit tournant ſur un pivot de fer; elle a cinq pieds de hauteur depuis le plancher juſques & compris la roue qui porte le toit.

Huit piquets *(A)* ferrés légèrement par le bout inférieur *(B)*, ſervent de montans; on enfonce dans la terre à coups de maillet, & l'on met de niveau huit douilles de fer dont la pointe eſt ſolide & bien acérée, & dans leſquelles entrent les huit piquets: ceux-ci ſoutiennent tout l'édifice, & ſont joints les uns aux autres par des traverſes parallèles *(C, c)* & chevillées dans les piquets; on peut les fortifier par des traverſes diagonales.

Deux piquets ainſi liés forment un chaſſis *(D)*, ſur lequel on ajuſte un panneau à l'aide d'une feuillure pratiquée ſur chaque montant & ſur chaque traverſe, & qui eſt recouverte par une feuillure du panneau.

Chaque panneau eſt couvert de deux toiles imprimées de peinture, l'une en dedans, l'autre en dehors; les panneaux ſont liés aux piquets par des vis ou crochets.

Il eſt aiſé de pratiquer à chaque panneau quatre ouvertures, dont trois ſerviront de fenêtre, & la quatrième de porte fermant à clé. Sur le ſommet des piquets eſt miſe une roue *(E, e)*, dont la circonférence eſt égale à celle de la tour; cette roue ſe briſe en quatre

parties que l'on aſſemble à l'aide des entailles qui y ſont faites, & dans leſquelles on paſſe des chevilles.

Dans cette roue, on pourra, s'il eſt néceſſaire, pratiquer quatre rouets *(F, f)*, qui faciliteront le mouvement de la couverture.

Cette couverture faite en cône *(G, g)*, a pour baſe une autre roue ſemblable à la précédente, qui ſe partage en autant de parties, & qui s'aſſemble de même.

Chaque partie de cette roue ſupérieure *(H)*, eſt ſurmontée d'un ſegment de cône; chaque ſegment eſt un cadre ou chaſſis *(I, i)* à peu-près triangulaire, ſur lequel on cloue une toile peinte à l'huile *(I')*. Ces quatre ſegmens ſont liés par des crochets, des charnières ou toutes autres liaiſons quelconques, & ils aboutiſſent au ſommet du cône *(G, g)*, qui eſt leur centre commun; ce centre eſt un boulon de fer, autour duquel s'adaptent les ſommets des quatre ſecteurs.

Ce boulon de fer eſt le pivot ſur lequel le toit tourne; il traverſe un petit cône ſolide de bois *(K, k)*, exactement tourné, dont la baſe eſt de ſept à huit pouces, & il eſt goupillé en dedans.

Quatre barres de fer *(L, l)*, appuyées ſur quatre des montans par des écrous, ſoutiennent le petit cône, auquel elles ſont adaptées par des charnières, de façon que quand on ôte les écrous, les barres de fer ſont libres, & même peuvent ſe ſéparer du petit cône.

Il y a de plus au dôme une fois aſſemblé, deux trappes à charnières *(M)* vis-à-vis l'une de l'autre, qui ſe lèvent & ſe baiſſent quand on le juge à propos.

On empêche la pluie de pénétrer le toit, en le couvrant en entier d'un capuchon de toile peinte à l'huile; & pour conſerver plus ſûrement les inſtrumens, on a deux autres capuchons de rechange dont on ſe ſert dans les cas de néceſſité.

On a préféré la forme ronde, parce qu'il paroît que de cette façon elle eſt plus ſolide & donne moins de priſe au vent.

Pour lui donner encore plus de ſolidité, il eſt aiſé de placer extérieurement aux montans quelques anneaux de fer dans leſquels

on paſſe des cordages qui ſe roidiſſent ſur de petits piquets mis en terre, & qui ſervent de haubans à l'édifice.

Cette tour étoit bien exécutée & elle a eu tous les avantages d'un obſervatoire fixe.

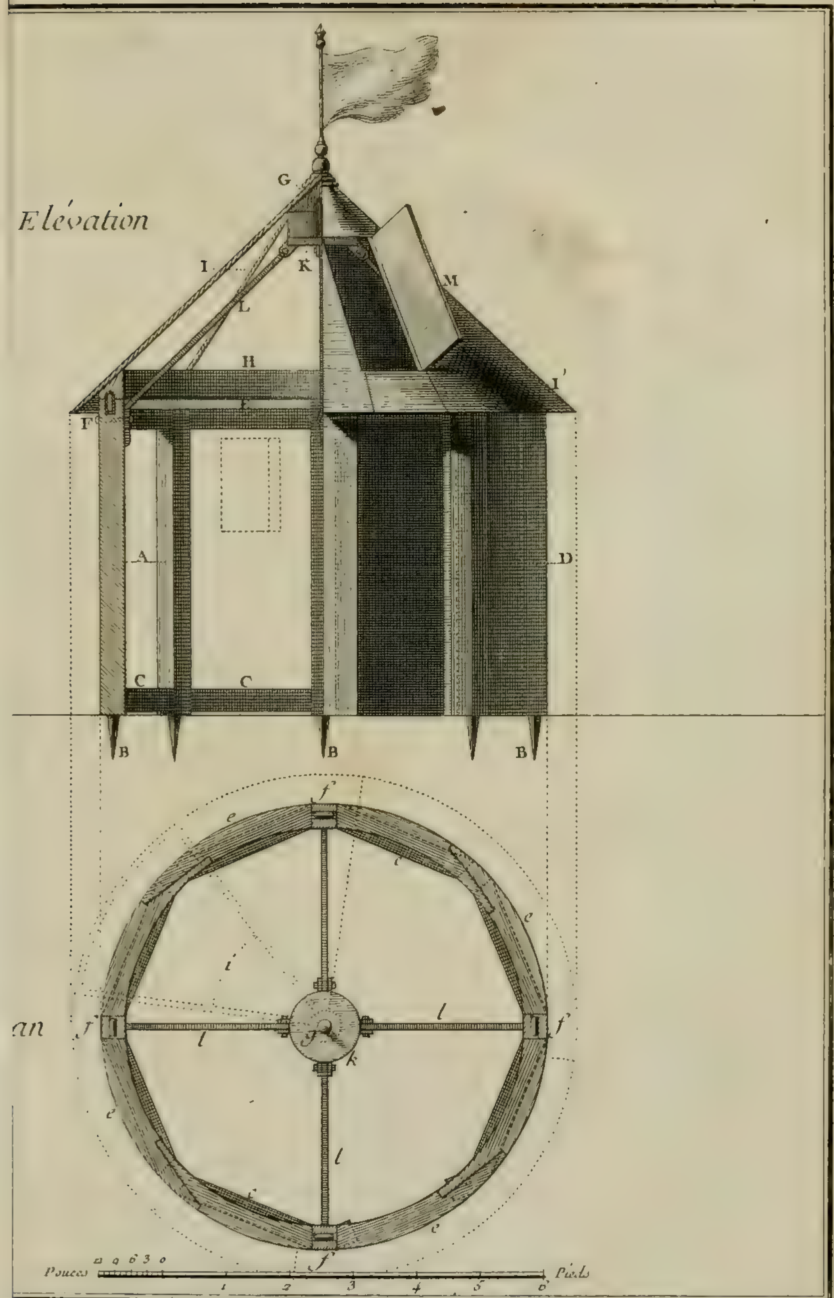
Si dans la tour on place la pendule ſur un montant iſolé, rien ne peut plus lui cauſer d'ébranlement.

Pour bien établir cette tour, il paroît néceſſaire de choiſir un terrain fort uni & de le rendre de niveau le plus qu'il ſera poſſible. Cette précaution contribue beaucoup à tracer une méridienne exacte.

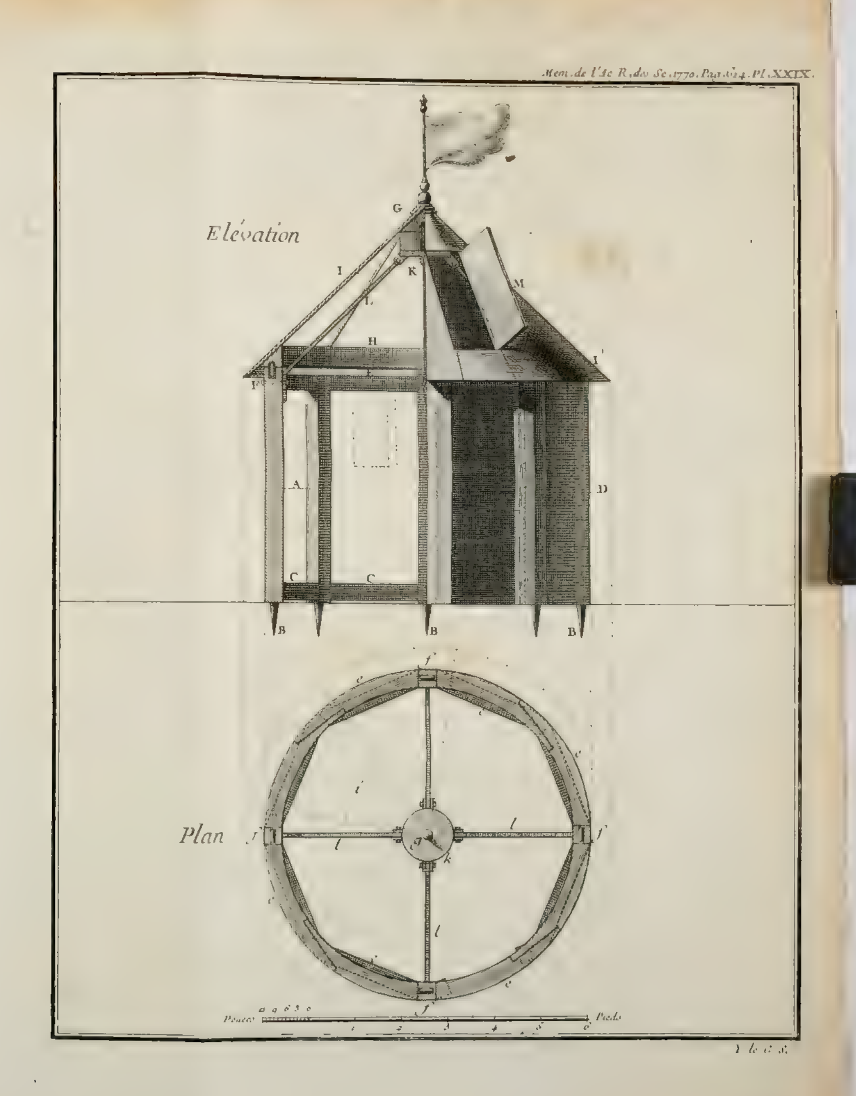
Si l'on prend les précautions dont on a parlé plus haut, la pluie ne pénètre point dans la tour; par conſéquent les inſtrumens, le quart-de-cercle ſur-tout, ne ſont pas expoſés à être mouillés.

Nota. *Les lettres italiques du Plan, répondent aux lettres capitales de l'Élévation.*




Elévation
G
I
K
M
L
H
I
F
A
D
C
C
B
B
B
f
e
e
e
i
l
f
l
g
f
k
e
l
e
e
f
Pouces
Pieds
1
2
3
4
5
6

Y. le G. Sc.


Elévation
G
I
K
L
M
H
F
I
A
D
C
C
B
B
B
Plan
f
f
f
f
i
l
l
l
k
g
Pouces
9 6 3 0
Pieds
1 2 3 4 5 6

ADDITION

Aux Mémoires de M. le Marquis DE CONDORCET, pages 108, 151 & 191 *de ce Volume.*

I. JE crois devoir éclaircir ici ce que j'ai dit dans le cours du Mémoire imprimé à la *page 151,* ſur les tranſcendantes qui peuvent entrer dans les intégrales des équations aux différences partielles.

On ſait que dans les intégrales des équations aux différences totales, ce n'eſt pas une tranſcendante ſeule que chaque différentiation peut faire diſparoître, mais une ſomme indéfinie de fonctions logarithmiques, ou un produit indéfini d'exponentielles & d'interſcendantes; mais ici non-ſeulement chacune des tranſcendantes dont j'ai parlé, peut être un de ces produits ou ſommes, mais elle peut être beaucoup plus compliquée.

En effet, ſoit Z l'intégrale d'une équation partielle du premier ordre, & que $Z = A + F . B$, F déſignant une fonction arbitraire, & A n'en contenant point, je dis que A peut être de la forme $A' + B' C + B'' D + B''' E$, &c. C, D, E, &c. étant tels que $B' dC$, $B'' dD$, &c. ſoient ſans tranſcendantes, & B', B'', &c. étant des fonctions déterminées de B; en effet, en faiſant évanouir FB par la différentiation de la propoſée, CdB', CdB'', &c. diſparoiſſent auſſi. Or cela peut arriver ſi B', &c. ſont algébriques, & que C, D, &c. ſont des fonctions logarithmiques, & le nombre des C, D peut être indéfini. Si B' n'eſt pas algébrique, alors il faut que $dC = \frac{mdx + ndy}{B'}$, m & n étant algébriques; ce qui donne C' fonction de B.

Soit Z une fonction contenant deux fonctions arbitraires, & telle que $AZ + BdZ + C\partial Z + DddZ + E\partial dZ + F\partial\partial Z$ ſoient ſans arbitraires, & Z', Z'', Z''', &c. des valeurs particulières de Z, en déterminant ces arbitraires

d'une manière quelconque; il eſt clair que ſi P', P'', P''' ſont tels que faiſant $P'Z' + P''Z'' + P'''Z'''$, &c. $+ Z$, l'intégrale d'une équation du ſecond ordre, on ait $BZ'\partial P' + CZ'dP' + D\partial(Z'\partial P') + Ed(Z'\partial P') + D\partial Z'\partial P' + EdZ'\partial P' + Fd(Z'dP') + FdZdP$, ſans tranſcendantes, cette forme conviendra aux équations du ſecond ordre.

Or cela peut arriver, quoique P' contienne des tranſcendantes, & il peut y avoir un nombre indéfini de ces fonctions P'.

Maintenant ſi l'on examine l'ordre des tranſcendantes qui peuvent entrer dans chaque $Z'P'$, on verra qu'il eſt égal à $\frac{\overline{n+1} \times \overline{n+2}}{2} - 1$, celui de l'ordre de l'équation étant n; en effet un plus grand nombre de ces fonctions ne peut s'y trouver ſans qu'il y ait des fonctions arbitraires nouvelles, ce qui rentre dans la recherche de la fonction Z.

II. Dans le Mémoire ſur les différences finies, je n'ai conſidéré de tranſcendantes que celles qui viennent de ce que x devenant $x + \Delta x$, on a $f = nf$, f déſignant la fonction tranſcendante; mais il y en a d'autres dont j'ai parlé dans ma Lettre à M. d'Alembert, ce ſont celles qui viennent lorſque x devenant $x + \Delta x$, f devient f^n, n étant rationnel. Ces fonctions peuvent entrer dans les intégrales; voyons donc quelle en peut être la nature.

Si on a une fonction $e^{Ne^{ax}}$, & que x y devienne $x + \Delta x$, cette fonction devient $e^{Ne^{ax}e^{a\Delta x}}$; donc ſi $e^{a\Delta x}$ eſt un nombre rationnel, on peut en comparant l'intégrale Z & la différentielle ΔZ ou $Z + \Delta Z$, faire évanouir cette fonction. La quantité arbitraire eſt N; donc ſi une équation propoſée contient cette fonction dans ſon intégrale; il faut que ſi on a $Z = e^{Ne^{ax}}$, on ait $\frac{lZ}{e^{ax}} = N$, ou différentiant, $\frac{l\overline{Z + \Delta Z}}{e^{ax + a\Delta x}} - \frac{lZ}{e^{ax}} = 0$, ou $\frac{l\frac{Z+\Delta Z}{Z^n}}{e^{ax}} = 0$, & cette quantité eſt une différentielle exacte;

exacte; donc il faudra dans la méthode ci-dessus, que lorsqu'on a $V = 0$, après avoir cherché si $AV \times e^{-ax}$ est une différentielle exacte, on cherche pour chaque valeur hypothétique de A, si $\frac{lAV}{e^{ax}}$ n'est pas une différentielle exacte; & cette supposition ne peut faire entrer aucune nouvelle irrationabilité dans l'intégrale.

En effet, si n est une fraction $\frac{p}{q}$, on peut prendre $\frac{1}{q} \cdot l \frac{(Z + \Delta Z)^q}{Z^p}$ qui doit être une différentielle exacte.

Si la proposée est des ordres supérieurs, & que l'on ait dans une des intégrales une fonction de cette espèce, il est aisé de voir que la seconde pourra en contenir une nouvelle, ou bien $e^{N'bx + N'' \times e^{ax}}$; en effet $Z + \Delta Z$ ne contient alors que $e^{bxne^{ax}} \times e^{(b\Delta x + N'')n^{e^{ax}}}$, quantités qu'on peut faire évanouir lorsque $(b\Delta x + N'') = N$, & on aura une formule comme ci-dessus à vérifier, excepté qu'il faudra vérifier pour chaque valeur hypothétique du facteur A, si $\frac{l\frac{Z + \Delta Z}{Z^n}}{xe^{ax}}$ est une différentielle exacte.

Si la proposée a deux intégrales de la forme que je viens d'examiner, & qu'elle soit d'un ordre supérieur au second, il y aura encore une intégrale qui pourra venir de la forme $e^{bx^2e^{ax}}$ avec les arbitraires convenables, & ainsi de suite.

EXEMPLE I.

Soit l'équation $y + xy - x^2y^2 + x\Delta y + \Delta y = 0$, & $\Delta x = 0$, je trouve que faisant $AV = \frac{y + xy + \Delta y + x\Delta y}{x^2y^2}$; $\frac{lAV}{e^x}$ est une différentielle exacte, pourvu que $e^a = \frac{1}{2}$; & intégrant, j'ai $\frac{lxy}{e^{ax}} = N$, & $xy = e^{Ne^{-ax}}$.

EXEMPLE II.

Soit $\frac{y + 2\Delta y + \Delta^2 y}{(y + \Delta y^3)} - \frac{y + \Delta y^3}{y^9}$, j'aurai par la même méthode que ci-dessus, $\frac{+ 2\Delta y + \Delta\Delta y \times y^9)}{e^{ax}}$, différentielle exacte, lorsque $e^{a\Delta x} = \frac{1}{3}$; & intégrant comme ci-dessus, j'ai $\frac{y + \Delta y}{y^3} = e^{Ne^{-ax}}$, & par conséquent $\frac{l\frac{y + \Delta y}{y^3}}{xe^{ax} + N'e^{ax}}$ qui sera une différentielle exacte; d'où intégrant & repassant aux nombres $y = e^{N(x + N')e^{-ax}}$.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie les Mémoires ſuivans, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE PARTIALE DE LUNE, *Du 29 Avril 1771;*

Faite à l'Obſervatoire de la Société Royale des Sciences, à Montpellier.

Par M.rs DE RATTE & POITEVIN.

LES nuages n'ont laiſſé voir la Lune que dans des intervalles très-courts, & l'on n'a pu ſaiſir qu'un très-petit nombre de phaſes, avec une lunette de ſept pieds, garnie d'un réticule propre à déterminer la quantité de doigts éclipſés.

On a réduit ces phaſes au temps vrai, la pendule ayant été réglée par des hauteurs correſpondantes, priſes la veille & le lendemain de l'Éclipſe.

Temps vrai.

1h 4′ 0″ On aperçoit un peu de pénombre du côté d'Héraclide & d'Ariſtarque.

1. 16. 33. Commencement, douteux.

1. 18. 18. L'Éclipſe eſt certainement commencée.

(Beaucoup de nuages).

2. 18. 5. L'Éclipſe eſt de 4 doigts 27 minutes.

2. 23. 59. L'ombre à Manilius; la moitié de la Mer des Criſes eſt couverte; Ariſtarque près du bord de l'ombre, qui paroît peu-à-peu s'en éloigner.

Les nuages devenus plus épais, ont couvert preſque tout le Ciel, & il n'a pas été poſſible de continuer l'obſervation.

Cette Éclipſe devoit commencer, ſuivant les Éphémérides de M. de la Caille, à 1h 17′ 40″, & ſuivant le calcul de la Connoiſſance des Temps, à 1h 19′ 18″. Nous avons vu qu'à 1h 18′ 18″, elle étoit certainement commencée. Pour la grandeur, elle ne devoit être que de 4 doigts 12 minutes, ſelon la Connoiſſance des Temps; mais les Éphémérides l'avoient marquée de 4 doigts 24 minutes, ce qui paroît mieux s'accorder avec l'Obſervation.

MÉMOIRE

SUR l'effervescence & la chaleur du Vin dans la fermentation ſpiritueuſe.

Par M. POITEVIN*.

L'EXAMEN de l'efferveſcence & de la chaleur du Vin fermentant, fait ſur de très-grandes maſſes de ce liquide, eſt l'objet de ce Mémoire. On voit que ce ſujet eſt purement Phyſique.

* Quoique les Auteurs qui ont écrit ſur la fermentation ſpiritueuſe, aient parlé preſque tous de la chaleur qui l'accompagne, & que M. l'abbé Rozier, ait même ſuivi ce phénomène avec une attention particulière, comme on le voit dans ſon Mémoire *ſur la manière de faire & de gouverner les vins.* Cependant, comme les Obſervations de M. Poitevin forment une ſuite de faits

Les phénomènes qui tiennent à la fermentation, proprement dite, c'est-à-dire, au développement des principes déjà préexistens dans un corps naturel, appartiennent à la Chimie; mais ceux que présente la substance fermentescible, considérée par rapport au volume, à la chaleur, aux variations de l'atmosphère, &c. . . sont du ressort de la Physique. J'ose même dire que, quoique les recherches des Chimistes aient répandu le plus grand jour sur la fermentation en général, & en particulier sur celle du vin, en nous faisant connoître les différens produits qui en résultent; on a très-peu observé les principaux caractères, & les phénomènes les plus sensibles que présente le vin dans sa formation. Le silence des Physiciens sur cette matière, a été pour moi un motif de plus pour m'en occuper *(a)*.

Ce Mémoire est divisé en deux parties; dans la première, je rapporterai, dans le plus grand détail, mes observations & mes expériences; dans la seconde j'exposerai les vues & les réflexions auxquelles elles ont donné lieu.

PREMIÈRE PARTIE.

LES observations que je vais rapporter, ont été faites sur des vins rouges, pendant l'Automne de 1772, dans une terre que je possède aux environs de Montpellier *(b)*.

J'avois préparé, avec le plus grand soin, plusieurs thermomètres à esprit-de-vin, gradués sur l'échelle de M. de Reaumur. Comme je me proposois de faire marcher, d'un pas égal, les observations météréologiques, & celles de la chaleur du vin en fermentation; j'avois un thermomètre exposé au nord, à l'air libre; un second

intéressans, qu'il s'est servi de thermomètres comparables, & que les circonstances dans lesquelles il a opéré, ne sont pas précisément les mêmes que celles dans lesquelles a opéré M. l'abbé Rozier; l'Académie a pensé que son Mémoire seroit utile aux Savans & à ceux qui s'occupent de la fabrication des vins.

(a) Le célèbre M. Macquer, *(Dict. de Chimie, art. VIN)* dit que cet objet est des plus vastes & des plus difficiles à connoître d'une manière générale.

(b) Le château de Mezouls, où j'ai fait ces observations, est à une lieue & demie au Sud-est de Montpellier, & éloigné d'environ une lieue de la mer. Les terres des environs sont en général peu substantielles & mêlées de cailloux.

placé dans un cellier près de la cuve où je devois obſerver; le troiſième étoit deſtiné à marquer les degrés de chaleur de la cuve. La boule de ce dernier n'étoit point enchâſſée, elle étoit détachée, avec une portion conſidérable du tube, de la planche ſur laquelle étoient marqués les degrés de diviſion. L'eſprit-de-vin, de ces inſtrumens, étoit tel que l'employoit M. de Reaumur; ſavoir, cinq parties diſtillées au bain de ſable, après avoir enflammé la poudre, & mêlées avec une partie d'eau.

Deux cuves différentes ont ſervi à mes obſervations. La première, que j'appellerai *A*, n'a été remplie qu'aux quatre cinquièmes de ſa hauteur; elle renfermoit 226 pieds cubiques de vin, y compris le marc. La vendange, ou les raiſins qui ont fourni cette première quantité, ont été pris de vignes de différens âges *(c)*, & la plupart ſituées ſur des côteaux expoſés au midi. On a commencé la vendange le 3 d'Octobre, & on a ceſſé de porter dans cette cuve le 6.

La ſeconde cuve que je nomme *B*, a été remplie du 10 au 14 incluſivement; ſa contenance eſt de 550 pieds cubiques. Des vignes ſituées dans la plaine ont ſervi à la remplir.

Ces deux cuves ſont bâties en pierre de taille, & leur enduit eſt composé d'excellente chaux mêlée, par portion égale, avec de la pozzelane; elles ſont expoſées au midi; & le cellier eſt ouvert en pluſieurs endroits, ce qui eſt très-néceſſaire pour établir des courans d'air propres à diſſiper la vapeur du vin.

J'omets à deſſein, de parler de la manière dont on fait la vendange, la méthode que l'on ſuit aux environs de Montpellier étant très-connue. Je me contenterai d'obſerver que l'on égrape les raiſins avec le plus grand ſoin, avant que de les fouler, ce que l'on ne fait pas dans tous les pays.

J'aurois peut-être dû faire mention des différentes eſpèces de raiſins qui formoient les différentes maſſes de liquide ſur leſquelles j'ai fait mes obſervations; mais je n'aurois pu remplir cet objet que d'une manière très-vague, parce qu'une nomenclature arbitraire

(c) Les vignes, dont il eſt ici fait mention, ſont de différens âges. J'ai noté cette circonſtance, parce que dans les plantes vivaces, & ſur-tout dans la vigne, la *différence* de l'âge produit des *différences* remarquables dans le fruit. On n'a peut-être point aſſez obſervé les végétaux ſous ce point de vue.

a répandu une obſcurité étonnante ſur les différentes eſpèces, & ſur les variétés des raiſins, au point que l'on ne ſauroit reconnoître les eſpèces cultivées par les anciens, par les noms ſeuls qu'ils nous ont tranſmis, & que même, d'une Province à l'autre, les mêmes eſpèces maſquées par différens noms, ont été & ont dû néceſſairement être altérées par l'influence du ſol, du climat, & de la culture. D'ailleurs, une pareille omiſſion ne ſauroit influer ſenſiblement ſur l'objet que j'ai eu en vue, qui étoit d'examiner d'une manière générale, & par les voies les plus ſimples, la chaleur & l'efferveſcence ſur de très-grandes maſſes. Les obſervations que l'on pourroit faire ſur des eſpèces différentes, & ſéparément, exigeroient des expériences très-délicates; elles doivent d'ailleurs être placées dans l'ordre de nos connoiſſances, à la ſuite des vues générales, dont nous nous ſommes d'abord occupés.

L'Été dernier avoit été très-chaud & très-ſec, ce qui a avancé la maturité des raiſins. Des pluies conſidérables ſurvenues au mois de Septembre, & qui ont duré, avec des intervalles aſſez rares, juſqu'au 5 Octobre, des brouillards fréquens, des temps couverts, & des vents preſque toujours au Sud ou au Sud-eſt, toutes ces cauſes combinées enſemble ont détruit une partie des raiſins. Les eſpèces qui ont la peau la plus fine avoient réellement ſubi une fermentation putride; il a fallu abſolument rejeter ceux qui étoient entièrement pourris; d'autres n'avoient éprouvé que différens degrés de cette fermentation, qui, dans quelques individus n'avoient altéré que la peau. En général, la conſtitution de l'atmoſphère a été telle qu'elle a détruit ou altéré ſenſiblement le fruit, de manière que la quantité de marc a été très-conſidérable : on ſent aiſément la raiſon de ce dernier fait.

J'ai cru devoir rapporter tous ces détails, parce que les mêmes obſervations pouvant être faites dans des lieux différens, elles deviennent plus aiſément comparables, & qu'ils peuvent faire apercevoir les cauſes particulières ou locales, qui font toujours varier le même phénomène vu en grand, en ſe compliquant avec les cauſes générales.

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES.

OCTOBRE 1772.

Jours du Mois.	VENTS		THERMOMÈTRE exposé au Nord.			ÉTAT DU CIEL.
	Matin.	Soir.	À 8 heures du matin.	À midi.	À 8 heures du soir	
			Degrés	*Degrés*	*Degrés*	
10.	E. foible.	S.	12 ½.	17 ¼.	13 ½.	Nuages.
11.	E. foible.	S.	14.	18.	13.	Beau temps.
12.	N. O.		13.	17.	13.	Beau avec nuages.
13.	N. O.		12 ½.	16.	13.	Nuages.
14.	N.		13.	17.	12 ½.	Nuages & vent frais.
15.	N.	S.	12.	16 ½.	12 ½.	Beau temps, vent frais.
16.	N. foible.	S.	13.	16 ½.	12 ½.	Beau temps.
17.	S. O.	N.	13.	17.	13.	Beau temps.
18.	S. O.	N.	12 ½.	16 ½.	12 ½.	Couvert le matin, beau le soir.
19.	N.	S. O.	13.	17 ½.	13.	Couvert le matin, beau le soir.
20.	N.	S. O.	12 ½.	17.	13.	Beau temps.
21.	N.	S. E.	13.	17 ½.	13 ½.	Nuages le matin, beau le soir.
22.	S. E.		13.	16.	13 ½.	Pluie le matin, orage avec tonnerre vers le S. O. nuages le soir.
23.	S. E.		12 ½.	15 ½.	14.	Pluie & quelques tonnerres.
24.	S. E.		14 ½.	16.	14.	Pluie & tonnerre le matin, couvert & vent très-fort le soir.
25.	S. E.		13 ½.	15.	13.	Couvert, grand vent & un peu de pluie.
26.	N.	S. E.	12 ½.	16 ½.	13.	Beau temps.
27.	N.	S. E.	12.	14 ½.	12 ½.	Beau avec nuages, couvert, grand vent & pluie pendant la nuit.
28.	N. O.		12.	15.	12 ½.	Beau temps.

Nota. Du 10 au 18, il est tombé de forte rosée tous les matins.

OBSERVATIONS

Observations sur la Cuve A.

OCTOBRE 1772.

On a cessé de porter dans cette cuve le *6*. Le même jour l'effervescence s'étoit déjà déclarée, & étoit très-forte. Ayant été obligé de quitter la campagne, je n'ai commencé à observer que le 11.

JOURS du MOIS.	HEURE de l'Observation.	TEMPS que le thermomètre a resté plongé dans la Cuve.	CHALEUR de la Cuve, ou Degrés observés sur le thermomètre.	Température du Cellier.	REMARQUES sur L'EFFERVESCENCE.
11.	9^{h} du matin.	25 minutes.	$26^{d}\frac{1}{4}$.	14^{d}.	Très-forte.
11.	Vers midi....	25 minutes.	$26\frac{3}{4}$	14.	
11.	Le soir. . . .	Cinq heures.	$26\frac{1}{2}$.	14.	
12.	Le matin. .	Fixe depuis la veille...	$25\frac{1}{4}$.	$13\frac{1}{2}$.	Elle paroît moindre.
12.	Le soir....	Fixe......	24.	$13\frac{1}{2}$.	
13.	Le soir....	Fixe......	$23\frac{1}{4}$.	14.	Elle a diminué sensiblement.
14.	Le soir....	Fixe......	$22\frac{1}{2}$.	14.	
15.	Le soir....	Deux heures.	22.	$12\frac{1}{2}$.	L'effervescence paroît détruite, le marc est abaissé, & on juge le Vin assez coloré.

Cette cuve a été vidée le 1*6* au matin. Le thermomètre ayant été plongé dans un tonneau que l'on venoit de remplir, la liqueur de cet instrument s'est arrêtée au bout d'une heure à $21^{d}\frac{1}{2}$, la température du cellier étant alors à 14 degrés, l'effervescence étoit très-sensible dans les tonneaux, par les bulles d'air qui paroissoient à la surface du vin.

OBSERVATIONS SUR LA CUVE B.

OCTOBRE 1772.

JOURS du MOIS.	HEURE de l'Observation	TEMPS que le thermomètre a resté plongé dans la Cuve.	CHALEUR de la Cuve, ou Degrés observés sur le thermomètre.	Température du Cellier.	REMARQUES sur L'EFFERVESCENCE.
15.	Le matin..	2 heures. . .	$28^{d}\frac{3}{4}$.	$12^{d}\frac{1}{2}$.	L'effervescence étoit très-forte les 15, 16, 17 & 18; elle étoit sensiblement décroissante les 19, 20, 21, 23, & paroissoit éteinte, le 24 & le 25.
15.	Vers midi..	30 minutes.	$28\frac{1}{2}$.	14.	
15.	Le soir...	50 minutes.	$28\frac{1}{2}$.	$12\frac{1}{2}$.	
16.	Le matin..	2 heures...	$28\frac{1}{2}$.	14.	
16.	Vers midi.	30 minutes.	$28\frac{1}{2}$.	$14\frac{1}{2}$.	
16.	Le soir...	50 minutes.	$28\frac{1}{2}$.	14.	
17.	Vers midi.		28.	15.	Le 26 au matin, elle a paru se ranimer, & la cuve a donné des marques d'ébullition.
17.	$7^{h}\frac{1}{2}$ du soir.		$27\frac{3}{4}$.	14.	
18.	Le matin..		$27\frac{1}{4}$.	14.	
19.	Le matin..		$27\frac{1}{4}$.	14.	Le marc s'étoit affaissé depuis le 24.
19.	Le soir....		27.	14.	
20.			$26\frac{1}{4}$.	14.	Le 27, on a jugé que le vin étoit assez coloré.
21.		Fixe. . .	$25\frac{1}{2}$.	$13\frac{1}{2}$.	
22.			$24\frac{1}{2}$.	13.	
23.	Le matin.		$23\frac{3}{4}$.	$12\frac{1}{2}$.	
24.			$22\frac{1}{2}$.	$13\frac{1}{2}$.	
25.			$22\frac{1}{2}$.	$12\frac{1}{2}$.	
26.			$25\frac{1}{4}$.	$12\frac{1}{2}$.	
27.			$24\frac{1}{4}$.	13.	

Le 27 au soir, cette cuve a été vidée. J'ai observé la chaleur du vin en plongeant le thermomètre dans un tonneau que l'on venoit de remplir. Au bout d'une heure, il s'est arrêté à $21^{d}\frac{1}{2}$, comme dans l'expérience semblable faite sur le vin de la première cuve; la température du cellier étoit alors à 13^{d}. Le thermomètre

a resté dans la même position jusqu'au lendemain matin; je l'ai trouvé, alors au 20e degré; mais la boule ne touchoit que légèrement la surface du vin, qui avoit baissé. L'effervescence étoit sensible dans tous les tonneaux.

Après avoir observé la chaleur sur les deux cuves, il me restoit à comparer la chaleur respective des vins de la première & de la seconde; ce qui a donné lieu aux observations suivantes, faites dans le mois de Novembre.

JOURS du MOIS.	Heure de l'Observation.	VENTS.......	ÉTAT du CIEL.	Thermomètre au Nord	Température du Cellier.	TEMPS que le thermomètre a resté plongé dans le Tonneau.	Chaleur du Vin de la Cuve *A*.	Chaleur du Vin de la Cuve *B*.	Différence de la chaleur des deux Vins.
2.	Matin.	S.	Beau temps.	13^d.	$11^d \frac{1}{2}$	30 minutes.	$14^d \frac{1}{2}$.	$16^d \frac{1}{4}$.	$1^d \frac{3}{4}$.
5.		N.		7.	9.		$12 \frac{3}{4}$.	$14 \frac{1}{4}$.	$1 \frac{1}{2}$.
23.		S. O.	Nuages...	8.	$10 \frac{1}{2}$.		10.	$11 \frac{1}{2}$.	$1 \frac{1}{2}$.
28.		S.		$8 \frac{1}{2}$.	11.		10.	10.	0.

Le 2 & le 5 Novembre on apercevoit une effervescence assez légère, qui se manifestoit par un pétillement momentané, & quelques bulles d'air. Le 23 & le 28, la surface du vin étoit tranquille.

SECONDE PARTIE.

Les réflexions auxquelles j'ai été conduit par les observations précédentes, seront l'objet de quelques propositions générales, qui me paroissent être autant de corollaires que l'on peut déduire de l'observation des faits. Il est vrai que ces propositions ne sont, à proprement parler, que relatives à la qualité du vin, à la nature du climat, & aux autres circonstances que j'ai eu soin d'indiquer, & qu'elles peuvent n'être regardées que comme locales & particulières. Cependant, comme il est très-probable que les mêmes

phénomènes, conſidérés en grand, ont lieu par-tout, & ne doivent préſenter que des variétés, & non des exceptions, je n'ai pas craint de généraliſer mes idées, mais j'ai tâché de les développer & de les éclaircir par des remarques néceſſaires.

PROPOSITION I. Les degrés de chaleur du vin en fermentation, forment une progreſſion irrégulière, mais toujours décroiſſante, depuis le premier inſtant de la fermentation, juſqu'au moment où la chaleur du vin eſt au même degré que celle de l'air ambiant.

PROPOSITION II. L'effervescence eſt à ſon plus haut degré, dans les premiers inſtans de la fermentation *(d)*, & elle décroît, ainſi que la chaleur, juſqu'à ce que le vin ait acquis la température de l'air ambiant.

Ces deux propoſitions réſultent des obſervations rapportées dans la première partie de ce Mémoire, & nous les avons placées à côté l'une de l'autre, parce qu'en effet le décroiſſement s'obſerve dans la chaleur, en même temps que dans l'effervescence. Ces deux phénomènes paroiſſent être liés enſemble & avoir la même marche. On voit par les obſervations faites ſur la cuve *B*, que le 26 Octobre la chaleur étoit montée à $25^{d}\frac{1}{4}$, de $22^{d}\frac{1}{2}$ où elle étoit la veille; l'effervescence s'eſt ranimée auſſi, & la cuve a donné de nouveau des marques d'ébullition, ce qui paroît s'accorder avec l'augmentation ſubite de la chaleur. Nous parlerons plus bas des cauſes qui peuvent avoir influé ſur cette irrégularité momentanée, qui préſente une interruption à la marche rétrograde obſervée juſqu'alors.

Nous ne chercherons point à expliquer les rapports que la chaleur peut avoir avec l'effervescence, mais nous remarquerons, 1.° que la chaleur, meſurée par le thermomètre, peut être conſidérée comme exprimant le degré de raréfaction du liquide fermentant, & que la meſure de l'effervescence doit être celle de l'air élaſtique ſurabondant, qui ſe dégage dans la fermentation;

(d) Les Chimiſtes exacts ont toujours diſtingué l'*effervescence* de la *fermentation*, proprement dite. L'effervescence eſt l'agitation du liquide, le mouvement tumultueux occaſionné par l'éruption de l'air, & elle n'eſt qu'un mode de la fermentation, qui eſt le phénomène général. M. Venel a employé une expreſſion ingénieuſe & vraie, en appellant l'effervescence une *précipitation d'air*. (Mémoire ſur les eaux de Selters, *dans le ſecond volume des Mémoires préſentés à l'Académie Royale des Sciences*).

2.° que tous les degrés de chaleur, au-dessous du premier observé, expriment les différentes condensations du liquide, de même qu'à mesure que l'air s'échappe par l'effervescence, le volume du liquide devient moindre d'une quantité, qui est vraisemblablement proportionnelle au volume d'air qui s'est dégagé; 3.° que le premier période de fermentation du vin, celui pendant lequel elle est le plus sensible, a lieu tant que la chaleur du vin est supérieure à celle de l'air ambiant, & que ce temps est compris entre deux termes, qui doivent, à la vérité, varier selon les lieux & les circonstances, mais qui peuvent être déterminés par l'observation. Le premier terme est celui où le liquide commence à donner des marques de chaleur & d'effervescence, & le dernier, celui où il ne donne plus de signes d'effervescence, & où il acquiert la température de l'air ambiant; 4.° qu'en considérant les Vins sous ce point de vue général, on peut les rapporter à une échelle commune de comparaison, qui sera renfermée entre ces deux termes, & que l'on pourra tirer de cette comparaison même, des connoissances utiles, & parvenir à connoître les degrés intermédiaires, dont l'examen peut fournir des conséquences utiles pour la pratique.

PROPOSITION III. Les variations de l'atmosphère influent sur la chaleur & sur l'effervescence, mais leur action n'est guère sensible que lorsque ces variations sont promptes & inégales, & elles peuvent être regardées comme cause principale des irrégularités que l'on observe dans la progression décroissante.

Dans la première vue générale, nous avons considéré une masse quelconque de vin en fermentation, comme subissant diverses condensations, soit dans la cuve, soit dans le tonneau. Nous avons même observé que ces condensations pouvoient être représentées par les degrés de chaleur vus sur le thermomètre; il résulte encore des observations que la chaleur a toujours été en décroissant. Quelle que soit la cause de ce décroissement, il paroît qu'il doit toujours avoir lieu, & nous l'avons établi comme l'un des principaux caractères de la fermentation spiritueuse. Mais s'il arrive une interruption à cette chaîne de condensations successives, ne peut-on pas conjecturer qu'elle est dûe en grande partie aux variations de l'atmosphère? Il se présente ici une considération importante à faire.

A meſure que l'eſprit ardent ſe développe, le liquide eſt plus ſuſceptible de raréfaction & de condenſation, & tandis qu'il tend ſans ceſſe vers la diminution de chaleur, l'augmentation ſubite du froid ou du chaud, ou quelqu'autre variation de l'atmoſphère, peut hâter, ſuſpendre, ou déranger cette loi. Tout concourt donc à nous faire regarder les variations de l'atmoſphère, comme la cauſe principale de l'irrégularité obſervée dans la progreſſion décroiſſante de la chaleur, ſans l'admettre cependant comme l'unique cauſe Phyſique, la quantité du liquide, le choix des vaiſſeaux qui le contiennent, la température particulière du lieu où ils ſont renfermés, pouvant apporter des modifications à la cauſe générale que nous avons aſſignée.

Le vin de la cuve *A* a parcouru du 11 Octobre au 23 Novembre, les degrés de chaleur compris entre le $26^d\frac{1}{4}$ & le 10. Celui de la cuve *B*, du 15 Octobre au 28 Novembre, a parcouru les degrés compris entre le $28\frac{1}{4}$ & le 10. On doit remarquer en paſſant; 1.° que le ſecond a dû arriver plus tard que le premier, au degré de la température de l'air ambiant; 2.° que ce période a été pour le premier, de quarante-quatre jours, & pour le ſecond, de quarante-cinq, intervalles ſenſiblement égaux.

Ces deux termes extrêmes, déterminés par l'obſervation, établiſſent ſuffiſamment le décroiſſement de la chaleur. Cela poſé, il faut examiner les balancemens, ou l'irrégularité qu'elle a ſubis dans les degrés intermédiaires, & les comparer avec l'état de l'atmoſphère, tel qu'il réſulte de la Table Météorologique.

On trouve, par cette Table, que la chaleur moyenne de l'atmoſphère du 10 au 28 Octobre, eſt exprimée par le $16^d\frac{1}{2}$ à midi, & celle du cellier, par le $13\frac{1}{2}$, à peu-près.

La cuve *A* n'a préſenté aucune exception; & la chaleur a toujours été en diminuant.

La cuve *B* s'eſt ſoutenue les 15, 16 & 17 Octobre, à peu-près au même degré, au $28\frac{1}{2}$, terme moyen. La chaleur a diminué ſenſiblement les jours ſuivans, & elle étoit deſcendue le 25 au $22^d\frac{1}{2}$. Le 26 elle eſt remontée au $25\frac{1}{4}$, & a repris enſuite l'ordre

rétrograde. Si l'on jette les yeux ſur les obſervations Météorologiques *(e)*, on voit que le vent ayant été très-fort, & au Sud-eſt pendant cinq jours, par un temps très-pluvieux, il a paſſé tout-à-coup au Nord, le 26 au matin. C'eſt alors que l'on obſerve cette augmentation de chaleur, qui fait monter la cuve *B* au $25^d \frac{1}{4}$, du $22\frac{1}{2}$ où elle étoit la veille. Quelle que ſoit la cauſe de cet écart, ſi je puis m'exprimer ainſi, nous nous contentons d'indiquer le changement qui eut lieu alors dans l'atmoſphère, comme la cauſe principale qui peut l'avoir produit, & nous ne l'admettons qu'avec ce doute raiſonnable, toujours inſéparable des recherches Phyſiques.

PREMIÈRE QUESTION.

L'air ambiant, ou l'air en maſſe qui environne le liquide fermentant (qu'il faut diſtinguer de cet air élaſtique qui s'échappe par l'efferveſcence) ne doit-il pas être conſidéré par rapport à ſon action ſur le vin, dans des temps très-differens ? Dans le premier temps, celui durant lequel ſon degré de chaleur eſt au-deſſous de celui du vin, ſon action paroît nulle, & il peut n'être regardé que comme un milieu non réſiſtant. Dans le ſecond temps, celui qui ſuit l'identité de ſon degré de chaleur & de celui du vin, ce liquide demeure expoſé à toutes les impreſſions de l'air, & à ſubir toutes les modifications que l'expérience nous démontre, telles que l'abſorption de l'air, le tourner, &c.

SECONDE QUESTION.

En ſuivant cette analogie, ne doit-on pas regarder l'identité des degrés de chaleur du vin & de l'air ambiant, comme l'indication du moment où il faut boucher exactement les vaiſſeaux qui contiennent le vin, & le préſerver de l'action de l'air ?

TROISIÈME QUESTION.

Ce terme de la première fermentation ſenſible étant arrivé, & étant déterminé par l'obſervation (ce qu'il eſt très-aiſé de faire

(e) La température du mois d'Octobre, dans nos provinces méridionales, eſt ordinairement très-douce, & doit contribuer, non-ſeulement à la maturité des raiſins, mais encore à l'ouvrage de la fermentation.

au moyen du thermomètre), & les cauſes qui doivent altérer le vin, telles, par exemple, que l'évaporation, ne commençant à agir que depuis ce moment, ne doit-on pas le regarder comme indiquant le temps où le vin eſt le plus ſpiritueux, & celui qu'on doit choiſir pour le ſoumettre à la diſtillation?

On voit, par tout ce que nous venons d'expoſer, combien il ſeroit néceſſaire que l'on fît des obſervations ſemblables en différens pays. Ces obſervations nous feroient voir, peut-être, dans tel ou tel climat les deux termes extrêmes de la première fermentation ſenſible, plus rapprochés ou plus éloignés qu'ils ne le ſont dans le cas particulier de nos expériences. Les variétés que pourroient préſenter les degrés intermédiaires, ſeroient encore un objet de recherches intéreſſantes, qui répandroient un grand jour ſur l'art de faire & de gouverner les vins; & dans un objet ſi important pour les Cultivateurs, ils verroient leurs doutes éclaircis, leurs pratiques juſtifiées ou détruites, & ils ne ſe plaindroient plus de l'inaction des Phyſiciens.

